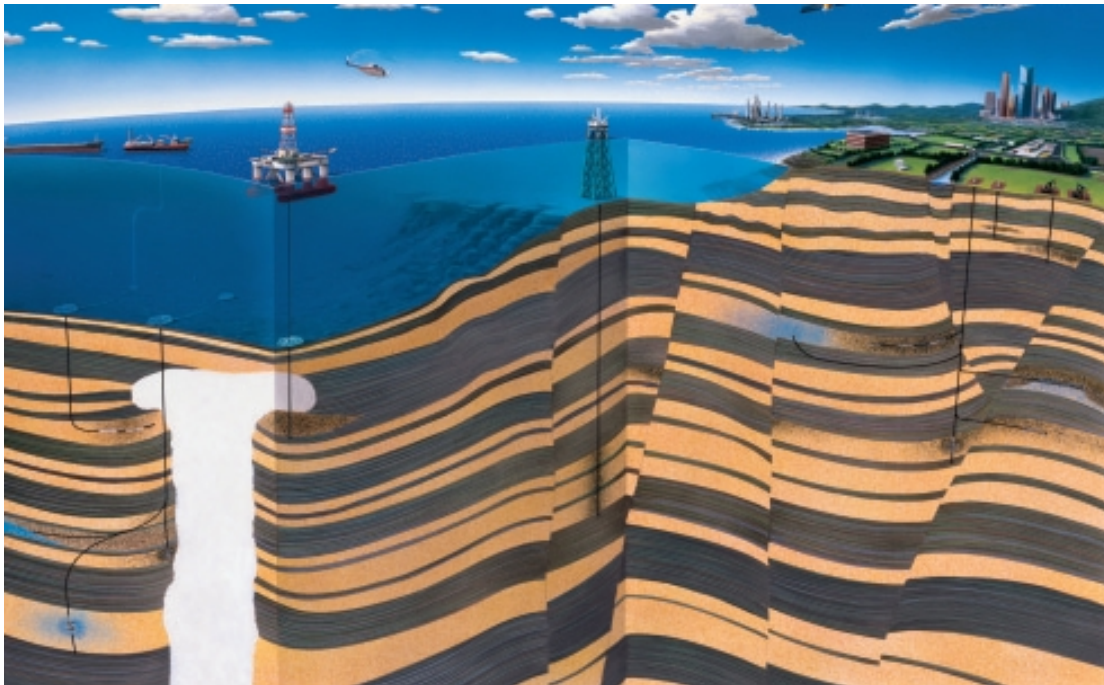


# **FUNDAMENTOS DE INGENIERIA DE YACIMIENTOS**



Autor:

**FREDDY HUMBERTO ESCOBAR, Ph.D.**

## INTRODUCCION

Este texto trabajo contiene la programática, objetivos y actividades a desarrollar en un curso de pregrado de Ingeniería de Yacimientos, el cual sirve a los estudiantes como texto guía y herramienta básica en el desarrollo de las clases. Los conceptos encontrados en el presente texto recopilan información de varios libros y artículos relacionados con el tema de los yacimientos hidrocarburíferos existentes en la literatura desde los años 60 hasta el año 2000.

El contenido del libro se ha dividido en siete capítulos. El capítulo 1 presenta una breve revisión de los conceptos geológicos que definen y clasifican los yacimientos de hidrocarburos. Al igual que la clasificación de los yacimientos de acuerdo al estado de los fluidos. Además, se estudiarán los regímenes de presión de un yacimiento. El capítulo dos se centra en el entendimiento de las propiedades físicas del medio poroso, la ley de Darcy, la ecuación de difusividad, propiedades inherentes a la roca y fluido: presión capilar, función J, permeabilidades relativas, etc. El capítulo 3 estudia las propiedades PVT de los fluidos del yacimiento, y se presentan diferentes correlaciones y ecuaciones para la determinación de las propiedades PVT del agua, gas y petróleo. El capítulo cuatro introduce los primeros conceptos de evaluación de reservas de gas y petróleos mediante el método volumétrico, construcción de mapas manualmente y asistidos por computador. El capítulo cinco se enfoca a los métodos de balance de materia. Este es con seguridad el capítulo más largo y quizá más importante del curso de Ingeniería de Yacimientos. En él, se desarrollará la ecuación de balance de materia y se estudiarán sus múltiples aplicaciones, entre las que se cuenta la linealización de dicha ecuación y el estudio de yacimientos de condensados, y yacimientos naturalmente fracturados Finalmente, se estudiará en detalle la intrusión de agua y mantenimiento de la presión. Este capítulo, también hace referencia a las técnicas de predicción del comportamiento y recobro final de un yacimiento de petróleo mediante los métodos de Schilthuis, Tarner, Muskat, Pirson y Tracy, las cuales se presentan en detalle en los apéndices. El capítulo seis introduce las bases teóricas de las curvas de declinación más usadas incluyendo el ajuste por curvas tipo. El último capítulo presenta los conceptos y métodos para estimar conificación y digitación de agua.

## **PROLOGO**

Ing. Luis Elias Quiroga Arjona o  
Ing. MSc. Daniel Augusto Gutiérrez Arciniegas

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCION .....	2
TABLA DE CONTENIDO .....	4
CAPITULO 1 .....	8
CONCEPTOS FUNDAMENTALES, DEFINICION Y CLASIFICACION .....	8
1.1. DEFINICION DE YACIMIENTO .....	8
1.2. CLASIFICACION DE ACUERDO AL ESTADO DE LOS FLUIDOS .....	8
1.3. CLASIFICACION GEOLOGICA DE LOS YACIMIENTOS .....	12
1.4. CLASIFICACION DE ACUERDO AL PUNTO DE BURBUJA .....	12
1.5. CLASIFICACION DE ACUERDO AL MECANISMO DE PRODUCCION .....	13
1.6. CLASIFICACION DE ACUERDO A VARIACIONES DEL VOLUMEN ORIGINALMENTE DISPONIBLE A HIDROCARBUROS .....	14
1.8. REGIMENES DE PRESION DE FLUIDOS .....	16
CAPITULO 2 .....	20
PROPIEDADES FISICAS DEL MEDIO POROSO .....	20
2.1. POROSIDAD .....	20
2.1.1. Clasificación de la porosidad .....	20
2.1.1.1. Porosidad absoluta .....	20
2.1.1.2. Porosidad efectiva .....	20
2.1.1.3. Porosidad no efectiva .....	20
2.1.1.4. Porosidad primaria o intergranular .....	20
2.1.1.5. Porosidad secundaria, inducida o vugular .....	20
2.1.2. Factores que afectan la porosidad .....	21
2.1.2.1. Tipo de empaque .....	21
2.1.2.2. Material cementante .....	21
2.1.2.3. Geometría y distribución de granos .....	22
2.1.2.4. Presión de las capas suprayacentes .....	22
2.1.2.5. Presencia de partículas finas (arcillosidad) .....	22
2.1.3. Promedio de la porosidad .....	22
2.1.3.1. Promedio aritmético .....	22
2.1.3.2. Promedio ponderado .....	22
2.1.3.3. Promedio estadístico o armónico .....	22
2.1.4. Correlaciones para porosidad .....	22
2.1.5. Distribución del tamaño del poro .....	23
2.2. SATURACION DE FLUIDOS, $S_f$ .....	25
2.3. ESTADOS DE FLUJO .....	25
2.4. PERMEABILIDAD Y LEY DE DARCY .....	27
2.5. ECUACIÓN DE FORCHHEIMER .....	29
2.6. EFECTO KLINKENBER .....	30
2.7. PROMEDIO DE PERMEABILIDADES .....	30
2.8. TIPOS DE PERMEABILIDAD .....	33

2.8.1. Permeabilidad absoluta .....	33
2.8.2. Permeabilidad efectiva.....	34
2.8.3. Permeabilidad relativa .....	34
2.8.4. Correlaciones para permeabilidad relativa.....	35
2.9. MODIFICACION DE LA LEY DE DARCY PARA CONSIDERAR EL UMBRAL DEL GRADIENTE DE PRESION .....	40
2.10. LA ECUACION DE DIFUSIVIDAD .....	45
2.11. SOLUCIONES A LA ECUACION DE DIFUSIVIDAD .....	47
2.11.1. Estado Estable .....	47
2.11.2. Estado Pseudoestable .....	49
2.12. MOVILIDAD .....	53
2.13. TENSION INTERFACIAL Y SUPERFICIAL.....	53
2.14. MOJABILIDAD .....	54
2.15. DRENAJE, IMBIBICIÓN E HISTÉRESIS .....	59
2.16. ECUACIÓN DE LAPLACE.....	59
2.17. PRESIÓN CAPILAR.....	61
2.18. FUNCION J DE LEVERETT O CURVA PROMEDIA DE PRESIÓN CAPILAR ...	65
2.19. ANALISIS DE DATOS DE PRESION CAPILAR .....	70
2.20. RELACIONES ENTRE $k-\phi$ .....	76
2.20.1. Ecuación de Karman-Kozeny .....	76
2.20.2. Correlación de Timur.....	79
2.19.3. Correlación de Coates-Denoo .....	80
CAPITULO 3.....	81
PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS DEL YACIMIENTO .....	81
3.1. PROPIEDADES PVT .....	81
3.2. LIBERACION INSTANTANEA.....	84
3.3. LIBERACION DIFERENCIAL.....	86
3.4. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE PETROLEO.....	86
3.4.1. Presión del punto de burbuja .....	86
3.4.2. Gas en Solución .....	89
3.4.3. Factor de compresibilidad del petróleo.....	90
3.4.4. Factor volumétrico de formación del petróleo .....	90
3.4.5. Factor volumétrico total .....	91
3.4.6. Viscosidad del petróleo .....	91
3.5. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE GAS .....	92
3.5.1. Gravedad específica de una mezcla de gases .....	92
3.5.2. Propiedades críticas.....	92
3.5.3. Obtención de las propiedades críticas y gravedad específica del gas .....	93
3.5.4. Determinación de las propiedades críticas de los Heptanos y compuestos más pesados .....	96
3.5.6. Factor de compresibilidad del gas .....	96
3.5.7. Compresibilidad Isotérmica del Gas.....	99
3.5.8. Factor volumétrico de Formación del gas.....	99
3.5.9. Viscosidad del gas.....	99
3.6. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE AGUA .....	100

3.6.1. Factor Volumétrico de Formación del Agua.....	100
3.6.2. Viscosidad del Agua .....	101
3.6.3. Compresibilidad del agua y gas disuelto .....	101
3.6.4. Gravedad Específica del Agua .....	101
3.6.5. Tensión Superficial .....	101
CAPITULO 4.....	103
CALCULO VOLUMETRICO DE HIDROCARBUROS .....	103
4.1. TIPOS DE PRODUCCIONES O RECOBROS.....	103
4.2. ECUACIONES VOLUMETRICAS .....	103
4.2.1. Correlaciones API para calcular el factor de recobro .....	104
4.3. CALCULO DE VOLUMENES .....	105
4.3.1. Cálculos de volumen manualmente .....	105
4.3.2. Cálculos de volumen asistido por computador .....	106
4.4. CALCULOS VOLUMETRICOS EN YACIMIENTOS GASIFEROS .....	107
4.4.1. Factores de recobro en yacimientos de gas volumétricos .....	108
4.4.2. Factores de recobro en yacimientos de gas no-volumétricos .....	108
4.5. CALCULOS VOLUMETRICOS EN YACIMIENTOS DE PETROLEO .....	109
CAPITULO 5.....	110
BALANCE DE MATERIA .....	110
5.1. CONSIDERACIONES Y APLICACIONES .....	110
5.2. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE GAS .....	110
5.3. ECUACION GENERAL DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE PETROLEO .....	115
5.4. OTROS USOS DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA.....	118
5.5. LINEALIZACION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA MEDIANTE EL METODO DE HAVLENA Y ODEH .....	122
5.6. YACIMIENTOS SUBSATURADOS VOLUMETRICOS .....	126
5.7. YACIMIENTOS QUE PRODUCEN POR GAS EN SOLUCION POR DEBAJO DEL PUNTO DE BURBUJA.....	127
5.8. CONTROL TOTAL DEL YACIMIENTO.....	128
5.9. PREDICCION DEL COMPORTAMIENTO Y RECOBRO FINAL DE UN YACIMIENTO .....	129
5.10. INTRUSION DE AGUA .....	129
5.10.1. Modelo de estado estable (Schilthuis) .....	129
5.10.2. Modelo de estado inestable (Hurst and Van Everdingen).....	132
5.10.3. Método de Fetkovich para Acuíferos Finitos.....	141
5.11. BALANCE DE MATERIA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS .....	152
5.12. YACIMIENTOS DE CONDENSADOS DE GAS.....	154
5.12. FACTORES QUE AFECTAN EL RECOBRO DEL YACIMIENTO .....	157
CAPITULO 6.....	166
CURVAS DE DECLINACION.....	166
6.1. INTRODUCCION .....	166
6.2. DECLINACION DE PORCENTAJE CONSTANTE O DECLINACION EXPONENCIAL.....	167

6.3. DECLINACION HIPERBOLICA .....	168
6.4. DECLINACION ARMONICA.....	169
6.5. CURVAS TIPO .....	170
CAPITULO 7.....	178
CONIFICACION Y DIGITACION .....	178
7.1. GENERALIDADES .....	178
7.2. CONIFICACION DE AGUA .....	178
7.2.1. Método de Meyer y Garder .....	179
7.2.2. Método de Sobocinski y Cornelious .....	180
7.2.3. Metodo de Chaney, Noble, Henson y Rice .....	183
7.2.4. Método de Bournazel y Jeanson .....	187
7.2.5. Método de Kuo y Desbrisay.....	188
7.3. DIGITACION DE AGUA .....	190
BIBLIOGRAFIA.....	193
APENDICE A .....	194
MÉTODO DE MUSKAT .....	194
APENDICE B .....	200
METODO DE PIRSON.....	200
APENDICE C .....	203
METODO DE TARNER .....	203
APENDICE D .....	206
METODO DE TRACY.....	206
APENDICE E.....	210
METODO DE SCHILTHUIS .....	210

# CAPITULO 1

## CONCEPTOS FUNDAMENTALES, DEFINICION Y CLASIFICACION DE LOS YACIMIENTOS

### DEFINIONES DE INGENIERIA DE YACIMIENTOS

*“Es la aplicación de principios científicos a problemas de drenaje que resultan durante el desarrollo y producción de yacimientos de hidrocarburos”.* Puede también definirse como *“El arte de desarrollar y producir fluidos hidrocarburos de tal forma que se obtenga un recobro eficiente”.*

#### 1.1. DEFINICION DE YACIMIENTO

Se entiende por yacimiento una unidad geológica de volumen limitado, poroso y permeable que contiene hidrocarburos en estado líquido y/o gaseoso. Los cinco ingredientes básicos que deben estar presentes para tener un yacimiento de hidrocarburos son: (1) fuente, (2) Camino migratorio, (3) Trampa, (4) Almacenaje/porosidad, (5) Transmisibilidad/Permeabilidad.

#### 1.2. CLASIFICACION DE ACUERDO AL ESTADO DE LOS FLUIDOS

1. **Petróleo negro.** Consiste de una amplia variedad de especies químicas que incluyen moléculas grandes, pesadas y no volátiles. El punto crítico está localizado hacia la pendiente de la curva. Las líneas (iso-volumétricas o de calidad) están uniformemente espaciadas y tienen un rango de temperatura amplio. Los primeros crudos de este tipo fueron de color negro, de allí su nombre. También se le llama crudo de bajo encogimiento o crudo ordinario. Estos crudos tienen  $GOR \leq 2000$  pcs/STB, el cual se incrementa por debajo del punto de burbuja.  $B_o \leq 2$  y  $API \leq 45$ . La gravedad decrece lentamente con el tiempo hasta bien avanzada la vida del yacimiento donde vuelve a incrementarse ligeramente. Este crudo es normalmente negro (compuestos pesados) aunque puede ser marrón o verdusco. (Figs. 1.1 y 1.6).
2. **Petróleo volátil.** El rango de temperatura es más pequeño que en petróleo negro. La temperatura crítica,  $T_{cr}$ , es también menor que en crudos negros y está cerca de la temperatura del yacimiento,  $T_R$  ( $T_{cr} > T_R$ ). Las líneas de calidad no están igualmente espaciadas y están desplazadas hacia arriba hacia el punto de burbuja. Una pequeña reducción en presión por debajo del punto de burbuja causa una liberación enorme de gas. Hasta un 50 % de estos crudos puede convertirse en gas en el yacimiento cuando la presión cae unos cientos psi debajo del punto de burbuja. Estos también se llaman crudos de alta encogimiento o crudos cercanos al punto crítico. La Ecuación de Balance de Materia (EBM) de petróleo negro no trabaja en estos casos. El punto de división entre crudo volátil y negro es arbitrario, pero se toma como referencia la tolerancia de la



EBM.  $B_o > 2$  y  $2000 < GOR < 3300$  scf/STB. El  $GOR$  y La  $API$ , normalmente mayor de  $40^\circ$ , se incrementan con la producción a medida que la presión cae por debajo de la presión del punto de burbuja. El color es usualmente marrón, anaranjado o verde). Ver Fig. 1.2.

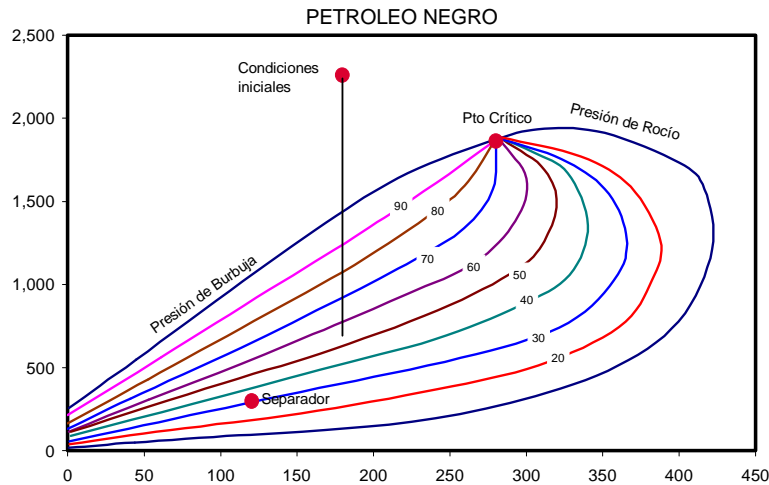


Fig. 1.1. Diagrama de fases para el petróleo negro

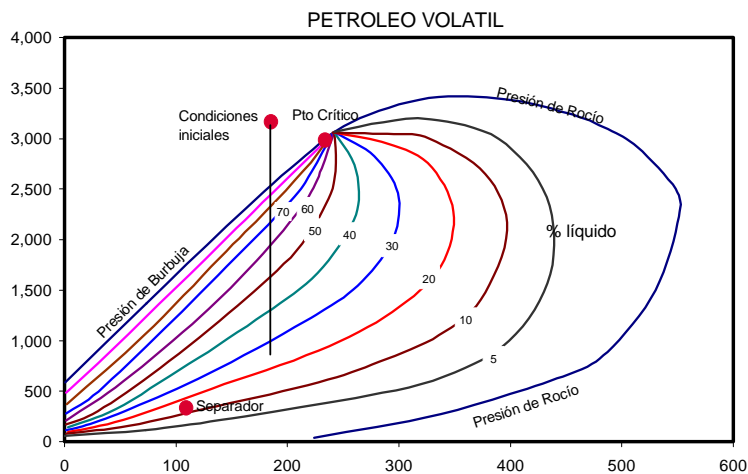


Fig. 1.2. Diagrama de fases para el petróleo volátil

3. **Gas condensado (retrógrados).** El diagrama de fases es menor que el de los aceites negros y el punto crítico está bien por debajo y a la izquierda de la envolvente. Esto es el resultado de gases retrógrados conteniendo muy pocos hidrocarburos pesados que los crudos. La  $(T_{cr} < T_R)$  y el punto cricondentérmico es mayor que  $T_R$ . A medida que la presión cae, el líquido se condensa y se forma líquido en el yacimiento, el cual normalmente no fluye y no puede producirse.  $3300 < GOR < 150000$  pcs/STB y se incrementa a medida que la producción toma lugar.  $40 < API < 60$  y se incrementa a medida que la presión cae por debajo de la presión de rocío.

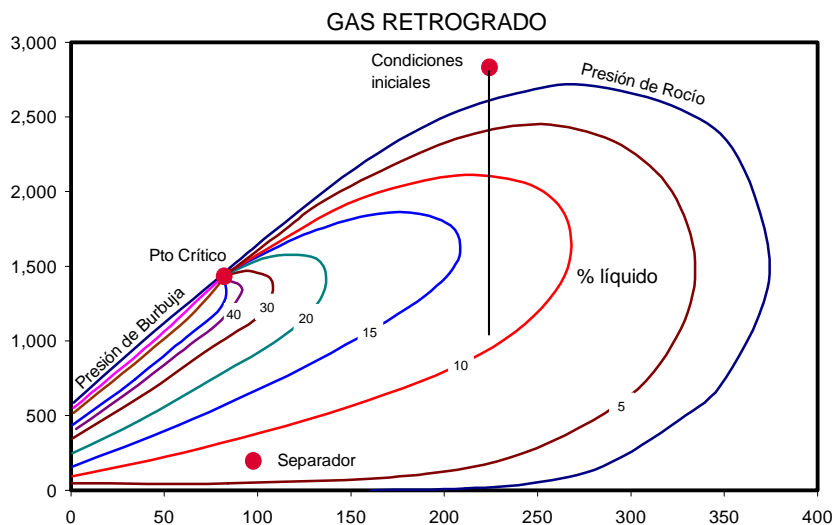


Fig. 1.3. Diagrama de fases para el gas retrógrado

4. El líquido es ligeramente colorado, marrón, anaranjado, verduzco o transparente. También se les llama condensados. Ver Fig. 1.3.
5. **Gas húmedo.** Todo el diagrama de fases de la mezcla de hidrocarburos con moléculas predominantemente pequeñas yacen debajo de la temperatura del yacimiento. La línea de presión no entra la envolvente y por tanto no se forma líquido en el yacimiento, pero si en superficie. La gravedad de los líquidos es similar a la de los gases retrógrados. La gravedad se mantiene constante y el color de los líquidos es transparente.  $GOR > 50000$  pcs/STB y permanece constante durante toda la vida del yacimiento. Ver Fig. 1.4.

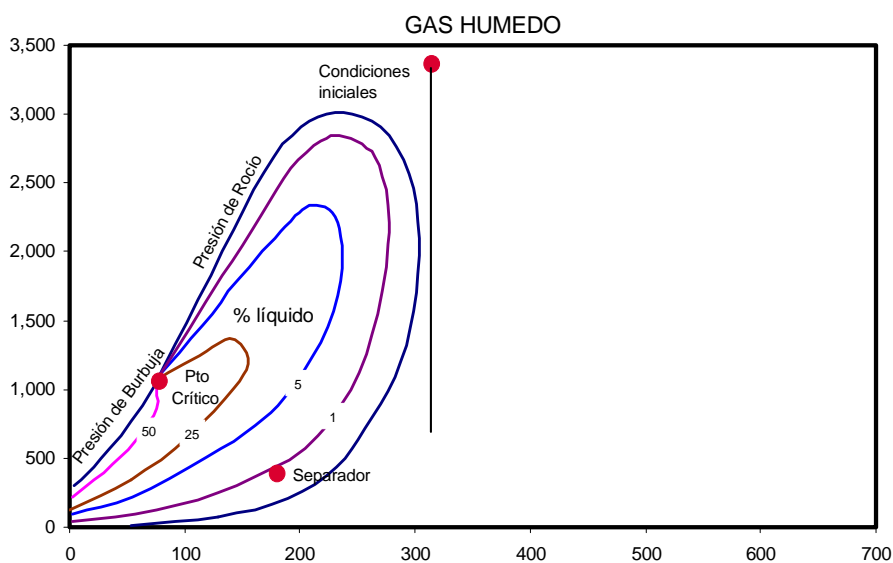


Fig. 1.4. Diagrama de fases para el gas húmedo

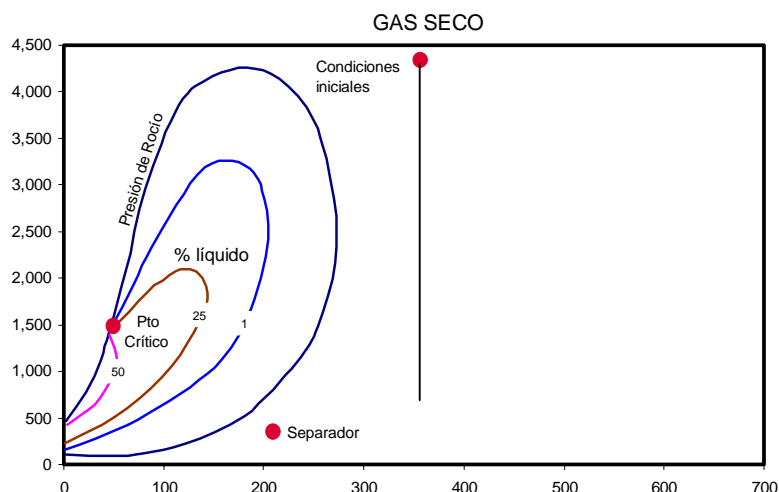


Fig. 1.5. Diagrama de fases para el gas seco

6. **Gas seco.** Está formado principalmente por metano y algunos intermedios. El diagrama de fases muestra una mezcla de hidrocarburos gaseosa tanto en superficie como en el yacimiento. No hay presencia de líquidos ni en yacimiento ni superficie. La EBM puede aplicarse tanto a gas como gases húmedos para determinar gas original in-situ y predecir reservas de gas. Ver Fig. 1.5.
7. **Asfalténicos.** En estos yacimientos, las condiciones iniciales del yacimiento están muy por encima y a la izquierda del punto crítico. El rango de temperatura es bastante amplio. Estos no se vaporizan ni tiene punto crítico. Ver Fig. 1.6.a.

