Modélisation Biomécanique

Introduction

Franck Multon franck.multon@inria.fr

Charles Pontonnier charles.pontonnier@ens-rennes.fr

DIGISPORT GRADUATE SCHOOL

Objectifs et contenus du cours

Objectifs

Maîtriser les principaux concepts de modélisation biomécanique
Définir des besoins en terme de modélisation biomécanique
Définition des principaux termes en analyse de mouvement
Modéliser un système biomécanique rigide en translation et en rotation

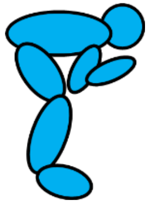
Contenus

Introduction générale sur la modélisation biomécanique et adaptations du niveau de modélisation en rapport avec l'objectif visé
Principes généraux de mécanique du solide rigide
Principes de mécanisme (degrés de liberté, mobilité, contraintes, paramétrage, repérage)
Equations de Newton-Euler avec résolution analytique puis numérique en 2D
Ouverture vers le mouvement 3D et lien avec l'approche expérimentale

(bio)mécanique du solide

Introduction

=



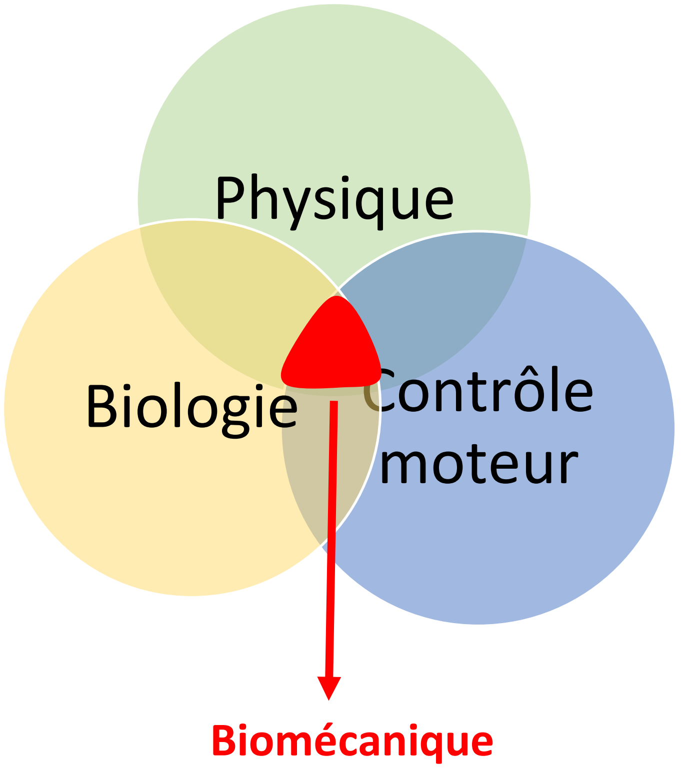
S

Biomécanique : définition

Etude des forces et du mouvement des organismes vivants et de leurs composantes

- **Biomécanique à l'échelle microscopique**
  - Protéines (e.g. collagène)
  - Filaments d'ADN
  - Cellules musculaires

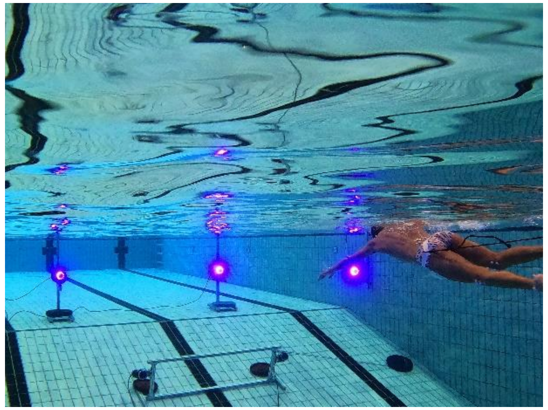
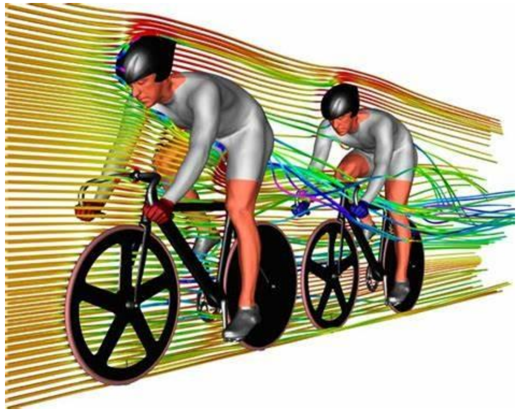
- **Biomécanique à l'échelle macroscopique**
  - Tissus biologiques (os, muscles, tendon, etc)
  - Segments corporels
  - Corps complet
  - Aérodynamique & hydrodynamique

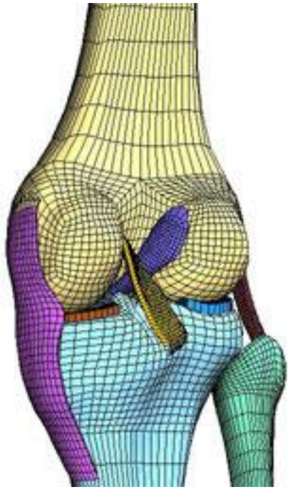


A chaque échelle correspond un type de modélisation

Biomécanique : applications principales

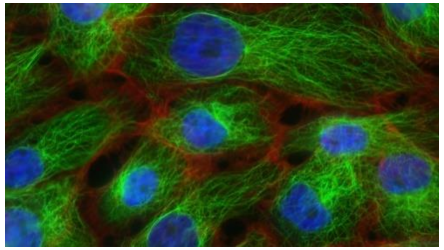
- **Biomécanique du sport**
  - Optimisation de la performance
  - Prévention des blessures et diagnostic
- **Clinique et ingénierie biomédicale**
  - Ingénierie tissulaire
  - Ingénierie et chirurgie orthopédique
  - Rééducation
  - Compréhension de pathologies
- **Ergonomie**
  - Ingénierie tissulaire
  - Ingénierie et chirurgie orthopédique

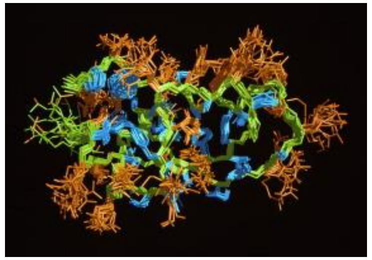



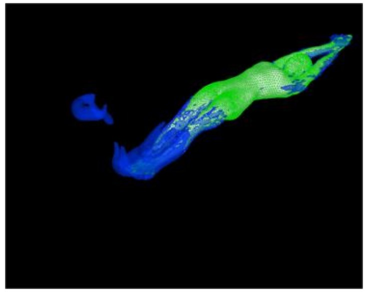


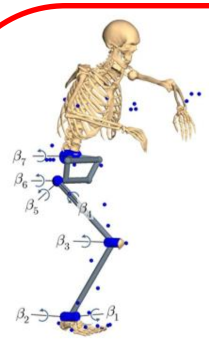
Partie intégrante des sciences du sport et de la médecine

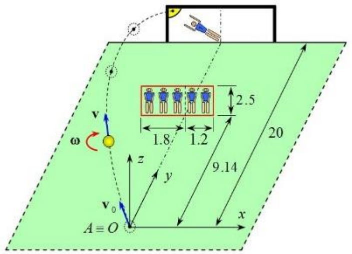
La modélisation mécanique selon les échelles











Mécanique quantique	Mécanique moléculaire	Mécanique brownienne et réseaux	Mécanique des milieux continus	Mécanique du solide rigide	Mécanique du point
Mécanotransduction	Biologie moléculaire	Filaments	Os Tissus mous Fluides biologiques	Squelette Segments corporels	Ballon Marche Natation

Atomes — Protéines — cytosquelette — cellules — organes — Segments corporels — organismes

10^{-10} — 10^{-9} — 10^{-6} — 10^{-3} — 10^{-0}

Cours Modélisation Biomécanique

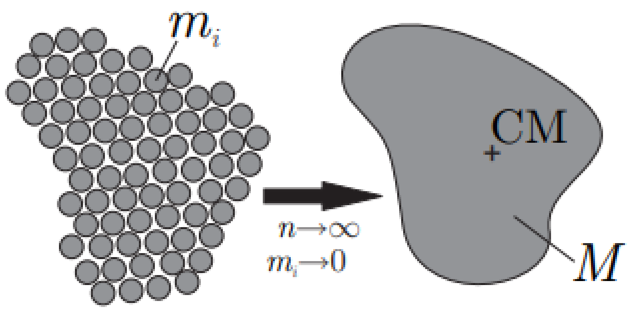
Les différents niveaux de modélisation mécanique

Mécanique des solides indéformables

- étude des relations forces-déplacements
- Suppose que les distances entre chaque point du solide sont constantes

Mécanique des milieux continus (MMC)

- étude des relations contraintes-déformations (comportements du matériau)
- suppose que le milieu est continu, i.e. on néglige l’aspect discret de la matière (ex : atomes)



Milieu discret	Milieu continu	Solide rigide	Point matériel
n Points matériels	$n \to \infty$	$n \to \infty$	1 seul point (ex : CM)
m_i Masses ponctuelles	$m_i \to 0$	$m_i \to 0$	Masse $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$
		Distance fixe entre les points	

Analyse de mouvement : quantités d'intérêt

 De nombreuses **quantités accessibles à la mesure** / données externes

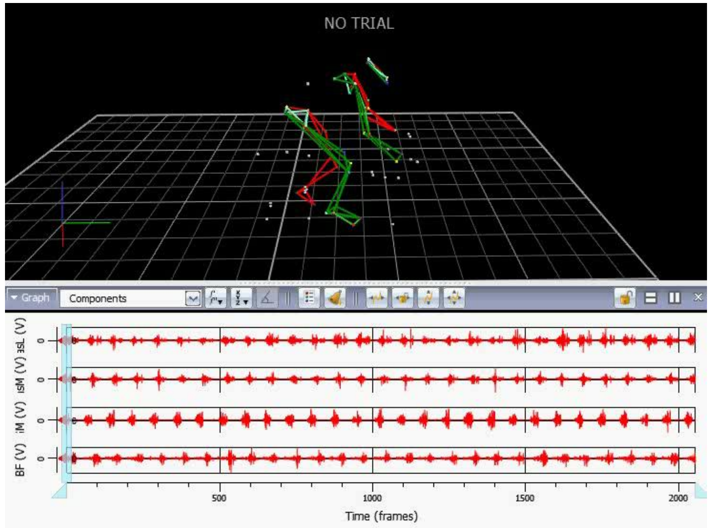
- Les choses que l'on peut mesurer :
  - Position/orientations segmentaires (e.g. Capture de mouvement) — Cinématique
  - Forces externes (e.g. plateforme de force) — Dynamique
  - Couples/moments mono- articulaires (e.g. ergomètre isocinétique)
  - Activations des muscles superficiels (e.g. EMG) — Electrique

→ D'autres **quantités fondamentales inaccessibles à la mesure** / données internes

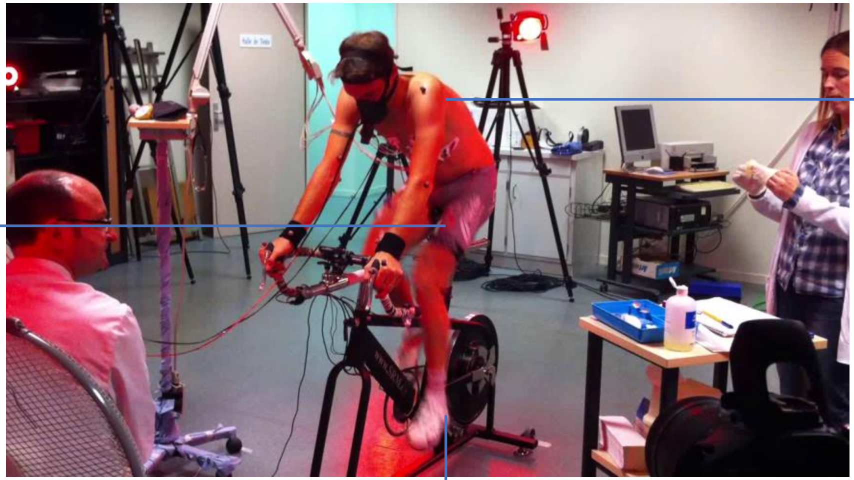
- Angles articulaires 3D
- Efforts inter-segmentaires (Couples et forces articulaires)
- Forces musculo-tendineuses
- Activité des muscles profonds

L'analyse de mouvement nécessite l'utilisation de **modèles biomécaniques couplés à des données expérimentales**

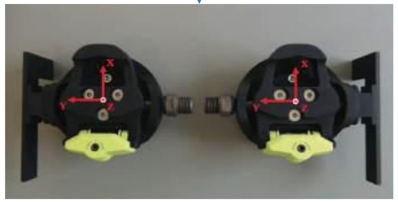
Variables biomécaniques accessibles à la mesure



En situation d'exercice



Activité électrique musculaire

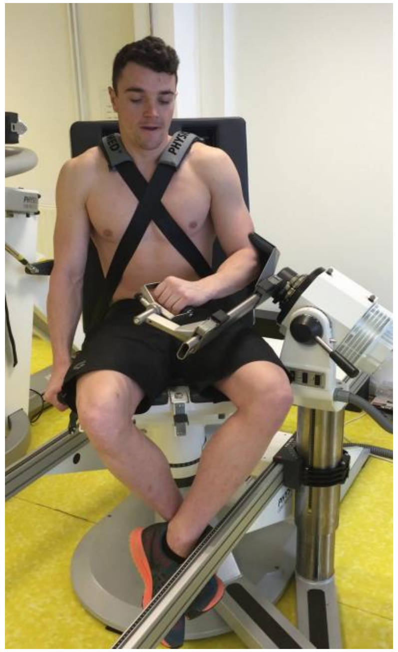


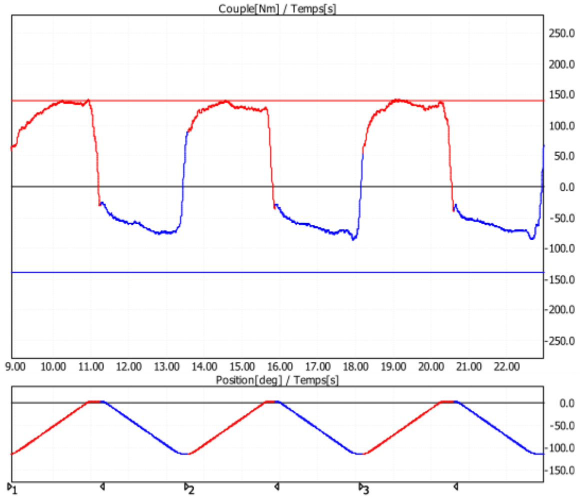
Forces externes (contact)

Position de points anatomiques

Variables biomécaniques accessibles à la mesure

Hors contexte d'exercice





Poids du sportif gravité

Couples/moments de forces articulaires **Analyse de la résultante** de la contraction musculaire **« globale »** au niveau du système musculosquelettique ou du système ostéo-articulaire

Variables biomécaniques inaccessibles à la mesure : intérêt de la modélisation

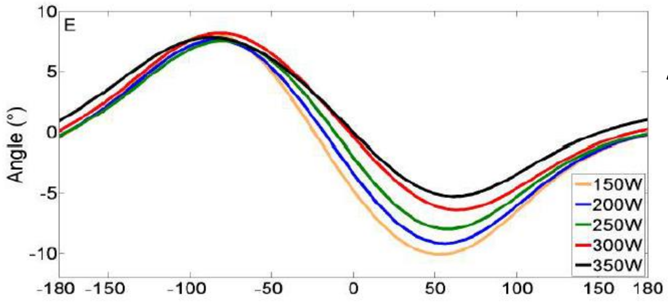
Données expérimentales

Données externes mesurables

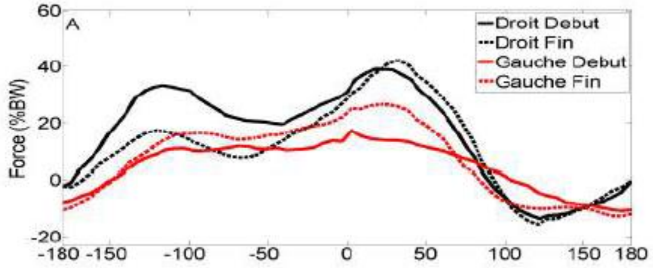
Modèle biomécanique

Modèle cinématique
Modèle musculaire
Equations du mouvement
Contraintes
Résolution numérique

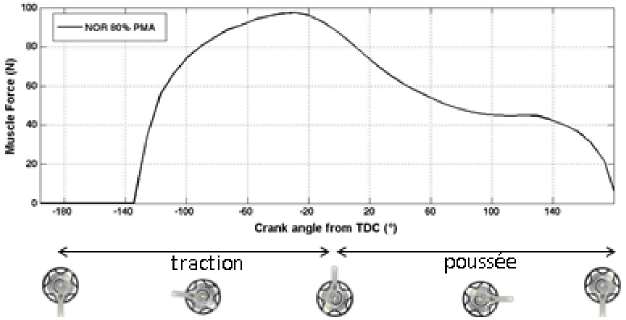
Analyses



Angles articulaires



Efforts articulaires (forces/moments)



Forces musculaires

Quelques journaux d’intérêt en biomécanique du sport

Applied Ergonomics
British Journal of Sports Medicine
Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering
Ergonomics
European Journal of Sports Science
Human Movement Science
International journal of Sports Medicine
Journal of Applied Biomechanics

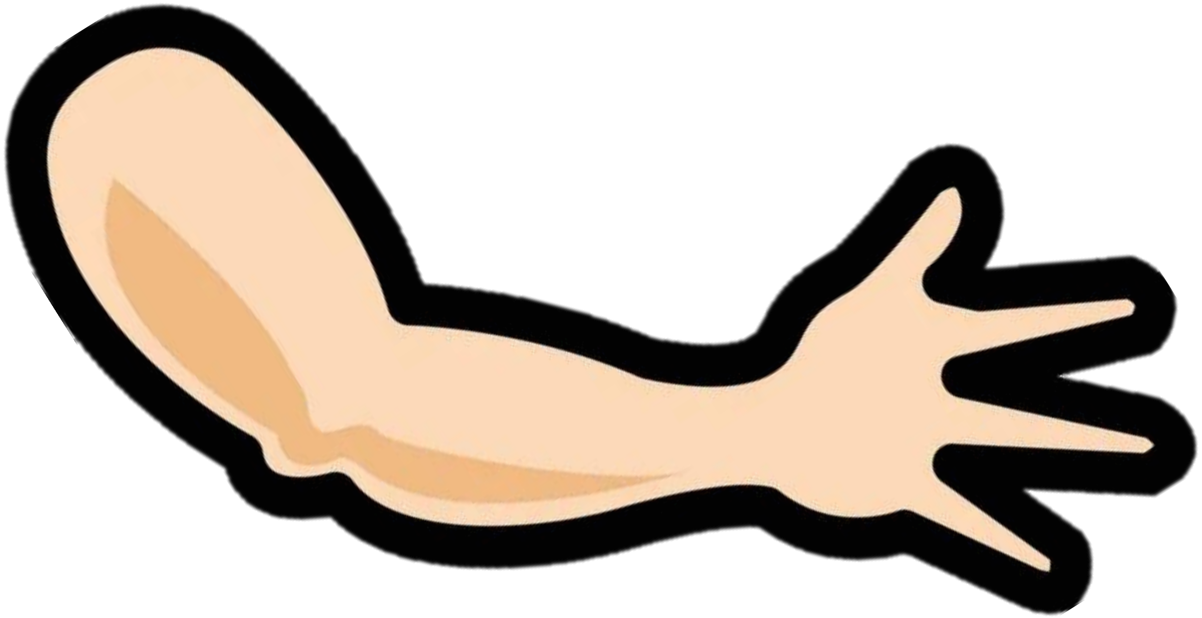
Journal of Biomechanical Engineering
Journal of Biomechanics
Journal of Biomedical Engineering
Journal of Medicine Science Sports & Exercise
Journal of Sports Sciences
PlosOne
Scandinavian Journal of Sports Science
Sensors
Sports Biomechanics
Sports Engineering
…