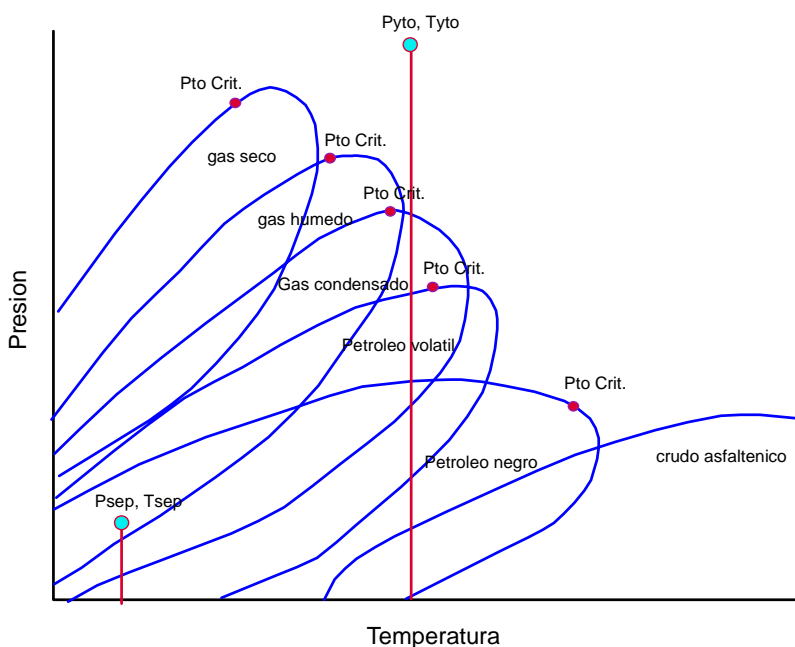


Fig. 1.6.a. Clasificación de los yacimientos de acuerdo al estado de los fluidos

Cuando la presión del yacimiento localiza a éste en la zona de una sola fase, normalmente la composición se mantiene constante. Sin embargo, cuando la presión localiza al yacimiento por debajo de la envolvente, el gas puede producirse más fácilmente y la relación gas-petróleo no se mantiene causando un consecuente cambio del punto de burbuja y un desplazamiento del diagrama de fases. Caso típico ocurre en un yacimiento de condensado retrógrado. Al pasar por el punto de rocío la condensación toma lugar y el líquido queda atrapado dentro de los poros de la roca, luego el producto en superficie tendrá menos contenido líquido y como consecuencia se incrementa el GOR. Una vez el punto de rocío se alcanza, la composición del fluido cambia y la envolvente se desplaza a la derecha lo que agrava la pérdida de líquido en los poros.

### 1.3. CLASIFICACION GEOLOGICA DE LOS YACIMIENTOS

Geológicamente, los yacimientos se clasifican en estratigráficos, estructurales y combinados.

*Estratigráficos*: lentes de arena, cambios de facies, calizas o dolomitas porosas, cambios de permeabilidad. Ver Fig. 1.7.

*Estructurales*: Fracturas en calizas o rocas ígneas, discordancias, fallamiento en areniscas, sinclinales, anticlinales, domos salinos, etc., como se describe en la Fig. 1.7.

*Combinados*: Hace referencia a las posibles combinaciones que se presenten entre los dos grupos anteriores. Ver Fig. 1.8.

### 1.4. CLASIFICACION DE ACUERDO AL PUNTO DE BURBUJA

1. *Subsaturados*. Yacimientos cuya presión inicial es mayor que la presión en el punto de burbuja. El lector debería referirse al punto A de la Fig. 1.9. Inicialmente solo se presenta la fase líquida. Las burbujas de gas se desprenden del crudo una vez el punto de burbuja se alcanza. Eventualmente, el gas librado empieza a aglutinarse hasta tener condiciones de flujo hacia el pozo en cantidades cada vez incrementales. Contrariamente, el flujo de crudo decremente gradualmente y en la etapa de depleción permanece mucho crudo en el yacimiento.
2. *Saturados*. Yacimientos cuya presión inicial es menor o igual que la presión en el punto de burbuja. Ver punto B y C de la Fig. 1.9. Este yacimiento bifásico consiste de una zona gaseosa suprayaciendo una zona líquida. Puesto que la composición del gas y el crudo son completamente diferentes, estas pueden representarse por diagramas de fases individuales que tienen poca relación entre ellas o en composición. La zona líquida está en su punto de burbuja y será producida como un yacimiento subsaturado modificado con la presencia de la capa de gas. La capa de gas está en el punto de rocío y podría ser retrógrada o no retrógrada (yacimiento de gas). Ver Fig. 1.6.b.

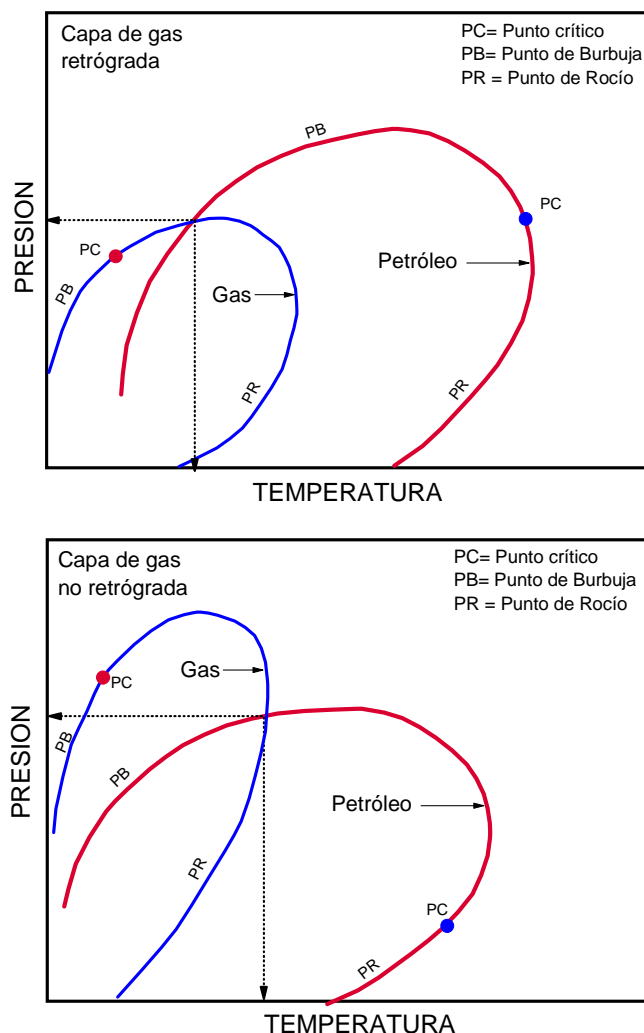


Fig. 1.6.b. Diagrama de fases de la capa de gas y la zona de crudo mostrando capa de gas retrógrada y no retrógrada

## 1.5. CLASIFICACION DE ACUERDO AL MECANISMO DE PRODUCCION

La producción inicial de hidrocarburos está acompañada por el uso de la energía natural de este y normalmente se conoce como *producción primaria*. El petróleo y el gas son desplazados hacia los pozos productores bajo producción primaria mediante a) expansión de fluido, b) desplazamiento de fluidos, c) drenaje gravitacional y d) expulsión capilar. Cuando no existe ni acuífero ni inyección de fluidos, el recobro de hidrocarburos se debe principalmente a la expansión del fluido, sin embargo en crudo, este podría producirse mediante drenaje gravitacional. El uso de gas natural o inyección de agua es llamado *producción secundaria* y su principal propósito es mantener la presión del yacimiento (adición de energía), de modo que el término mantenimiento de presión normalmente se usa para describir procesos de recobro secundario. Cuando el agua procede de un acuífero o es inyectada en los pozos, el recobro es acompañado por un mecanismo de desplazamiento, el cual puede ser ayudado por drenaje gravitacional o expulsión capilar. El gas se inyecta

como fluido de desplazamiento para ayudar al recobro de crudo y también como gas cíclico para recuperar condensados. Dicha inyección normalmente modifica la presión de rocío y por lo tanto desplaza el diagrama de fases.

Existen otros procesos de desplazamiento llamado *recuperación terciaria* y mejor referido como *recobro realzado* (Enhanced Oil Recovery, EOR) los cuales se desarrollaron para cuando los procesos secundarios resultan inefectivos. Adicional a la adición de energía al yacimiento, este proceso considera cambios en las propiedades de la roca (como la mojabilidad) o del fluido (como la viscosidad o la tensión interfacial). Sin embargo, el mismo proceso se considera para casos donde el recobro primario no se utilizó por bajo potencial de recobro. En este caso el término terciario está mal empleado. En algunos yacimientos es ventajoso iniciar un proceso secundario o terciario antes de terminar la producción primaria. En estos casos el término *recobro mejorado* (improved oil recovery, IOR) se ha convertido en popular y algunos consideran que la diferencia entre EOR e IOR es que esta última involucra un proceso de reingeniería y caracterización del yacimiento.

En muchos yacimientos pudieren simultáneamente operar varios mecanismos de producción, pero generalmente predomina uno o dos. Durante la vida del yacimiento la predominancia puede cambiar de un mecanismo a otro ya sea natural o artificialmente. Por ejemplo, un yacimiento volumétrico podría producir inicialmente por expansión de fluidos, cuando este se ha depletado lo suficiente la producción hacia los pozos podría deberse a drenaje gravitacional ayudado por un mecanismo de bombeo. Más tarde, un proceso de inyección de agua puede usarse para adicionar mayor empuje a los hidrocarburos. En este caso el ciclo de los mecanismos es expansión-gravitacional y desplazamiento de drenaje.

En general la producción de los yacimientos se debe a los siguientes mecanismos:

1. Hidráulico, cuando se presenta agua proveniente de un acuífero adyacente.
2. Gas en Solución (línea B-C en Fig. 1.9). Los fluidos gaseosos ayudan a producir la fase líquida cuando el gas intenta liberarse del seno del crudo.
3. Capa de gas (No hay distribución uniforme de los fluidos)
4. Expansión líquida y de roca (hasta el punto de burbuja) Línea A-B en Fig. 1.9.
5. Gravedad o segregación gravitacional, el cual es común en yacimientos con espesor considerable y que tienen buena comunicación vertical o en yacimientos que tienen alto buzamiento pues permiten la migración del gas a la parte superior de la estructura.
6. Combinado
7. En yacimientos gasíferos se tiene depleción o expansión gaseosa (línea D-E-F en Fig. 1.9)

## **1.6. CLASIFICACION DE ACUERDO A VARIACIONES DEL VOLUMEN ORIGINALMENTE DISPONIBLE A HIDROCARBUROS**

1. Volumétricos, cuando no existe un acuífero adyacente al yacimiento (yacimiento cerrado).

2. No volumétricos. El volumen disponible a hidrocarburos se reduce por la intrusión de agua procedente de un acuífero aledaño.

Tabla 1.1. Características de los diferentes mecanismos de producción

Mecanismo	Presión de yacimiento	GOR	$W_p$	Eficiencia	Otros
Expansión líquida y roca	Declina rápida y continuo $P_i > P_b$	Permanece bajo y cte	No, excepto alto $S_w$	1-10 % Prm. 3 %	
Gas en solución	Declina rápida y continuo	1o. Alto, incrementa y cae	No, excepto alto $S_w$	5-35 % Prm. 20 %	Requiere bombeo temprano
Capa de gas	Cae lenta y continuo	Crece cont. En formaciones inclinadas	Despreciable	20-40 % Prm. 25% o >	Ruptura temprana de gas indica m
Empuje de agua	Permanece alta. P depende de caudal	Permanece bajo si P es alta	Pozos bajos tienen $W_p$ que crece	35-80 % Prm. 50 %	N de BM crece si $W_e = 0$
Segregac. gravitacional	Declina rápida y continuo	Bajo en form. poco inclinado. Alto en form. inclinadas	Despreciable	40-80 % Prm. 60 %	

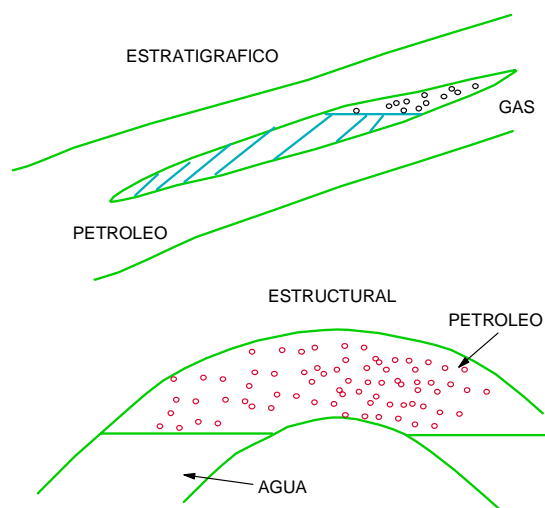


Fig. 1.7. Clasificación Geológica de los Yacimientos: Estratigráfico y estructurales

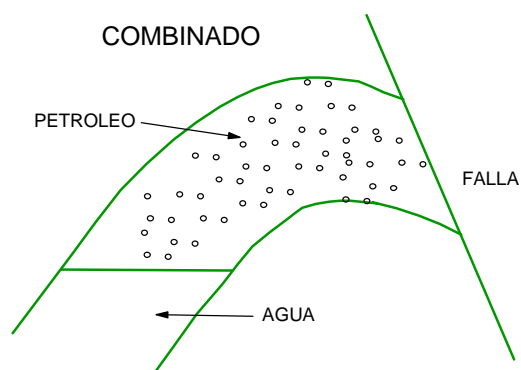


Fig. 1.8. Clasificación Geológica de los Yacimientos: Combinado

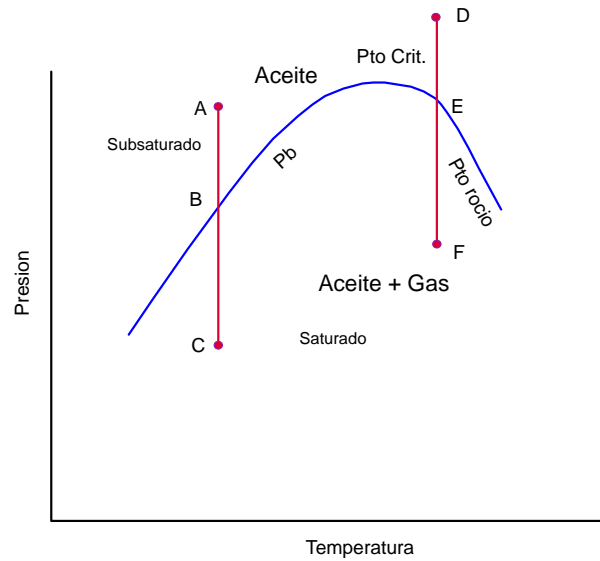


Fig. 1.9. Clasificación de los Yacimientos de acuerdo al punto de burbuja

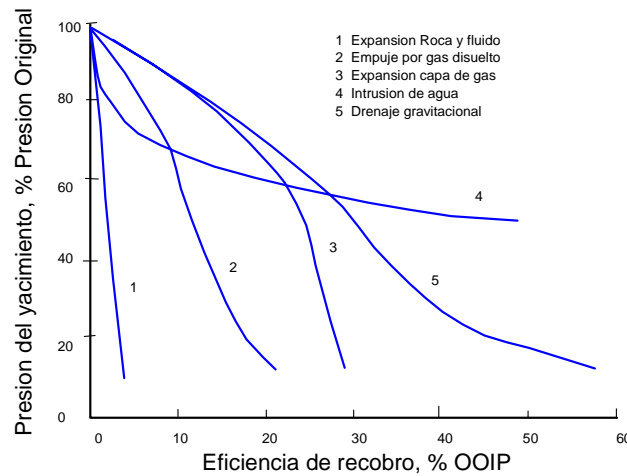


Fig. 1.10. Influencia de los mecanismos de producción en el recobro de petróleo

## 1.8. REGIMENES DE PRESION DE FLUIDOS

La presión total a cierta profundidad es la combinación del peso de la roca + fluidos = Presión de sobrecarga. En la mayoría de las formaciones sedimentarias es aproximadamente 1 psi/ft.

$$OP = FP + GP$$

La presión de sobrecarga es constante, luego:

$$d(FP) = -d(GP)$$



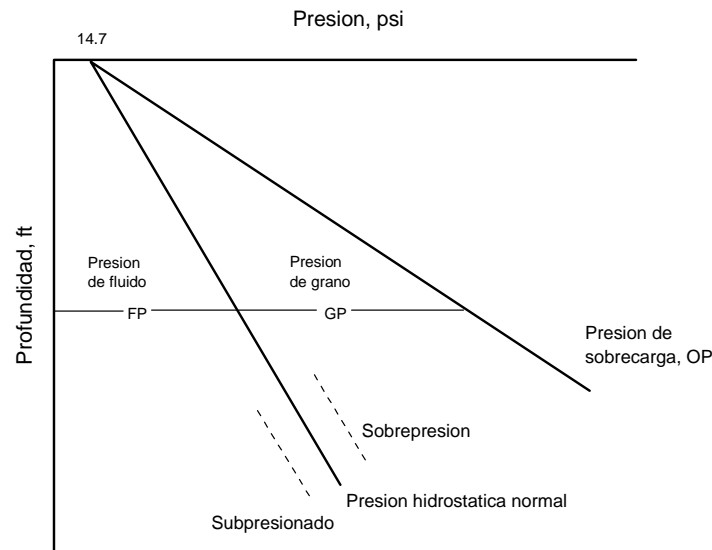


Fig. 1.11. Regímenes de presiones

Es decir, una reducción en la presión de fluido conduce a un incremento en la presión de grano o viceversa. Para un caso normal de agua:

$$P_w = \left( \frac{dP}{dD} \right)_{\text{agua}} D + 14.7$$

Esta ecuación asume que hay continuidad desde la superficie al fondo luego la salinidad es constante. El gradiente del agua dulce es 0.4335 psi/ft. Para un caso anormal de agua:

$$P_w = \left( \frac{dP}{dD} \right)_{\text{agua}} D + 14.7 + C$$

donde  $C$  es + (sobrepresión) o – (subpresionado). Los gradientes aproximados para agua salada (depende de salinidad) son 0.45, para oil 0.35 y para gas 0.08. Presiones anormales se deben a: (a) Cambios en temperatura. Un grado Fahrenheit causa un cambio de 125 psi en sistemas sellados, (b) Cambios geológicos por levantamiento del yacimiento, (c) Osmosis entre aguas que tienen diferente salinidad. Si el agua dentro de la formación es mas salada que los alrededores, causa altas presiones anormales

Usando los gradientes promedios y de acuerdo con la figura, a WOC=5500 ft, la presión del agua y del petróleo deben ser iguales para que exista una interfase estática. De modo que:

$$P_w = 0.45D + 14.7 = 0.45(5500) + 15 = 2490 \text{ psi}$$

Ahora, la ecuación lineal para el aceite encima de la zona de agua es:

$$P_o = 0.35D + C$$

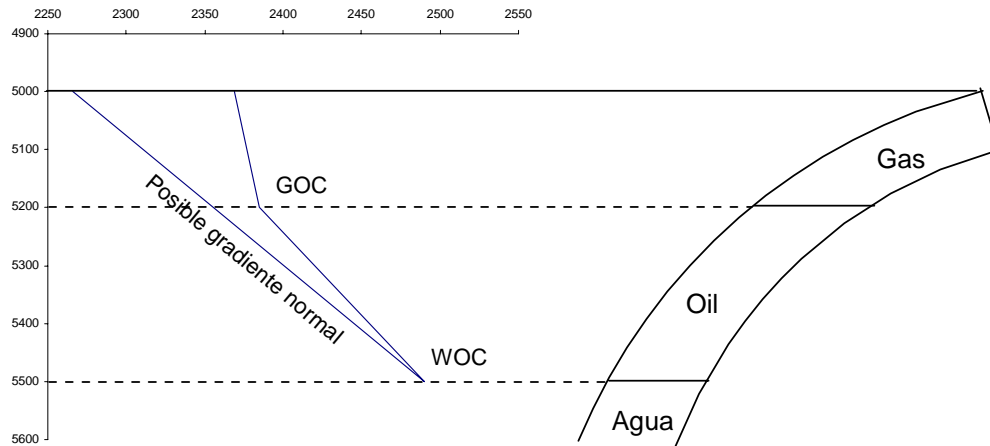


Fig. 1.12. Regímenes de presiones para ejemplo

Puesto que  $P_o = 2490$  a 5500 psi, la constante se evalúa de modo que:

$$2490 = 0.35(5500) + C \text{ de donde } C = 565, \text{ luego } P_o = 0.35D + 565$$

En el GOC a 5200 ft,  $P_g = P_o$ , luego  $P_o = 0.35D + 565 = 0.35(5200) + 565 = 2385$  psi

La ecuación de gas, arriba de la zona de petróleo, es  $P_g = 0.08D + C$

Puesto que  $P_g = P_o$  y a 5200 ft, 2385 psi, se tiene  $2385 = 0.08(5200) + C$  de donde  $C = 1969$ , luego  $P_g = 0.08D + 1969$ .

La presión en el tope de la formación (5000 ft) es:

$P_g = 0.08D + 1969 = 0.08(5000) + 1969 = 2369$  psi. Si se asume que se está perforando una formación con agua dulce, a la profundidad de 5000 ft (tope) la presión será de:

$$P_w = 0.433D + 14.7 = 0.433(5000) + 15 = 2266 \text{ psi}$$

Lo que equivale a que se tendría un kick de  $2369 - 2266 = 103$  psi al entrar a la zona de petróleo.

## 1.9. ESCALAS DEL YACIMIENTO

Una manera de que tan bien entendemos el yacimiento puede obtenerse considerando la fracción del yacimiento que está siendo muestreada mediante las diferentes técnicas. Por ejemplo, supongamos que se desea hallar el tamaño del área muestreada desde un pozo que tiene un radio de 6 pulgadas. Si se asume un área circular, el área se puede estimar como  $\pi r^2$  donde  $r$  es el radio muestreado. El área muestreada es entonces es  $0.7854 \text{ pie}^2$ . Si se normaliza el área muestreada con el área del yacimiento, digamos unas modestas 5 acres,

Qué fracción del área es directamente muestreada por el pozo?. El área de drene es 218600 pie<sup>2</sup>. La fracción del área muestreada es 3.59 partes por millón lo cual es diminuto comparado con el área de interés.

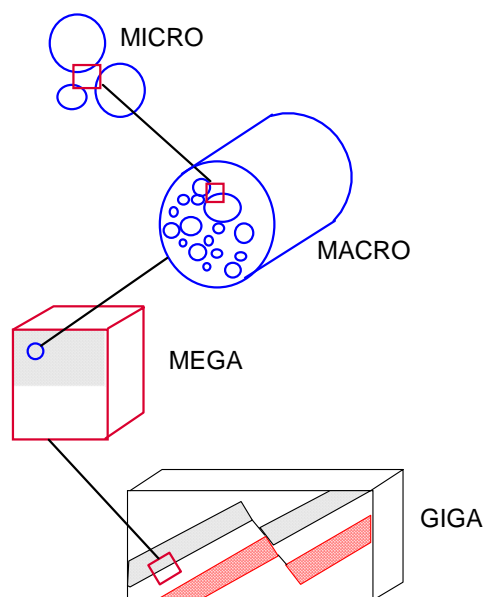


Fig. 1.13. Escalas del yacimiento

Una señal de un registro eléctrico expande el área siendo muestreada. Suponga que un registro pueda penetrar la formación unos 5 pies desde el pozo, lo cual es razonable. La fracción del área siendo muestreada es 4 partes en 10000. El tamaño muestreado dentro del área de drenaje (5 acres) es todavía una fracción de un porcentaje.

Los corazones y registros eléctricos dan una visión muy limitada del yacimiento. Una sección sísmica expande la fracción del área muestreada, pero la interpretación de datos sísmicos es menos precisa. La credibilidad de la sísmica se puede mejorar correlacionándola con datos de análisis de corazones o perfiles eléctricos.

La Fig. 1.13 presenta la definición de escala de yacimiento. Note que éstas no son universalmente aceptadas, pero ilustran la escala relativa asociada con la propiedad del yacimiento medida. La escala *Giga* incluye información asociada con geofísica, tales como arquitectura del yacimiento. Esta también incluye teorías de caracterización regional como tectónica de placas, sísmica y datos de satélite. La escala *Mega* de caracterización del yacimiento incluye perfiles de pozo, análisis de presiones de fondo y análisis de sísmica 3D. La escala *Macro* se enfoca en información obtenida de análisis de corazones y de propiedades de los fluidos. La escala *Micro* involucra datos a nivel de escala del poro obtenidos de secciones delgadas y medidas de distribución del tamaño del grano. Cada una de estas escalas contribuye al modelo final del yacimiento.

## CAPITULO 2

### PROPIEDADES FISICAS DEL MEDIO POROSO

#### 2.1. POROSIDAD

La porosidad se define como la relación entre el volumen poroso y el volumen total de la roca (la propiedad inversa a la porosidad es la compacidad). Matemáticamente:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}$$

$V_p$  = volumen poroso

$V_t$  = volumen total

De acuerdo a la interconexión del volumen poroso, la porosidad se define en porosidades absoluta, efectiva y no efectiva.

##### 2.1.1. Clasificación de la porosidad

**2.1.1.1. Porosidad absoluta.** Es aquella porosidad que considera el volumen poroso de la roca esté o no interconectado. Esta propiedad es la que normalmente miden los porosímetros comerciales

**2.1.1.2. Porosidad efectiva.** Es la que considera los espacios interconectados y que finalmente permitirá que haya flujo de fluidos.

**2.1.1.3. Porosidad no efectiva.** Es la diferencia que existe entre las porosidad absoluta y efectiva.

Geológicamente la porosidad se clasifica en:

**2.1.1.4. Porosidad primaria o intergranular.** La cual se desarrolló al mismo tiempo que los sedimentos fueron depositados. Rocas sedimentarias con este tipo de porosidad son: areniscas (detriticas o clásticas) y calizas (no detriticas).

**2.1.1.5. Porosidad secundaria, inducida o vugular.** Ocurre por un proceso geológico o artificial subsiguiente a la depositación de sedimentos. Puede ser debida a la solución o fractura (artificial o natural) o cuando una roca se convierte en otra (caliza a dolomita).

## 2.1.2. Factores que afectan la porosidad

**2.1.2.1. Tipo de empaque.** Idealmente se pueden formar los siguientes tipos de empaquetamientos los cuales tienen diferente valor de porosidad.

Cúbico, porosidad 47.6 %

Romboedral, porosidad 25.9 %

Ortorrómbico, porosidad 39.54 %

Tetragonal esfenoidal, porosidad 30.91 %

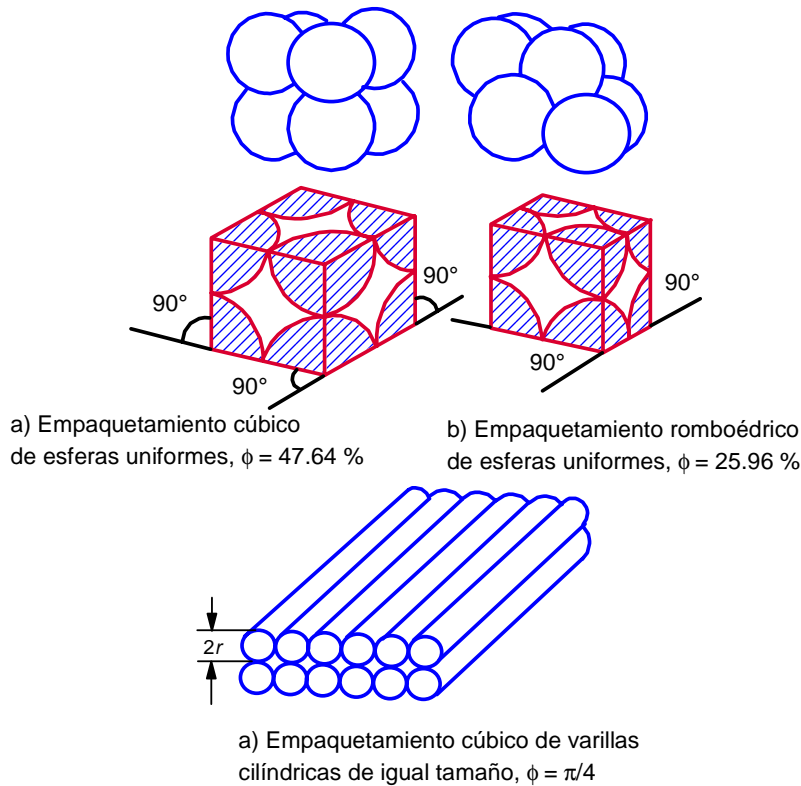


Fig. 2.1. Empaquetamiento cúbico, romboédrico y cúbico de varillas cilíndricas

Para el sistema cúbico se tiene:

$$V(cubo) = (4r)^3 = 64r^3$$

$$\phi = \frac{Vol. cubo - Vol. esferas}{Vol. cubo} = \frac{64r^3 - 8(4/3)\pi r^3}{64r^3} = 47.6 \%$$

**2.1.2.2. Material cementante.** Cemento que une los granos y que se forma posterior a la depositación ya sea por dilución de los mismos granos o por transporte. Son cementos: Sílice,  $\text{CaCO}_3$ , arcilla y  $\text{FeO}$ .