Franck Multon franck.multon@inria.fr

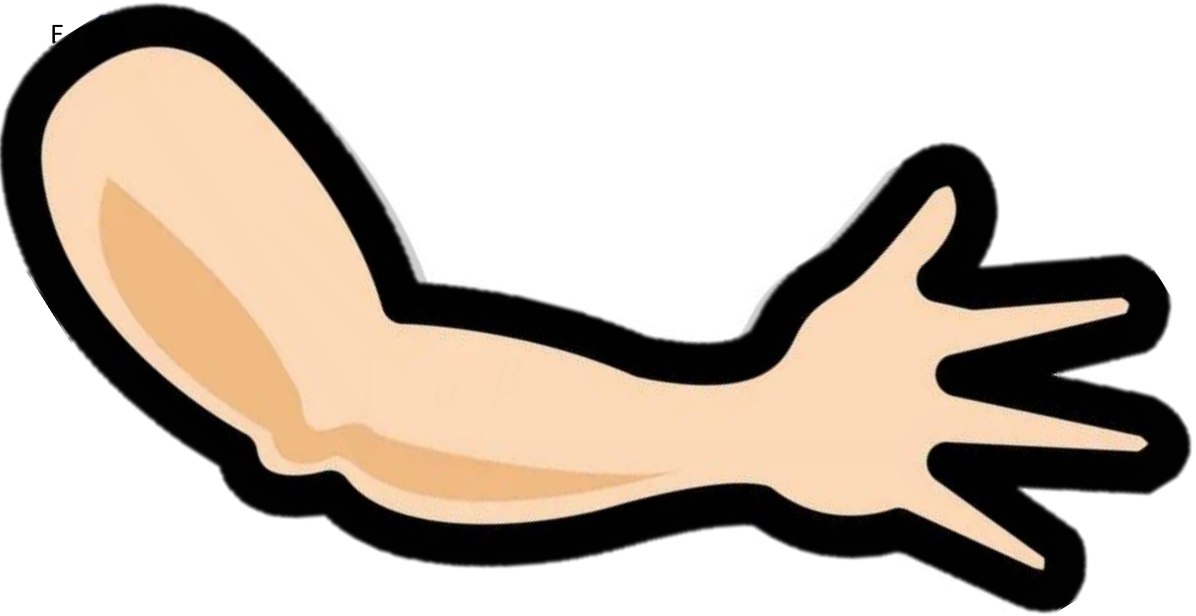
Charles Pontonnier charles.pontonnier@ens-rennes.fr

Modélisation biomécanique

Hypothèses, démarche, conventions

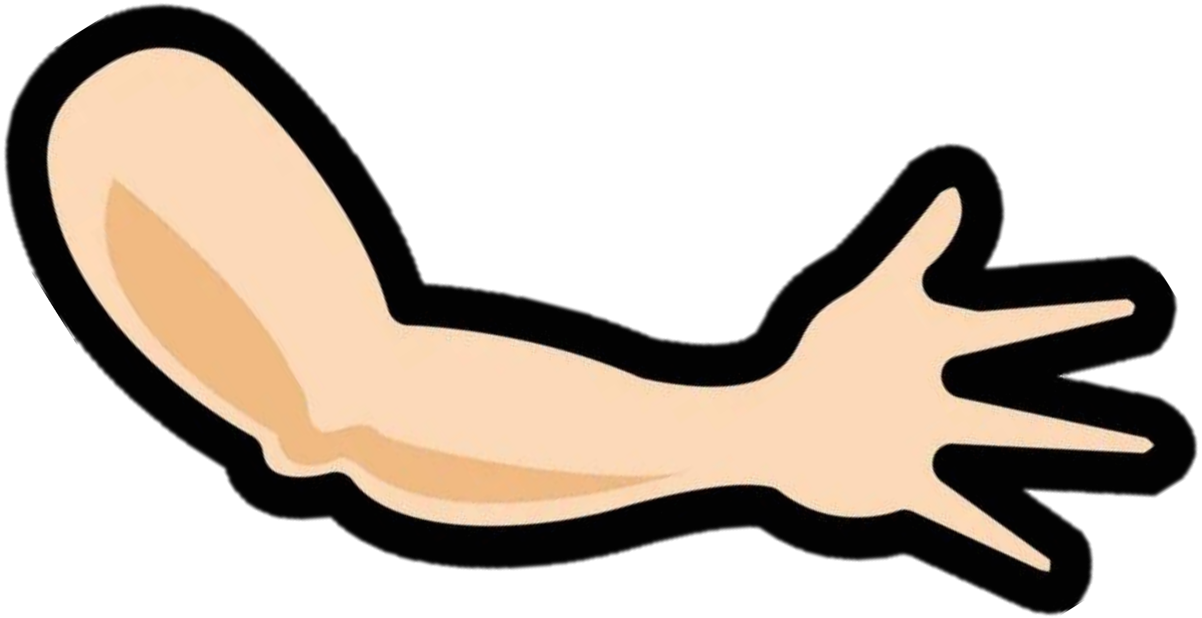


Modélisation biomécanique



Quelle hypothèses ?
Quelle démarche ?
Quelles conventions ?

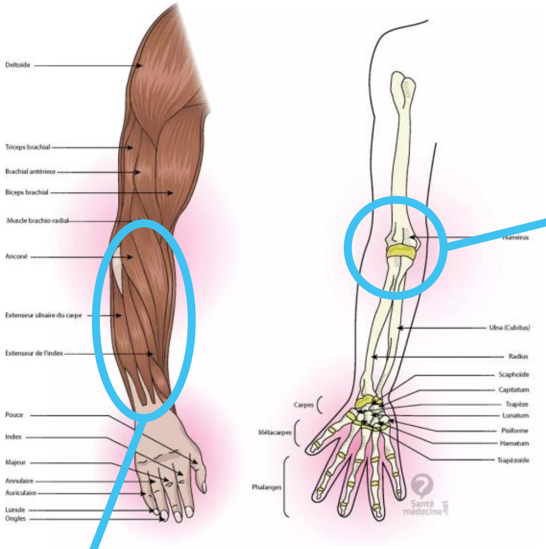
Quelles hypothèses ?



A partir de l'anatomie

Un bras

Une structure tissulaire et ostéo-articulaire



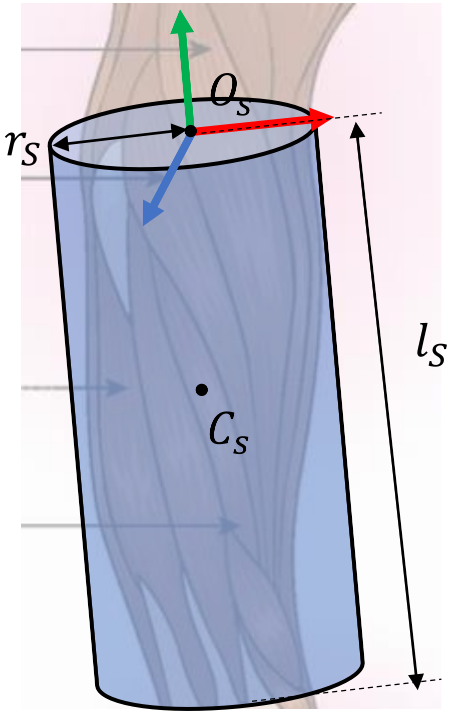
Notion d'articulation (liaison mécanique)

Notion de segment (solide rigide)

Segment

Solide rigide (indéformable) défini par une géométrie, un ou plusieurs repères et des propriétés inertielles (masse, centre de masse, inertie)

Un Segment rigide et des articulations mécaniques parfaites …



Repère associé $R_S(O_S, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$

Paramètres géométriques → repérage du segment dans l'espace (position/orientation) et ses caractéristiques (longueur, forme…)

Repérage dans le repère global **(angles segmentaires)**

Repérage dans les repères locaux → relations entre segments **(angles inter-segmentaires)**

Proche de la notion intuitive d'angles aux articulations

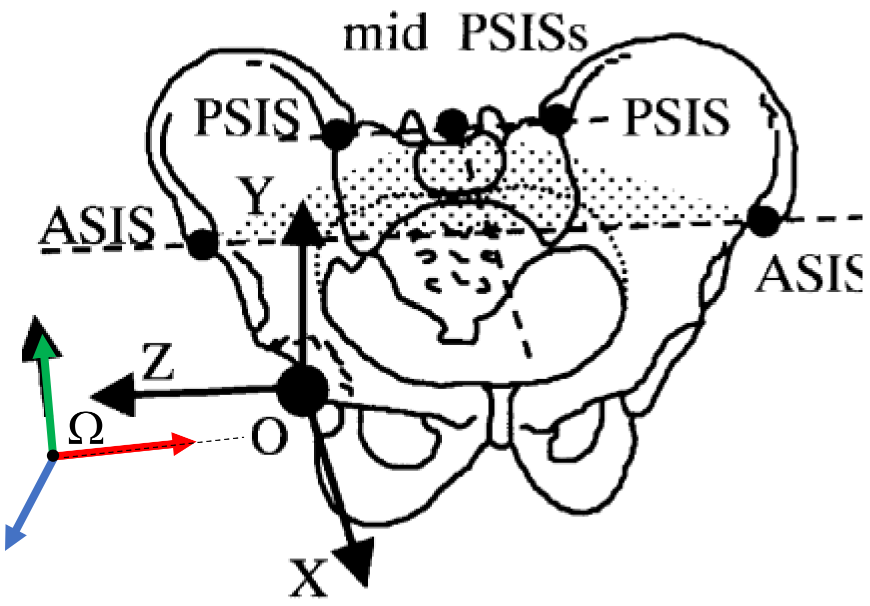
Définition du repère local au segment

- Construit à partir de repères anatomiques définissant les axes principaux de rotation
  - Z = rASIS – lASIS
  - Y = Z x (0.5*(lASIS+rASIS)-0.5*(lPSIS+rPSIS))
  - X = Y x Z
- Repère orthonormé : normalisation X, Y, Z

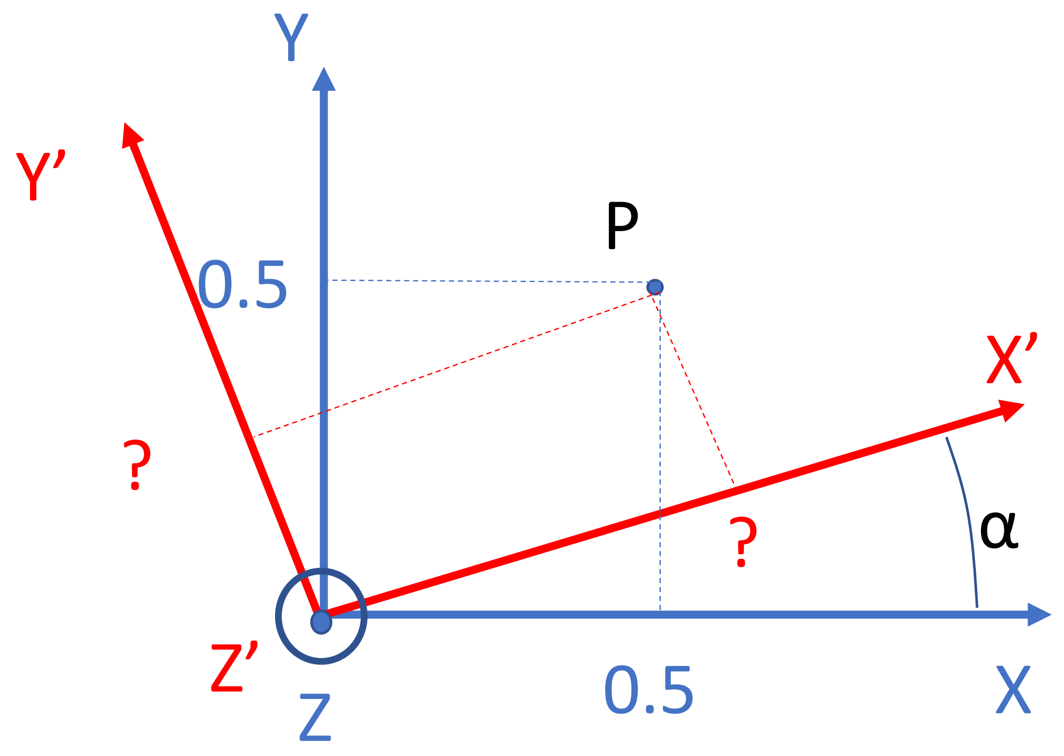
$$M_{S\to\Omega} = (X \quad Y \quad Z)$$

$$\Rightarrow M_{S\to\Omega} * \ V_S = V_\Omega$$

$$\Rightarrow M_{S\to\Omega}^{-1} * V_\Omega = V_S$$



Application numérique à un cas simple



$$X'_{R'} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\ X'_{R} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Y'_{R'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};\ Y'_{R} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Z'_{R'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};\ Z'_{R} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{R' \to R} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Application numérique à un cas simple

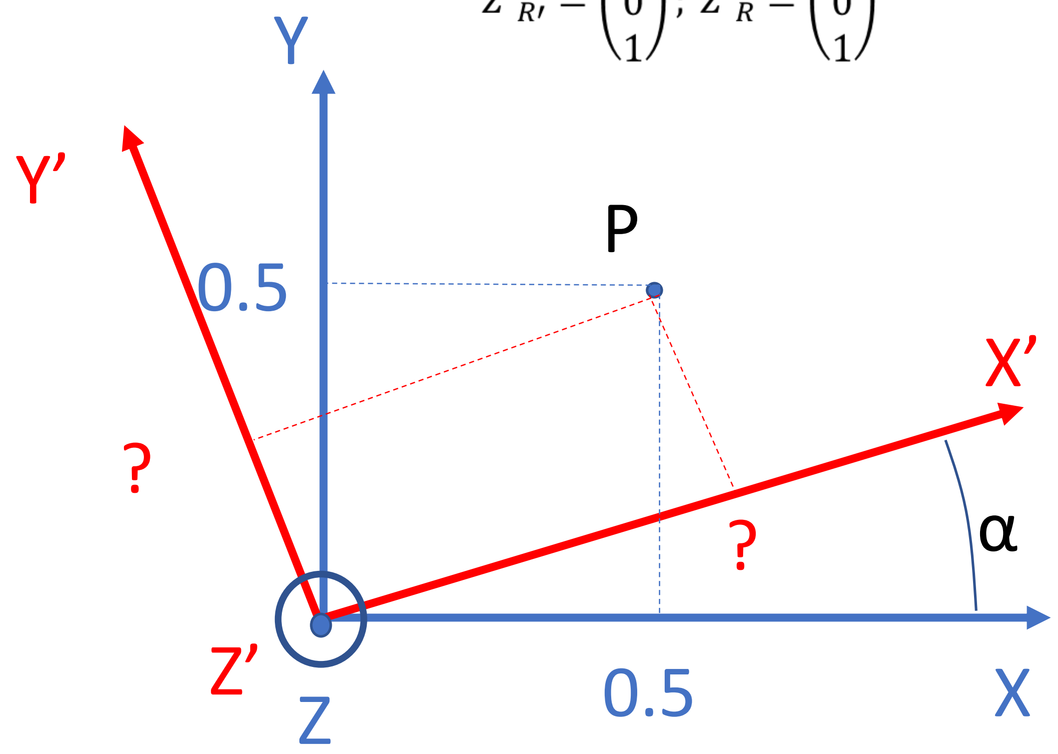
$$X'_{R'} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\ \boxed{X'_R = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$Y'_{R'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};\ X'_R = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Z'_{R'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};\ Z'_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{R'\to R} * X_{R'} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \boxed{\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}}$$



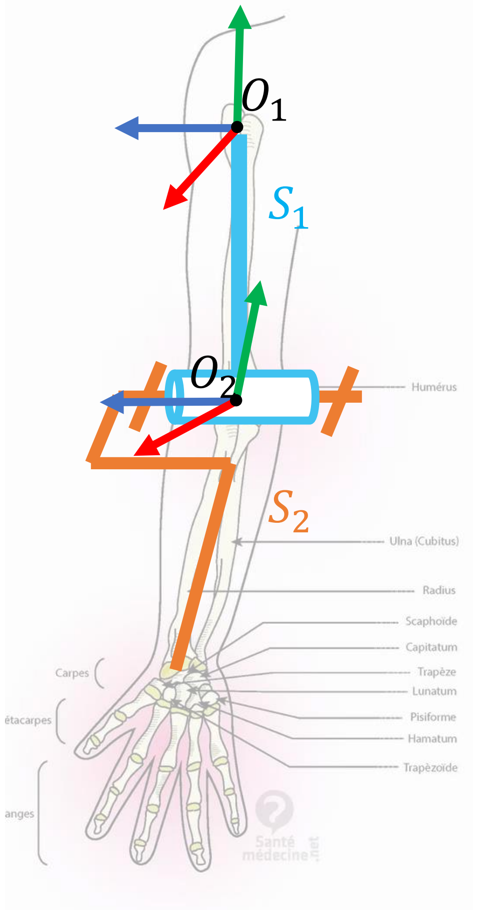
$$(M_{R'\to R})^{-1} * P_R = (M_{R'\to R})^T * P_R = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \boxed{\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$= \boxed{\begin{pmatrix} 0{,}5 * \cos(\alpha) + 0{,}5 * \sin(\alpha) \\ -0{,}5 * \sin(\alpha) + 0{,}5 * \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}}$$

Tout point P localisé sur le segment S localement P_S peut ainsi être exprimé dans le repère global Ω en utilisant $M_{S\text{->}\Omega}$: $M_{S\text{->}\Omega} * P_S = P_\Omega$

Articulation

Liaison mécanique entre deux solides rigides autorisant une mobilité définie par des degrés de liberté. Elle est définie par un torseur cinématique résumant ses degrés de liberté



La liaison entre S_1 et S_2 est une liaison pivot

Elle permet la mobilité de S_2 par rapport à S_1 en autorisant une rotation autour de $\vec{z}_1$: un degré de liberté que l'on peut ici appeler $\boldsymbol{q_1}$ **(angle articulaire)**

Quelles articulations dans le corps humain ?

1 rotation

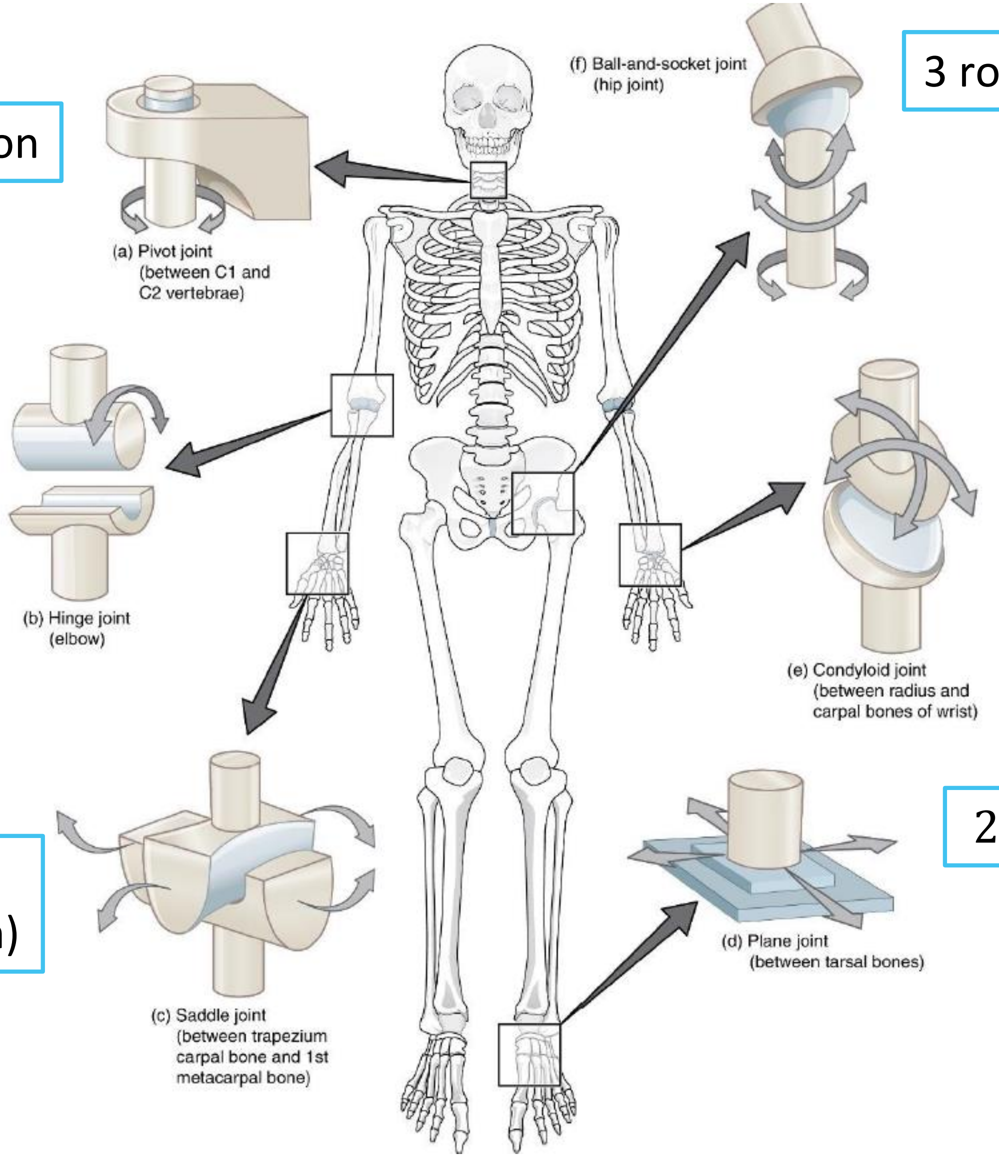
$1\ rotation$

$2\ rotations$
(simplification)

3 rotations

2 rotations

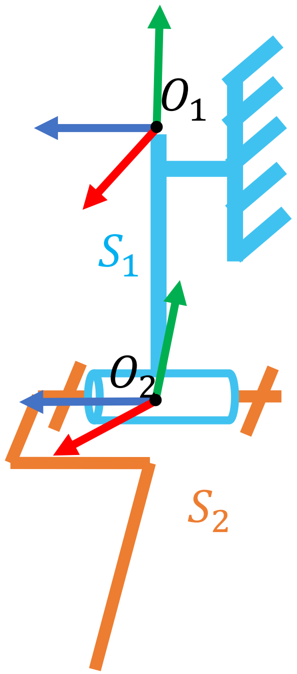
$2\ translations + 1\ rotation$



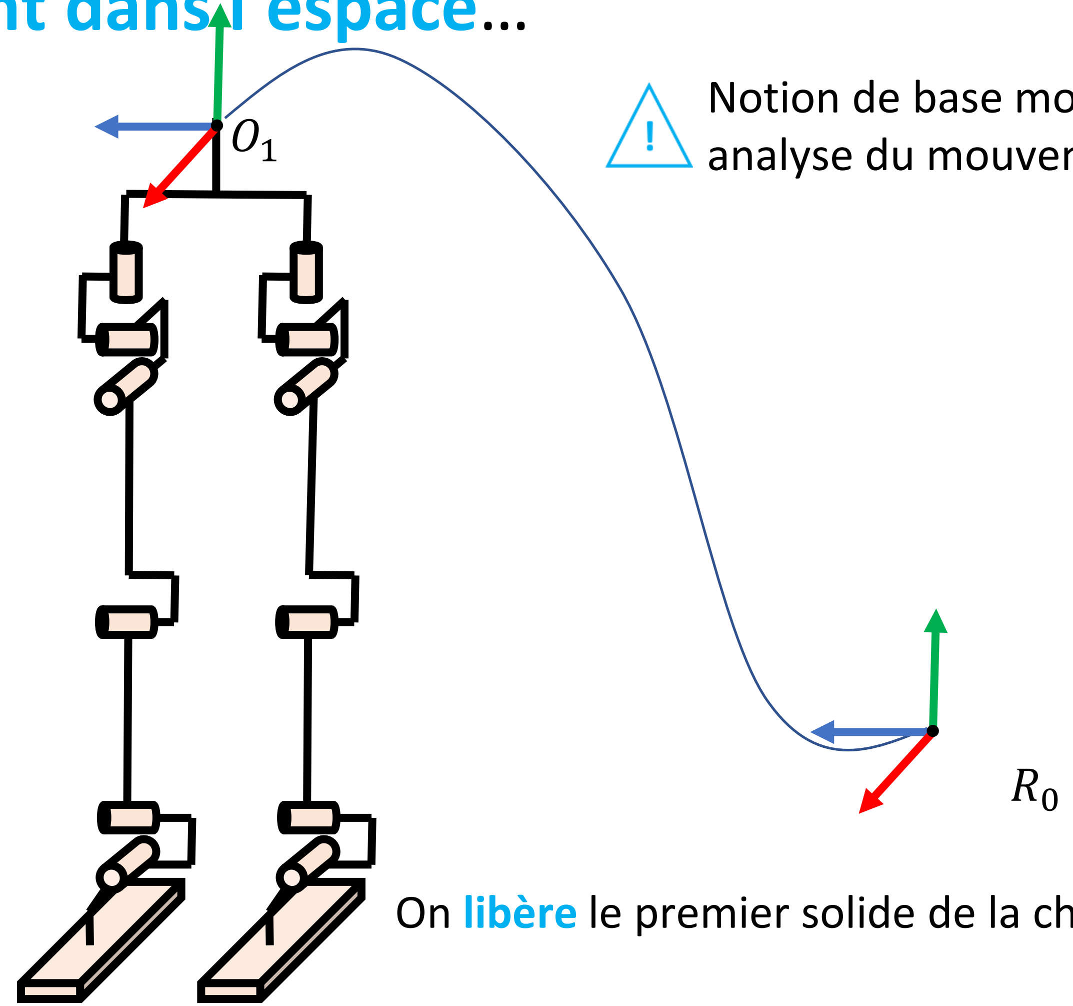
Confer cours d’anatomie

Notion de base

- Les solides ne bougent pas **librement dans l'espace**…



On **fixe** le premier solide de la chaine – « racine »



Notion de base mobile en analyse du mouvement

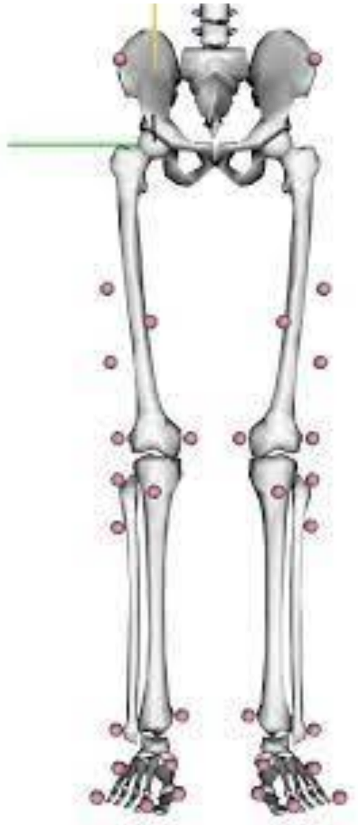
On **libère** le premier solide de la chaine

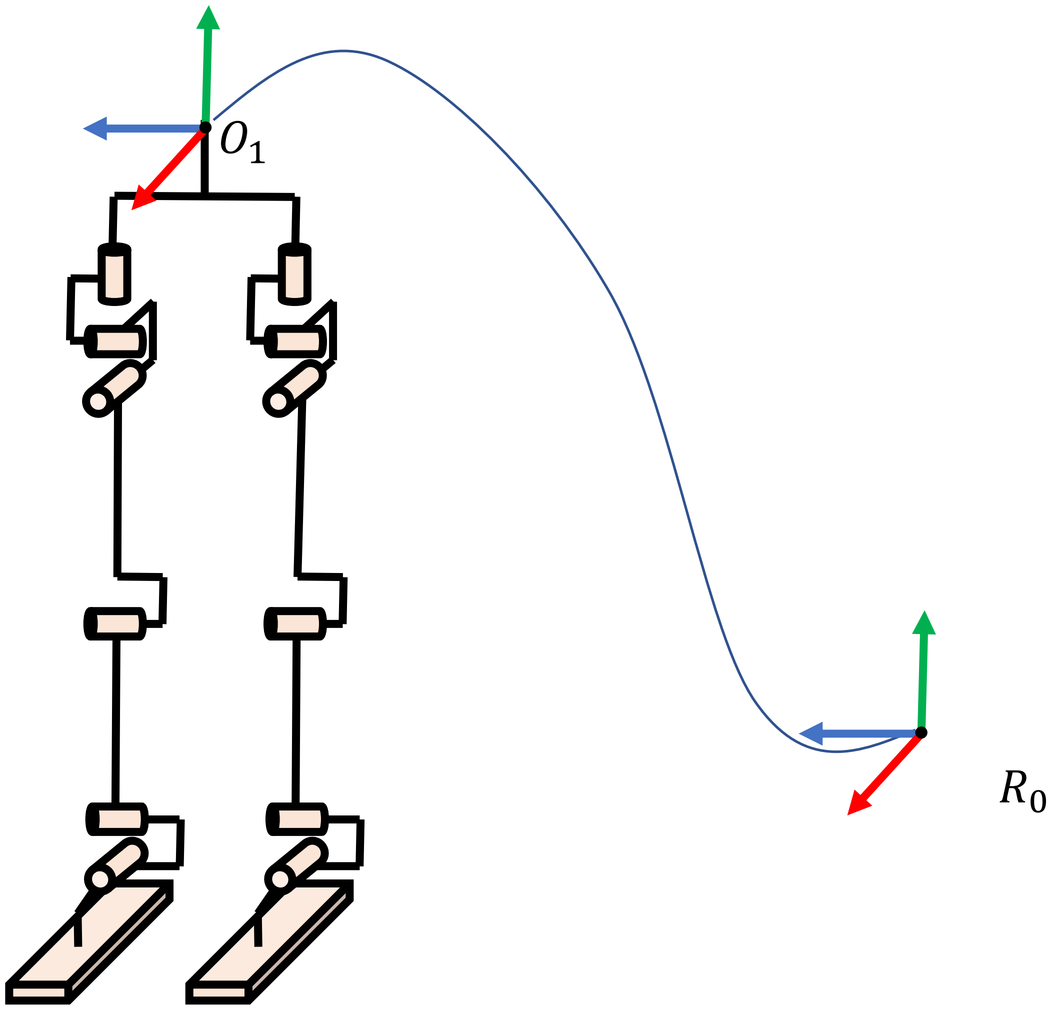
Notion de géométrie/cinématique directe

- Mise en correspondance entre des mesures de marqueurs externes, et un modèle théorique + articulations parfaites

➔ Position de chaque marqueur = f(angles, modèle)

Oblige à combiner les transformations géométriques





Mise à l'échelle du modèle

Modèle générique

- Structure
- Articulations
- Dimensions
- Masses

Modèle individualisé

= Structure

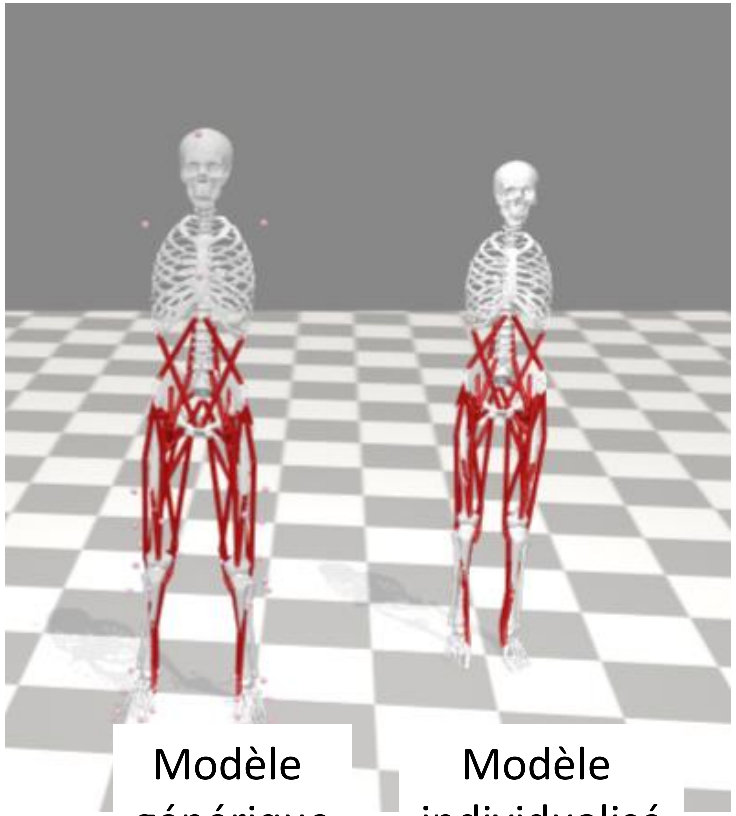
= Articulations

≠ Dimensions

≠ Masses

Nécessite donc une mise à l'échelle du modèle générique
pour s'adapter au sujet de votre étude

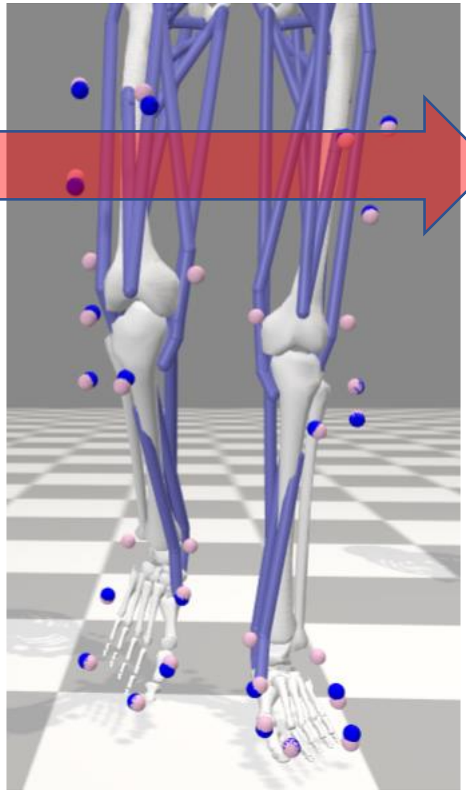
➔ Appliquer des ratios sur les dimensions de chaque segment



OpenSim

Méthode directe d'évaluation des angles articulaires

- Mettre en correspondance un modèle exprimant des angles (symboliques) et des matrices de passages (numériques) sur les données expérimentales



Modèle théorique

X=f(*angles*)

Données expérimentales

$$M_{S1 \rightarrow S2} = \begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

Définition du modèle théorique : Composition de rotations

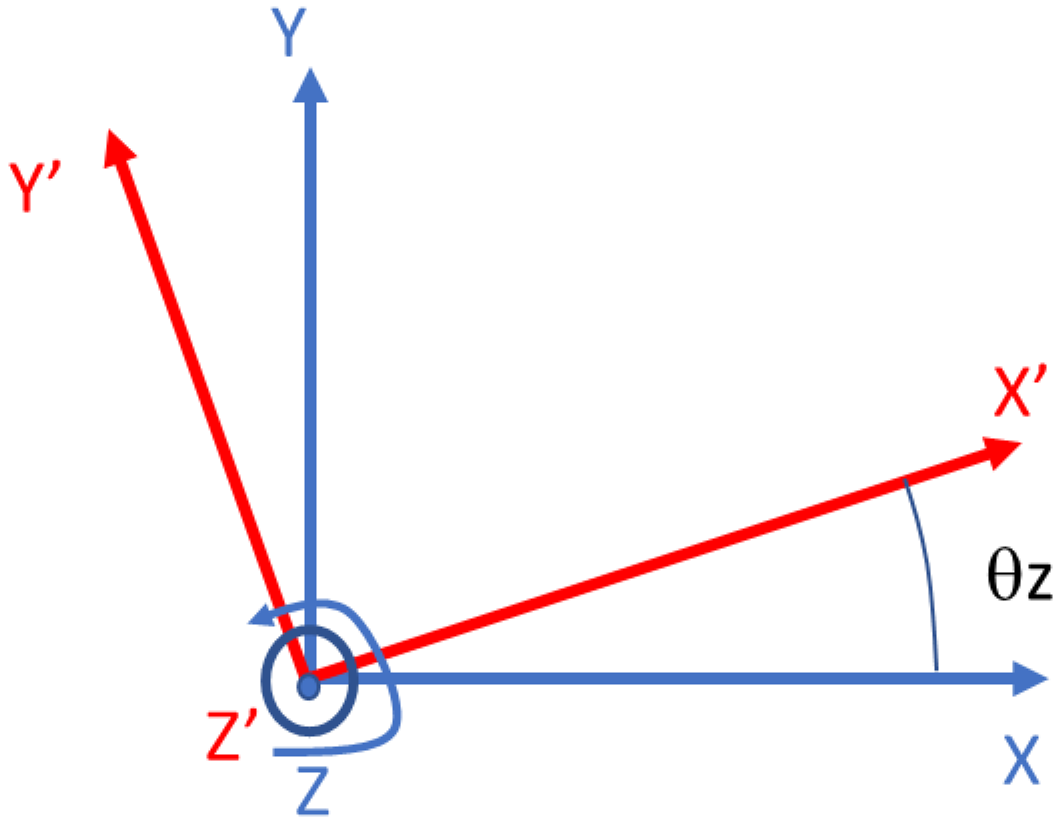
- Artculations +/- complexes
- Rotation en 3D vue comme une séquence de rotations 1D : principe des repères tournants (type « Angles d’Euler »)
  - Ordre des rotations
  - Décomposition sur un repère orthonormé

$$Rx = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta x) & -\sin(\theta x) \\ 0 & \sin(\theta x) & \cos(\theta x) \end{pmatrix} \quad Ry = \begin{pmatrix} \cos(\theta y) & 0 & \sin(\theta y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta y) & 0 & \cos(\theta x) \end{pmatrix}$$

$$Rz = \begin{pmatrix} \cos(\theta z) & -\sin(\theta z) & 0 \\ \sin(\theta z) & \cos(\theta z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Composition de rotations