De la calidad del material cementante dependerá la firmeza y compactación de la roca. Se tiene, entonces, formaciones consolidados, poco consolidados y no consolidados.

**2.1.2.3. Geometría y distribución de granos.** Cuando los granos son más redondeados proporcionan más homogeneidad al sistema y por ende la porosidad será mayor.

**2.1.2.4. Presión de las capas suprayacentes.** Las capas suprayacentes pueden compactar el yacimiento y reducir el espacio poroso.

**2.1.2.5. Presencia de partículas finas.** La arcillosidad afecta negativamente la porosidad.

### 2.1.3. Promedio de la porosidad

Existen varios promedios, los principales son: aritmético, ponderado y estadístico o geométrico.

#### 2.1.3.1. Promedio aritmético

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i}{n}$$

#### 2.1.3.2. Promedio ponderado

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

Siendo  $x$  el área, volumen o altura

#### 2.1.3.3. Promedio estadístico o armónico

$$\phi = \sqrt[n]{\phi_1 \phi_2 \phi_3 \dots \phi_n}$$

### 2.1.4. Correlaciones para porosidad

La porosidad se correlaciona con la compresibilidad del volumen poroso,  $C_f$ , de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$C_f = \frac{97.32 \times 10^{-6}}{(1 + 55.871 \phi)^{1.42859}} \quad \text{Para areniscas consolidadas}$$

$$C_f = \frac{0.853531}{(1 + 2.47664 \times 10^6 \phi)^{0.9299}} \quad \text{Para formaciones limosas}$$

Alternativamente, la porosidad promedio puede calcularse con cualquiera de los promedios de porosidad dados anteriormente.

### 2.1.5. Distribución del tamaño del poro

Es imposible tener una descripción detallada del espacio poroso pero, con respecto a los granos en un material granular, es posible contar con una descripción estadística de una clase u otra. La determinación de la distribución del tamaño de poro es de importancia especial en materiales consolidados donde no puede obtenerse una distribución del tamaño de grano. Puesto que los medios porosos poseen una estructura porosa más o menos aleatoria, no es sorprendente que las muestras pequeñas del mismo material no tengan la misma porosidad o permeabilidad. Generalmente se observa que a mayor volumen, para muestras individuales, hay más probabilidad de que los mismos valores de permeabilidad y porosidad se observen. Estas características de los materiales porosos pueden entenderse por el siguiente análisis. Considere un volumen bruto de material poroso e imagine que este se divide en paralelepípedos muy pequeños. Estos elementos poseen una distribución de porosidad debido a la estructura aleatoria del medio poroso. Denótese esta función de distribución como  $F(\phi)$ , de modo que  $F(\phi)d\phi$  es la fracción de los elementos que tienen porosidades entre  $\phi$  y  $\phi + d\phi$ . La porosidad media de estos elementos, y la porosidad real del material bruto es:

$$\bar{\phi} = \int_0^1 \phi F(\phi) d\phi$$

La desviación estándar,  $\sigma$ , de la distribución de  $\phi$  se define por:

$$\bar{\phi} = \int_0^1 (\phi - \bar{\phi})^2 F(\phi) d\phi$$

Suponga que se toman varias muestras del material poroso. La porosidad promedio de la muestra puede definirse como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_i$$

La función de distribución para la porosidad media debe aproximarse a la distribución Gaussiana, cuando  $n$  es grande. Aplicando el teorema del límite central:

$$F(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \left( \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)} e^{-\frac{(\phi - \bar{\phi})^2}{2(\sigma/\sqrt{n})^2}}$$

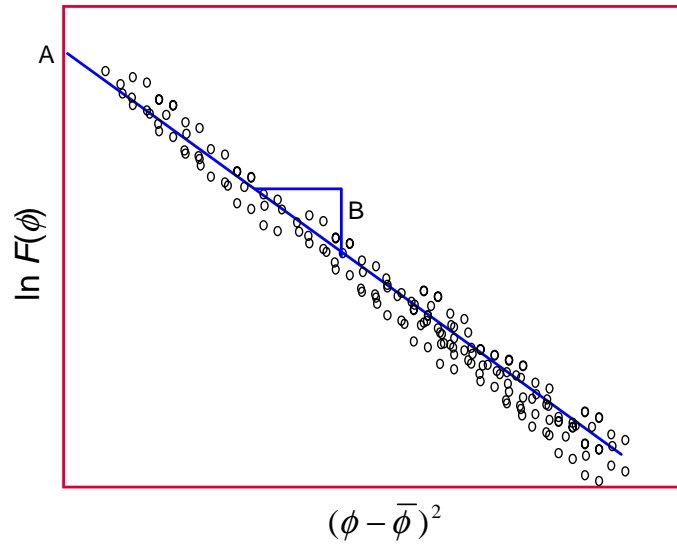


Fig. 2.2. Función de distribución de porosidad

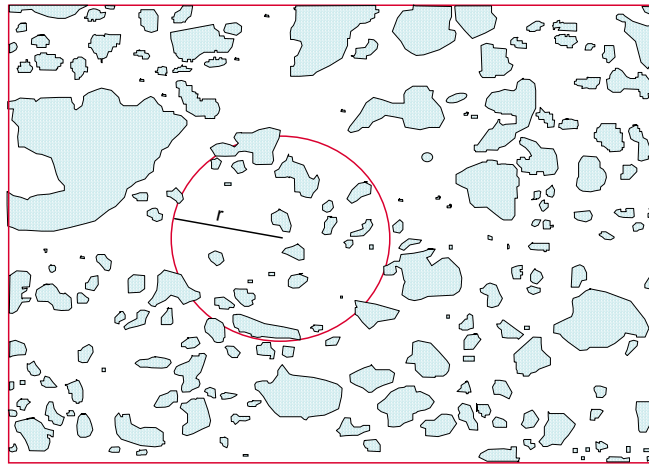


Fig. 2.3. Muestra de roca para distribución de porosidad

Puesto que  $\sigma$  y  $n$  son constantes:

$$F(\phi) = Ae^{-B(\phi - \bar{\phi})^2}$$

Es necesario encontrar los valores de  $A$  y  $B$ , para lo que se recurre a un gráfico con el de la Fig. 2.2 donde:

$$\ln F(\phi) = \ln A - B(\phi - \bar{\phi})^2$$

La muestra de roca de la Fig. 2.3 presenta la distribución gaussiana mostrada en la Fig. 2.4.



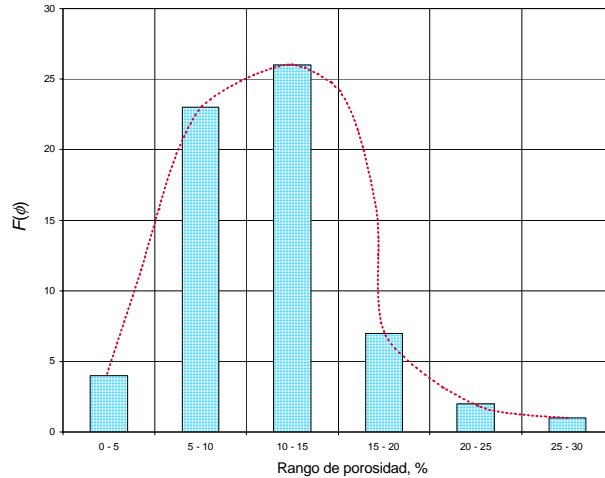


Fig. 2.4. Distribución de porosidad

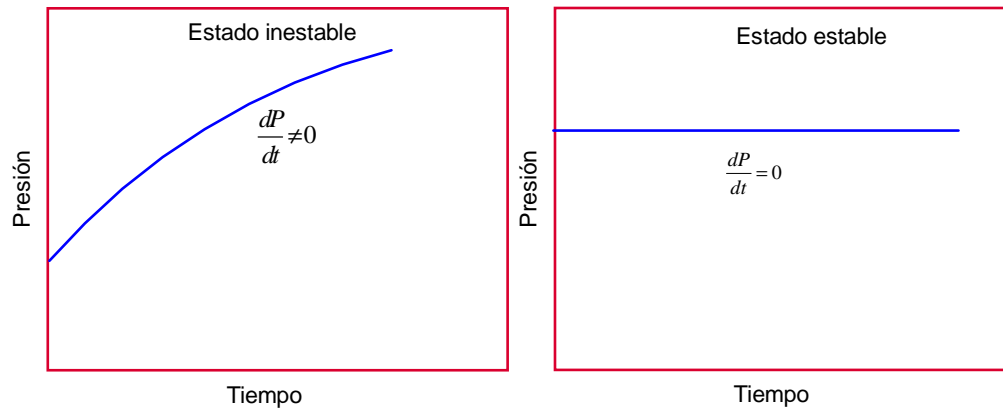


Fig. 2.5. Estado estable e inestable

## 2.2. SATURACION DE FLUIDOS, $S_f$

Es la relación que expresa la cantidad de fluido que satura el medio poroso. Conocida dicha cantidad y la extensión del volumen poroso se puede volumétricamente determinar cuanto fluido existe en una roca.

## 2.3. ESTADOS DE FLUJO

De acuerdo con la variación de una propiedad con respecto al tiempo existen principalmente tres estados de flujo a saber: flujo estable, flujo pseudoestable y flujo inestable. El flujo estable se caracteriza por que la presión del yacimiento no cambia con el tiempo en un punto dado. El flujo inestable presenta variaciones de la presión con el tiempo y el flujo pseudoestable es un flujo estable temporal. Existen otras clasificaciones de los estados de flujo de acuerdo con la geometría que presenten las líneas isobáricas (flujo radial, lineal, esférico, etc.).

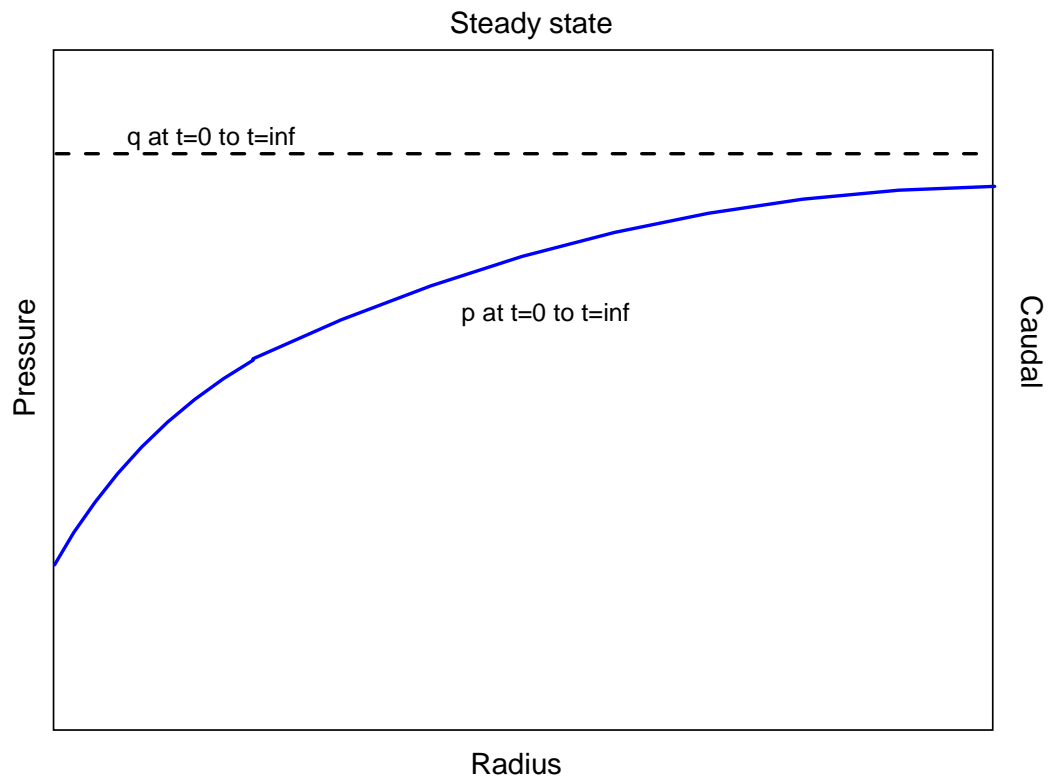


Fig. 2.6. Estado estable

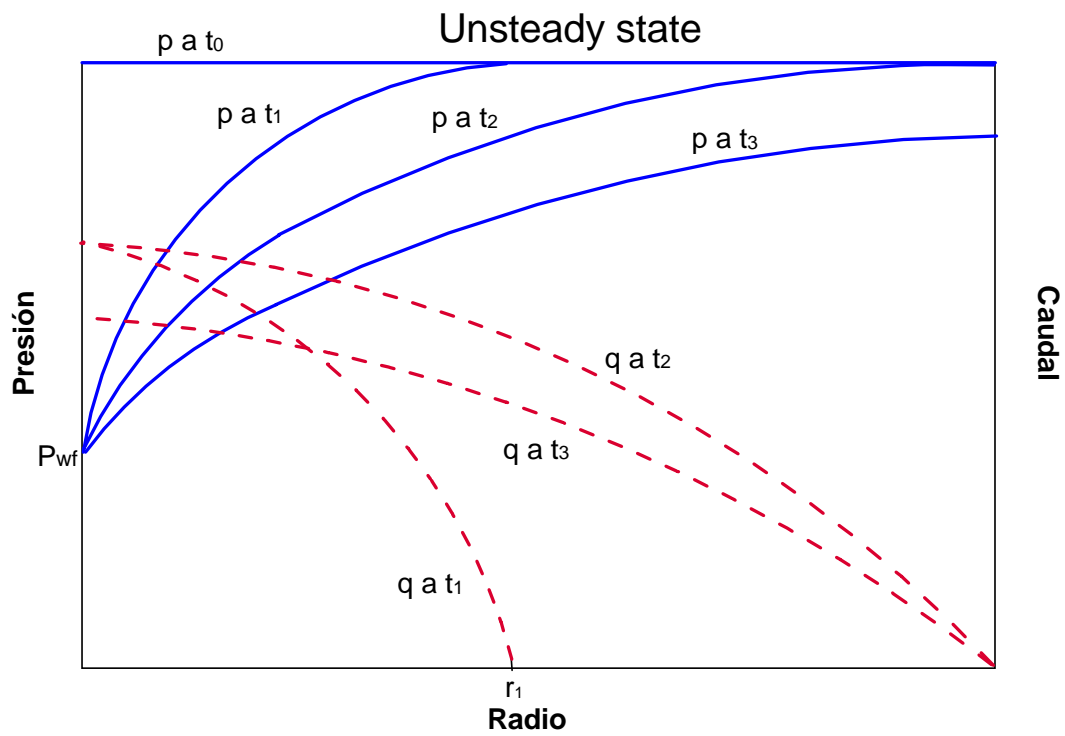
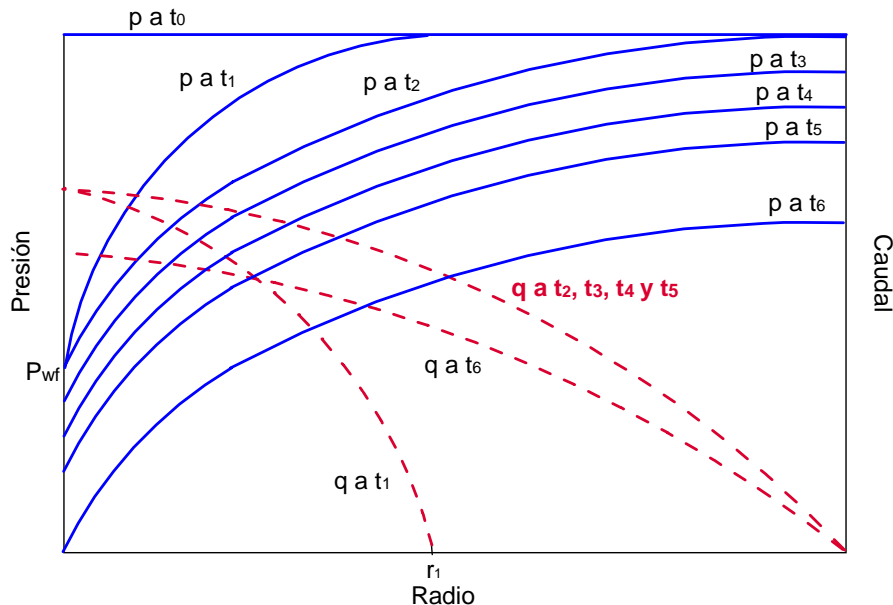


Fig. 2.7. Estado inestable

Fig. 2.8. Estado inestable/estado pseudoestable  $q_2$  a  $q_5$ 

El estado pseudoestable es un caso especial del estado inestable. El estado estable se da cuando se toca la frontera y un barril de petróleo se reemplaza por uno de agua, si los factores volumétricos son iguales a 1.0. El flujo en estado pseudoestable es causado por expansión del fluido. Si  $P_{wf}$  es constante:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \Rightarrow dV = -cVdP$$

Para que haya expansión tiene que haber una caída de presión. Mientras que la presión no afecte la frontera el comportamiento es infinito. Todos los yacimientos tienen ese comportamiento. En el estado pseudoestable el caudal es constante. El principio es similar al estado inestable, pero cuando la presión afecta las fronteras, en todo punto del yacimiento  $dP/dt$  es el mismo y se obtienen líneas paralelas. Matemáticamente,  $dP/dt = \text{cte}$  y entonces la rata será constante hasta que  $P_{wf}$  no se pueda mantener.

## 2.4. PERMEABILIDAD Y LEY DE DARCY

La permeabilidad es la capacidad que tiene el medio poroso para permitir el flujo de fluidos. Para flujo lineal la ley de Darcy dice que la velocidad de un fluido homogéneo en un medio poroso es proporcional a la fuerza de empuje (gradiente de presión) e inversamente proporcional a la viscosidad. Darcy requiere que el fluido se adhiera a los poros de la roca, sature 100 % el medio y flujo homogéneo y laminar ocurra.

Slider dice que si tratáramos de resolver todos los problemas de Ingeniería utilizando la ley de Darcy es comparada como “ir a la luna en caballo”. Por lo tanto, la Ley de darcy puede aplicarse a condiciones muy particulares.

$$q = -cA \frac{k}{\mu} [\Delta P + \rho g h \sin \theta]$$

Donde  $c = 1.127$  para conversión. En unidades de campo esta ecuación se escribe como:

$$v = -0.00127 \frac{k}{\mu} \left( \frac{dp}{ds} - 0.433 \gamma \cos \theta \right)$$

$$v = -0.00127 \frac{k}{\mu} \frac{dp_{\text{flujo}}}{ds}$$

$$\Delta P_{\text{flujo}} = \Delta P \pm 0.433 \gamma \Delta D$$

$v$ , es la velocidad aparente, bbl/(día-ft<sup>2</sup>)

$k$ , md

$\mu$ , cp

$P$ , psia

$s$ , distancia a lo largo del flujo

$\gamma$ , Gravedad específica

$\theta$ , Angulo medido en sentido horario desde la vertical a la posición  $s$  de la dirección.

$\Delta D$ , diferencia de altura

## FLUJO LINEAL

$$v = - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

EL signo negativo se debe a que si  $x$  es medido en la dirección de flujo,  $P$  decrece cuando  $x$  crece.

$$q_o = \frac{1.127 k A (P_1 - P_2)}{\mu L}$$

$$q_s = \frac{0.112 k A (P_1^2 - P_2^2)}{T \mu L Z}$$

## FLUJO RADIAL

Para flujo radial ( $c = 7.08$ ), se tiene:

$$q = \frac{2\pi k r h}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

Integrando:

$$\int_{P_w}^{P_e} dP = \frac{q\mu}{2\pi k h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r}$$

Integrando y despejando  $q$ ;

$$q = \frac{7.08 k h}{\mu} \frac{(P_e - P_w)}{\ln(r_e / r_w)}$$

$$q_o = \frac{7.08 k h}{\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{\ln(r_1 / r_2)}$$

$$q_g = \frac{0.703 k h}{T \mu Z} \frac{(P_2^2 - P_1^2)^n}{\ln(r_1 / r_2)}$$

## FLUJO HEMISFERICO

$$q_o = \frac{7.08 k h}{\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{(1/r_1 - 1/r_2)}$$

$$q_g = \frac{0.703 k h}{T \mu Z} \frac{(P_2^2 - P_1^2)^n}{(1/r_1 - 1/r_2)}$$

En estas ecuaciones

$n$  = constante de turbulencia

$q_o$  = bbl/día medidos a condiciones de yacimiento

$q_g$  = Mpcn/D

$A$  = Area en pie<sup>2</sup>

$k$  = Permeabilidad, Darcy

$P$  = Presión en psia

$T$  = Temperatura del yacimiento en °R

## 2.5. ECUACIÓN DE FORCHHEIMER

La ley de Darcy como tal considera que un solo fluido satura 100 % el medio poroso, por lo tanto, el estado estable prevalece. Otra consideración hecha por Darcy es que el flujo es

homogéneo y laminar. La ecuación de Forchheimer tiene en cuenta los factores inerciales que determinan que el flujo no es laminar o no Darcy.

$$-\frac{dP}{dL} = \frac{\mu v}{k} + \beta \rho v^2$$

$\beta$  es la constante inercial y es obtenida normalmente por medio de correlaciones empíricas como la de Geertsma:

$$\beta = \frac{4.851 \times 10^4}{\phi^{5.5} \sqrt{k}}$$

La correlación de Firoozabadi and Katz:

$$\beta = \frac{2.6 \times 10^{10}}{k^{1.2}}$$

Estando  $k$  en md.

## 2.6. EFECTO KLINKENBER

Realmente, para el caso de los gases, el fluido no se pega a la pared de los poros como requiere la ley de Darcy y un fenómeno llamado deslizamiento toma lugar. Este escurrimiento o desplazamiento del fluido a lo largo de los poros sugiere una aparente dependencia de la permeabilidad con la presión. La relación propuesta por Klinkenber entre presión y permeabilidad es:

$$k = k_{\infty} \left( 1 + \frac{b}{\bar{P}} \right)$$

Donde  $k_{\infty}$  es la permeabilidad observada para fluidos incompresibles,  $\bar{P}$  es la presión promedio,  $(P_a + P_b)/2$ , y  $b$  es una constante característica del medio poroso y del gas.

## 2.7. PROMEDIO DE PERMEABILIDADES

Para el promedio de permeabilidades en paralelo, referirse a la Fig. 2.8, la sumatoria de cada uno de los caudales proporcionados por cada capa da lugar al caudal total:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\frac{1.127 \bar{k} w h \Delta P}{\mu L} = \frac{1.127 k_1 w h_1 \Delta P}{\mu L} + \frac{1.127 k_2 w h_2 \Delta P}{\mu L} + \frac{1.127 k_3 w h_3 \Delta P}{\mu L}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3}{h} = \frac{\sum_{j=1}^n k_j h_j}{h}$$

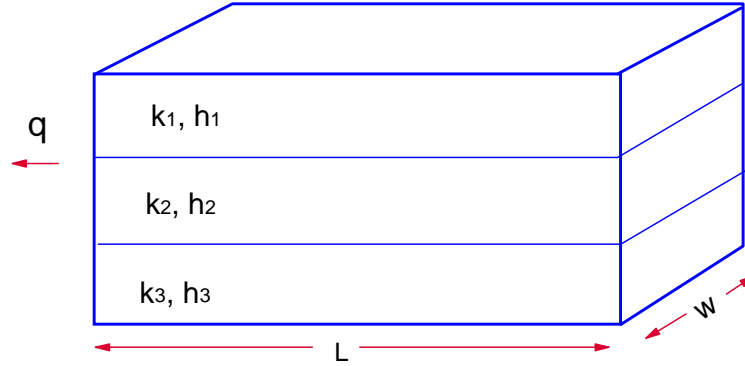


Fig. 2.8. Promedio de permeabilidades en paralelo

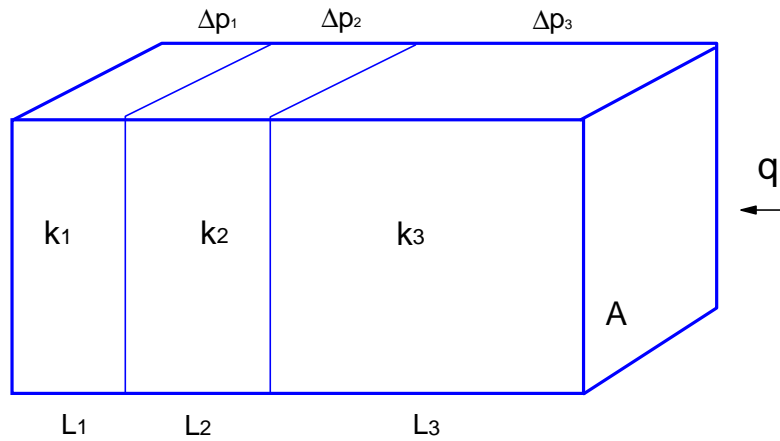


Fig. 2.9. Promedio de permeabilidades en serie

Para el promedio en serie, Ver Fig. 2.9, la caída de presión total corresponde a las contribuciones individuales de caídas de presión en cada uno de los elementos constituyentes. Matemáticamente:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3$$

$$\frac{q\mu L}{1.127\bar{k}A} = \frac{q_1\mu L_1}{1.127k_1A} + \frac{q_2\mu L_2}{1.127k_2A} + \frac{q_3\mu L_3}{1.127k_3A}$$

$$\bar{k} = \frac{L}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3}} = \frac{L}{\sum_{j=1}^n L_j / k_j}$$

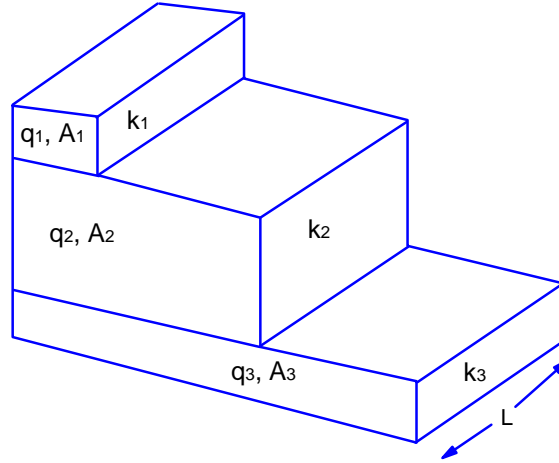


Fig. 2.10. Promedio de permeabilidades en paralelo

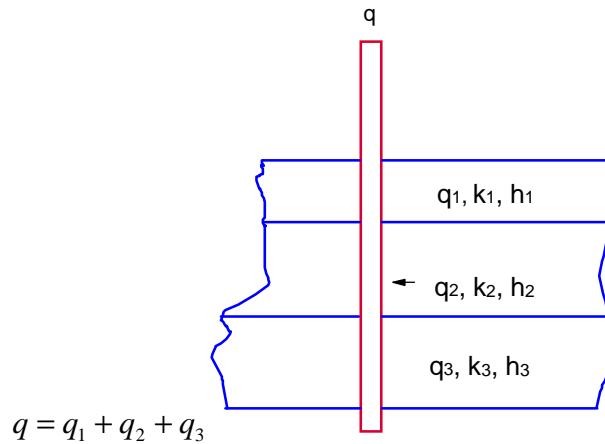


Fig. 2.11. Promedio de permeabilidades en paralelo – flujo radial

Otra variante del promedio de permeabilidades en paralelo se presenta en casos apticlares como el de la Fig. 2.10. Aquí también se tiene que el caudal total es el resultado de los caudales individuales, luego:

$$\frac{1.127\bar{k}A_t\Delta P}{\mu L} = \frac{1.127k_1A_1\Delta P}{\mu L} + \frac{1.127k_2A_2\Delta P}{\mu L} + \frac{1.127k_3A_3\Delta P}{\mu L}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1A_1 + k_2A_2 + k_3A_3}{A_t} = \frac{\sum_{j=1}^n k_j A_j}{A_t}$$



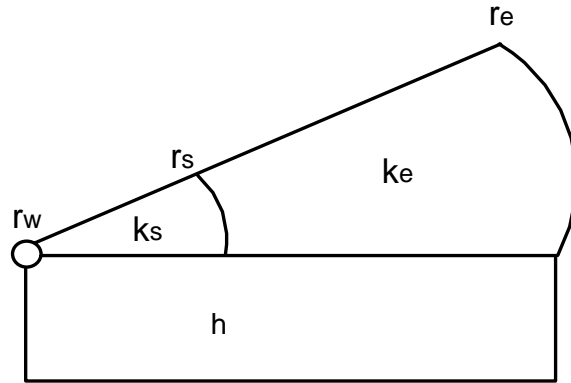


Fig. 2.12. Promedio de permeabilidades en serie – flujo radial

Para el caso de capas paralelas en geometría radial:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\frac{7.08 \bar{k} h \Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)} = \frac{7.08 k_1 h_1 \Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)} + \frac{7.08 k_2 h_2 \Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)} + \frac{7.08 k_3 h_3 \Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3}{h} = \frac{\sum_{j=1}^n k_j h_j}{h}$$

En la geometría radial es muy común encontrar promedios de permeabilidad en serie. Ver Fig. 2.12. Este caso se tipifica cuando existe un radio de daño en alguna zona aledaña al pozo o cuando se sospecha la depositación de orgánicos o inorgánicos en ciertas zonas del yacimiento cercanas al pozo. La caída de presión total es el resultado de adicionar las caídas de presión en cada uno de los sectores que integran el sistema:

$$\Delta P = \Delta P_{w-s} + \Delta P_{s-e}$$

$$\frac{q \mu B \ln(r_e / r_w)}{7.08 \bar{k} h} = \frac{q \mu B \ln(r_s / r_w)}{7.08 k_s h} + \frac{q \mu B \ln(r_e / r_s)}{7.08 k_e h}$$

$$\bar{k} = \frac{k_s k_e \ln(r_e / r_w)}{k_s \ln(r_e / r_s) + k_e \ln(r_s / r_w)}$$

## 2.8. TIPOS DE PERMEABILIDAD

**2.8.1. Permeabilidad absoluta.** Es aquella permeabilidad que se mide cuando un fluido satura 100 % el espacio poroso. Normalmente, el fluido de prueba es aire o agua.