- Cas de deux rotations dans l'ordre Rz puis Ry

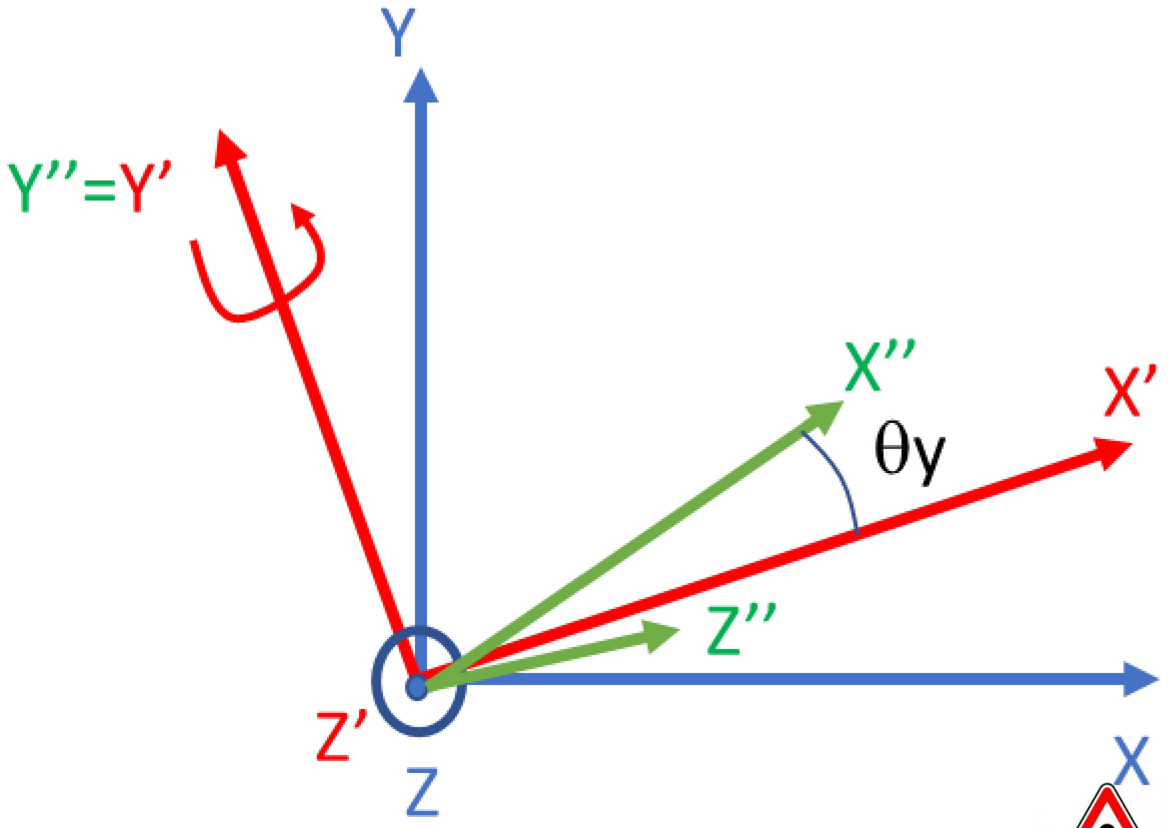


$$M_{R' \to R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta z) & -\sin(\theta z) & 0 \\ \sin(\theta z) & \cos(\theta z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{R' \to R} * V_{R'} = V_R$$

Composition de rotations

- Cas de deux rotations dans l'ordre Rz puis Ry



$$M_{R'\to R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta z) & -\sin(\theta z) & 0 \\ \sin(\theta z) & \cos(\theta z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{R'\to R} * \boxed{V_{R'}} = V_R$$

$$M_{R''\to R'} = \begin{pmatrix} \cos(\theta y) & 0 & \sin(\theta z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta z) & 0 & \cos(\theta y) \end{pmatrix}$$

$$M_{R''\to R'} * V_{R''} = \boxed{V_{R'}}$$

$$\underbrace{M_{R'\to R} * M_{R''\to R'}}_{M_{R''\to R}} * V_{R''} = V_R$$

ATTENTION A L'ORDRE DES MULTIPLICATIONS

Modélisation de l’articulation

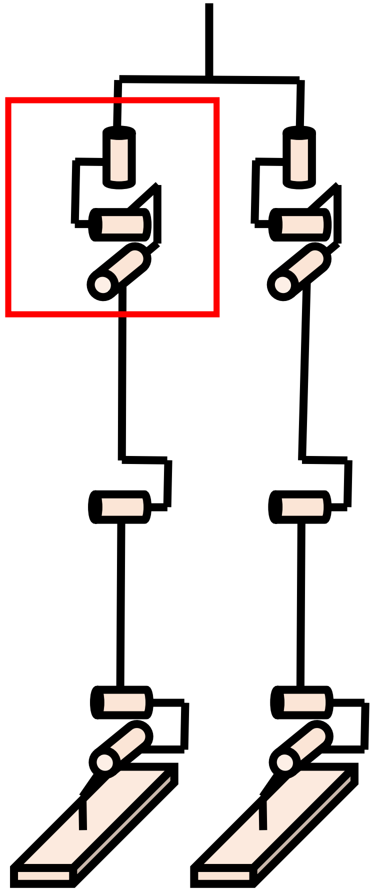
- Cas d’une articulation composée de 3 rotations dans l’ordre Z,Y,X

$$\underbrace{\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{R'}\to \boldsymbol{R}} * \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{R''}\to \boldsymbol{R'}} * \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{R'''}\to \boldsymbol{R''}}} * \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{R'''}} = \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{R}}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta z) & -\sin(\theta z) & 0 \\ \sin(\theta z) & \cos(\theta z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos(\theta y) & 0 & \sin(\theta y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta y) & 0 & \cos(\theta y) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta x) & -\sin(\theta x) \\ 0 & \sin(\theta x) & \cos(\theta x) \end{pmatrix}$$

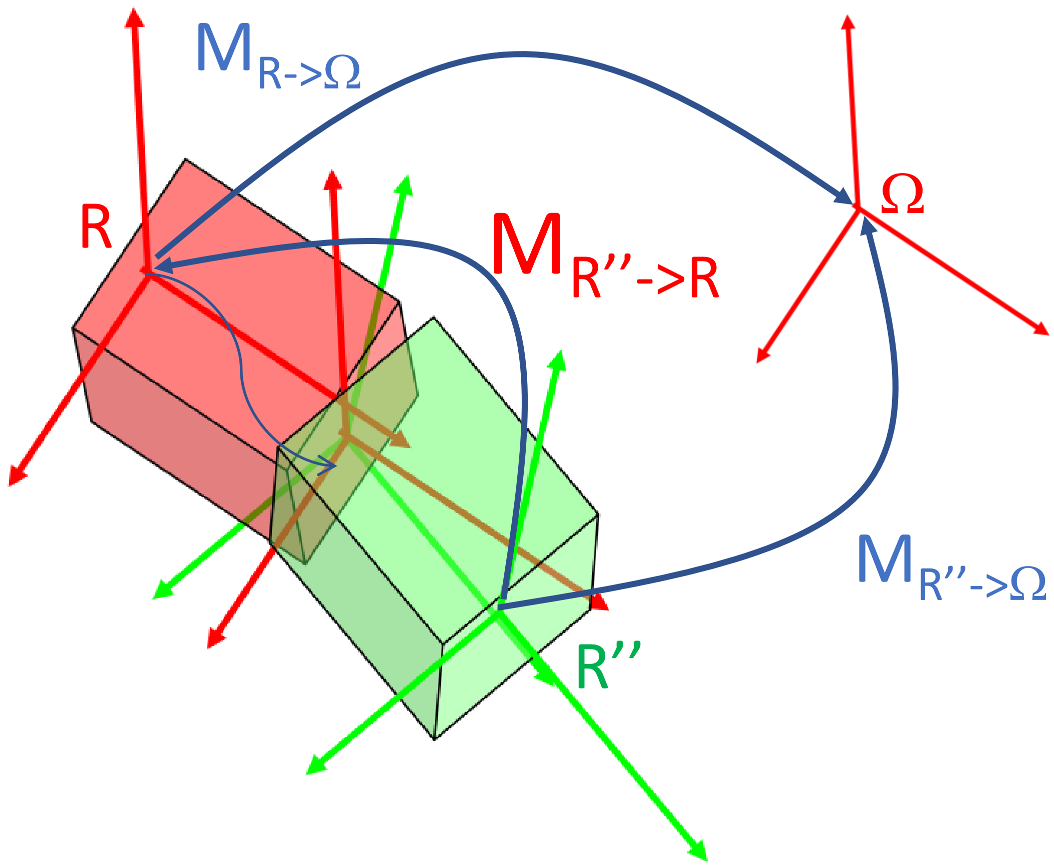
=

[cos(ty)*cos(tz), cos(tz)*sin(tx)*sin(ty) - cos(tx)*sin(tz), sin(tx)*sin(tz) + cos(tx)*cos(tz)*sin(ty)]
[cos(ty)*sin(tz), cos(tx)*cos(tz) + sin(tx)*sin(ty)*sin(tz), cos(tx)*sin(ty)*sin(tz) - cos(tz)*sin(tx)]
[-sin(ty), cos(ty)*sin(tx), cos(tx)*cos(ty)]

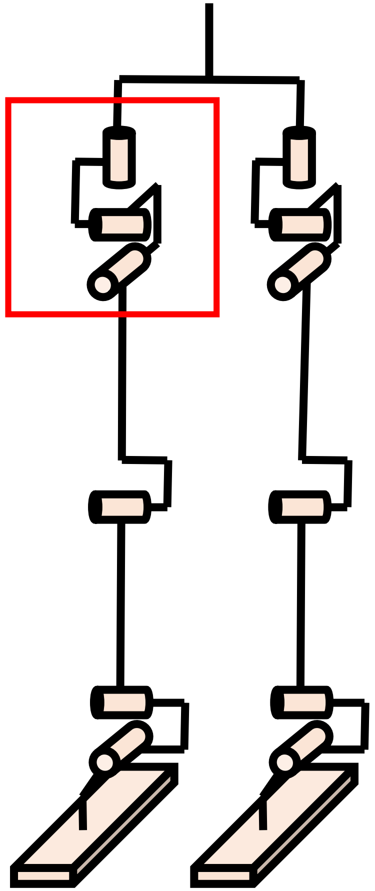


Modélisation de l'articulation

- Cas d'une articulation composée de 3 rotations dans l'ordre Z,Y,X

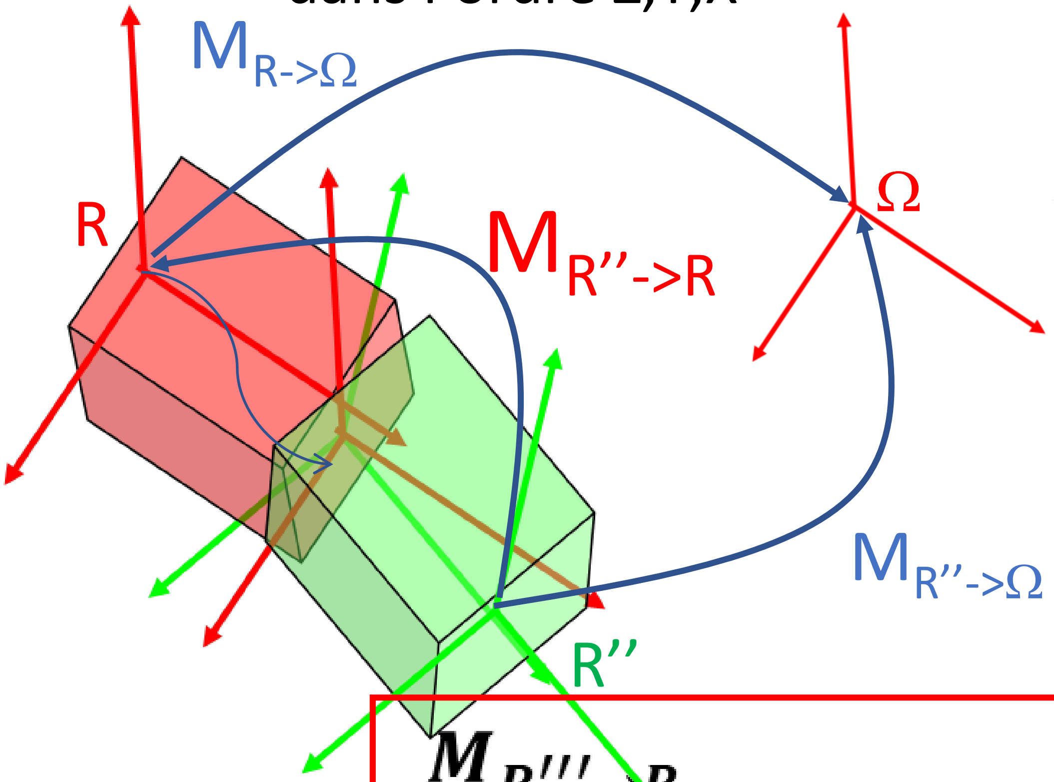


$$M_{R'''\to R} = M_{\Omega\to R} * M_{R'''\to\Omega}$$
$$M_{R'''\to R} = M_{R\to\Omega}{}^{T} * M_{R'''\to\Omega}$$



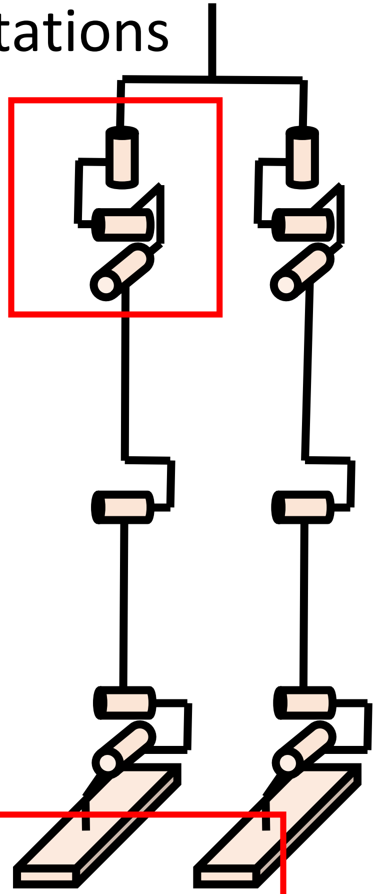
Modélisation de l’articulation

- Données expérimentales : Cas d’une articulation composée de 3 rotations dans l’ordre Z,Y,X



$$\boldsymbol{M}_{R'''\to R} = \boldsymbol{M}_{\Omega\to R} * \boldsymbol{M}_{R'''\to\Omega}$$

$$\boldsymbol{M}_{R'''\to R} = \boldsymbol{M}_{R\to\Omega}{}^{T} * \boldsymbol{M}_{R'''\to\Omega}$$



$$\boxed{\boldsymbol{M}_{R'''\to R} = (\boldsymbol{X}_{R\ /\Omega} \quad \boldsymbol{Y}_{R\ /\Omega} \quad \boldsymbol{Z}_{R\ /\Omega})^{T} * (\boldsymbol{X}_{R'''/\Omega} \quad \boldsymbol{Y}_{R'''/\Omega} \quad \boldsymbol{Z}_{R'''/\Omega})}$$

Modélisation de l’articulation

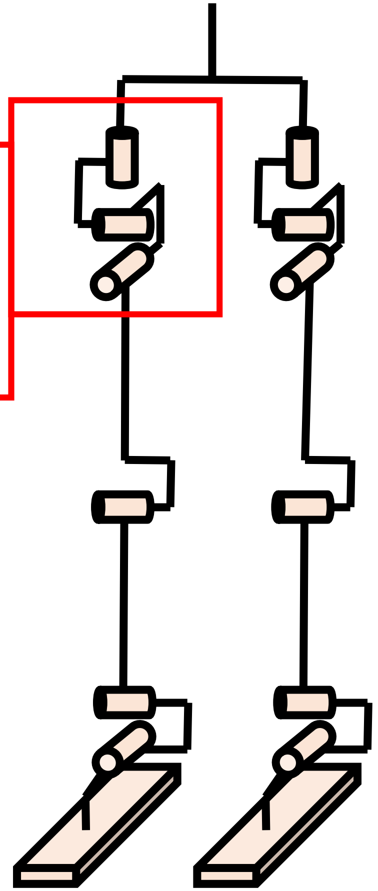
- Cas d’une articulation composée de 3 rotations dans l’ordre Z,Y,X

[cos(ty)*cos(tz), cos(tz)*sin(tx)*sin(ty) - cos(tx)*sin(tz), sin(tx)*sin(tz) + cos(tx)*cos(tz)*sin(ty)]
[cos(ty)*sin(tz), cos(tx)*cos(tz) + sin(tx)*sin(ty)*sin(tz), cos(tx)*sin(ty)*sin(tz) - cos(tz)*sin(tx)]
[-sin(ty), cos(ty)*sin(tx), cos(tx)*cos(ty)]

=

$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{R'''}\to\boldsymbol{R}} = \left(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{R}\ /\Omega}\quad \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{R}\ /\Omega}\quad \boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{R}\ /\Omega}\right)^{\boldsymbol{T}} * \left(\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{R'''}/\Omega}\quad \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{R'''}/\Omega}\quad \boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{R'''}/\Omega}\right)$$