**2.8.2. Permeabilidad efectiva.** Es la medida de la permeabilidad a un fluido que se encuentra en presencia de otro u otros fluidos que saturan el medio poroso. La permeabilidad efectiva es función de la saturación de fluidos, siempre las permeabilidades relativas son menores que la permeabilidad absoluta.

**2.8.3. Permeabilidad relativa.** Es la relación existente entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta. Esta medida es muy importante en ingeniería de yacimientos, ya que da una medida de la forma como un fluido se desplaza en el medio poroso. La sumatoria de las permeabilidades relativas es menor de 1.0. A la saturación residual de crudo,  $S_{or}$  o a la saturación de agua connata,  $S_{wc}$  se tiene que  $k_f \approx k_{abs}$ . Si un 2-3 % de fase no-mojante se introduce, esta se mete a los poros grandes y obstaculiza el flujo de la mojante (ver la sección de curvas de permeabilidades relativas). Si los poros fueran iguales, no habría obstáculos.

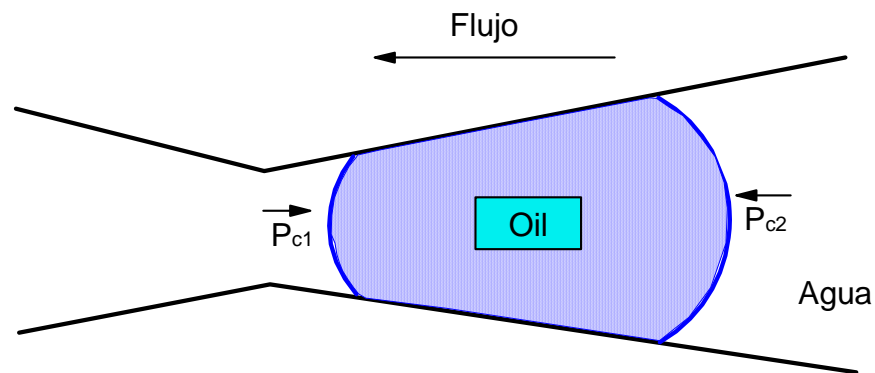


Fig. 2.13. Efecto de la presión capilar en el movimiento de una gota de petróleo

El fenómeno presente en la Fig. 2.13 se debe a que  $P_{c1}$  (presión capilar) quiere mover el oil hacia la izquierda y  $P_{c2}$  hacia la derecha, puesto que el radio en la izquierda es menor, la presión capilar,  $P_c$ , es mayor y se requiere cierto gradiente de presión (mayor que  $P_c$ ) para mover la burbuja.

La saturación de gas remanente,  $S_{gr}$ , en el yacimiento es muy pequeño. De hecho, es menor que la que se predice en el laboratorio. Este factor se llama saturación equilibrada de gas. Ver Fig. 2.14.

Las curvas de permeabilidades relativas de la fase no mojante tiene forma de S. La curva de permeabilidad relativa de la fase mojante es cóncava. Para sistemas agua-aceite el agua es mojante (normalmente) en sistemas petróleo-gas, el petróleo es la fase mojante.

En sistemas trifásicos se forman bancos petróleo-agua o gas-petróleo lo cual no se presenta en el yacimiento, excepto, en la cara del pozo y en la zona de transición.

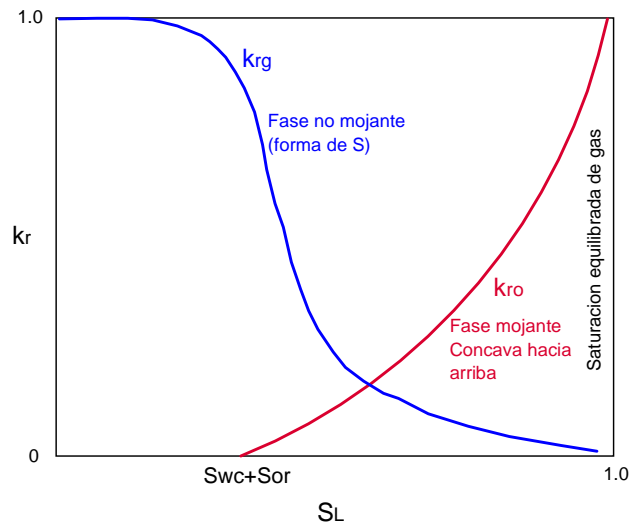


Fig. 2.14. Curva típica de permeabilidades relativas para sistema gas-aceite

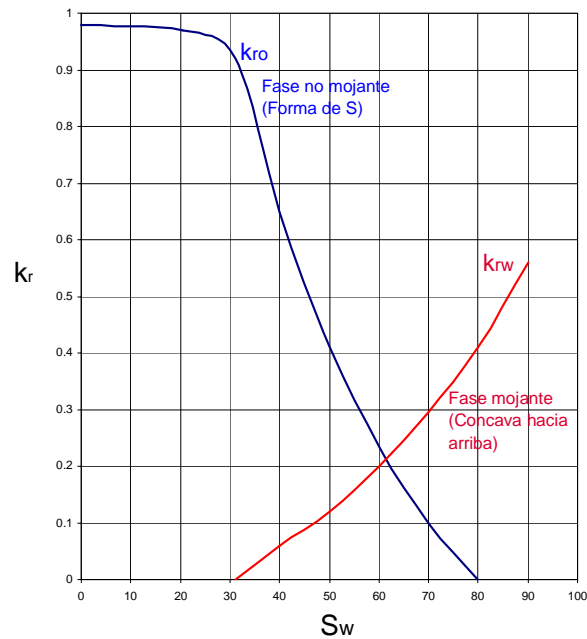


Fig. 2.15. Curva típica de permeabilidades relativas para sistema agua-aceite

## 2.8.4. Correlaciones para permeabilidad relativa

Correlación de **Wahl y asociados**. Esta fue obtenida de mediciones de campo en yacimientos de areniscas.

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = A(0.0435 + 0.4556A)$$

$$A = \frac{1 - S_{gc} - S_{wi} - S_o}{S_o - S_{or}}$$

Correlación de **Corey y Asociados**. Para arenas no consolidadas durante procesos de drenaje:

$$k_{rw} = (1 - S)^2$$

$$k_{ro} = S^3$$

$$S = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas no consolidadas durante procesos de imbibición:

$$k_{rw} = S^3$$

$$k_{ro} = (1 - S)^3$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas consolidadas durante procesos de drenaje:

$$k_{rw} = (1 - S)^4$$

$$k_{ro} = S^3(2 - S)$$

$$S = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

Correlación de **Naar-Henderson**. Para yacimientos con empuje de agua (arenas consolidadas durante procesos de imbibición):

$$k_{rw} = S^4$$

$$k_{ro} = (1 - 2S)^{1.5} \left[ 2 - \sqrt{1 - 2S} \right]$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Estas correlaciones son válidas para  $S_{wi} < S_w < 1 - S_{or}$ .

Correlación de **Corey**. Para condiciones de drenaje (empuje de gas en solución):

$$k_{ro} = (1 - S)^4$$

$$k_{rg} = S^3(2 - S)$$

$$S = \frac{S_g}{1 - S_{wi}}$$

Correlación de **Willie**. Para arenas no consolidadas con grano bien clasificado:

$$k_{rw} = (1 - S)^3$$

$$k_{ro} = S^3$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas no consolidadas con grano pobremente clasificado:

$$k_{rw} = (1 - S)^2(1 - S^{1.5})$$

$$k_{ro} = S^{3.5}$$

Para arenas cementadas y formaciones limosas:

$$k_{rw} = (1 - S)^2(1 - S^2)$$

$$k_{ro} = S^4$$

Correlación de **Torcaso y Willie**. Esta solo es válida para procesos de drenaje en areniscas no consolidadas.

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = \frac{(1 - S^*)^2 [1 - (S^*)^2]}{(S^*)^4}$$

$$S^* = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

Correlación de **Pirson**. Para rocas con porosidad intergranular y para flujo de gas en condiciones de drenaje, las ecuaciones son:

$$k_{rw} = \sqrt{S_{wn}} S_w^3$$

$$k_{rg} = (1 - S_{wn}) \left[ S_w \sqrt{1 - S_{wn}} \right]$$

$$S_{wn} = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para rocas con porosidad intergranular y para flujo simultáneo de agua y petróleo en condiciones de imbibición, las ecuaciones son:

$$k_{rw} = \sqrt{S_{wn}} S_w^3$$

$$k_{ro} = \left( \frac{1 - S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)$$

Correlación de **Spivak**.

$$k_{ro} = S_{on}^4$$

$$k_{rw} = S_{wn}^2$$

$$S_{on} = \left( \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)$$

$$S_{wn} = \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)$$

Correlación de **Jones**. Esta fue presentada para areniscas y areniscas arcillosas:

$$k_{rw} = \left( \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right)^3$$

$$k_{ro} = \frac{(S_w - S_{wc})^{2.1}}{(1 - S_{wc})^2}$$

Correlación de **Willie y Gardner**. Estos presentaron correlaciones para sistemas trifásicos preferiblemente mojados por agua en condiciones de drenaje. Para arenas no consolidadas las ecuaciones son:

$$k_{rg} = \frac{S_g^3}{(1 - S_{wi})^3}$$

$$k_{ro} = \frac{S_o^3}{(1 - S_{wi})^3}$$

$$k_{rw} = \frac{(S_w - S_{wi})^3}{(1 - S_{wi})^3}$$

Para arenas consolidadas:

$$k_{rg} = \frac{S_g^2(1 - S_{wi})^2 - (S_w + S_o - S_{wi})^2}{(1 - S_{wi})^4}$$

$$k_{ro} = \frac{S_o^3(2S_w + S_o - 2S_{wi})}{(1 - S_{wi})^4}$$

$$k_{rw} = \frac{(S_w - S_{wi})^4}{(1 - S_{wi})^4}$$

Las ecuaciones anteriores pueden aplicarse a sistemas mojados por petróleo siempre y cuando la saturación de agua,  $S_w$ , se cambie por la saturación de petróleo,  $S_o$ , y viceversa.

Correlación de **Stone**. Este presentó un ajuste estadístico para estimar la permeabilidad relativa al petróleo en sistemas trifásicos con base a los datos de permeabilidades relativas para sistemas de agua, petróleo y gas:

$$k_{ro} = (k_{ro_w} + k_{rw})(k_{ro_g} + k_{rg}) - (k_{rw} + k_{rg})$$

$k_{ro_w}$  es la permeabilidad relativa al petróleo para un sistema agua-petróleo

$k_{ro_g}$  es la permeabilidad relativa al petróleo para un sistema gas-petróleo

Para unas saturaciones de agua y gas dadas, obtenga  $k_{rw}$  y  $k_{ro_w}$  de las curvas para el sistema agua-petróleo usando la saturación de agua y obtenga (usando la saturación de gas)  $k_{rg}$  y  $k_{ro_g}$  de las curvas para el sistema gas-petróleo. En caso que  $k_{ro}$  esté definida con respecto a

la permeabilidad efectiva del petróleo a la saturación máxima de éste, la ecuación anterior toma la siguiente forma:

$$k_{ro} = \frac{(k_{ro_w} + k_{rw})(k_{ro_g} + k_{rg}) - (k_{rw} + k_{rg})}{k_{ro_w}(1 - S_{wc})}$$

$k_{ro_w}(1 - S_{wc})$  es  $k_{ro_w}$  a  $S_o = 1 - S_{wc} - S_o$  máxima.

En caso de obtener valores negativos de permeabilidad relativa al petróleo, ésta se toma como cero. Otras correlaciones importantes son las introducidas por Honarpour y colaboradores (ver referencias).

## 2.9. MODIFICACION DE LA LEY DE DARCY PARA CONSIDERAR EL UMBRAL DEL GRADIENTE DE PRESION

**Antecedentes.** Desde su introducción por Darcy, la ley de flujo, la ecuación de movimiento expresada por la Ec. 1, ha sido usada extensivamente para describir el flujo de fluidos en medios porosos. Sin embargo, la evidencia dada a continuación indica que la ley de Darcy debe corregirse para considerar el gradiente mínimo de presión al cual el flujo inicia.

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right] \quad (2.1)$$

La integración de la Ec. 1 sobre un corazón con propiedades homogéneas y de longitud  $L$  que yace horizontalmente a través del cual fluye un fluido con viscosidad constante es:

$$u = \frac{q}{A} = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta L} \quad (2.2)$$

**Discusión.** Las propiedades de los materiales porosos usados en las pruebas de flujo y los datos de diferencial de presión y ratas de flujo se presentan en las tablas 2.1 y 2.2, respectivamente. La Fig. 2.16 muestra el gráfico de los datos de  $q/A$  vs.  $\Delta p/\Delta L$  obtenidos experimentalmente usando una salmuera saturada que fluía a través de arenisca arcillosa, una arenisca marrón y empaquetamientos. Observe que estos dan una línea recta que está algo desplazada del origen. Prada y Civan sugieren que este desplazamiento indica que la Ec. 2.2 debe corregirse, así:

$$u = \frac{q}{A} = \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\Delta P}{\Delta L} - \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{cr} \right] \quad (2.3a)$$

cuando  $\frac{\Delta P}{\Delta L} > \left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{cr}$



$$U = q/A = 0 \quad (2.3b)$$

Donde  $(\Delta P/\Delta L)_{cr}$  representa el umbral del gradiente de presión por debajo del cual el fluido no puede fluir porque la fuerza de flujo no es suficiente para contrarrestar los efectos de fricción.

La tabla 3 muestra que el umbral del gradiente de presión obtenido de la Fig. 2.16 decrece a medida que la movilidad del fluido,  $k/\mu$ , se incrementa. Típicamente, el valor del umbral del gradiente de presión es despreciable para gases pero puede ser significativo para líquidos. Un gráfico de estos datos se reporta en la Fig. 2.17 en un gráfico log-log sobre un amplio rango de movilidades,  $57 < (k/\mu) < 2.8 \times 10^4$  md/cp. El mejor ajuste por mínimos cuadrados de estos datos:

$$\left( \frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{cr} = 16 \left( \frac{1000k}{\mu} \right)^{-0.8} \quad (2.4)$$

Es importante clarificar que la permeabilidad en la Ec. 2.4 está dada en mD.

Tabla 2.1. Propiedades de los materiales porosos usados en los experimentos de flujo

Muestra volumen	Longitud	Sección	Peso seco	Saturada	Porosidad	Vol. Por.
	(cm)	area (cm <sup>2</sup> )	(g)	Peso (g)	(fracción)	(cc)
Brown sandstone #1	30.7	20.2	1178	1354	0.284	176
Brown sandstone #2	30.7	20.2	1148	1317	0.273	169
Brown sandstone #3	30.7	20.2	1215	1373	0.255	158
Brown sandstone #4	30.7	20.2	1190	1355	0.266	165
Sandpack (20-40 mesh)	55.48	11.4	N.A.	N.A	0.356	225
Sandpack (20-40 mesh)	55.48	11.4	N.A.	N.A	0.334	211
Sandpack (20-40 mesh)	55.48	11.4	N.A.	N.A	0.324	205
Shaly sandstone	6.35	11.4	190.83	203.87	0.18	13.04

Tabla 2.2. Diferencial de presión medido vs. rata de flujo

Brown-sandstone							
Brown sandstone #1		Brown sandstone #2		Brown sandstone #3		Brown sandstone #4	
$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)	$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)	$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)	$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)
0.80	8.83	1.50	13.19	0.80	1.71	1.20	5.79
1.00	12.35	2.00	20.64	1.00	5.66	2.00	11.78
1.20	18.15	2.50	27.85	1.35	8.95	2.50	17.47
2.00	30.00	3.00	32.32	2.00	17.50	3.00	20.46
Sand packs							
Sandpack #1		Sandpack #2		Sandpack #3			
$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)	$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)	$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)		
0.50	3.81	0.60	2.47	0.50	4.57		
0.80	13.34	1.00	12.34	1.00	11.59		
1.20	25.25	1.20	15.12	1.40	21.91		
1.80	34.30	1.50	20.34	1.80	29.92		
Shaly sandstone							
$\Delta p$ (psi)	q (cc/min)						
9.89	2						
14.95	4						
19.52	6						

El coeficiente de correlación es 0.96, indicando una fuerte correlación e los datos medidos con la Ec. 2.4. Basado en esta ecuación, es aparente que el umbral del gradiente de presión se desprecia solamente cuando existen alta movilidades de los fluidos. Por lo tanto, para bajas movilidades, la ley de Darcy debe corregirse como sigue:

Tabla 2.3. Umbral del gradiente de presión vs. la movilidad del fluido

Muestra	$(\Delta P/\Delta L)_{cr}$ (psi/cm)	$k/\mu$ (md/cp)
Brown sandstone #1	8.46E-03	6.52E+03
Brown sandstone #2	1.40E-02	4.81E+03
Brown sandstone #3	2.03E-02	4.73E+03
Brown sandstone #4	1.70E-02	3.13E+03
Sandpack #1	4.60E-03	2.79E+04
Sandpack #2	7.89E-03	2.35E+04
Sandpack #3	5.84E-03	2.38E+04
Shaly sandstone	8.13E-01	5.66E+01

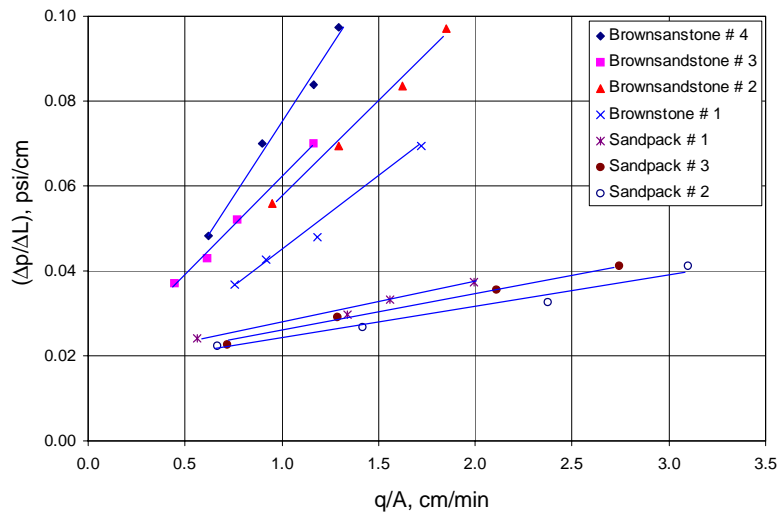


Fig. 2.16. Flujo volumétrico vs. Gradiente de presión

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial P}{\partial l} - \left( \frac{\partial P}{\partial l} \right)_{cr} + \rho g \sin \theta \right]$$

$$\text{cuando } -\left( \frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right) > -\left( \frac{\partial P}{\partial l} \right)_{cr} \quad (2.5a)$$

$$u = \frac{q}{A} = 0$$

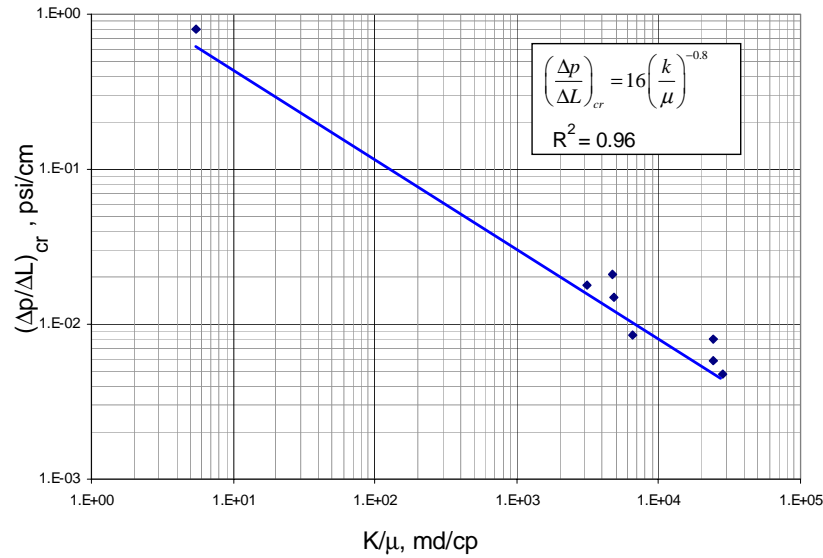


Fig. 2.17. Gráfica del umbral del gradiente de presión vs. Movilidad del fluido

$$\text{cuando } -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) \leq -\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right)_{cr} \quad (2.5b)$$

Si la Ec. 2.4 se puede generalizar:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right)_{cr} = m \left(\frac{1000k}{1}\right)^{-n} \quad (2.6)$$

Invocando las Ecs. 2.5a y 2.5b, la ecuación de Darcy puede corregirse:

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left\{ \left[ \frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right] - m \left[ \frac{1000k}{\mu} \right]^{-n} \right\}$$

$$\text{cuando } -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) > m \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-n} \quad (2.7a)$$

$$u = \frac{q}{A} = 0, \quad -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) \leq m \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-n} \quad (2.7b)$$

Como puede observarse en las Ecs. 2.7a y 2.7b, la corrección es aditiva. El siguiente ejercicio indica que los fluidos fluyen a través de medios porosos solo si la fuerza sobre el fluido es suficiente para contrarrestar el umbral del gradiente de presión y, por lo tanto, la ley de Darcy debe corregirse para tener en cuenta este efecto. La corrección en la forma de la Ec. 2.6 ha sido obtenida mediante regresión de un número limitado de medidas y usando

solo tres diferentes medios porosos y salmuera. Por lo tanto, para otros tipos de fluido y rocas, se requiere mejorar las correlaciones del umbral del gradiente de presión. En términos generales, el valor del umbral del gradiente de presión es una medida del grado de la mojabilidad de la roca, de la tensión interfacial petróleo-agua, y del tamaño de los poros más grandes en el exterior de la muestra de roca. Una alta presión de desplazamiento indica ya sea un fuerte grado de mojabilidad o poros pequeños, o ambos efectos.

**Ejemplo.** Una arenisca de 30 cm de longitud tiene una permeabilidad de un Darcy. Se inyectó agua en uno de sus extremos aplicando una presión de 3 atm. El otro extremo estaba abierto a la atmósfera. Hay suficiente presión para tener flujo ? En caso positiva cual es la velocidad de flujo ? Cuál es la diferencia comparado con la ley de Darcy sin modificar ? Cuál es la mínima presión para tener flujo a través del corazón? Asuma flujo horizontal y la viscosidad del agua de 1 cp.

**Solución.** De la Ec. 2.7a se tiene:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) > m \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-n} \Rightarrow \left(\frac{3-1}{30}\right) > 16 \left(\frac{1000}{1}\right)^{-0.8}$$

Entonces  $0.1 > 0.0637$ . Por ende, hay suficiente presión para que exista flujo. La velocidad de flujo es calculada usando la Ec. 2.7a;

$$u = -\frac{k}{\mu} \left\{ \left[ \frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right] - m \left[ \frac{1000k}{\mu} \right]^{-n} \right\} = -\frac{1}{1} \left\{ \left( \frac{3-1}{30} \right) - 16 \left( \frac{1000(1)}{1} \right)^{-0.8} \right\} = -0.0694 \text{ cm/s}$$

Usando la Ley de Darcy sin modificar, Ec. 2:

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{1}{1} \left( \frac{3-1}{30} \right) = -0.1 \text{ cm/s}$$

Como puede verse, hay una marcada diferencia entre las dos velocidades. La mínima presión para tener flujo es:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right) = 16 \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-0.8}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right) = 0.0637 \text{ atm/cm}$$

Despejando  $P$  se haya un valor de 2.911 atm.

## 2.10. LA ECUACION DE DIFUSIVIDAD

Para la mayoría de los fluidos hidrocarburos, el esfuerzo de corte y la rata de corte pueden describirse mediante la ley de fricción de Newton la cual combinada con la ecuación de movimiento resulta en la bien conocida ecuación de Navier-Stokes. La solución de dicha ecuación para las condiciones de frontera apropiadas da lugar a la distribución de velocidad del problema dado. Sin embargo, la geometría de los poros, no permite la formulación adecuada de las condiciones de frontera a través del medio poroso. Luego, una aproximación diferente se debe tomar. Darcy descubrió una relación simple entre el gradiente de presión y el vector velocidad para una sola fase.

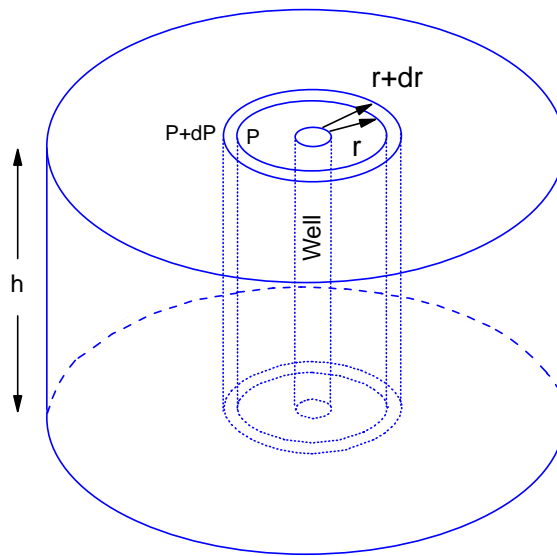


Fig. 2.18. Elemento de volumen

De acuerdo con la Fig. 2.18, el volumen de fluido contenido en el anillo es:

$$V = (2\pi r h dr) \phi \quad (2.8)$$

Pero,

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

Luego;

$$dV = -cVdP$$

De la Ec. 2.8, se tiene:

$$dV = -c(2\pi rh dr)\phi dP$$

Si  $dq = \frac{\partial V}{\partial t}$  entonces:

$$dq = -c\phi (2\pi rh dr) \frac{\partial P}{\partial t}$$

ó;

$$\frac{\partial q}{\partial r} = -c\phi (2\pi rh) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.9)$$

De la ley de Darcy, sabemos que:

$$q = -(2\pi rh) \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (2.10)$$

Si derivamos la Ec. 2.9 con respecto a  $r$ , se obtiene:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = -(2\pi h) \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial P}{\partial r} + r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right] \quad (2.11)$$

Igualando las Ecs. 2.9 y 2.11, se tiene:

$$-c\phi (2\pi rh) \frac{\partial P}{\partial t} = -(2\pi h) \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial P}{\partial r} + r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

ó;

$$c\phi r \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial P}{\partial r} + r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

Rearreglando,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{c\phi \mu}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.12)$$

La ec. 2.12 es la ecuación de difusividad.

### 2.10.1. Limitaciones de la ecuación de difusividad

- a) Medio poroso isotrópico, horizontal, homogéneo, permeabilidad y porosidad constantes
- b) Un solo fluido satura el medio poroso
- c) Viscosidad constante, fluido incompresible o ligeramente compresible
- d) El pozo penetra completamente la formación. Fuerzas gravitacional despreciables
- e) La densidad del fluido es gobernada por la Ec. (1.2)

## 2.11. SOLUCIONES A LA ECUACION DE DIFUSIVIDAD

### 2.11.1. Estado Estable

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0$$

Integrando:

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = c_1 \quad (2.13)$$

Imponiendo una condición de frontera en la cara del pozo (de la ley de Darcy):

$$q = (2\pi r h) \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi k h r_w} \quad (2.14)$$

Aplicando la condición de frontera (2.14) en (2.13):

$$r_w \left( \frac{q\mu}{2\pi k h r_w} \right) = c_1$$

$$c_1 = \frac{q\mu}{2\pi k h}$$

Reemplazando en (2.14):

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{q\mu}{2\pi k h}$$

Separando variables:

$$\frac{q\mu}{2\pi k h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = \int_{P_w}^{P_e} dp$$

Integrando:

$$q = \frac{7.08kh (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}$$

Esta ecuación debería expresarse en términos de la presión promedia del yacimiento. A medida que  $r_e \gg r_w$ , el promedio volumétrico de la presión es:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} P r dr \quad (2.15)$$

si,

$$q = \frac{7.08kh (P - P_w)}{\mu \ln(r / r_w)}$$

Despejando  $P$  y reemplazándolo en la Ec. 2.15:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left( P_w r + \frac{q\mu}{2\pi k h} r \ln \frac{r}{r_w} \right) dr$$

$$\int x \ln x dx = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{2} \ln x$$

Después de integrar y aplicar los límites:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \left( \frac{P_w r_e^2}{2} - \frac{P_w r_w^2}{2} + \frac{q\mu}{2\pi k h} \left[ -\frac{r_e^2}{4} + \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{r_w^2}{4} - \frac{r_w^2}{2} \ln \frac{r_w}{r_w} \right] \right)$$

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \frac{P_w r_e^2}{2} - \frac{2}{r_e^2} \frac{P_w r_w^2}{2} + \frac{q\mu}{2\pi k h} \left[ -\frac{r_e^2}{4} \frac{2}{r_e^2} + \frac{2}{r_e^2} \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{2}{r_e^2} \frac{r_w^2}{4} - \frac{2}{r_e^2} \frac{r_w^2}{2} \ln \frac{r_w}{r_w} \right]$$

Simplificando:

$$\bar{P} = \left( P_w - \frac{P_w r_w^2}{r_e^2} + \frac{q\mu}{2\pi k h} \left[ -\frac{1}{2} + \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{r_w^2}{2r_e^2} - \frac{r_w^2}{r_e^2} \ln \frac{r_w}{r_w} \right] \right)$$



Puesto que  $(r_w/r_e)^2 \approx 0$ , entonces:

$$\bar{P} = \left( P_w + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[ -\frac{1}{2} + \ln \frac{r_e}{r_w} \right] \right)$$

de donde:

$$q = \frac{7.08kh(\bar{P} - P_w)}{\mu B [\ln(r_e / r_w) - 0.5]}$$

### 2.11.2. Estado Pseudoestable

Después de un tiempo suficiente de producción, la declinación de presión se una función lineal del tiempo:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-q}{cV_p}$$

Luego la ecuación de difusividad se convierte en:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{c\phi\mu}{k} \frac{q}{cV_p}$$

Puesto que  $V_p = \pi r_e^2 h \phi$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{\pi k r_e^2 h}$$

Separando:

$$\int \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{\pi k r_e^2 h} \int r dr$$

Después de integrar:

$$\left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu r^2}{2\pi k r_e^2 h} + c1$$

Aplicando la condición de frontera cuando  $r = r_e$ ,  $dP/dr = 0$  porque el sistema debe ser cerrado. Entonces:

$$c1 = \frac{q\mu r_e^2}{2\pi k r_e^2 h}$$

Luego:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right) = -\frac{q\mu r}{2\pi k r_e^2 h} + \frac{q\mu}{2\pi k h r}$$

Separando;

$$\int_{P_w}^{P_e} dP = -\frac{q\mu}{2\pi k r_e^2 h} \int_{r_w}^{r_e} r dr + \frac{q\mu}{2\pi k h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r}$$

Integrando:

$$P_e - P_w = -\frac{q\mu}{2\pi k h} \left( \frac{r_e^2 - r_w^2}{2r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r_e}{r_w}$$

Puesto que  $r_e^2$  es mucho mayor que  $r_w^2$ , el termino  $r_w^2$  se puede ignorar.

$$P_e - P_w = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 \right)$$

Si  $e^{-0.5} = 0.606$

$$P_e - P_w = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left( \ln \frac{0.606 r_e}{r_w} \right)$$

Si se considera la presión promedia, como visto anteriormente:

$$q = \frac{7.08kh(\bar{P} - P_w)}{\mu B \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right)} = \frac{7.08kh(\bar{P} - P_w)}{\mu B \left( \ln \frac{0.472 r_e}{r_w} \right)}$$

Demostración de lo anterior. Como se vió, pero considerando ahora  $r$  variable:

$$P_e - P_w = -\frac{q\mu}{2\pi k h} \left( \frac{r^2 - r_w^2}{2r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r}{r_w}$$

Pero se puede considerar que  $r^2 \gg r_w^2$ . Luego, se tiene:

$$P_e - P_w = -\frac{q\mu}{2\pi kh} \left( \frac{r^2}{2r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_w}$$

Factorizando:

$$P - P_w = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left( \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2r_e^2} \right) \quad (2.16)$$

De acuerdo con el teorema del valor medio:

$$\bar{P} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} P dV}{\int_{r_w}^{r_e} dV}$$

Puesto que:

$$dV \Big|_{r_w}^{r_e} = 2\pi rh\phi dr \Big|_{r_w}^{r_e} \quad \text{entonces:}$$

$$\bar{P} = \frac{2\pi h\phi \int_{r_w}^{r_e} P r dr}{2\pi h\phi \int_{r_w}^{r_e} r dr}$$

Simplificando e integrando el denominador:

$$\bar{P} = \frac{2 \int_{r_w}^{r_e} P r dr}{(r_e^2 - r_w^2)}$$

Puesto que  $r_e^2$  es mucho mayor que  $r_w^2$

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} P r dr$$

Usando la Ecuación 2.16:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left\{ \frac{q\mu}{2\pi kh} \left( \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2r_e^2} \right) + P_w \right\} r dr$$

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left( \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2r_e^2} \right) r dr + \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} P_w r dr \\ \bar{P} &= \frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left( r \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^3}{2r_e^2} \right) dr + \frac{2}{r_e^2} P_w \frac{r_e^2 - r_w^2}{2} \\ \bar{P} &= \frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \left[ \int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr - \left( \frac{r_e^4 - r_w^4}{8r_e^2} \right) \right] + P_w \left( 1 - \frac{r_w^2}{r_e^2} \right)\end{aligned}$$

Puesto que  $r_e^2$  es mucho mayor que  $r_w^2$  se tiene que:

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \left[ \int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr - \left( \frac{r_e^2}{8} \right) \right] + P_w \quad (2.17)$$

Pero,  $\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr$  debe integrarse por partes:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$u = \ln \frac{r}{r_w} \quad \text{entonces:} \quad du = \frac{1}{(r - r_w)r_w}$$

$$dv = r dr \quad \text{entonces:} \quad v = \frac{r^2}{2}$$

$$\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr = \frac{r^2}{2} \ln \frac{r}{r_w} \Big|_{r_w}^{r_e} - \int_{r_w}^{r_e} \frac{r^2}{2} \frac{1}{r} dr$$

$$\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr = \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_w^2}{2} \ln \frac{r_w}{r_w} - \left[ \frac{r_e^2}{4} - \frac{r_w^2}{4} \right]$$

De nuevo, en virtud a que  $r_e^2$  es mucho mayor que  $r_w^2$

$$\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr = \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_e^2}{4}$$

Reemplazando la anterior respuesta en la Ec. 2.17, se tiene:

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi k h r_e^2} \left[ \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_e^2}{4} - \left( \frac{r_e^2}{8} \right) \right] + P_w$$

$$\bar{P} - P_w = \frac{q\mu}{\pi k h} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right]$$

$$\bar{P} - P_w = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right]$$

$$\bar{P} - P_w = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]$$

## 2.12. MOVILIDAD

Es la relación que existe entre la permeabilidad efectiva y la viscosidad de un fluido.

$$\lambda_f = \frac{k_f}{\mu_f}$$

En un proceso de flujo multifásico, existe relación entre las movilidades de los fluidos, a esto se le conoce como relación de movilidad,  $M$ , normalmente se expresa como la relación entre el fluido desplazante sobre el desplazado (algunos autores consideran la definición contraria). Si el fluido desplazante es agua:

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o}$$

Si  $M < 1$ , significa que el crudo se mueve más fácilmente que el agua, si  $M = 1$  significa que ambos fluidos tienen igual movilidad y si  $M > 1$ , significa que el agua es muy móvil con respecto al crudo.

## 2.13. TENSION INTERFACIAL Y SUPERFICIAL

La interfase que separa a dos fases es una región con solubilidad limitada, que a lo sumo tiene el espesor de unas pocas moléculas. Se puede visualizar como una barrera que se forma debido a que las fuerzas atractivas entre las moléculas de la misma fase son mucho mayores que aquellas que existen en dos fases diferentes. La tensión superficial es una propiedad termodinámica fundamental de la interfase. Se define como *la energía disponible para incrementar el área de la interfase en una unidad*. Cuando dos fluidos están en contacto, las moléculas cerca a la interfase se atraen desigualmente por sus vecinas porque unas son más grandes que las otras, esto origina una superficie de energía libre/unidad de área que se llama tensión interfacial. En otras palabras, es la unidad de fuerza/unidad de

longitud. La tensión interfacial,  $\sigma$ , es la tensión que existe entre la interfase de dos fluidos inmiscibles. Es una medida indirecta de la solubilidad. A medida que la tensión interfacial se hace más baja, las dos fases se aproximan más a la miscibilidad. Si los fluidos son un líquido y su vapor, entonces se aplica el término de *tensión superficial*. A medida que el sistema se aproxima al punto crítico, las dos fases se hacen indistinguibles y la tensión superficial se hace cero. El valor de la tensión interfacial entre crudo y agua,  $\sigma_{ow}$ , oscila entre 10 y 30 dinas/cm (10 a 30 mN/m). La tensión superficial para sistemas hidrocarburos se puede calcular mediante:

$$\sigma^{\frac{1}{4}} = \frac{P}{PM}(\rho_L - \rho_{vap})$$

$\sigma$  está en dinas/cm,  $\rho$  está en  $\text{gr/cm}^3$  y  $P$  es un parámetro adimensional característico de cada componente y está dado por:

$$P = 40 + 2.38 * PM_{liq}$$

La tensión interfacial juega un papel importante en el recobro de petróleo especialmente en los procesos terciarios, ya que si este parámetro se hace despreciable, entonces existirá un único fluido saturando el medio, el cual, fluye más fácilmente.

## 2.14. MOJABILIDAD

Tendencia de un fluido en presencia de otro inmiscible con él a extenderse o adherirse a una superficie sólida. Los compuestos polares orgánicos en el crudo reaccionan con la superficie de la roca convirtiéndola en mojabla por petróleo.

Geológicamente el agua es mojabla. El grado de mojabla está relacionado de la siguiente forma: Gas < Oil < Agua. Cuando dos fluidos inmiscibles están en contacto, el ángulo formado por ellos (medido sobre el agua) se llama ángulo de contacto.

Medida de la mojabla. El ángulo de contacto es una medida indirecta de mojabla. Si  $\theta < 90^\circ$  se dice que el sistema es mojabdo por agua y si  $\theta > 90^\circ$  hace referencia a un sistema mojabdo por aceite. En virtud a la variación del contenido mineralógico del medio poroso y a la depositación de compuestos orgánicos procedentes del crudo, habrá zonas de diferente mojabla. Esto se conoce como mojabla dalmata. En un medio poroso el fluido mojabte ocupa los poros menores y el no-mojabte los mayores. La mojabla de un gas prácticamente no existe, esto hace que el gas se localice en las zonas de mayor permeabilidad y porosidad. La Fig. 2.20 ilustra este principio.

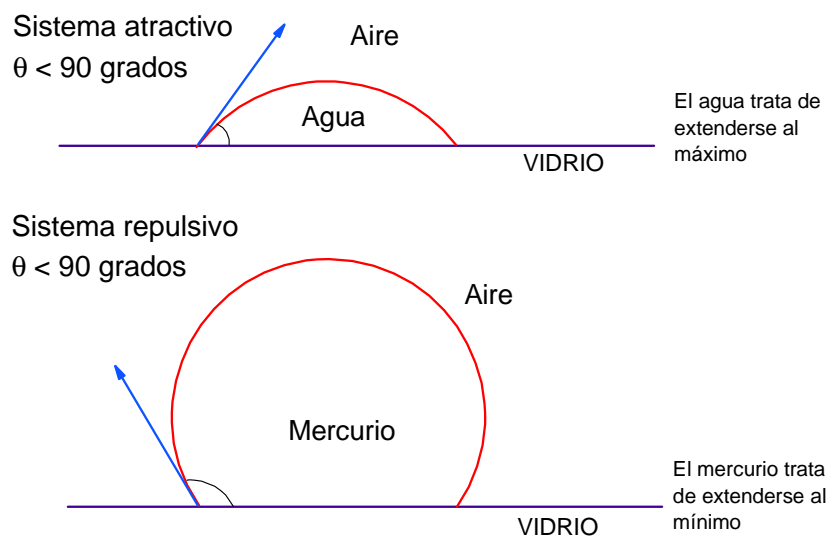


Fig. 2.19. Sistema atractivo y repulsivo

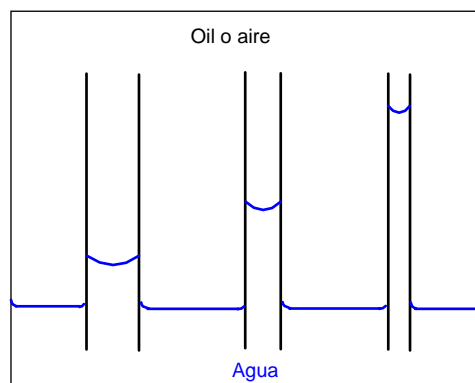


Fig. 2.20. Atracción preferencial del fluido en función del diámetro

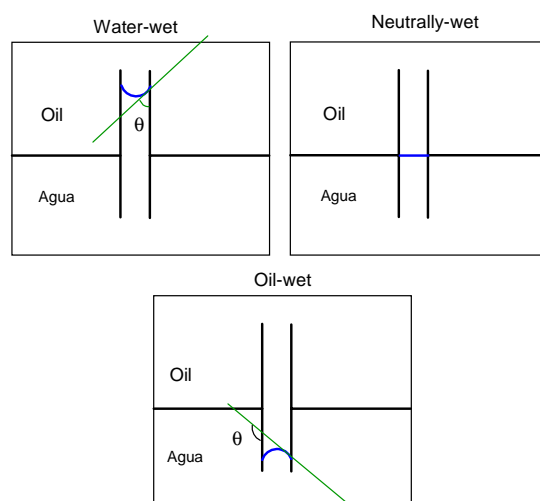


Fig. 2.21. Tipos de mojabilidad

De acuerdo con la Fig. 2.23, para que exista el proceso de IMBIBICION se requiere que  $\theta < 90^\circ$ ,  $P_2 > P_1$ ,  $P_c = P_2 - P_1 > 0$ . Otras particularidades de la imbibición son a)  $P_e > P_s$  Imbibición forzada, b)  $P_e = P_s$  Imbibición espontánea, y c)  $P_e < P_s$  Imbibición inhibida. Si  $\theta < 90^\circ$  existe succión. Aquí se requiere contrapresión (igual a  $P_c$ ) para que no avance el menisco.

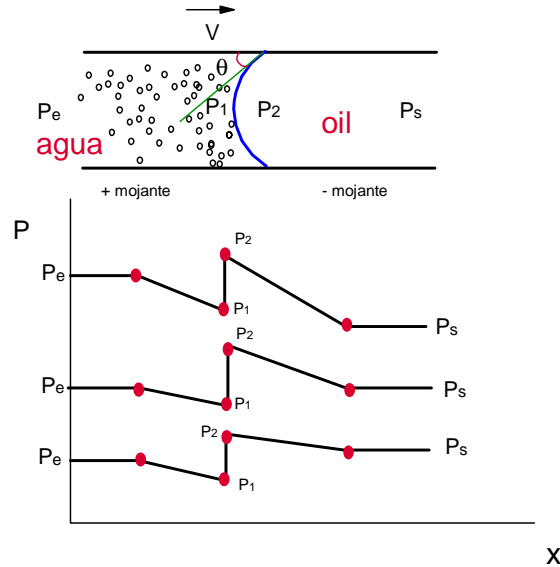


Fig. 2.23. Principio de la imbibición

En un sistema con DRENAJE, ver Fig. 2.24,  $\theta > 90^\circ$ ,  $P_1 > P_2$ ,  $P_c = P_2 - P_1 < 0$ ,  $P_e - P_s > P_c$  existe drenaje forzado

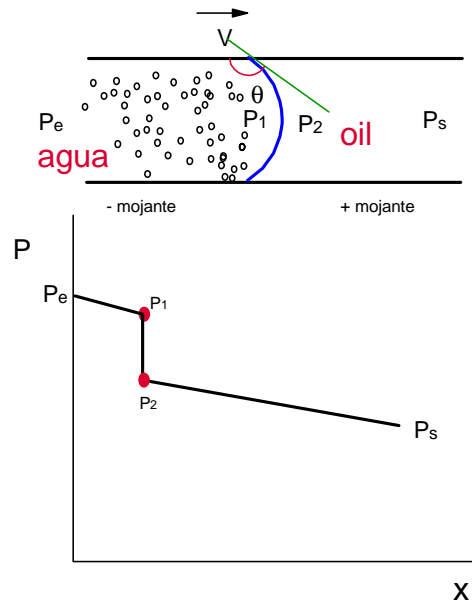


Fig. 2.23. Principio del drenaje



Las condiciones de mojabilidad con respecto al ángulo son:

Mojante,  $0 < \theta < 70$

Neutro,  $70 < \theta < 110$

No mojante,  $110 < \theta < 180$

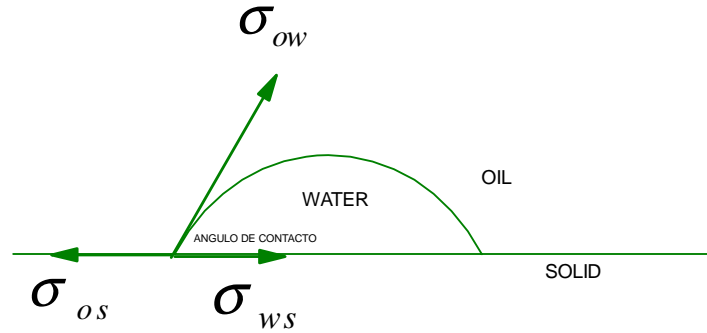


Fig. 2.24. Balance de fuerzas

La ecuación de Young-Dupre (balance de fuerzas en el punto de intersección de las líneas de tensión superficial - para el análisis matemático despreciese la gravedad) es:

$$\sum F = -\sigma_{OS} + \sigma_{OW} \cos \theta + \sigma_{WS}$$

Despejando el ángulo de contacto, se tiene:

$$\theta = \arccos \left[ \frac{\sigma_{OS} - \sigma_{WS}}{\sigma_{OW}} \right]$$

Si las tensiones de adhesión son iguales,  $\theta = 90^\circ$ . De aquí también se tiene que:

$$\sigma_{OS} - \sigma_{OW} = \sigma_{WO} \cos \theta \text{ que equivale a } \sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \cos \theta$$

$\theta$  es medido con microscopio.  $\theta$  cambia con el tiempo, pero se estabiliza después de unos pocos días.  $\theta$  es función de la fuerza de adhesión líquido-sólido. En medios porosos, se recurre a una medida indirecta de la mojabilidad, la cual se conoce como índice de mojabilidad,  $IW$ , o índice USBM que va desde 1 para altamente humectable por agua hasta -1.5 para fuertemente humectable por petróleo. Ver Figs. 2.25 y 2.26. Luego esto incide en las curvas de permeabilidad relativa. Fig. 2.27.

$$IW = \log \left( \frac{A_1}{A_2} \right)$$

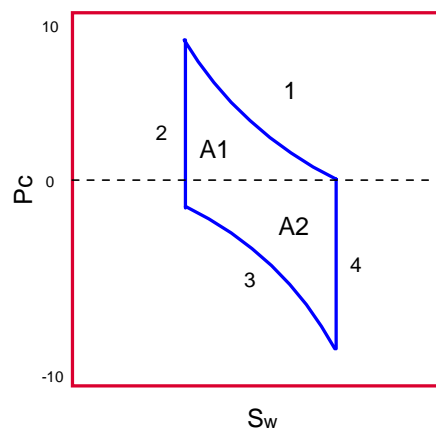


Fig. 2.25. Índice de mojabilidad

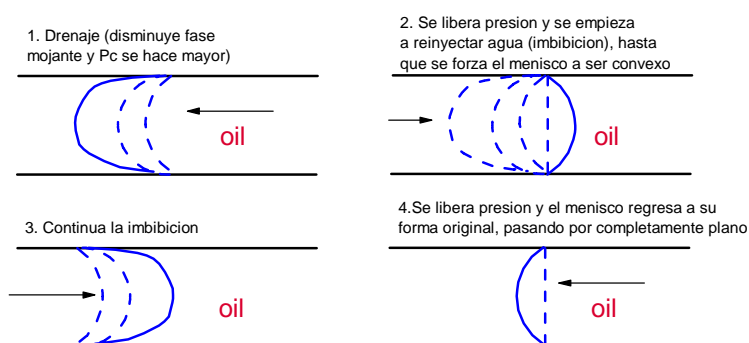


Fig. 2.26. Cambio del ángulo de contacto en función del desplazamiento

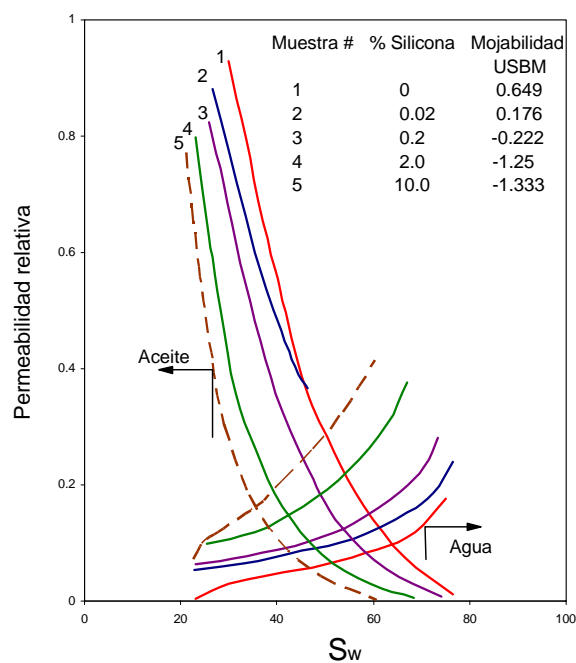


Fig. 2.27. Efecto de la mojabilidad en la permeabilidad relativa

## 2.15. DRENAJE, IMBIBICIÓN E HISTÉRESIS

Llámanse drenaje la disminución de la fase mojante e imbibición el aumento de la fase mojante. Experimentalmente se demostró, que  $\theta$  es mayor cuando la fase mojante avanza sobre la roca que cuando se retira (histéresis). En un proceso de saturación y desaturación las presiones capilares medidas no son las mismas en un proceso de imbibición que en un proceso de drenaje, debido a que el camino termodinámico es aleatorio y por tanto diferente, tal diferencia en los valores de presión capilar se conoce como Histéresis.