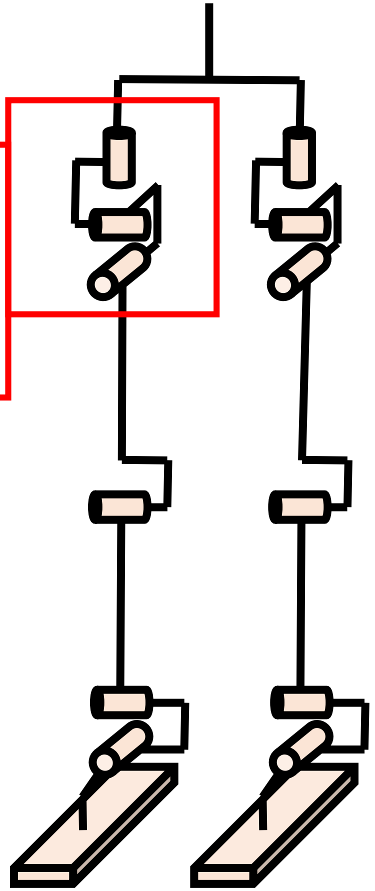
$$=\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$



Modélisation de l'articulation

- Cas d'une articulation composée de 3 rotations dans l'ordre Z,Y,X

[cos(ty)*cos(tz), cos(tz)*sin(tx)*sin(ty) - cos(tx)*sin(tz), sin(tx)*sin(tz) + cos(tx)*cos(tz)*sin(ty)]
[cos(ty)*sin(tz), cos(tx)*cos(tz) + sin(tx)*sin(ty)*sin(tz), cos(tx)*sin(ty)*sin(tz) - cos(tz)*sin(tx)]
[-sin(ty), cos(ty)*sin(tx), cos(tx)*cos(ty)]



$$=\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

$$\frac{a32}{a33} = \frac{\cos(ty)*\sin(tx)}{\cos(tx)*\cos(ty)} = \tan(tx)$$

$$tx = \mathrm{atan2}\left(\frac{a32}{a33}\right)$$

Modélisation de l’articulation

- Cas d’une articulation composée de 3 rotations dans l’ordre Z,Y,X

=

[cos(ty)*cos(tz), cos(tz)*sin(tx)*sin(ty) - cos(tx)*sin(tz), sin(tx)*sin(tz) + cos(tx)*cos(tz)*sin(ty)]
[cos(ty)*sin(tz), cos(tx)*cos(tz) + sin(tx)*sin(ty)*sin(tz), cos(tx)*sin(ty)*sin(tz) - cos(tz)*sin(tx)]
[-sin(ty), cos(ty)*sin(tx), cos(tx)*cos(ty)]

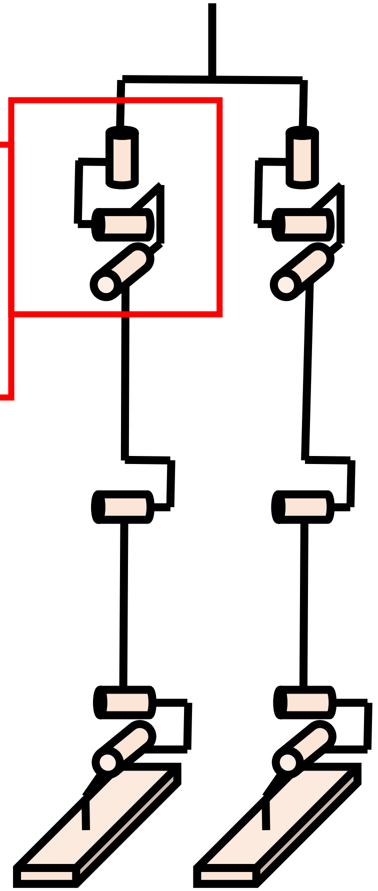
$$=\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

$$\frac{a32}{a33}=\frac{\cos(ty)*\sin(tx)}{\cos(tx)*\cos(ty)}=\tan(tx)$$

$$tx=\mathrm{atan2}\left(\frac{a32}{a33}\right)$$

$$\frac{a21}{a11}=\frac{\cos(ty)*\sin(tz)}{\cos(ty)*\cos(tz)}=\tan(tz)$$

$$tz=\mathrm{atan2}\left(\frac{a21}{a11}\right)$$

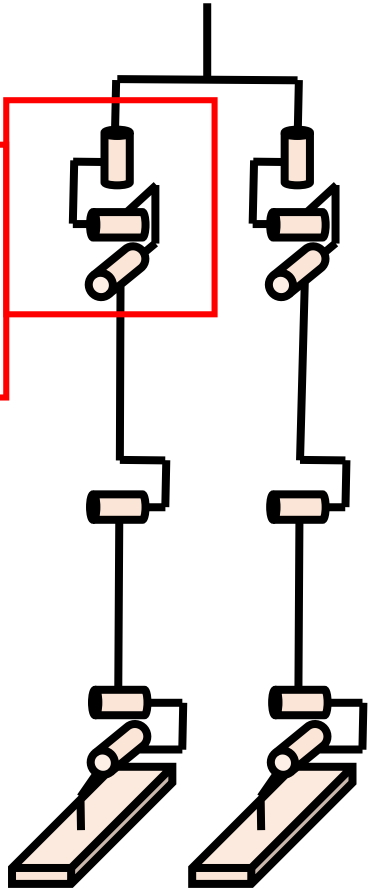


Modélisation de l’articulation

- Cas d’une articulation composée de 3 rotations dans l’ordre Z,Y,X

=

[cos(ty)*cos(tz), cos(tz)*sin(tx)*sin(ty) - cos(tx)*sin(tz), sin(tx)*sin(tz) + cos(tx)*cos(tz)*sin(ty)]
[cos(ty)*sin(tz), cos(tx)*cos(tz) + sin(tx)*sin(ty)*sin(tz), cos(tx)*sin(ty)*sin(tz) - cos(tz)*sin(tx)]
[-sin(ty), cos(ty)*sin(tx), cos(tx)*cos(ty)]



$$=\begin{pmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{pmatrix}$$

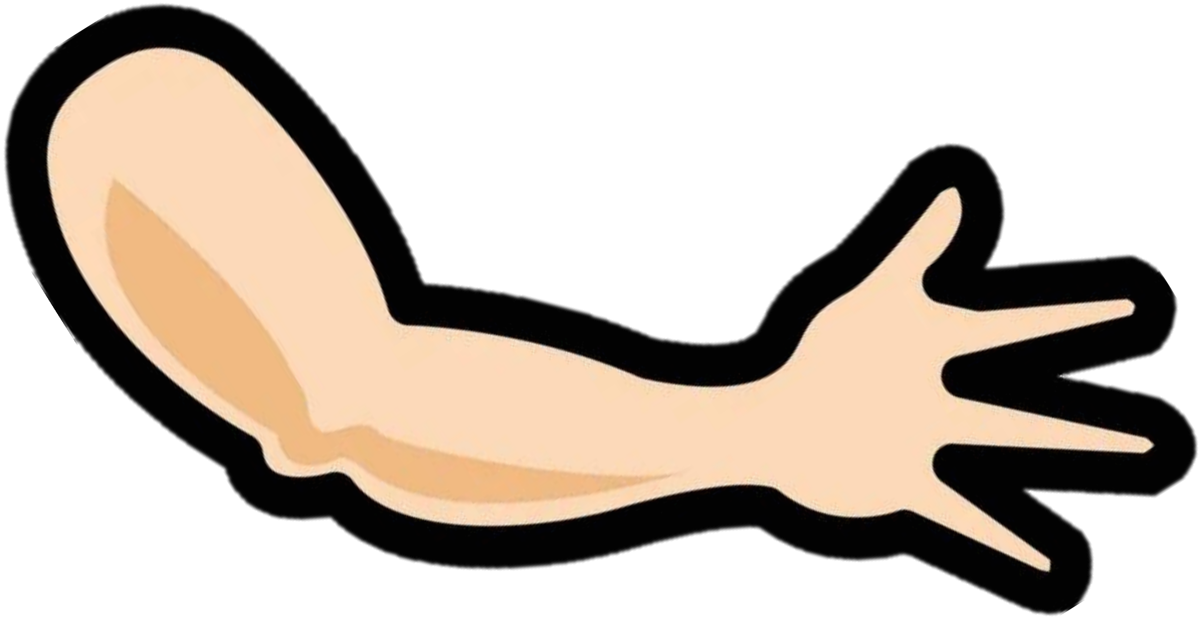
$$tx=\mathrm{atan2}\left(\frac{a32}{a33}\right)$$

$$tz=\mathrm{atan2}\left(\frac{a21}{a11}\right)$$

$$\frac{a31}{a11} = \frac{-\sin(ty)}{\cos(ty)*\cos(tz)} = -\frac{1}{\cos(tz)}*\tan(ty)$$

$$ty=\mathrm{atan2}\left(-\cos(tz)*\frac{a31}{a11}\right)$$

Quelle démarche ?



Objectif visé ⍰ éléments à modéliser

Locomotion

Pratique de la guitare

Service au tennis

Objectif visé ? Choix de modélisation

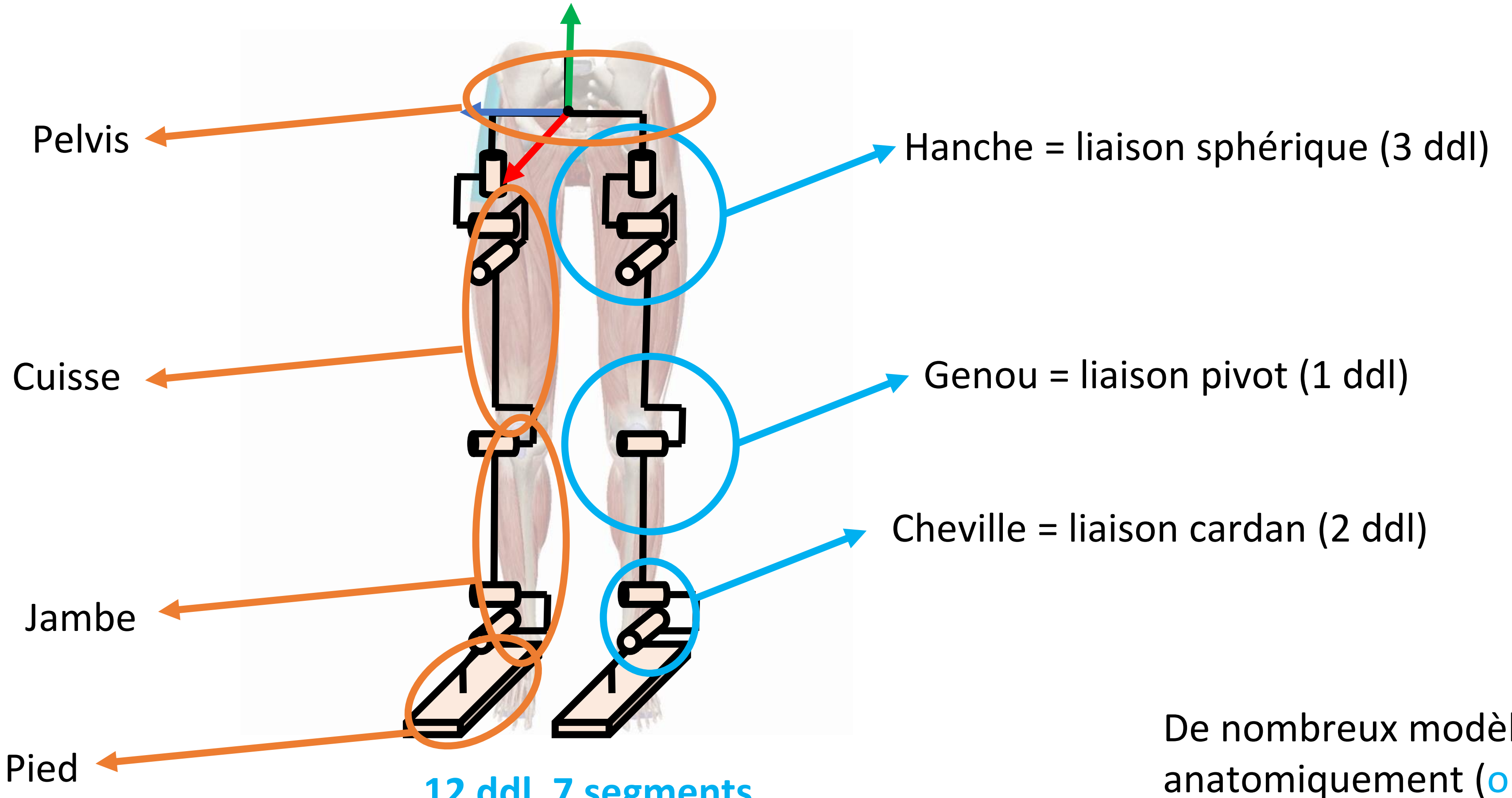
Choix des segments et des articulations

-analyse de la structure osseuse
-analyse des mobilités fonctionnelles

Analyses Macro (marche, course, saut…)
->rarement de détail (orteils, os sésamoïdes, os plats…)

Analyses 2D
-> ok en première approche pour les mouvements avec une direction principale
(course, saut en longueur,…)

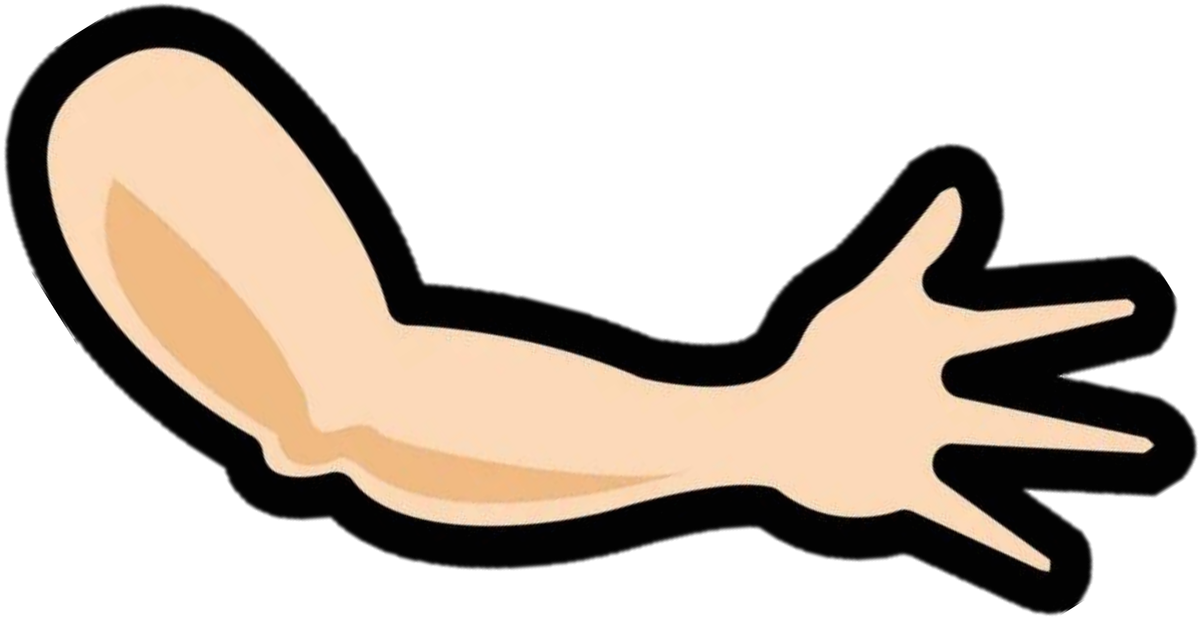
Modèle biomécanique simple
membres inférieurs



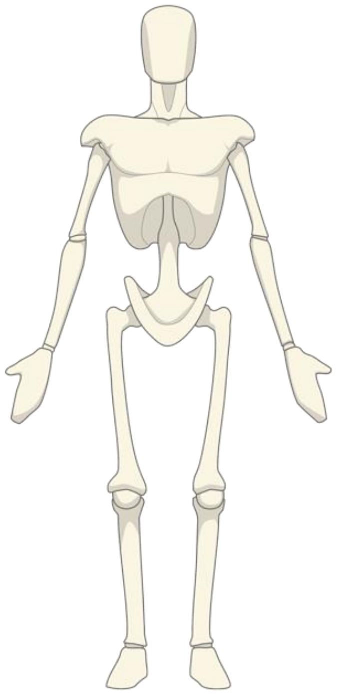
12 ddl, 7 segments

De nombreux modèles + complexes, + fidèles anatomiquement (orientation des axes de rotation, fermetures cinématiques, dépendances cinématiques…)

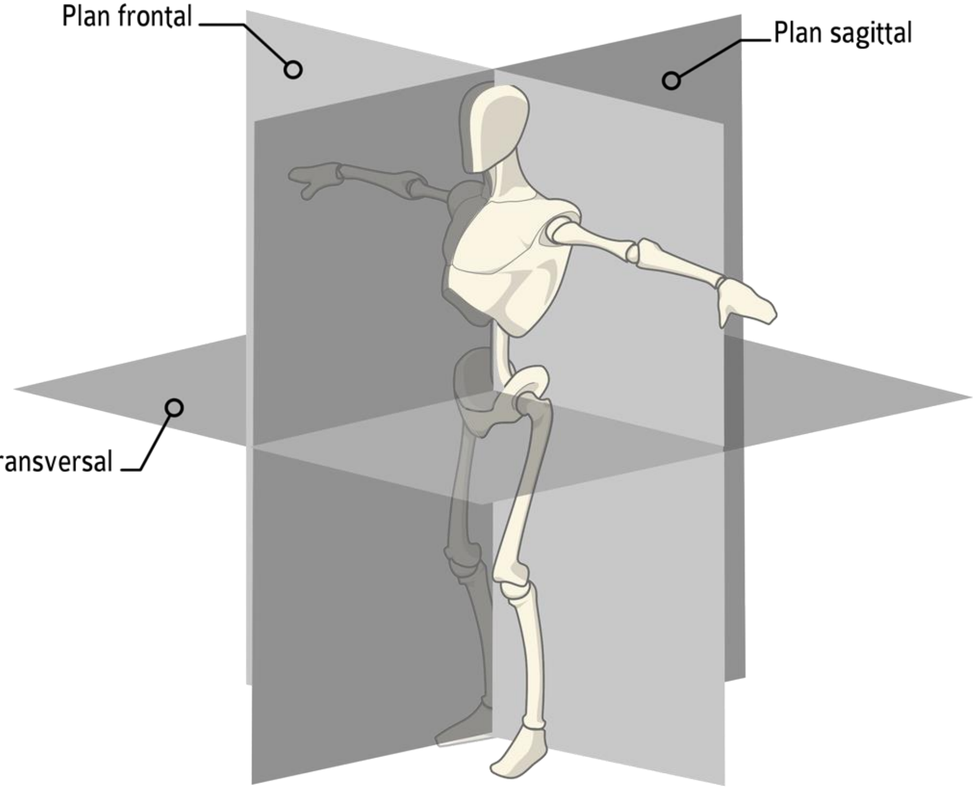
Quelles conventions ?



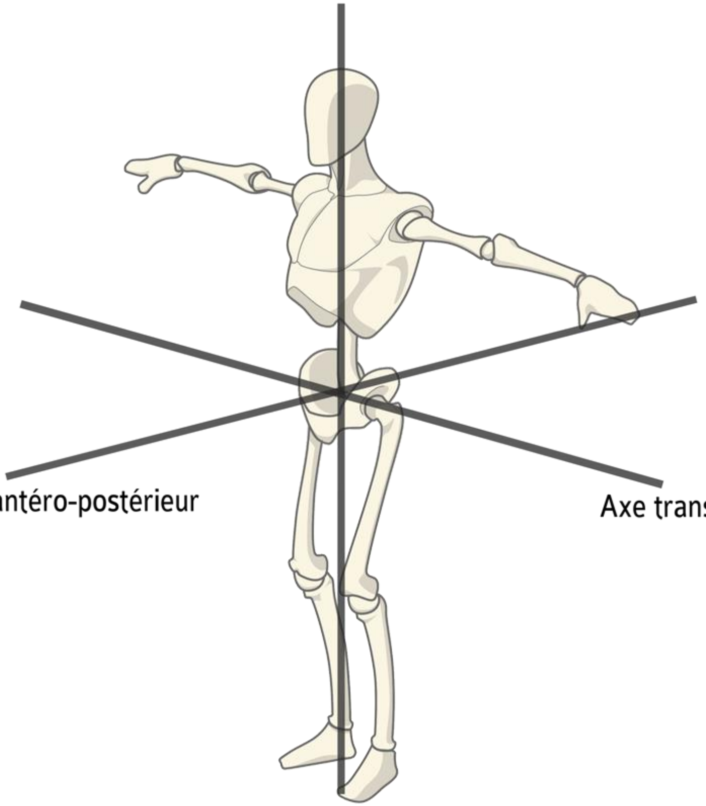
Plans et axes anatomiques



Position anatomique de référence



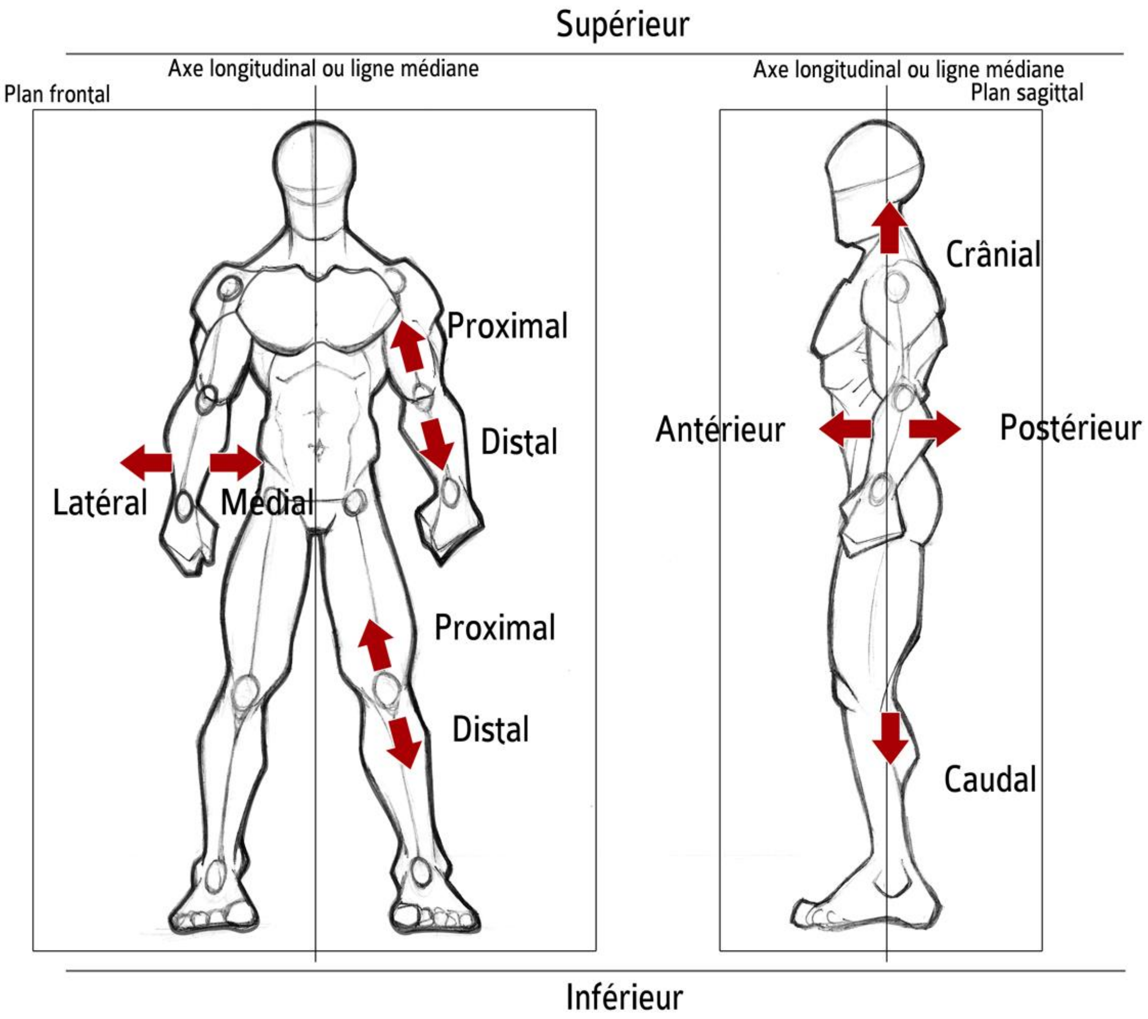
Plans anatomiques



Axes anatomiques

https://www.sci-sport.com/theorie/chapitre-2-description-anatomique-du-mouvement.php#

Définitions anatomiques



https://www.sci-sport.com/theorie/chapitre-2-description-anatomique-du-mouvement.php#

Repérage et paramétrage

Journal of Biomechanics
Volume 35, Issue 4, April 2002, Pages 543-548

Letter to the editor

ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion—part I: ankle, hip, and spine

Ge Wu [a], Sorin Siegler [b, 1], Paul Allard [c, 1], Chris Kirtley [d, 1], Alberto Leardini [e, 1, 2], Dieter Rosenbaum [f, 1], Mike Whittle [g, 1], Darryl D D'Lima [h, 2], Luca Cristofolini [i, 2], Hartmut Witte [j, 2], Oskar Schmid [k, 2], Ian Stokes [l, 3]

Show more

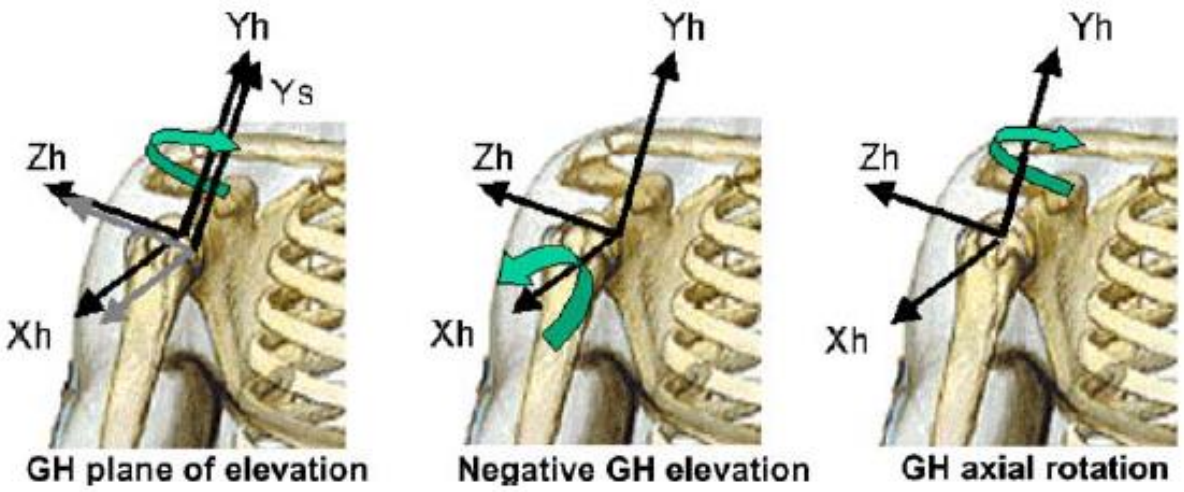
Journal of Biomechanics
Volume 38, Issue 5, May 2005, Pages 981-992

ISB recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint motion—Part II: shoulder, elbow, wrist and hand

Ge Wu [a, 1], Frans C.T. van der Helm [b, 2], H.E.J. (DirkJan) Veeger [c, d, 2], Mohsen Makhsous [e, 2], Peter Van Roy [f, 2], Carolyn Anglin [g, 2], Jochem Nagels [h, 2], Andrew R. Karduna [i, 2], Kevin McQuade [j, 2], Xuguang Wang [k, 2], Frederick W. Werner [l, 3, 4], Bryan Buchholz [m, 3]

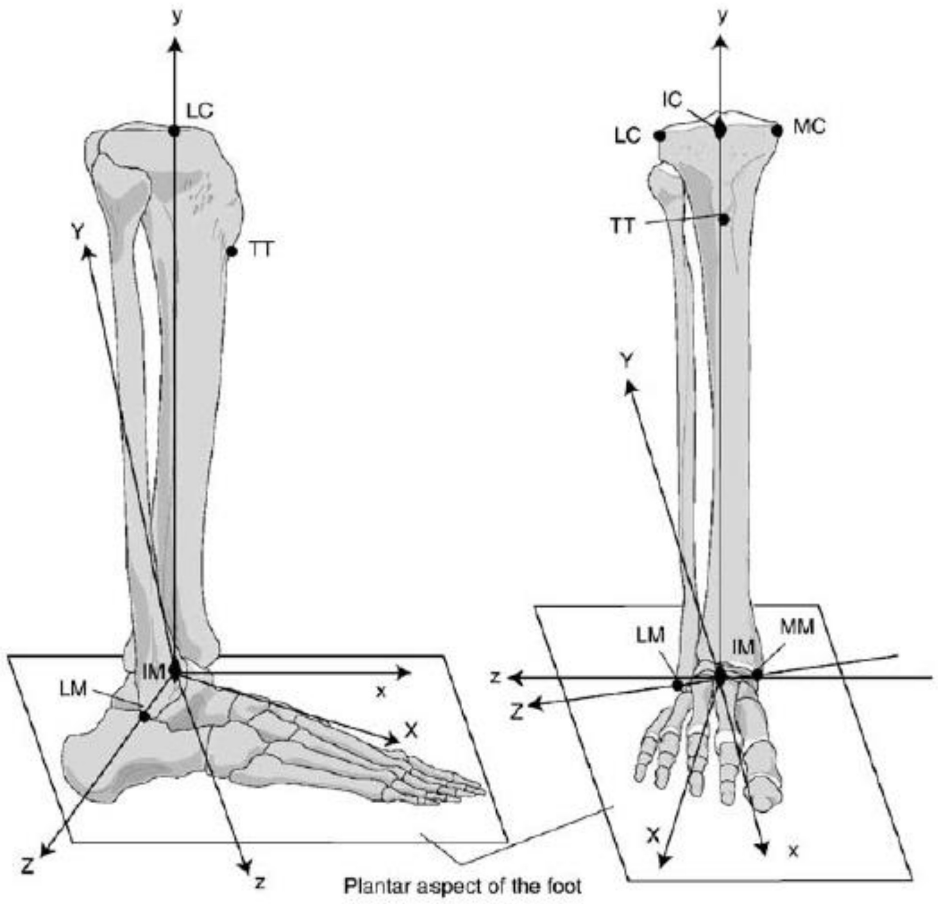
→ Conventions de repérage des segments corporels et de paramétrage des mobilités

Exemples



Liaison **gléno-humérale**

- y **longitudinal**
- x **antéro-postérieur la plupart du temps**
- z **transverse (médio-latéral)**



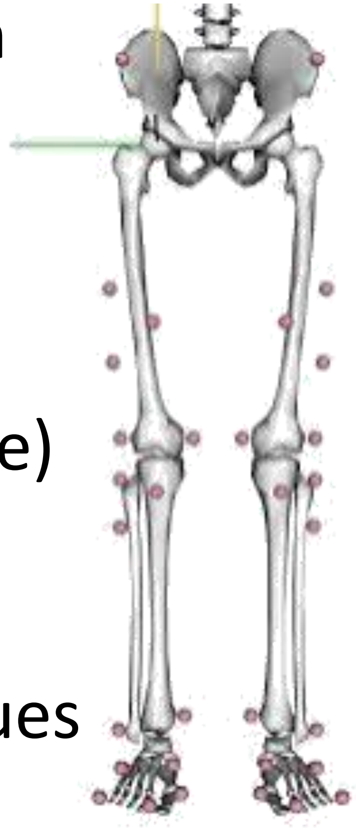
Repérage **tibia-fibula & calcaneus**

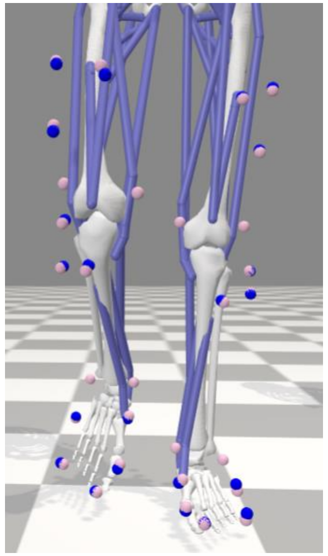
Notion de géométrie/cinématique directe

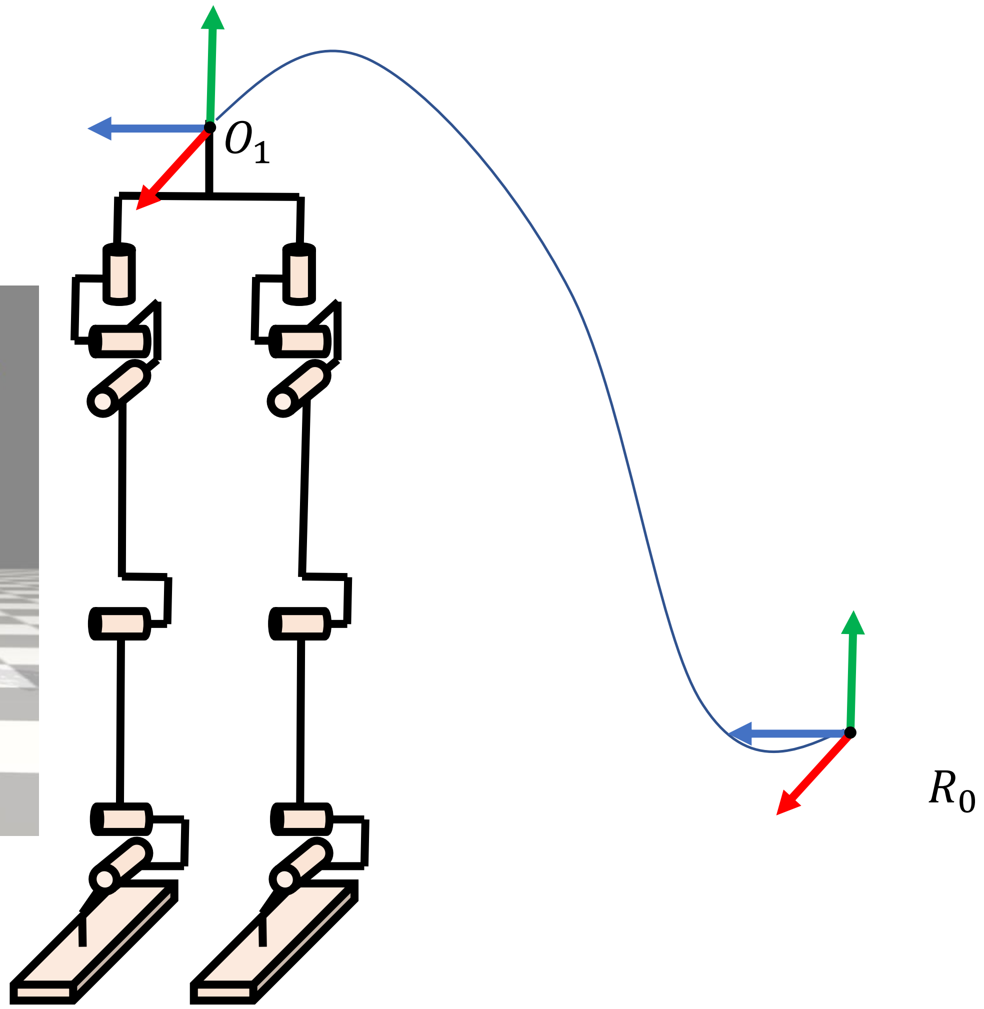
- Mise en correspondance entre des mesures de marqueurs externes, et un modèle théorique + articulations parfaites

➔ Position de chaque marqueur = f(angles, modèle)

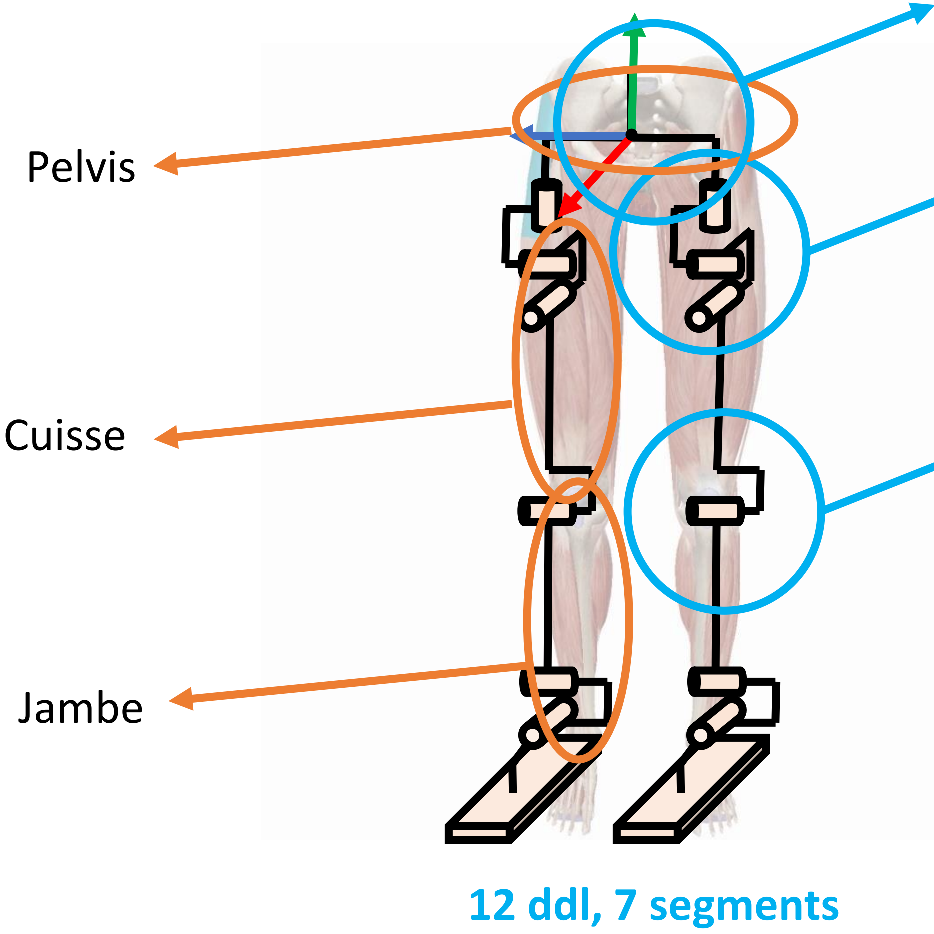
Oblige à combiner les transformations géométriques