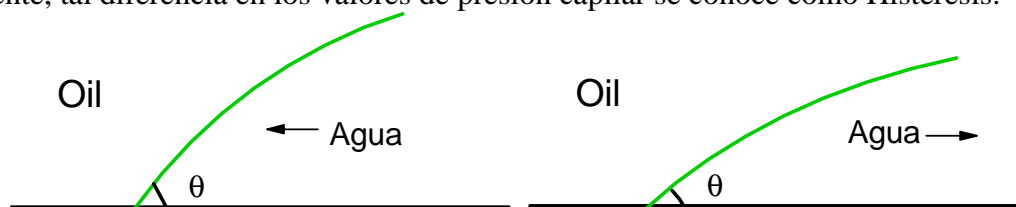


Fig. 2.28. Histéresis del ángulo de contacto

El desplazamiento de petróleo por agua es un proceso de imbibición. Las curvas de presión capilar y permeabilidades relativas deben hacerse bajo condiciones de imbibición debido a futuros procesos de inyección de agua.

## 2.16. ECUACIÓN DE LAPLACE

Una propiedad fundamental de los líquidos es la tendencia a contraerse y dar la menor área superficial posible produciendo una forma esférica en gotas pequeñas. La explicación a este comportamiento puede expresarse como un desbalance de fuerzas moleculares atractivas en la superficie del líquido. Considere un líquido coexistiendo con gas. Las moléculas en el interior están rodeadas por otras en todos los lados, sujetándolas a una atracción molecular uniforme en todas las direcciones. En la superficie externa, sin embargo, las moléculas son atraídas hacia adentro en todos los lados, pero no existe fuerza atracción hacia fuera para balancear la fuerza hacia adentro. Este desbalance de fuerzas causa que la superficie se contraiga a la menor área posible y produce la tensión superficial,  $\sigma$ . Se debe efectuar trabajo para extender la superficie en oposición a la tensión superficial forzando las moléculas desde el interior a la superficie. Esto indica que existe una energía libre asociada con la superficie que tiene las mismas dimensiones que la tensión superficial.

Considere un segmento de una superficie interfacial que separa a dos fluidos con presiones diferenciales a través de la interfase, produciendo un rectángulo curvilíneo como se ilustra en la Fig. 2.29.a. Ambos centros de curvatura están al mismo lado, por lo tanto,  $R_1$  y  $R_2$  son positivos. El trabajo realizado para expandir la superficie mediante el incremento de la presión en el lado convexo, es el trabajo contra la tensión superficial. Las longitudes de los arcos en los lados se incrementa de  $L_1$  a  $L_1 + (L_1/R_1)dz$  y de  $L_2$  a  $L_2 + (L_2/R_2)dz$ . El área de la superficie original ABCD se expande a la superficie A'B'C'D' donde:

$$\text{Area } ABCD = L_1 \times L_2$$

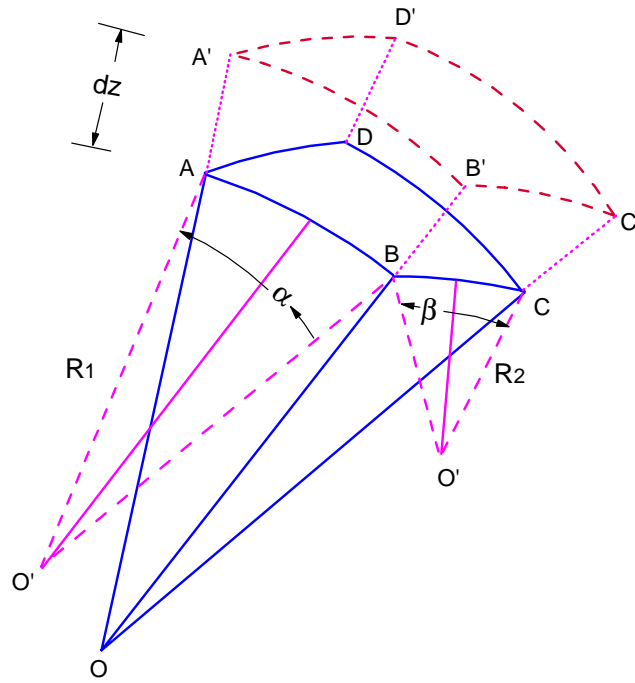


Fig. 2.29.a. Radio de curvatura de la interfase entre dos fluidos

$$\text{Area } A'B'C'D' = \left( L_1 + \frac{L_1}{R_1} dz \right) \times \left( L_2 + \frac{L_2}{R_2} dz \right)$$

$$\text{Area } A'B'C'D' = L_1 L_2 \left( 1 + \frac{dz}{R_1} + \frac{dz}{R_2} + \frac{dz^2}{R_1 R_2} \right)$$

El término  $dz^2$  es muy pequeño y puede despreciarse, luego el incremento en el área es igual a:

$$A'B'C'D' - ABCD = L_1 L_2 dz \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

El trabajo isotérmico contra la tensión superficial requerido para expandir el área es:

$$\text{Trabajo(1)} = \sigma L_1 L_2 dz \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

El trabajo isotérmico realizado para incrementar la presión para avanzar la superficie a la distancia  $dz$  es:

$$\text{Trabajo(2)} = PL_1 L_2 dz$$

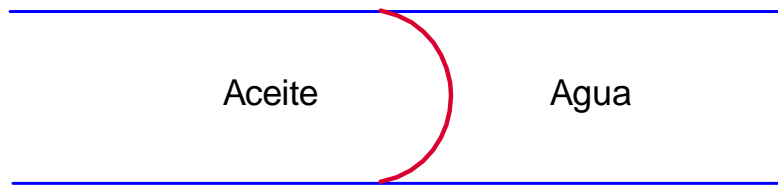


Fig. 2.29.b. Principio de la presión capilar

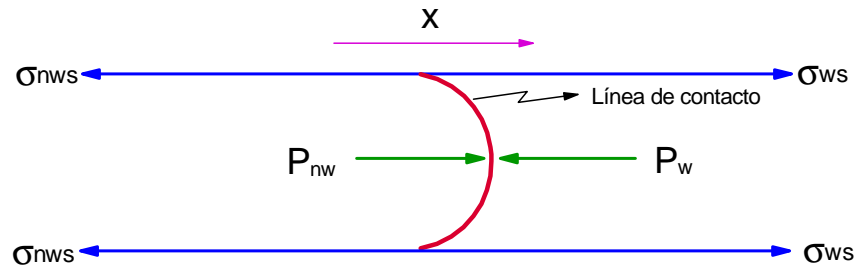


Fig. 2.29.c. Diagrama de fuerzas

Igualando los dos trabajos y cancelando términos comunes da la presión capilar en función de la tensión interfacial y los radios de curvatura:

$$P_c = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Cuando se habla de medios porosos,  $R_2$  es negativo (ver Fig. 2.31), por lo tanto, una forma más general de la ecuación anterior es:

$$P_c = \sigma \left( \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right)$$

## 2.17. PRESIÓN CAPILAR

Es la *diferencia de presión entre el fluido de la fase no mojante y la fase mojante*. En un sistema poroso, se observa que las fuerzas inducidas por la mojabilidad preferencial del medio con uno de los fluidos se extiende sobre toda la interfase, causando diferencias de presión medibles entre los dos fluidos a través de la interfase. Cuando los fluidos están en contacto, las moléculas cerca a la interfase se atraen desigualmente por sus vecinas. Si la interfase es curvada la presión sobre un lado (cóncavo con respecto al fluido más denso) excede la del otro lado (convexo con respecto al fluido más denso), luego, esa diferencia es la presión capilar. El concepto de la presión capilar como característica de una roca porosa resultó de la representación de fenómenos capilares en tubos de diámetro pequeño (capilares). La interfase de un sistema petróleo-agua en un tubo de diámetro grande es

plana porque las fuerzas en las paredes del tubo se distribuyen sobre un perímetro grande y no penetran en el interior. Por lo tanto, las presiones de los fluidos en las interfaces son iguales. Los poros de las rocas son análogos a los tubos capilares. En diámetros pequeños, las fuerzas inducidas por la preferencia humectable del sólido por uno de los fluidos se extiende sobre toda la interfase, causando diferenciales de presión entre los dos fluidos a través de la interfase.

Considere el sistema de la Fig. 2.29.c donde existe equilibrio estático. El agua moja fuertemente la superficie con un ángulo de contacto. Se puede observar que la presión de petróleo es mayor que la de agua, sin importar la longitud del tubo. El agua puede desplazarse mediante inyección de aceite. El aceite se desplazará espontáneamente si la presión de la fase de aceite se reduce, aunque la presión en la fase de agua es menor que la de aceite. Este fenómeno puede verse en el análisis de fuerzas dado a continuación. En equilibrio,  $\Sigma F_x = 0$ , luego:

$$P_{nw}(\pi r^2) + \sigma_{ws}(2\pi r) - P_w(\pi r^2) - \sigma_{nws}(2\pi r) = 0$$

$$P_{nw} - P_w = \frac{2(\sigma_{nws} - \sigma_{ws})}{r}$$

Como se vió anteriormente:

$$\sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \cos \theta$$

$$\sigma_{nws} - \sigma_{ws} = \sigma_{nww} \cos \theta$$

Luego:

$$P_{nw} - P_w = \frac{2\sigma_{nww} \cos \theta}{r}$$

Por convención la presión capilar  $P_o - P_w$  es negativa para sistemas mojados por aceite. En términos generales, la presión capilar se define como la diferencia de presión entre la presión de la fase mojante y no mojante y siempre se considera positiva. Existen formaciones menos mojables, intermediamente mojables y fuertemente mojable. La presión capilar tiene aplicaciones en simulación de yacimientos y en ingeniería de yacimientos para calcular, principalmente, la altura de la zona de transición y la saturación de agua irreducible.

$$P_c = P_{nw} - P_w$$

En la Fig. 2.30, la longitud sobre la cual la fuerza  $\sigma$  es aplicada en el capilar de radio  $r$  es  $2\pi r$ . Luego el total de la fuerza capilar será  $2\pi r \sigma$ . Y la fuerza vertical es  $2\pi r \sigma \cos \theta$ . Puesto que la presión se define como  $F / A$ , entonces:

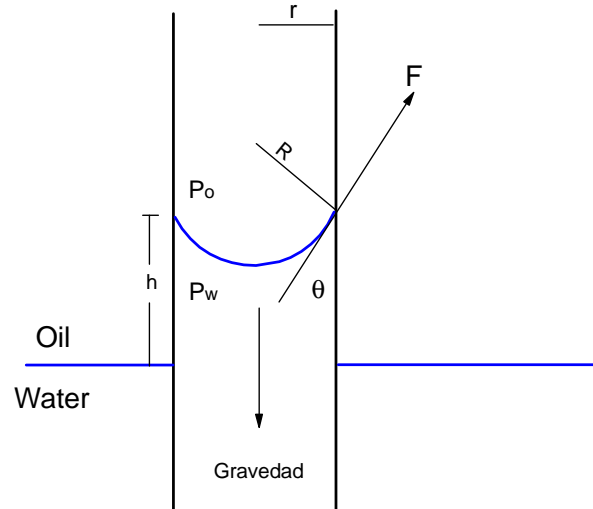


Fig. 2.30. Diagrama de fuerzas

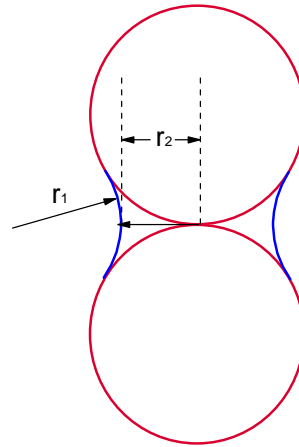


Fig. 2.31. Efecto del tamaño de poro en la presión capilar

$$P_c = \frac{2\pi r \sigma \cos \theta}{\pi r^2}$$

que simplificando resultará:

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}$$

La anterior expresión implica que la  $P_c$  aumenta a medida que  $r$  disminuye. La presión capilar está originalmente dada por la Ecuación de Laplace:

$$P_c = P_{nw} - P_w = P_o - P_w = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

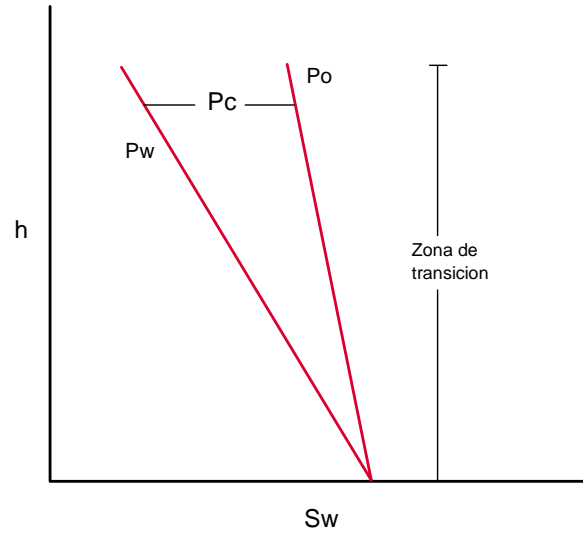


Fig. 2.32. Efecto de la saturación (altura) sobre la presión capilar

donde  $r_1$  se mide sobre el petróleo. En términos generales  $r_1$  y  $r_2$  son los radios de curvatura en el mismo lado de la interfase, para el caso del tubo capilar ambos tienen valores positivos. De lo contrario el radio más pequeño es positivo y el más grande es negativo.  $r_1$  y  $r_2$  son iguales a  $r/\cos\theta$  para un capilar uniforme de radio  $r$ . En la Fig. 2.30, a la altura  $h$ , cuando existe equilibrio hidrostático capilaridad-gravedad, las presiones deben ser iguales, para el caso del aceite y agua, respectivamente:

$$P = P_o + \rho_o gh$$

$$P = P_w + \rho_w gh$$

Mediante substracción:

$$P_c = P_o - P_w = \Delta\rho gh$$

Si  $r = R\cos\theta$  y  $r_1 = r_2 = R$ , después de hacer estos reemplazos en Laplace se tiene:

$$P_c = \sigma \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R} \right) = \Delta\rho gh$$

$$P_c = \sigma \left( \frac{2}{R} \right) = \Delta\rho gh$$

Puesto que  $R = r/\cos\theta$ . Luego:



$$P_c = P_o - P_w = \frac{2 \sigma \cos \theta}{r} = \Delta \rho g h$$

## 2.18. FUNCION *J* DE LEVERETT O CURVA PROMEDIA DE PRESIÓN CAPILAR

El hecho que las curvas de presión capilar de casi todos los materiales naturalmente porosos tienen muchas características en común y ha conducido a introducir algunas ecuaciones generales desde el punto de vista adimensional. Basado en el hecho que la presión depende de la porosidad, la fuerza interfacial y la geometría del poro, Leverett definió su función adimensional de saturación la cual la llamó la función *J*. La **Función *J* de Leverett** es una herramienta poderosa para el desarrollo de técnicas nuevas y veloces de mejoramiento de procesos que intentan obtener un punto de vista más exacto de la distribución de los fluidos del yacimiento. Algunos de estas aplicaciones son: recobro de inyección de agua, inicialización de modelos de simulación, que mejoran la distribución inicial de la saturación de agua para una representación tridimensional, distribución de presiones y saturaciones en yacimientos dinámicos y otros. Esta función tiene una gran importancia y una relación fuerte con el mejor entendimiento del comportamiento del yacimiento. Referirse a las Figs. 2.33 a la 2.36.

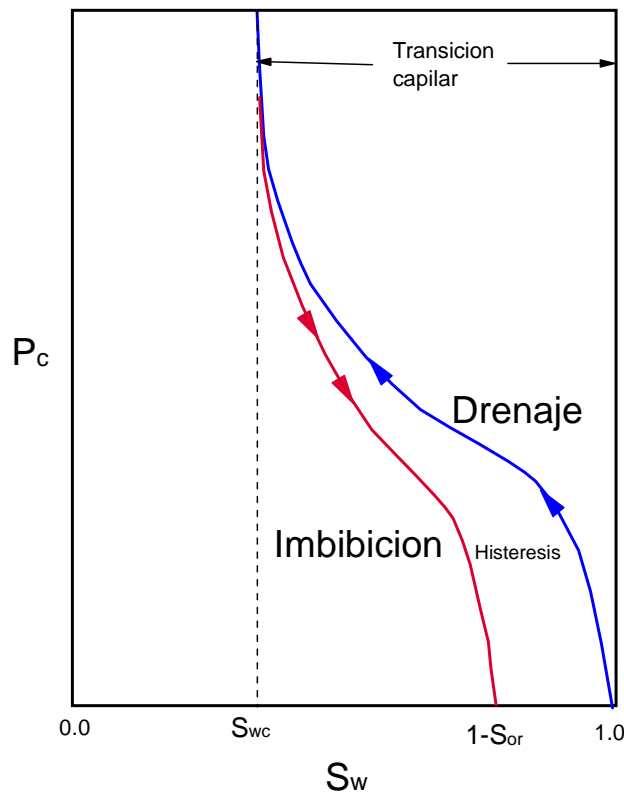


Fig. 2.33. Histéresis de la curva de presión capilar

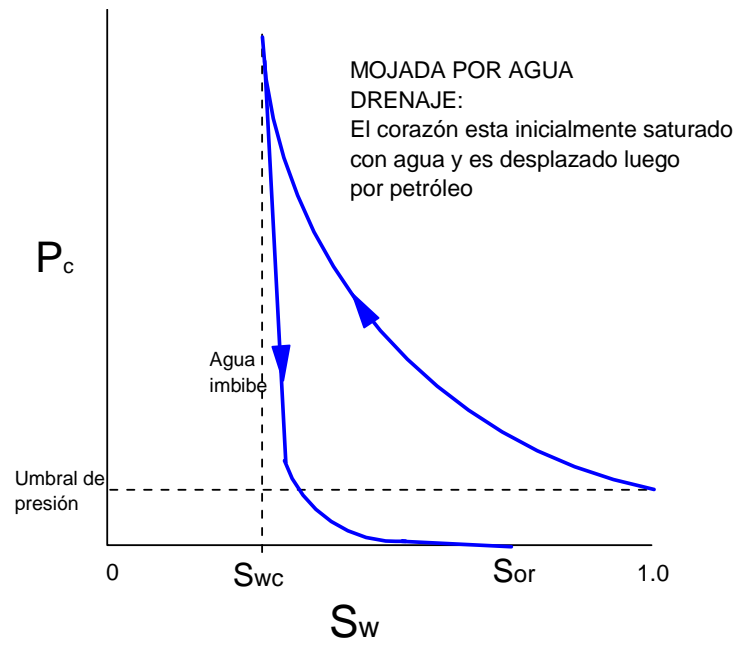


Fig. 2.34. Curva de presión capilar en un sistema mojado por agua

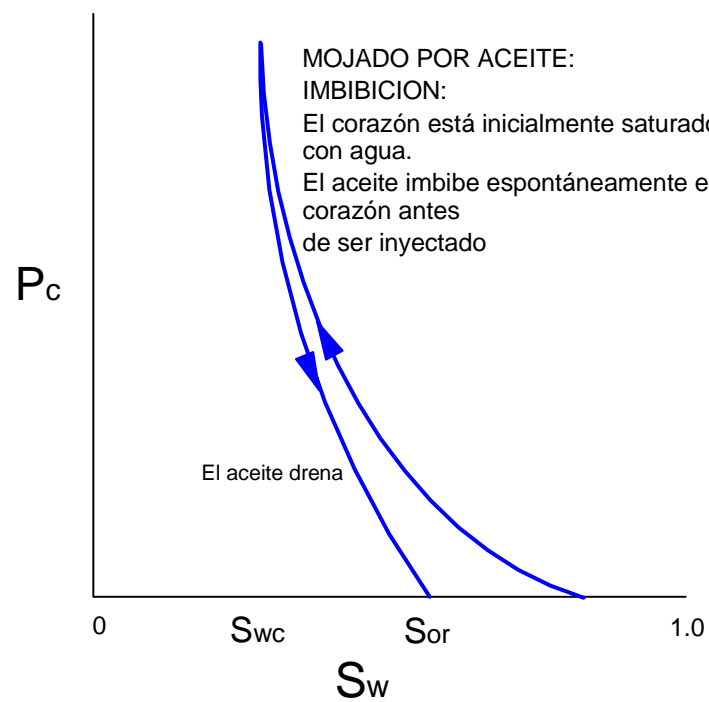


Fig. 2.35. Curva de presión capilar en un sistema mojado por aceite

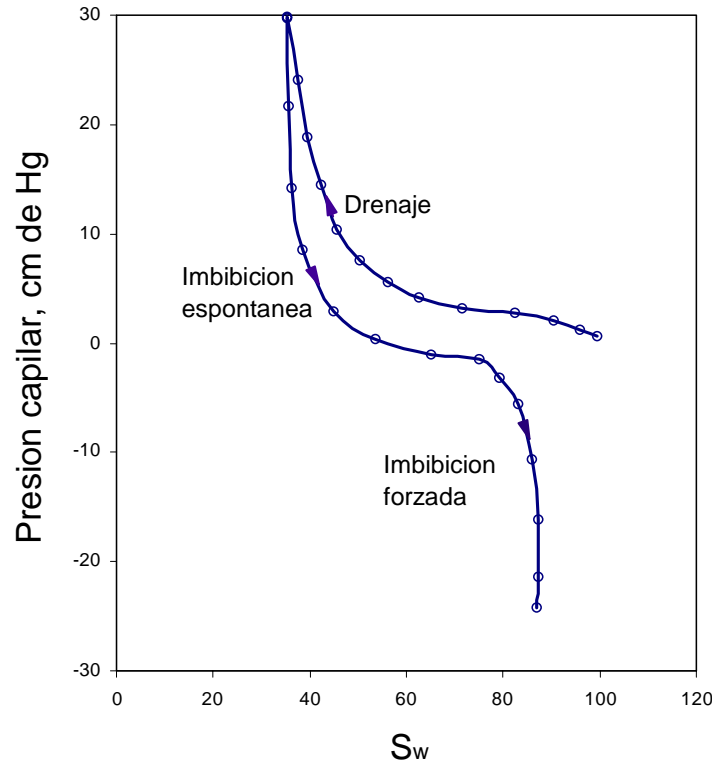


Fig. 2.36. Curva de presión capilar para un sistema con mojabilidad intermedia – Se presenta en el 47 % de los casos

$$J(S_w) = \frac{P_c}{\sigma} \sqrt{\frac{k}{\phi}}$$

Esta función adimensional sirve muy bien en muchos casos para remover discrepancias en las curvas de presión capilar y las reduce a una curva común. Para derivar  $J$ , se tiene en cuenta que la permeabilidad tiene unidades  $L^2$ , luego el radio en la Ec. de  $P_c$  se substituye por  $(k/\phi)^{0.5}$ . Las curvas de permeabilidad relativa también sufren de histéresis que está relacionada con la histéresis de las curvas de presión capilar. Yacimientos que son candidatos a ser inyectados con agua usualmente tienen saturaciones de petróleo inferior a la inicial. Luego, la condición inicial del yacimiento estará sobre uno de los caminos de desplazamiento. Si el proceso de recobro moviliza aceite, creando un banco de petróleo con saturación incrementada de petróleo, el camino de saturación cambia de imbibición a drenaje o viceversa. La histéresis del ángulo de contacto y la rugosidad de las superficies son posibles contribuyentes a la histéresis de las permeabilidades relativas. La pendiente de la curva de presión capilar durante drenaje, es una buena medida cualitativa del rango de distribución del tamaño del poro. Entre más cerca de la horizontalidad o entre más plana sea la curva de presión capilar es más uniforme el tamaño de los poros dentro de la roca.