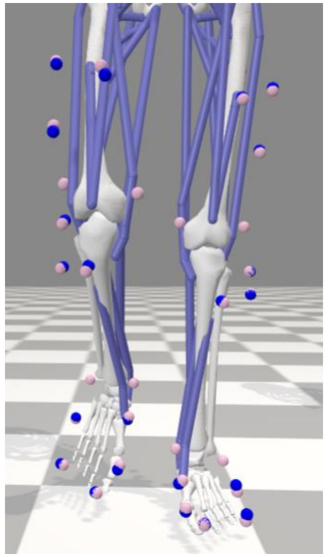
Application : modélisation de la chaîne pelvienne

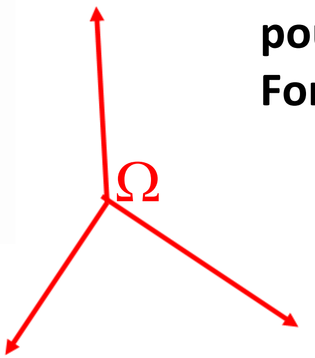


orientation globale du Pelvis dans le monde (3 ddl)

Hanche = liaison sphérique (3 ddl)

Genou = liaison pivot (1 ddl)



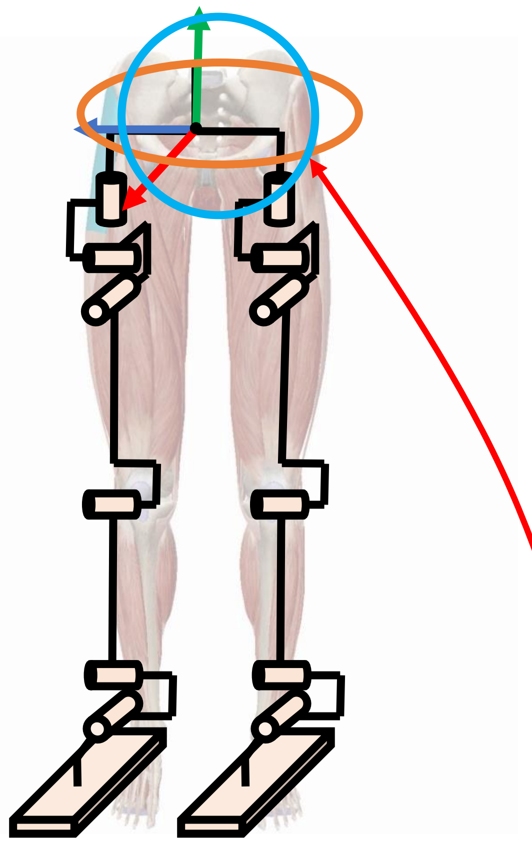


Objectif : connaître les positions de tous les marqueurs *i* utilisés pour la mesure, en fonction des angles aux articulations *q*

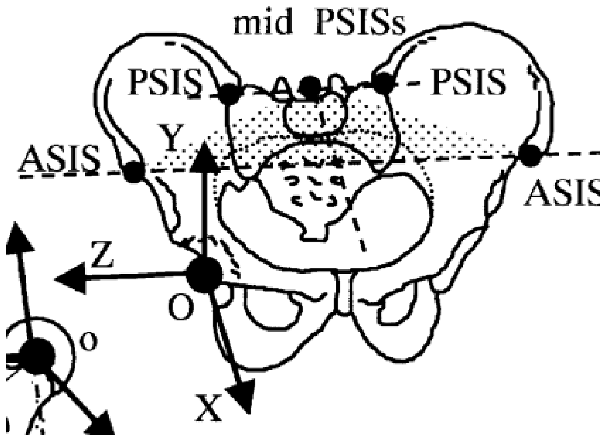
Fonction de « cinématique directe » ou « géométrie directe »

$$x^{i}_{mod}(q)$$

Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Z = rASIS – lASIS
Y = Z x (0.5*(lASIS+rASIS)-0.5*(lPSIS+rPSIS))
X = Y x Z



Changement de repère : recommandation ISB « Y-Up »
- position de « référence » (angles « 0 »)

$$M_{P0\to\Omega} = \begin{pmatrix} X & Y & Z \end{pmatrix}$$

Angles liés au mouvement θx θy θz, dans l'ordre X,Y puis Z

$$M_{P\to P0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta x) & -\sin(\theta x) \\ 0 & \sin(\theta x) & \cos(\theta x) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos(\theta y) & 0 & \sin(\theta y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta y) & 0 & \cos(\theta y) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos(\theta z) & -\sin(\theta z) & 0 \\ \sin(\theta z) & \cos(\theta z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Prise en compte des Translations

Rotation 3x3

Matrices homogènes 4x4 pour intégrer les translations

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} a11 & a12 & a12 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{matrix}} & \begin{matrix} tx \\ ty \\ tz \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & \quad 0 & \quad 0 \end{matrix} & 1 \end{pmatrix}$$

Matrice de translation pure, dans le repère actuel

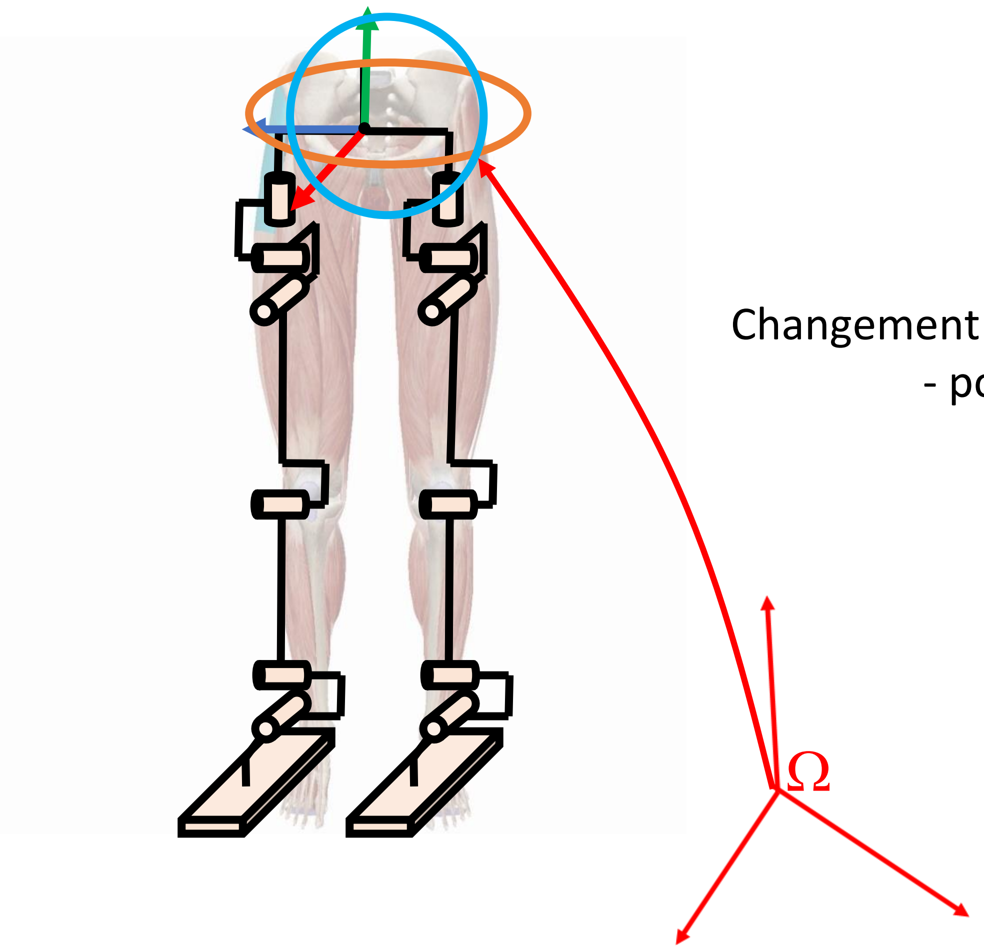
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & tx \\ 0 & 1 & 0 & ty \\ 0 & 0 & 0 & tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour les calculs, artificiellement ajouter un 1 en dernière ligne pour les vecteurs

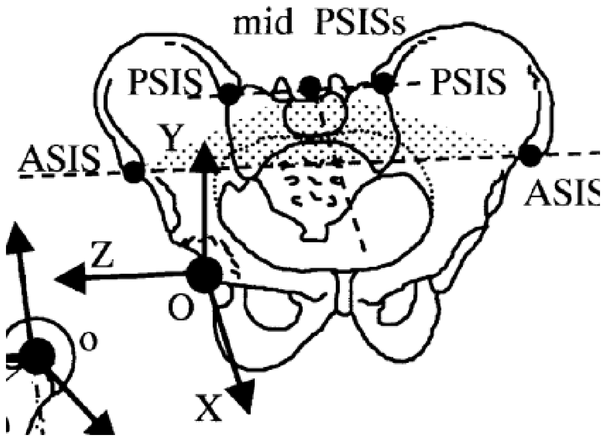
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & tx \\ 0 & 1 & 0 & ty \\ 0 & 0 & 0 & tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X + tx \\ Y + ty \\ Z + tz \\ 1 \end{pmatrix}$$

On peut maintenant combiner des rotations et des translations, par la multiplication des matrices homogènes

Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Z = rASIS – lASIS
Y = Z x (0.5*(lASIS+rASIS)-0.5*(lPSIS+rPSIS))
X = Y x Z



Changement de repère : recommandation ISB « Y-Up »
- position de « référence » (angles « 0 »)

$$M_{P0\rightarrow\Omega} = (X \quad Y \quad Z)$$

devient

$$M_{P0\rightarrow\Omega} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & xlhip_{\Omega} \\ 0 & 1 & 0 & ylhip_{\Omega} \\ 0 & 0 & 1 & zlhip_{\Omega} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} X & Y & Z & 0 \\ X & Y & Z & 0 \\ X & Y & Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcul des marqueurs du modèle

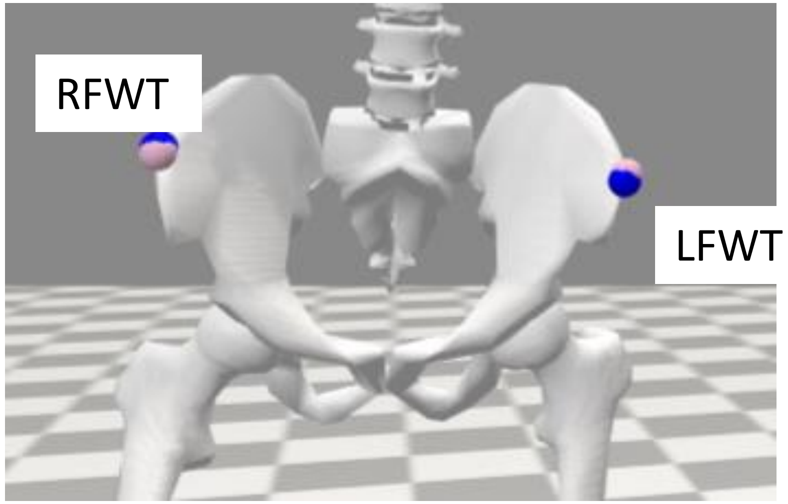
- Exprimer les marqueurs virtuels du modèle dans le repère u monde pour les comparer aux mesures dans ce même repère

$$\boxed{RFWT_{\Omega}} = M_{P0\rightarrow\Omega} * M_{P\rightarrow P0} * \boxed{RFWT_{P}}$$

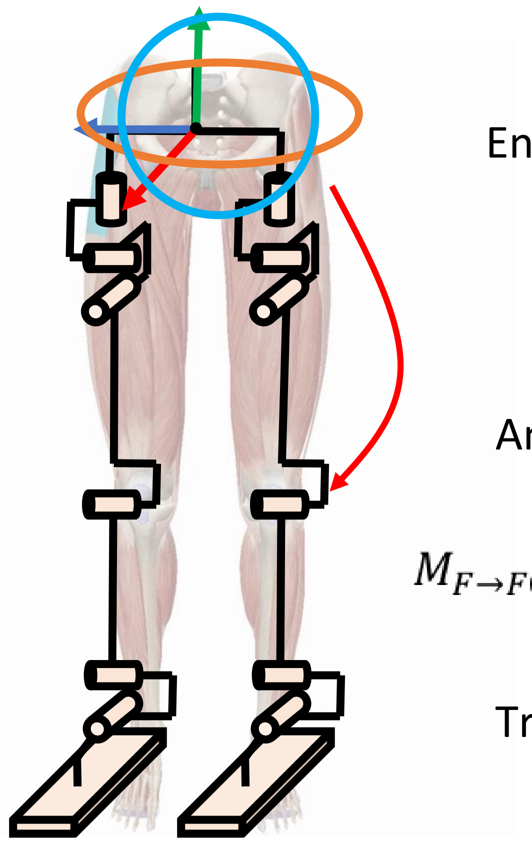
Position dans le repère global après mouvement du bassin

Données anthropométriques après mise à l'échelle

$$\boxed{LFWT_{\Omega}} = M_{P0\rightarrow\Omega} * M_{P\rightarrow P0} * \boxed{LFWT_{P}}$$

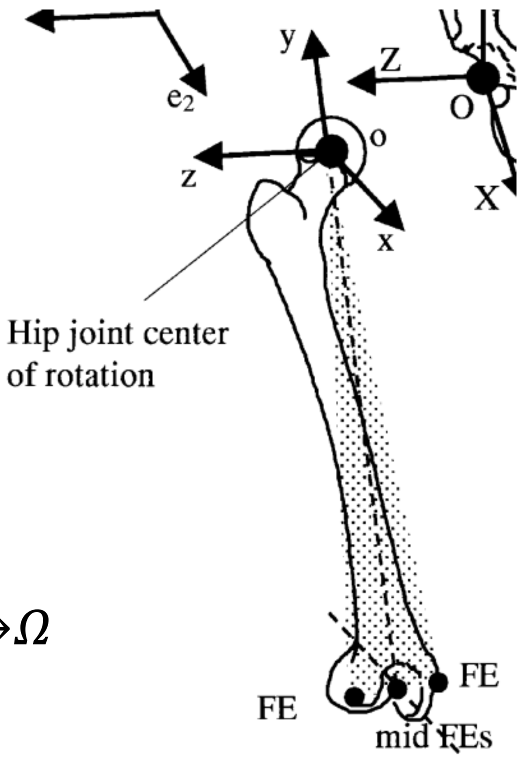


Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Y = lhip-0.5*(FEe+FEi)
X = Y x (FEe-FEi)
Z = X x Y

$\Rightarrow M_{F0\rightarrow\Omega}$



En position de référence (angles « zéros » entre fémur et pelvis)

$$M_{F0\rightarrow P} = M_{\Omega\rightarrow P} * M_{F0\rightarrow\Omega} = M_{P\rightarrow\Omega}^{T} * M_{F0\rightarrow\Omega}$$

Angles liés au mouvement θz θy θx, dans l'ordre Z (flexion/ext),Y (int/ext) puis X (abd/add)

$$M_{F\rightarrow F0} = \begin{pmatrix} \cos(\theta z) & -\sin(\theta z) & 0 \\ \sin(\theta z) & \cos(\theta z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos(\theta y) & 0 & \sin(\theta y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta y) & 0 & \cos(\theta y) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta x) & -\sin(\theta x) \\ 0 & \sin(\theta x) & \cos(\theta x) \end{pmatrix}$$

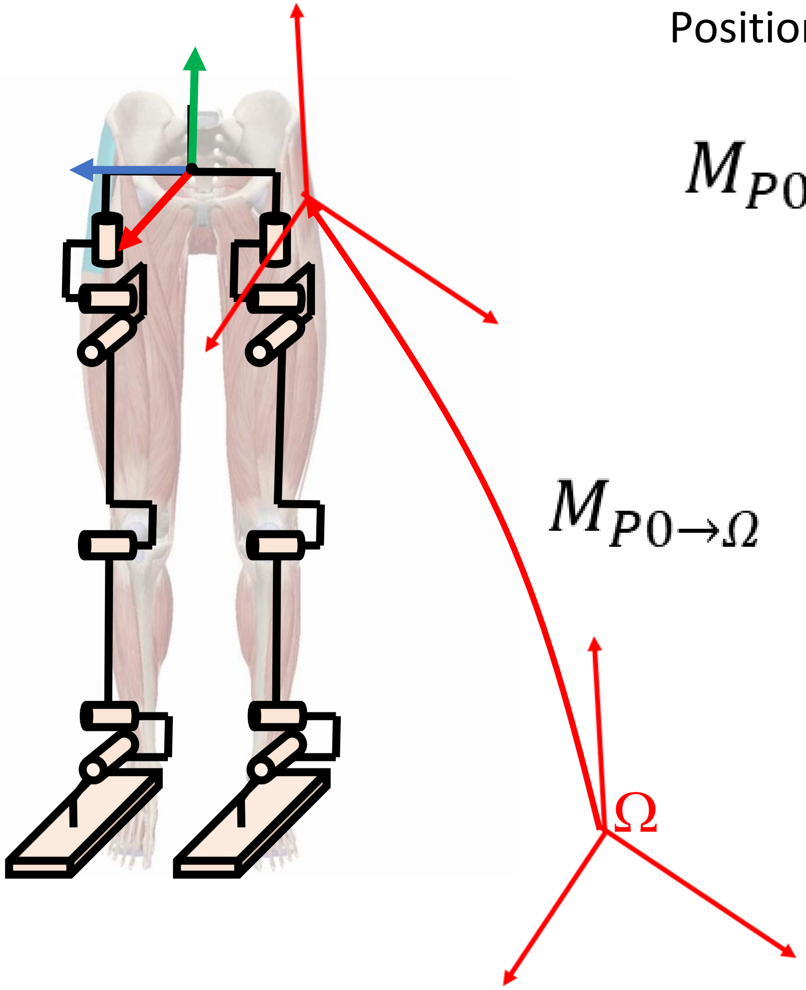
Translation vers le genou - attention à exprimer dans le repère du Fémur

$$Trans_{H\rightarrow K} = M_{F0\rightarrow\Omega}^{T} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & xlknee_{\Omega} - xlhip_{\Omega} \\ 0 & 1 & 0 & ylknee_{\Omega} - ylhip_{\Omega} \\ 0 & 0 & 1 & zlknee_{\Omega} - zlhip_{\Omega} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