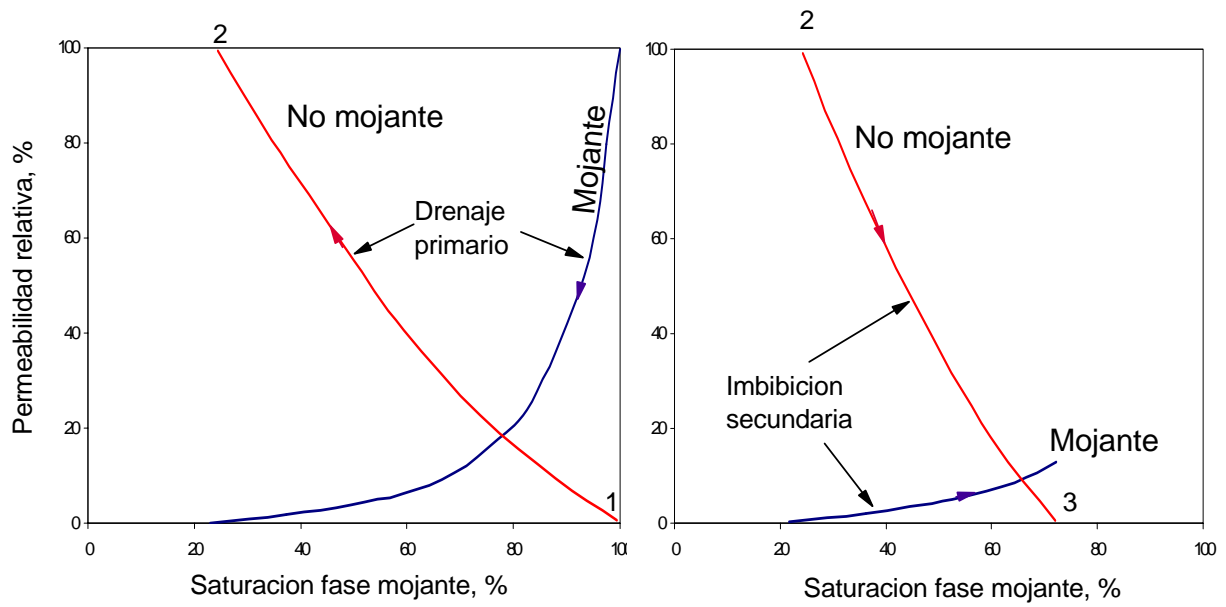


Fig. 2.37. Efecto de la mojabilidad en las curvas de permeabilidades relativas

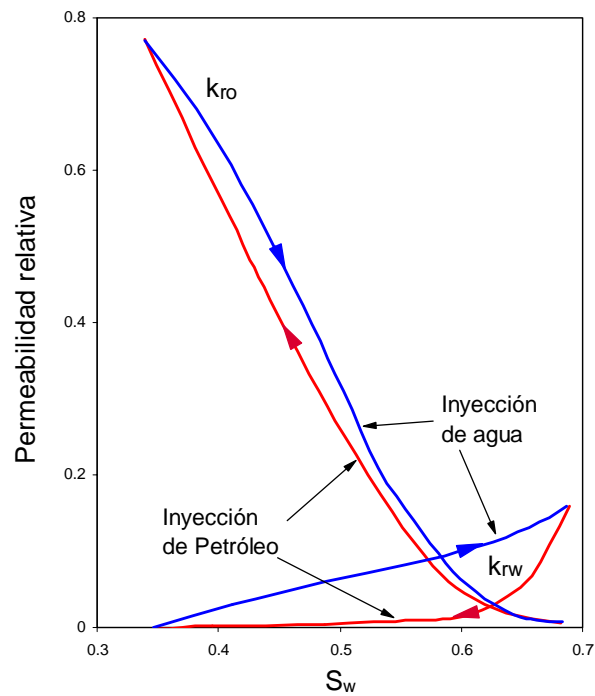


Fig. 2.38. Histéresis de las curvas de permeabilidad relativa durante inyección de agua y de petróleo, respectivamente

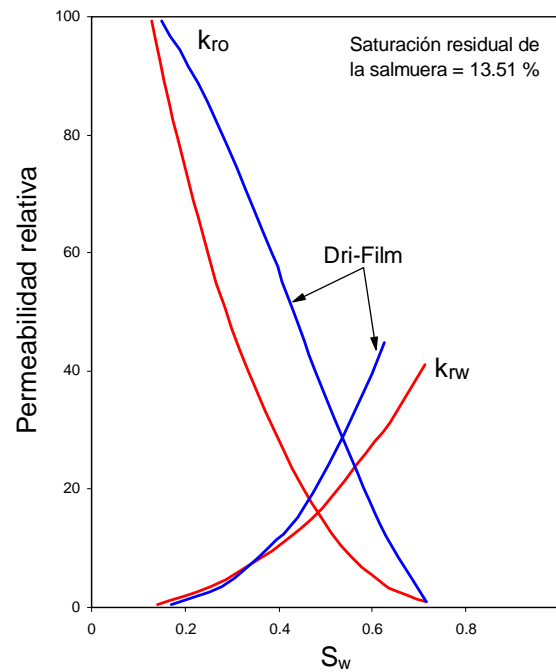


Fig. 2.39. Curvas de permeabilidades relativas para una arenisca Berea antes y después de un tratamiento Dri-film

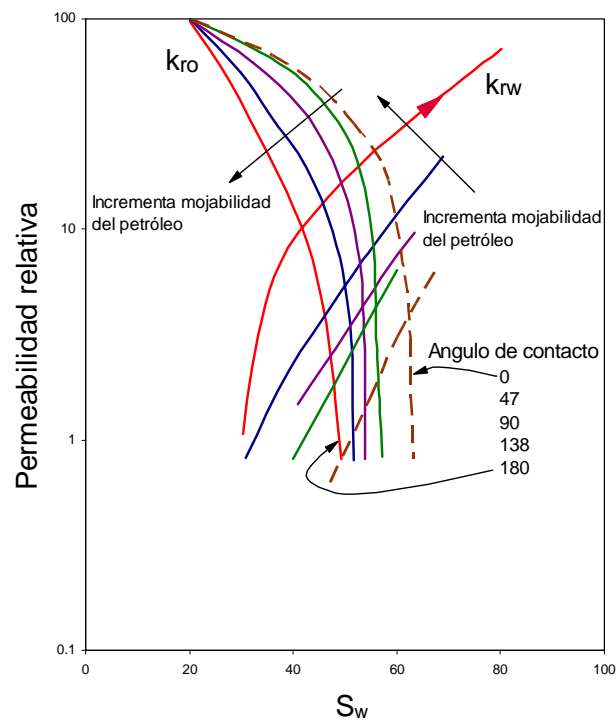


Fig. 2.40. Permeabilidades relativas para un rango determinado de mojabilidades (dado por el ángulo de contacto) de la arenisca Torpedo

## 2.19. ANALISIS DE DATOS DE PRESION CAPILAR

**EJEMPLO.** Dadas las curvas de presión capilar medidas sobre 75 corazones tomadas al azar frente a intervalos de yacimientos de arena. Cinco de estas curvas son mostradas en la Fig. 2.41. Otros datos requeridos son los siguientes:

$\sigma_{ow}$ , tensión interfacial agua-aceite a condiciones de yacimiento = 33 dinas/cm

$\sigma_w$ , tensión superficial aire-agua a condiciones de prueba = 71 dinas/cm

$\rho_w$ , densidad de la salmuera a condiciones de yacimiento = 0.45 psi/ft

$\rho_o$ , densidad del yacimiento de petróleo a condiciones de yacimiento = 0.31 psi/ft

$k_{av}$ , Permeabilidad absoluta promedio del yacimiento obtenida de 1000 muestras analizadas 155 md.

Determinar:

1. Correlaciones entre permeabilidad y saturación de agua.
2. Curva de presión capilar promedio para el yacimiento.
3. Factor de conversión para relacionar la escala de presión capilar con la elevación desde el nivel de agua libre.
4. Saturación mínima de agua intersticial.

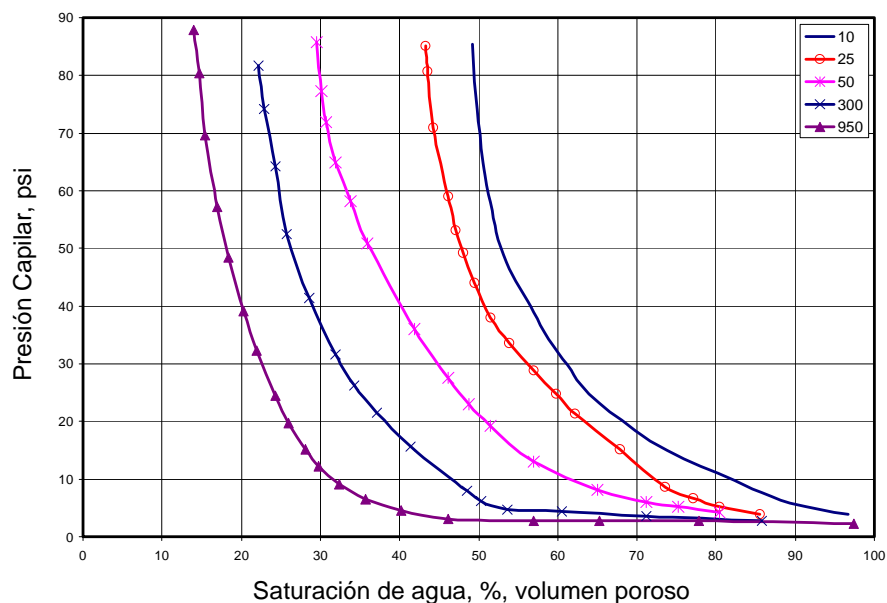


Fig. 2.41. Curva típica de presión capilar para un yacimiento de arena (aire-agua)

## SOLUCION

1. La Fig. 2.41 muestra 5 curvas típicas de presión capilar de 75 involucradas en este problema. Cada curva fue obtenida de un corazón individual con su respectiva

permeabilidad, las cuales son anotadas sobre la curva. Usando una presión capilar constante de 75 psi, la saturación de agua para cada curva fue leída y graficada contra permeabilidad, ver la Fig. 2.42. La tabla 1 muestra los valores leídos de la Fig. 2.41 para presión capilar constante de 75, 50, 25, 10 y 5 psi.

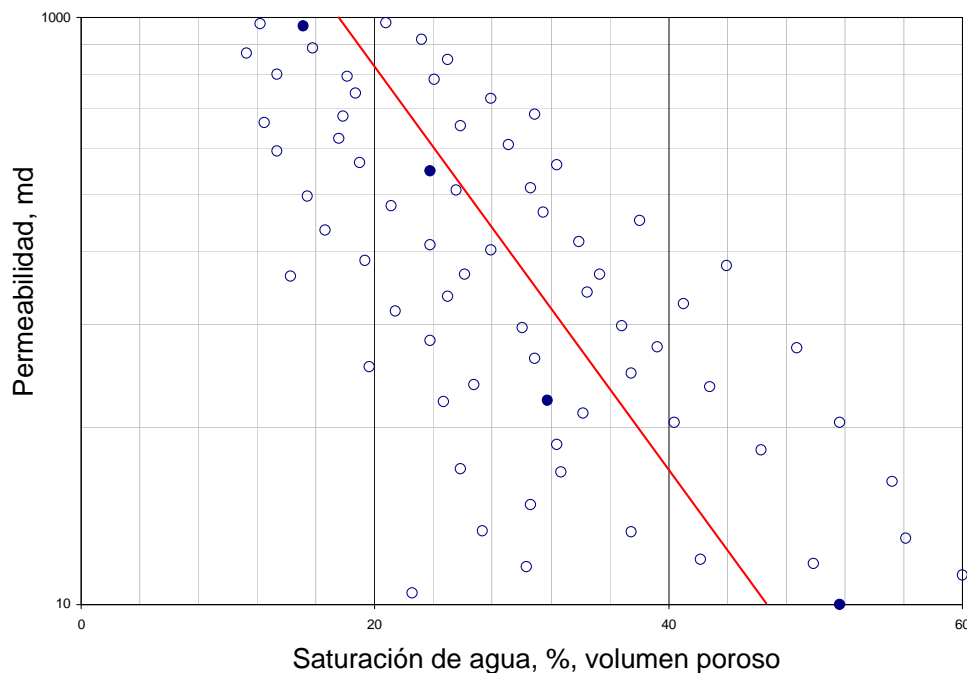


Fig. 2.42. Variación de la saturación de agua con la permeabilidad a presión capilar constante de 75 psi

Tabla 2.4. Permeabilidad vs. saturación de agua a presión capilar constante

Permeabilidad	Saturación de agua para presión capilar constante, %				
	75 psi	50 psi	25 psi	10 psi	5 psi
950	14.0	16.5	22.0	30.0	39.0
300	22.5	25.5	34.0	45.5	56.0
50	30.0	36.0	47.0	61.5	78.0
25	44.5	47.5	59.0	71.5	83.0
10	50.5	53.0	63.5	81	92.0

Se traza una línea promedio a través de los datos para dar una relación entre permeabilidad y saturación de agua a una presión capilar constante (ésto se hizo para presión capilar de 75 psi en la Fig. 2.42). La Fig. 2.43 muestra curvas de cinco presiones capilares; ésto fue derivado individualmente, en la misma forma que la curva de 75 psi.

2. Las Figs. 2.41, 2.42 y 2.43 muestran un método aceptable para promediar los datos de presión capilar. Según todos los datos de análisis de corazones se encontró una permeabilidad promedio del yacimiento y ésta se usa para obtener la curva promedio de

presión capilar del yacimiento de datos promediados de la Fig. 2.43. Los datos de la tabla 2.5 fueron leídos de la Fig. 2.44 para una permeabilidad promedio de yacimiento de 155 md y se presentan en la Fig. 2.44. Las condiciones promedio de la Fig. 2.44 se muestran como la curva típica de permeabilidad relativa para agua y aceite de la Fig. 2.45. La última gráfica se construyó para mostrar la relación entre las curvas de presión capilar y permeabilidad relativa.

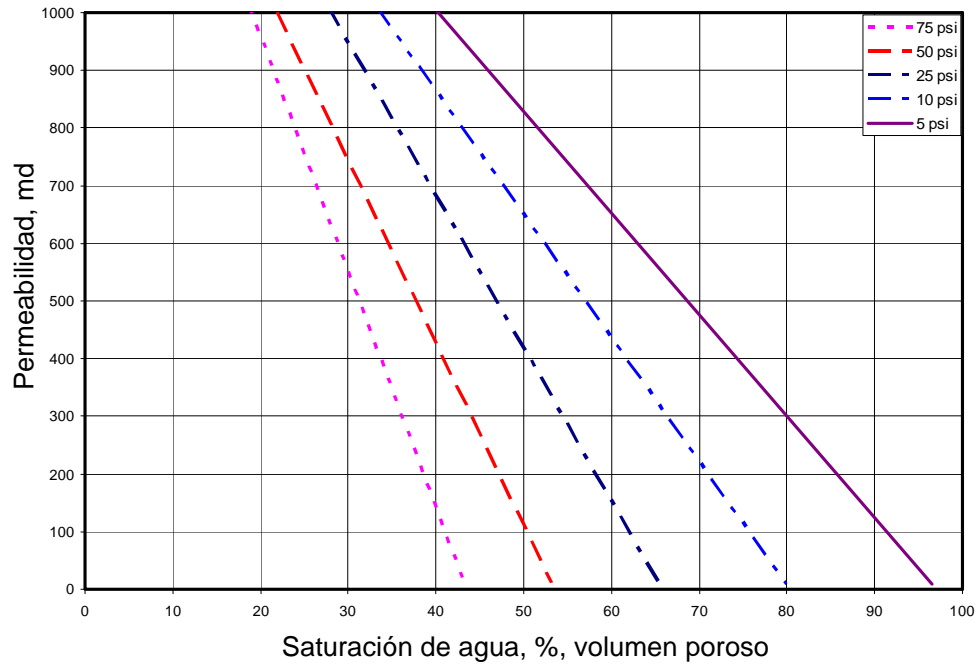


Fig. 2.43. Variación de la saturación de agua con la permeabilidad a presiones capilares seleccionadas, obtenido de igual forma que la Fig. 2.43

Tabla 2.5. Datos de presión capilar promedio de yacimiento, ( $k_{av} = 155$  md)

Presión capilar, psi	Saturación de agua, %
75	27.0
50	33.0
25	41.0
10	51.0
5	61.5

3. Se encontró una correlación entre presión capilar y distancia desde el nivel de agua libre de los datos dada y la ecuación es:

$$P_{cl} = \frac{\sigma_w}{\sigma_{ow}} (\rho_w - \rho_o) h$$

$$P_{cl} = (71/33)(0.45 - 0.35)h$$



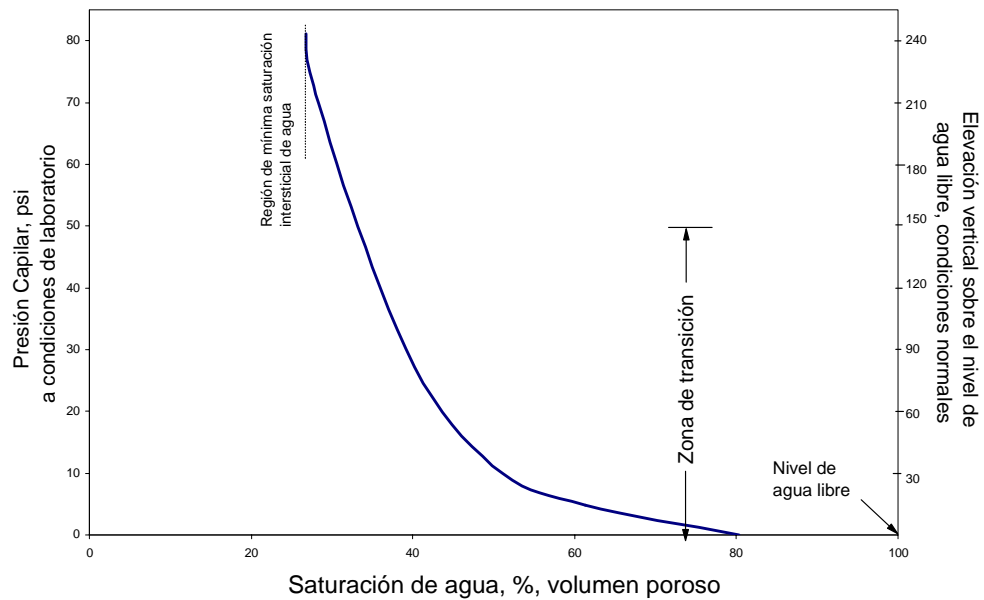


Fig. 2.44. Datos leídos de la Fig. 2.43 para una permeabilidad promedio de 155 md y usados para graficar curva de presión capilar promedio de yacimiento

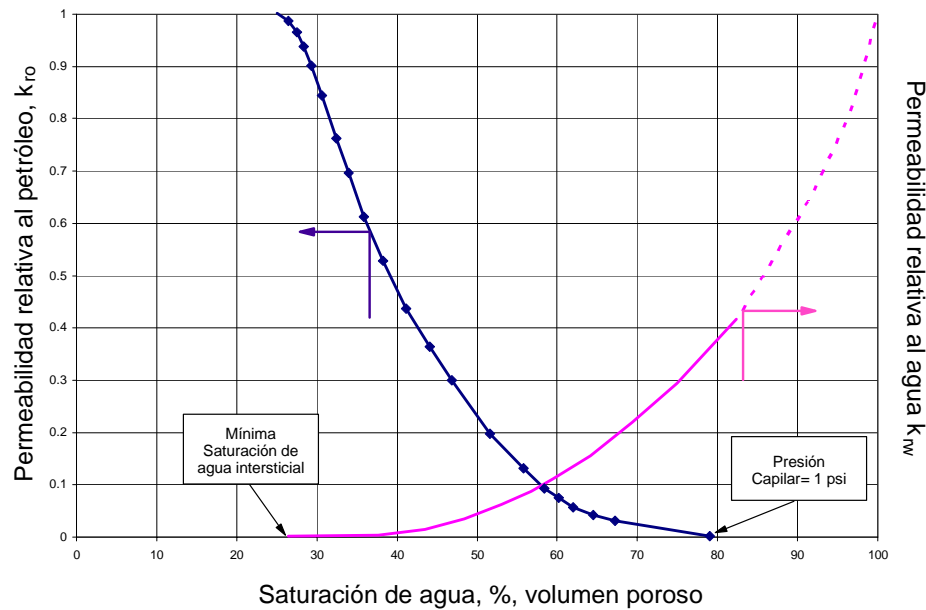


Fig. 2.45. Curvas típicas de permeabilidad relativa petróleo-agua para el promedio de propiedades estudiadas

$$P_{cl} = (2.15)(0.14)h = 0.301h$$

$$\text{ó } h = 3.3 P_{cl}$$

En este caso 3.3 es el factor para relacionar los datos de presión capilar promedia medida en el laboratorio,  $P_{cl}$ , con la correspondiente distancia vertical desde el nivel de agua libre (extremo inferior al final de la zona de transición o elevación más alta a la cual se encuentra el 100% de la saturación de agua).

4. De la Fig. 2.44 se observa que la mínima saturación de agua intersticial es cerca al 26 %.

**DISCUSION:** La presión capilar esta definida como la presión diferencial a través de una interfase entre dos fases de fluido. Esto es dado en la ecuación:

$$P_c = \sigma(1/R_1 + 1/R_2)$$

Y también con la ecuación:

$$P_c = \Delta\rho gh$$

Considerando la primera ecuación a condiciones de laboratorio y a condiciones de yacimiento y la segunda ecuación a condiciones de yacimiento, es fácil llegar a la ecuación  $P_{cl} = \sigma_w / \sigma_{ow} (\rho_w - \rho_o) h$ , la cual relaciona las condiciones de laboratorio y yacimiento. Usando estas relaciones, se asume lo siguiente: 1) Se requiere limpieza de laboratorio y otros procesos para que no se alteren las características de la superficie de la matriz de la roca; 2) La roca esté 100 % humectada por agua; 3) los radios de curvatura en el yacimiento y a condiciones de laboratorio son iguales; 4) El yacimiento inicialmente estuvo completamente saturado por agua, la cual fue subsecuentemente desplazada por hidrocarburos; el desplazamiento con agua no fue completo pero se retuvo suficiente agua para satisfacer las fuerzas de presión capilar; 5) Al descubrirse el yacimiento las cantidades de agua e hidrocarburos eran equivalentes a aquellas requeridas para que exista equilibrio entre fuerzas gravitacionales capilares. Obviamente, las primeras tres asunciones son muy difíciles de satisfacer completamente. los procesos de restauración en laboratorio, se cree que pueden alterar la humectabilidad y otras propiedades de superficie de la roca. El grado de alteración y su efecto final sobre los resultados, no se conoce muy bien. Se cree que muchas rocas del yacimiento son preferiblemente humectadas por agua, pero hay algunas que son humectadas por aceite, incluyendo algunas de campos importantes.

Los datos de presión capilar han sido ampliamente usados para encontrar saturación de agua intersticial. Es necesario analizar bastantes corazones para asegurar que los datos sean representativos. En este caso (yacimiento grande) se analizaron 75 muestras. La Fig. 2.41 muestra la curva de presión capilar para cinco de estas muestras. Note que la presión capilar incrementa cuando la saturación de agua disminuye. Se alcanza un punto cuando cambios significativos en presión no cambian apreciablemente la saturación. Esta región de la curva da la llamada mínima saturación de agua intersticial. Otra característica de algunas de estas curvas es que una cantidad considerable de desaturación puede tomar lugar con un pequeño incremento en la presión capilar. Esto es verdad en la curva de la muestra de 950 md. Dicho comportamiento indica una ligera uniformidad en la muestra. La presión capilar a la cual la fase no mojante (aceite en un sistema humectado por agua), puede ser forzada

primero dentro de los poros (por ejemplo la presión capilar mas baja a la cual existe cierta saturación de aceite) es llamada presión de desplazamiento. En los 950 md del ejemplo de la Fig. 2.41 esta presión es 3 psi. Los conceptos teóricos indican que la permeabilidad y la presión capilare estan relacionadas. Esto es, para una roca particular y una saturación de agua dada, la presión capilar debería incrementarse más ampliamente en muestras ordenadas con la permeabilidad decreciente. Este fenómeno se observa en la Fig. 2.41. La distribución de la Fig. 2.42 muestra la influencia de otros factores. La distribución de puntos de la Fig. 2.43 es similar a la Fig. 2.42.

La Fig. 2.44 muestra la curva promedio de presión capilar del yacimiento obtenida de la Fig. 2.43 usando la permeabilidad promedio absoluta del yacimiento. Observe que esta gráfica tiene dos escalas de presión capilar, una a condiciones de laboratorio y otra a condiciones de yacimiento. Con esta gráfica es posible obtener un valor de saturación de agua (para la permeabilidad promedio de la roca) en algún punto por encima del nivel de agua libre. Por ejemplo a 90 pies la saturación de agua libre es el 40 %. Si desea, las curvas de la Fig. 2.43 pueden ser usadas para determinar las curvas de presión capilar medias para segmentos del yacimiento (compartimento). A partir de datos de corazones para cada segmento respectivo, las permeabilidades promedio son calculadas y usadas en la Fig. 2.43.

Muchos ingenieros y geólogos definen el contacto agua-aceite como la elevación más baja a la cual puede obtenerse la producción de aceite libre de agua. La máxima saturación de agua por debajo de la cual solamente aceite libre será producido es definida por las características de permeabilidad relativa petróleo-agua de la roca del yacimiento con sus fluidos. La Fig. 2.45 muestra que aun a una saturación del 40 % muy poca agua fluye con el aceite producido. Cuando los datos de permeabilidad relativa no son disponibles, usualmente se asume la saturación de agua en la zona que produce aceite libre, se representa por aquella correspondiente presión capilar de 45 a 75 psi. Esta es una consideración razonable para arenas limpias de buena y alta porosidad y permeabilidad porque la zona de transición posee solo unos pocos pies de altura y el mínimo valor de agua intersticial puede ser aproximado al orden de 10 pies por encima del nivel de agua libre. Además, hay una pequeña diferencia en la saturación de agua a este nivel y a niveles altos con sus correspondientes presiones capilares más altas.

En arenas sucias o apretadas la mínima saturación de agua intersticial puede alcanzarse unicamente al alcanzar altas presiones capilares. En tales casos hay una variación considerable de agua con el espesor dentro de la zona productora de aceite libre. Asumir una presión capilar de 45 a 75 psi, puede conducir a errores considerables. La zona de transición es definida como el intervalo en el cual la saturación es tal que el petróleo y el agua fluyen. Aquí nuevamente estos intervalos son definidos de acuerdo a datos de permeabilidad relativa petróleo-agua para la roca del yacimiento y sus fluidos. En esta zona es donde se cree que existen reservas de petróleo y la determinación de la saturación de agua promedio del yacimiento llega a ser más compleja.

El método de determinación capilar de saturación de agua intersticial ha sido encontrado satisfactorio (en muchos campos) para puntos por encima de la zona de transición. Para

tales condiciones las medidas de laboratorio pueden ser limitadas a un dato por muestra tomado a presión suficientemente alta para asegurar mínima saturación de agua. Si se obtienen suficientes puntos para definir la curva de presión capilar, la prueba se hace tediosa, consumidora de tiempo y costosa. Se han realizado comparaciones entre la determinación de saturación de agua al analizar corazones con lodo base aceite y el método de presiones capilares, de acuerdo a esto se encuentran buenos resultados. No obstante, deberían ser encontrados casos donde existan grandes diferencias, generalmente cuando la saturación intersticial de agua del yacimiento es baja, 15% o menos. Esta saturación de agua baja indica que en condiciones de humectabilidad al aceite son posibles. La restauración en el laboratorio de corazones humectados con petróleo puede resultar en cambios de las características de humectabilidad y así explicar las diferencias encontradas.

## 2.20. RELACIONES ENTRE $k$ - $\phi$

### 2.20.1. Ecuación de Karman-Kozeny

En la Fig. 2.46, todos los tubos tienen el mismo radio,  $r$ . La tortuosidad,  $\tau$  expresa la relación entre el largo del corazón y el largo de un camino.

$$\tau = \left( \frac{L_h}{L} \right)^2$$

De acuerdo con la Ley de Hagen-Poiseuille:

$$q = \left( \frac{n\pi r^4}{8\mu} \right) \frac{\Delta P}{L} \quad (2.18)$$

Siendo  $n$  el número de tubos.