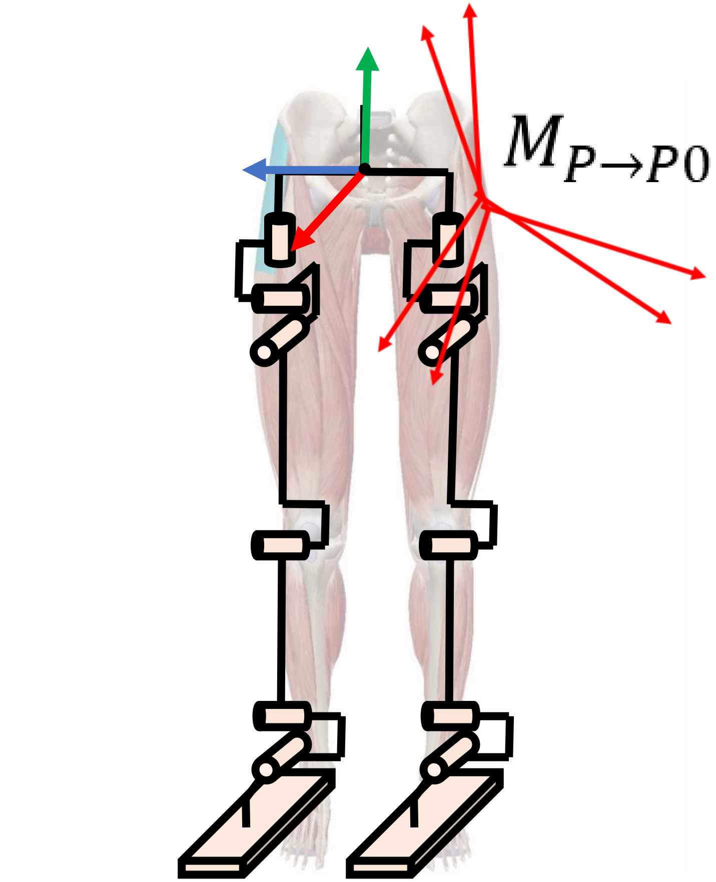
Application : modélisation de la chaîne pelvienne

Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

$$M_{P0 \to \Omega}$$



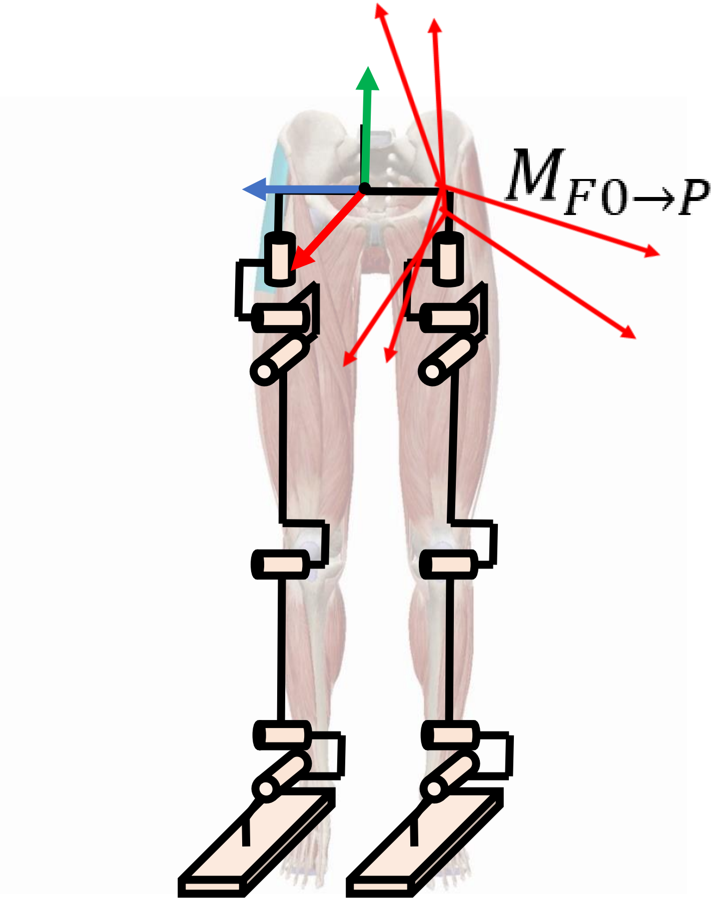
Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

$$M_{P0 \to \Omega} * M_{P \to P0}$$

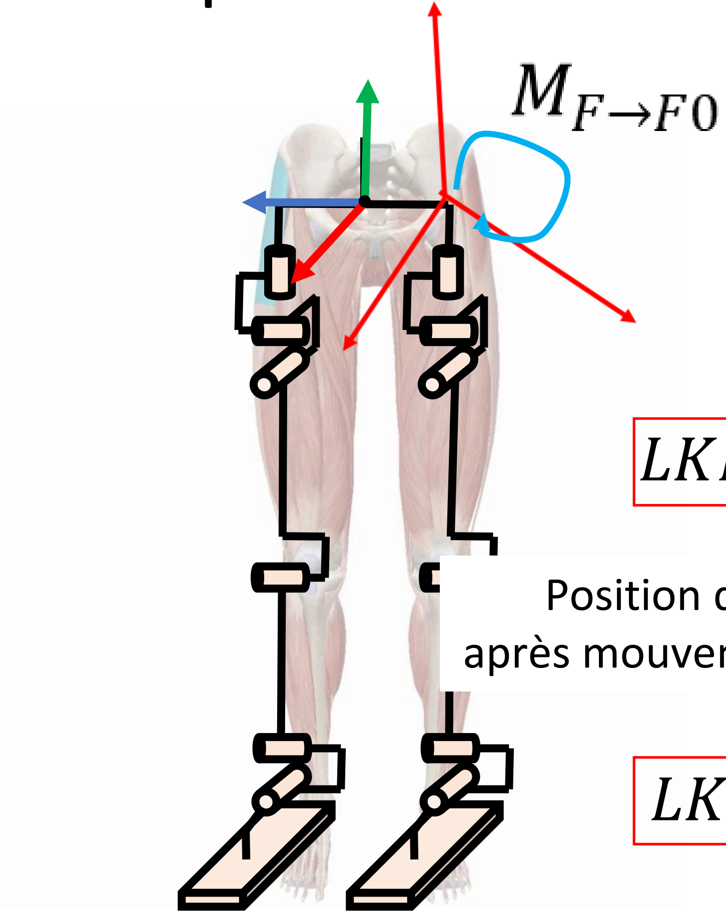
Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

$$M_{P0\to\Omega} * M_{P\to P0} * M_{F0\to P}$$

Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

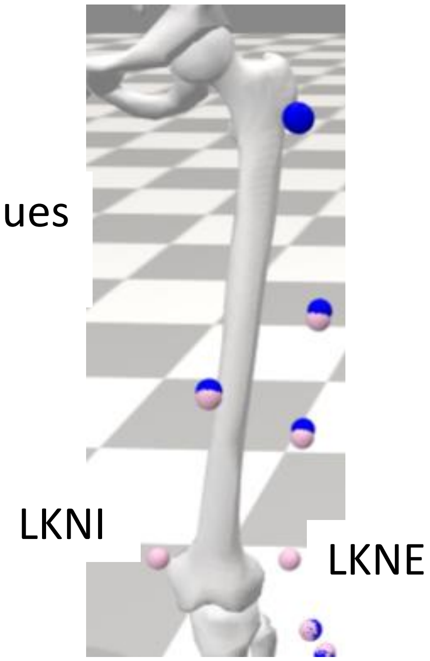
$$M_{P0 \to \Omega} * M_{P \to P0} * M_{F0 \to P} * M_{F \to F0}$$

$$\boxed{LKNE_{\Omega}} = M_{P0 \to \Omega} * M_{P \to P0} * M_{F0 \to P} * M_{F \to F0} * \boxed{LKNE_{P}}$$

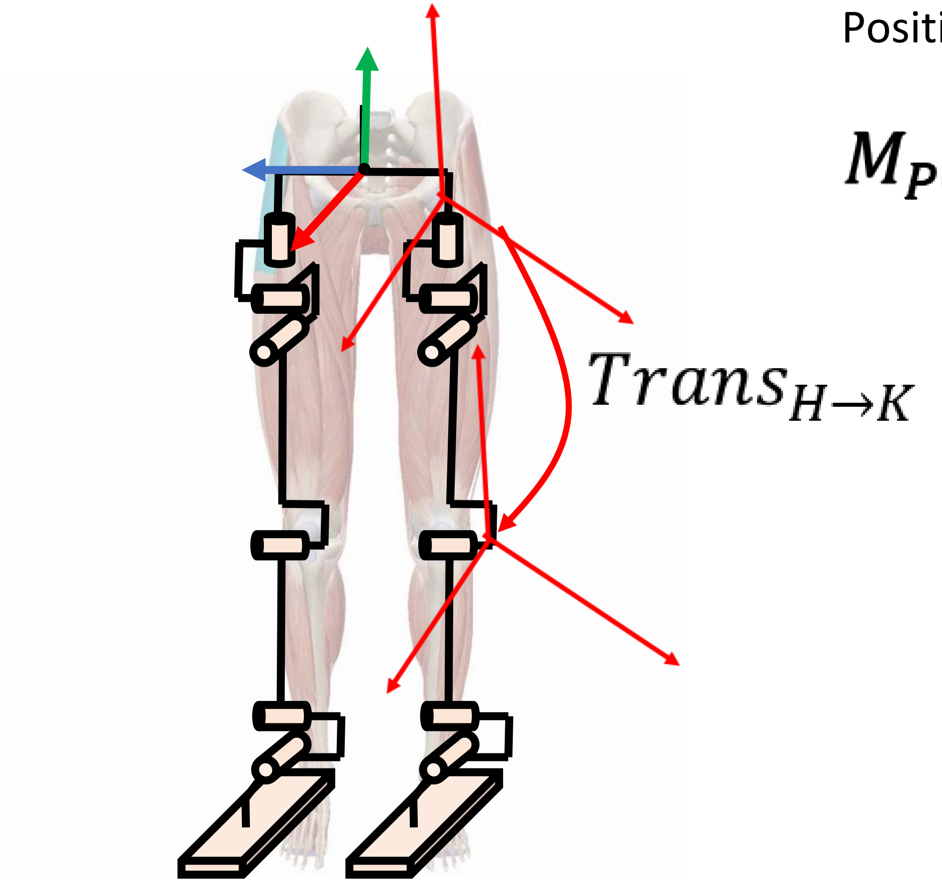
Position dans le repère global
après mouvement du bassin + hanche

Données anthropométriques
après mise à l'échelle

$$\boxed{LKNI_{\Omega}} = M_{P0 \to \Omega} * M_{P \to P0} * M_{F0 \to P} * M_{F \to F0} * \boxed{LKNI_{P}}$$



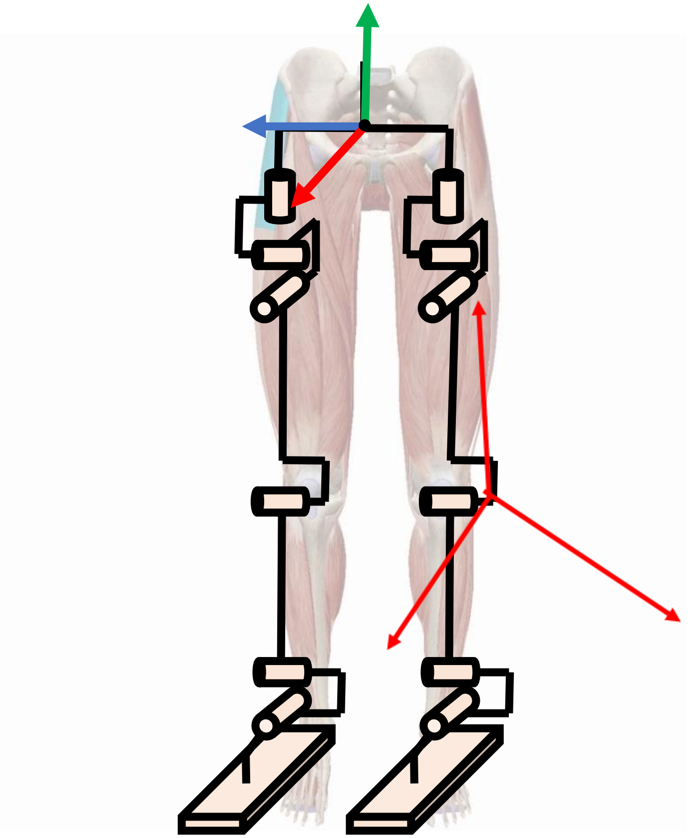
Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

$$\boldsymbol{M_{P0 \to \Omega}} * \boldsymbol{M_{P \to P0}} * M_{F0 \to P} * M_{F \to F0} * Trans_{H \to K}$$

Application : modélisation de la chaîne pelvienne



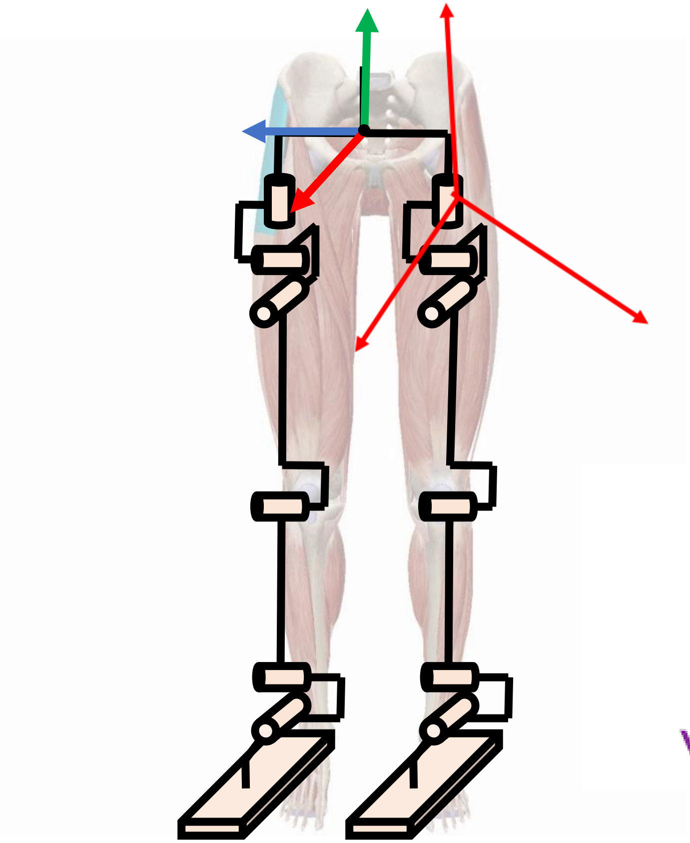
Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

$$\underbrace{M_{P0\to\Omega} * M_{P\to P0} * M_{F0\to P} * M_{F\to F0} * Trans_{H\to K}}_{M_{K\to\Omega}}$$

$$M_{K\to\Omega} * K_K = K_\Omega$$

$$M_{K\to\Omega} * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = K_\Omega$$

Application : modélisation de la chaîne pelvienne



Position du genou dans le repère du monde en fonction des angles aux articulations

$$\underbrace{M_{\boldsymbol{P0\rightarrow\Omega}} * M_{\boldsymbol{P\rightarrow P0}} * M_{F0\rightarrow P} * M_{F\rightarrow F0}}_{M_{F\rightarrow\Omega}}$$

$$M_{F\rightarrow\Omega} * K_F = K_\Omega$$

$$M_{F\rightarrow\Omega} * \begin{pmatrix} xK_F \\ yK_F \\ zK_F \\ 1 \end{pmatrix} = K_\Omega$$

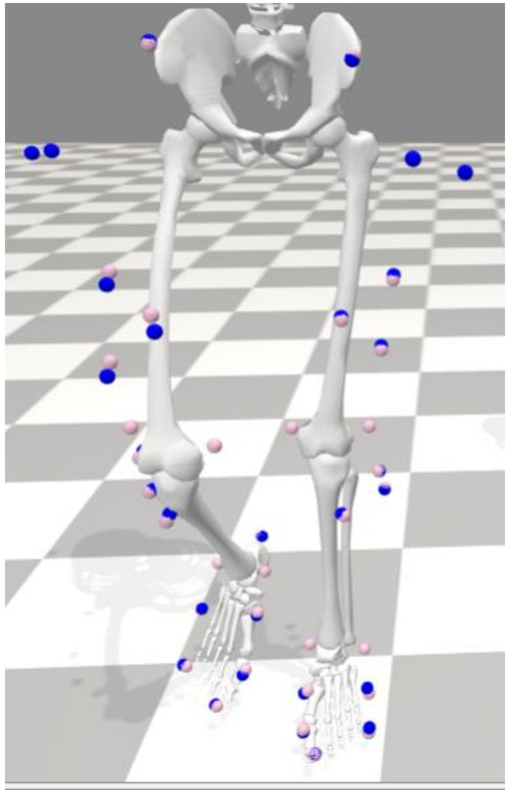
VERSION2

Cinématique inverse

- Chercher les degrés de liberté *q* qui alignent le mieux les marqueurs *i* du modèle x^i_{mod} par rapport aux données expérimentales x^i_{exp}
- x^i_{mod} dépend du modèle et des degrés de liberté *q* $x^i_{mod}(q)$

$$min_q \left[\sum_{i=1}^{m} w_i \left\| x^i_{exp} - x^i_{mod}(q) \right\|^2 \right]$$

- w_i poids associé à chaque marqueur – confiance
- Erreur résiduelle!!



Frame 94 (t = 1.567): total squared error = 0.0136722, marker error: RMS = 0.0210009, max = 0.0787661 (R.Acromium)
Frame 95 (t = 1.583): total squared error = 0.0136273, marker error: RMS = 0.0209664, max = 0.0791243 (R.Acromium)
Frame 96 (t = 1.6): total squared error = 0.0135755, marker error: RMS = 0.0209265, max = 0.079239 (R.Acromium)

Conclusion

- Cinématique : décrire un geste observé
  - Simplification par un modèle (complexité, nature des articulations, calibrage anthropométrique, repères associés, modèles d'articulation…)
  - Données comparables d'un sujet à l'autre, d'un essai à l'autre, d'une publication à l'autre (ISB)
  - Plaquer le modèle dans les données
    - Mise en correspondance des matrices symboliques du modèle aux matrices de mesure
    - Calcul et inversion d'une fonction de cinématique/géométrie directe + optimisation
- Limites
  - Pas de prise en compte des masses, ni des forces externes
  - Description mais pas d'explication des causes ➔ forces et couples articulaires internes

A vous

- Quels exemples d’analyse ?
- Quels modèles ?
- Quelle granularité ?