La ley de Darcy para flujo lineal es:

$$q = \left( \frac{kA}{\mu} \right) \frac{\Delta P}{L} \quad (2.19)$$

Combinando las Ecs. (2.18) y (2.19), resulta;

$$k = \frac{n\pi r^4}{8A} \quad (2.20)$$

Si;

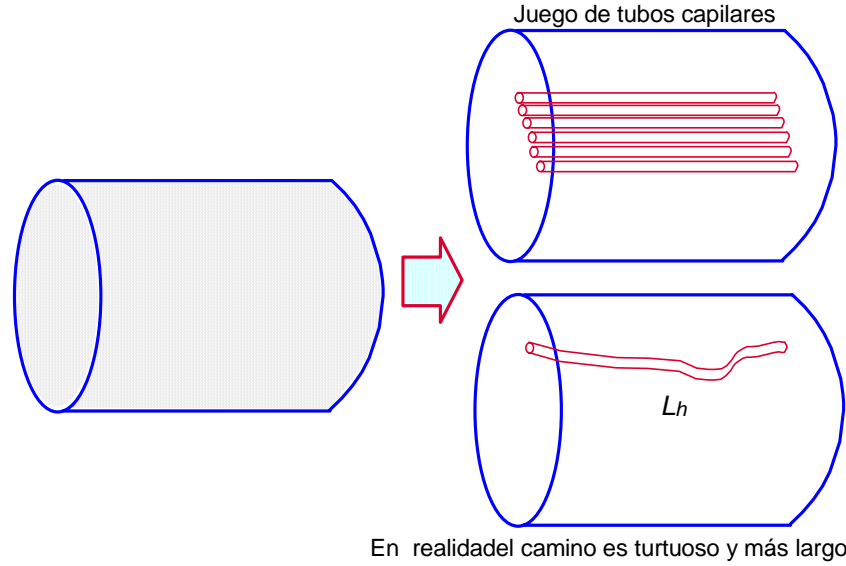


Fig. 2.46. Comparación de un sistema tortuoso con un sistema de tubos capilares

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} = \frac{n\pi r^2 L}{AL} \quad (2.21)$$

Despejando el área,  $A$ , se tiene:

$$A = \frac{n\pi r^2}{\phi} \quad (2.22)$$

Sustituyendo la Ec. (2.22) en (2.20), se obtiene:

$$k = \left( \frac{r^2}{8} \right) \phi \quad (2.23)$$

La ecuación (2.23) es la ecuación genérica de Kozeny,  $r$  está en cm,  $k$  en  $\text{cm}^2$  y la porosidad en fracción. El radio hidráulico se define como:

$$r_h = 2 \sqrt{\frac{k}{\phi}}$$

Defina  $S_{pv}$  = Área superficial por unidad de volumen poroso,  $1/\text{cm}$ . En otras palabras, es la superficie total de los poros por unidad de volumen de poros de la roca.

$$S_{pv} = \frac{A_s}{V_p} = \frac{n(2\pi rL)}{n\pi r^2 L} = \frac{2}{r_p} = \frac{4}{d_p} \quad (2.24)$$

$r_p$  y  $d_p$  son el radio y el diámetro del capilar, respectivamente. Defina  $S_{gv}$  = Area superficial por unidad de volumen de grano.

$$S_{gv} = \frac{A_s}{AL(1-\phi)} = \frac{n2\pi rL}{AL(1-\phi)} = \frac{n\pi r^2}{A} \frac{2}{r(1-\phi)} \quad (2.25)$$

En la Ec. 2.25:

$$\phi = \frac{n\pi r^2}{A} \quad (2.26)$$

Combinando las Ecs. (2.24) a (2.26):

$$S_{gv} = S_{pv} \left[ \frac{\phi}{1-\phi} \right] \quad (2.27)$$

Puesto que  $S_{pv} = 2/r_p$ , luego  $r_p^2 = \frac{4}{S_{pv}^2}$ , entonces la Ec. (2.23) se convierte en:

$$k = \left( \frac{r^2}{8} \right) \phi = \left( \frac{4/S_{pv}^2}{8} \right) \phi$$

$$k = \frac{\phi}{2S_{pv}^2} \quad (2.28)$$

Combinando las Ecs. (2.27) y (2.28), se obtiene:

$$k = \frac{1}{2S_{gv}^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.29)$$

Más tarde, Karman introdujo el concepto de tortuosidad, definido como:

$$\tau = \left( \frac{L_h}{L} \right)^2 = \frac{\text{Camino real}}{\text{Longitud corazon}} \quad (2.30)$$

de donde;

$$L_h = L\sqrt{\tau}$$

La ecuación de Poiseuille para modelo de tubo capilar tortuoso es entonces:

$$q = \left( \frac{n\pi r^4}{8\mu} \right) \frac{\Delta p}{L\sqrt{\tau}} \quad (2.31)$$

Aplicando un procedimiento similar. En otras palabras combinando la Ec. (2.31) con la ley de Darcy, se llega a:

$$k = \left( \frac{r_p^2}{8\tau} \right) \phi \quad (2.32)$$

y;

$$k = \frac{\phi}{2\tau S_{pv}^2} \quad (2.33)$$

Luego, la ecuación de Carman-Kozeny resulta:

$$k = \frac{1}{2\tau S_{gv}^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.34)$$

Usando granos esféricos, Carman halló que  $\tau$  puede ser aproximado a 2.5, luego las Ecs. (2.33) y (2.34) se convierten en:

$$k = \frac{\phi}{5 S_{pv}^2} \quad (2.35)$$

$$k = \frac{1}{5 S_{gv}^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.36)$$

Algunos valores de  $S_{gv}$  pueden hallarse de la Fig. 2.47.

### 2.20.2. Correlación de Timur

$$k = 0.135 \frac{\phi^{4.4}}{S_{wi}^2}$$

Limitaciones:

- Se asume que  $S_{wi}$  es una función lineal del área superficial.
- $S_w$  es uniforme a lo largo del yacimiento
- La geometría del poro es constante y uniforme
- El corazón está saturado con agua-aire

e) Los exponentes 4.4 y 2 son específicos para las muestras

### 2.20.3. Correlación de Coates-Denoo

$$k = (10\phi_e)^4 \left( \frac{1 - S_{wi}}{S_{wi}} \right)^2$$

$\phi_e$  es la porosidad efectiva, en fracción  
 $k$  es la permeabilidad es md






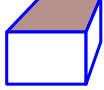

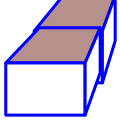

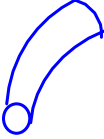
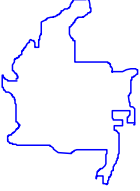
Forma de grano	Modelo	Valor de $S_{gv}$
		$9/d_g$
		$6/d_g$
		$6/d_g$
		$5/d_g$
		$4/d_g$
		$\pi$

Fig. 2.47. Consideraciones de Tiab para el  $S_{gv}$



## CAPITULO 3

### PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS DEL YACIMIENTO

#### 3.1. PROPIEDADES PVT

Consiste en determinar en el laboratorio una serie de propiedades físicas de un fluido en el yacimiento (petróleo, agua o gas) que relacionan presión, volumen y temperatura. Un paso previo a un buen análisis PVT, consiste en la obtención de una muestra representativa del yacimiento que esté a las condiciones de presión y temperatura del mismo. A éste respecto existen normas muy detalladas y compañías especializadas para tomarlas de acuerdo al tipo de fluido que se debe muestrear.

Un análisis PVT es costoso y muchas veces se trata de yacimientos viejos que no poseen ésta información o muy nuevos que todavía no han sido evaluados. Por éstas razones se han desarrollado una serie de ecuaciones o correlaciones empíricas que permitan determinar las propiedades de los fluidos del yacimiento. A continuación se presentan las principales características del gas y el petróleo y las correlaciones más usadas en su determinación. En general, el PVT se refiere al conjunto de propiedades de volumen medidas a una presión y temperatura determinada. Estas propiedades son factor volumétrico de formación del petróleo, que es función de la presión del yacimiento, del factor volumétrico y de la compresibilidad del crudo, factores volumétricos del gas y el agua., gas disuelto en crudo que es función de la gravedad del crudo, temperatura, presión y gravedad del gas. La viscosidad del crudo es función de la Temperatura, presión y gas disuelto. El factor volumétrico bifásico,  $\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s)\beta_g$ . La compresibilidad del crudo es función de  $P$ ,  $API$ ,  $T$  y  $\gamma_g$ . La compresibilidad del agua es función del gas disuelto en agua y la concentración de cloruro de sodio dado en parte por millón, ppm.

**NOTA:** En los gráficos que se presentan a continuación, los puntos de arranque de cada curva son muy diferentes y no se ven reflejados allí.

$$\beta_g = \frac{\text{Volumen en yacimiento}}{\text{Volumen en superficie}}$$

De acuerdo con la ley de los gases:

$$V = \frac{znRT}{p}$$

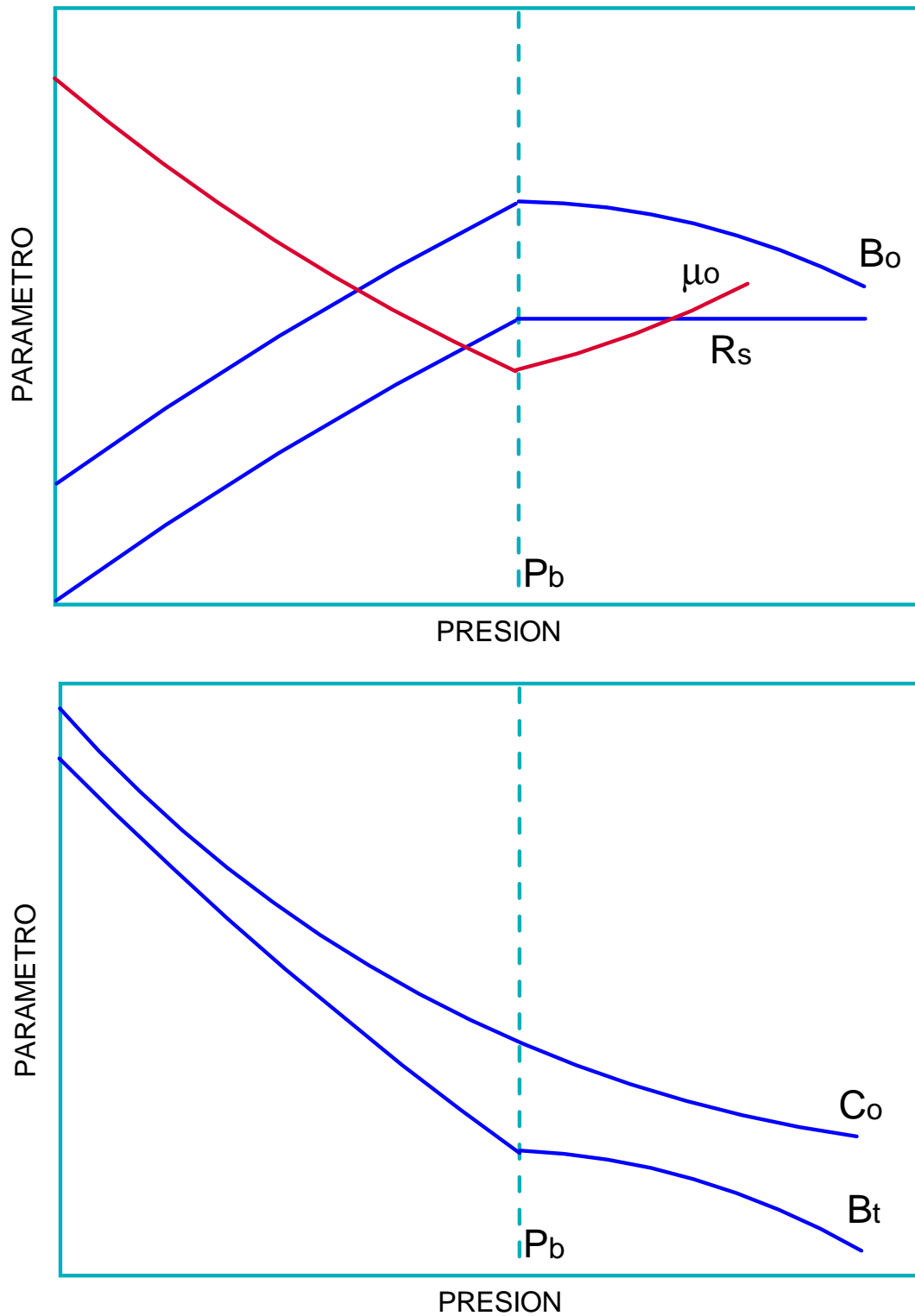


Fig. 3.1. PVT para el aceite

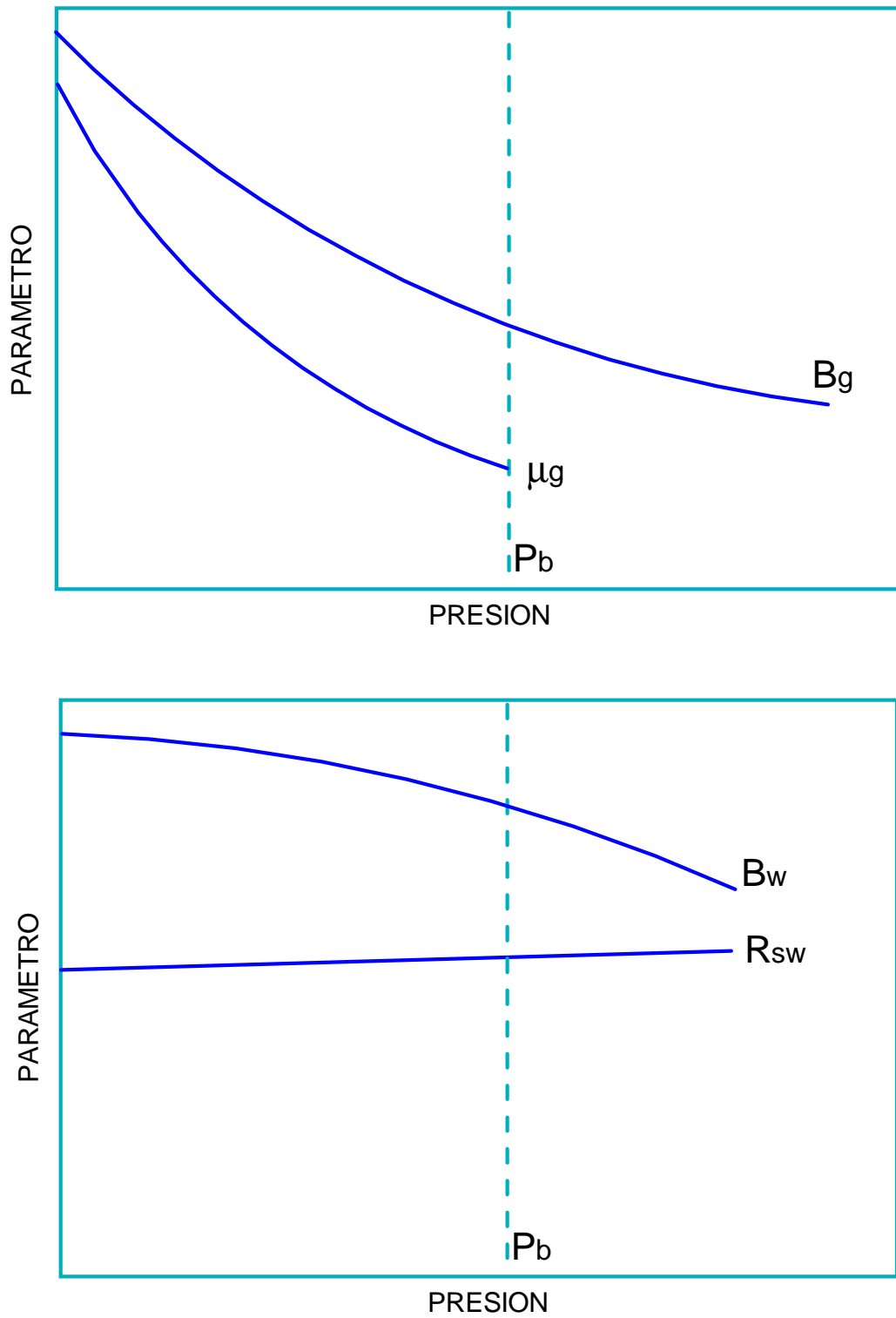


Fig. 3.2. PVT para el gas y agua

luego  $\beta_g$  se expresa como:

$$\beta_g = \frac{znRT_{yto}/p_{yto}}{nRT_{sup}/p_{yto}}$$

Expresando las cantidades conocidas en superficie, la constante universal de los gases y reagrupando todo ello en una constante llamada cte, se tiene

$$\beta_g = cte \cdot z \left( \frac{T}{p} \right)_{yto}$$

De acuerdo a las unidades de medida, se tienen las siguientes constantes:

$$\beta_g = 0.00282 \cdot z \left( \frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{ft^3}{pcn}$$

$$\beta_g = 0.00504 \cdot z \left( \frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{bbl}{pcn}$$

$$\beta_g = 35.35 \cdot z \left( \frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{PCN}{ft^3}$$

$$\beta_g = 198.4 \cdot z \left( \frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{pcn}{bbl}$$

### 3.2. LIBERACION INSTANTANEA

Es utilizada para determinar el punto de burbujeo. Se eleva la Presión mayor a la presión del punto de burbuja y se miden los volúmenes de fluido. El factor volumétrico sobre el punto de burbuja se calcula mediante:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}$$

La compresibilidad del petróleo juega un papel importante entre  $P_b$  y  $P > P_b$ , de modo que:

$$c \int_{P_b}^P dP = - \int_{V_b}^V \frac{dV}{V}$$

Integrando resulta:

$$c(P_b - P) = -\ln \frac{V}{V_b}$$

$$e^{c(P_b-P)} = \frac{V}{V_b}$$

Puesto que existe una relación de volúmenes, se pueden reemplazar éstos por los factores volumétricos, Por lo tanto:

$$\beta_o = \beta_{ob} e^{c(P_b-P)}$$

Para calcular el factor de desviación del gas, Z:

$$P_{sr} = P / P_{cr}$$

$$T_{sr} = T / T_{cr}$$

Con estos valores se va a la gráfica de Standing y Katz y se lee el valor de Z. Para una mezcla de gases, las propiedades críticas del gas y su peso molecular promedio se obtienen por ponderación con la composición molar, de modo que:

$$\bar{PM} = \sum_{i=1}^n PM_i \cdot x_i$$

$$\bar{P}_{cr} = \sum_{i=1}^n P_{cr_i} \cdot x_i$$

$$\bar{T}_{cr} = \sum_{i=1}^n T_{cr_i} \cdot x_i$$

Más adelante, en esta unidad, se detallará la determinación de las propiedades críticas. A partir de la ley de los gases:

$$pV = znRT$$

De acuerdo con la definición de densidad:

$$\rho = \frac{nPM}{V}$$

Combinando estas dos ecuaciones se tiene:

$$\rho = \frac{nPM}{znRT / p} = \frac{PM \cdot p}{zRT}$$

Puesto que la gravedad específica del gas es la relación entre la densidad del gas y la densidad del aire, se tiene:

$$\gamma_g = \frac{\rho_{gas}}{\rho_{aire}} = \frac{PM_{gas}P/zRT}{PM_{aire}P/zRT} = \frac{PM_{gas}}{28.97}$$

Compresibilidades y su influencia en el recobro de crudo. La compresibilidad total es:

$$c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_g S_g + c_f$$

Y la compresibilidad efectiva es:

$$c_e = \frac{c_t}{1 - S_w}$$

Si la definición de compresibilidad se aplica:

$$c_e = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{N} \frac{N - Nr}{\Delta p} = \frac{1}{N} \frac{Np}{\Delta p}$$

Para verificar la importancia de las compresibilidades considérese el siguiente yacimiento subsaturado tiene una presión inicial de 5000 psia, una presión de burbuja de 3600 psia, una saturación de agua de 20 % y una porosidad de 9 %. El factor volumétrico de formación del aceite a condiciones inicial es y de burbuja es 1.354 y 1.375 bbl/BF. A la presión de burbuja se han producido 1.25 MMSTB de crudo y cero barriles de agua. Las compresibilidades del petróleo, agua y volumen poroso son  $10.7 \times 10^{-6}$ ,  $3.6 \times 10^{-6}$  y  $5 \times 10^{-6}$  1/psia. Cuál es el efecto de despreciar la  $c_f$  sobre el volumen in-situ de petróleo en el yacimiento.

$$c_t (\text{con } c_f) = 14.28 \times 10^{-6} \text{ 1/psia}$$

$$c_t (\text{sin } c_f) = 9.28 \times 10^{-6} \text{ 1/psia}$$

$$N \text{ con } c_f = 50.796 \text{ MMBF}$$

$$N \text{ sin } c_f = 78.16 \text{ MMBF}$$

$$\Delta N = 28 \text{ MM}; \quad \% \text{ desviacion} = 53.9 \%$$

### 3.3. LIBERACION DIFERENCIAL

Es un proceso similar al anterior, la diferencia radica en que a medida que miden los volúmenes, el gas es retirado de la muestra en cada decremento de presión.

### 3.4. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE PETROLEO

#### 3.4.1. Presión del punto de burbuja

Se denota como  $P_b$ . Es la presión a la cual la primer burbuja de gas comienza a liberarse del petróleo. También es llamada presión de saturación. Cada yacimiento tiene su presión de burbuja particular. La presión del punto de burbuja se determina en función de la temperatura, la gravedad específica del gas,  $\gamma_g$ , la gravedad específica del petróleo,  $\gamma_o$ , y la cantidad de gas disuelto en el crudo,  $R_s$ . La **correlación de Standing** fue obtenida en 105 experimentos, utilizando petróleos de California. El promedio de error de la correlación fue aplicado a los datos usados para desarrollar el método y resultó ser 4,8 % a una presión de 106 psi. El rango de datos utilizados para desarrollar el método se da en la tabla 3.1. Los gases involucrados en el desarrollo del método no contenían Hidrógeno ni Sulfuro de Hidrógeno. Alguno de los gases contenían Dióxido de Carbono en cantidades insignificantes. La correlación podrá aplicarse a otros petróleos teniendo en cuenta que las características de los petróleos y el gas sean similares a las usadas para desarrollar el método. Fuera de éste rango se incurre en un margen de error. La correlación de Standing, matemáticamente se expresa como:

$$P_b = 18 \left( \frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{y_g}$$

$$y_g = 0.00091TF - 0.0125API$$

Esta ecuación graficada en papel doblemente logarítmico es una línea recta. El rango de aplicación de la correlación de Standing es:

Parámetro	Rango
$P_b$	130 a 7000 psi
$TF$	100 a 258 °F
$R_{sb}$	20 a 1.425 pcn/BF
$API$	16.5 a 63.8
$\gamma_g$	0.59 a 0.95

Existen otras dos correlaciones para calcular la presión del punto de burbuja, a saber:

### Correlación de Vásquez & Beggs

$$P_b = \left[ \frac{GOR}{a \gamma_g e^{cAPI/(T+460)}} \right]^{1/b}$$

La exactitud de la correlación es mayor si se divide para rangos de gravedad específica del petróleo.

	$API < 30$	$API > 30$
a	0.0362	0.178
b	1.937	1.870
c	25.240	23.310

Vásquez & Beggs, determinaron su correlación en el rango de variables expresadas a continuación:

<b>Parámetro</b>	<b>Rango</b>
$P_b$	50 a 5250 psi
$TF$	70 a 295 °F
$GOR$	20 a 2070 pcn/BF
$API$	16 a 50 °API
$\gamma_g$	0.56 a 1.18

### **Correlación de Lasater**

$$A = \frac{R_b}{379.3}$$

$$Y_g = \frac{A}{A + 350\gamma_o / Mo}$$

**Para  $API > 40$ ,**

$$Mo = 73110API^{-1.562}$$

**Para  $API \leq 40$**

$$Mo = 630 - 10API$$

**Si  $Y_g \leq 0.6$**

$$P_b = \left(0.679e^{2.786Y_g} - 0.0323\right) \frac{(TF + 460)}{\gamma_g}$$

**Si  $Y_g > 0.6$**

$$P_b = \left(8.26Y_g^{3.56} + 1.95\right) \frac{(TF + 460)}{\gamma_g}$$

La correlación fue desarrollada en el rango dado a continuación:

<b>Parámetro</b>	<b>Rango</b>
$P_b$	48 a 5780 psi
$TF$	82 a 272 °F
$API$	17.9 a 51.1 °API
$\gamma_g$	0.574 a 1.223
$R_{sb}$	3 a 2905 pcn/BF



### 3.4.2. Gas en Solución

Se denota como  $R_s$ . También se le denomina solubilidad del gas en petróleo, razón gas disuelto y relación gas petróleo,  $RGP$  (en inglés  $GOR$ ). Se define como la cantidad de gas medido a condiciones de superficie, que se disuelven en un barril de petróleo, también medido a condiciones de superficie. Los factores que afectan la solubilidad del gas en el petróleo,  $R_s$ , son:

- Presión, al aumentar la presión, aumenta  $R_s$
- Temperatura, al aumentar la temperatura, disminuye  $R_s$
- API, al aumentar la gravedad API, aumenta  $R_s$

El gas en solución,  $R_s$ , se calcula en función de la presión, temperatura, gravedad API y gravedad específica del gas,  $\gamma_g$ . Si la presión es mayor o igual que la presión del punto de burbuja, se obtiene el  $R_s$  en el punto de burbuja ( $R_{sb}$ ). Por encima de la presión de Burbuja, el  $R_s$  es constante e igual a  $R_{sb}$ . La correlación de Standing para determinar  $R_s$  es:

$$R_s = \gamma_g \left( \frac{P}{18 \times 10^{\gamma_g}} \right)^{1.204}$$

Vásquez y Beggs y Lasater, también desarrollaron correlaciones para determinar la relación gas disuelto en el petróleo crudo, a partir de las mismas investigaciones dedicadas al desarrollo de las correlaciones para la presión del punto de burbuja.

#### Correlación de Vásquez & Beggs

$$R_s = a \gamma_g P^b e^{c API / (TF + 460)}$$

$a$ ,  $b$  y  $c$  se dan en la sección anterior.

#### Correlación de Lasater

$$A = P \frac{\gamma_g}{TF}$$

**Para  $A < 3.29$**

$$Y_g = 0.359 \ln(1.473A + 0.476)$$

**Para  $A \geq 3.29$**

$$Y_g = (0.121A - 0.236)^{0.281}$$

$$R_s = 132.755 \frac{\gamma_g \gamma_o}{Mo(1 - Y_g)}$$

$Mo$ , se obtiene de la misma forma que para el cálculo de la presión del punto de burbuja usando la correlación de Lasater.

### 3.4.3. Factor de compresibilidad del petróleo

Se denota como  $c_o$ . Cuando la presión es mayor que la presión del punto de burbuja, el petróleo en el yacimiento tiene todo el gas en solución. Cuando se aplica presión en exceso a éste sistema, el líquido sufre una disminución no lineal en su volumen que depende de la temperatura y composición del petróleo. Esa pequeña variación en el volumen es lo que se conoce como factor de compresibilidad del petróleo, que es muy significativa en cálculos de Ingeniería de Yacimientos aunque en las demás ciencias se desprecia tal factor debido a la poca compresibilidad (en algunos casos ninguna) de los líquidos. La correlación de Vásquez y Beggs es un medio excelente para obtener valor de la compresibilidad del petróleo. Vásquez y Beggs usaron aproximadamente 2.000 medidas experimentales de compresibilidad del petróleos en más de 600 crudos diferentes para desarrollar una correlación en función de  $R_{sb}$ ,  $TF$ ,  $\gamma_g$ ,  $API$  y presión. La correlación obtenida por Vásquez y Beggs fue:

$$c_o = \frac{5R_{sb} + 17.2T - 1180\gamma_g + 12.61API - 1433}{100000P}$$

### 3.4.4. Factor volumétrico de formación del petróleo

Se denota por  $\beta_o$ . Se define como el volumen de petróleo (más su gas en solución) en el yacimiento, requerido para producir un barril de petróleo medido a condiciones de superficie. Por ejemplo,  $\beta_o = 1.5$  B/BF significa que para tener un barril de petróleo en superficie (Barril Fiscal, BF) se requiere 1.5 barriles de petróleo en el yacimiento. Lógicamente, el valor de  $\beta_o$  será mayor de la unidad debido al gas que entra en solución. De otro modo, al pasar el petróleo de yacimiento a superficie sufre disminución en presión y temperatura y ocurre liberación de gas presente en el líquido (petróleo). Este proceso conduce a una merma del volumen de petróleo del yacimiento al pasar a superficie. El  $\beta_o$  se calcula en función de  $R_s$ ,  $API$ ,  $\gamma_g$  y temperatura. La correlación de Standing para determinar  $\beta_o$  en petróleos saturados, matemáticamente se expresa como:

$$\beta_o = 0.972 + 0.000147 \left\{ R_s \sqrt{\frac{\gamma_g}{\gamma_o}} + 1.25T \right\}$$

Para petróleos subsaturados, el  $\beta_o$  es función directa de la compresibilidad del petróleo y de la presión a que está sometido:

$$\beta_o = \beta_{ob} e^{c_o(P_b - P)}$$

### 3.4.5. Factor volumétrico total

Se denota por  $\beta_t$ . Es un factor que representa el volumen de petróleo en el yacimiento a determinada presión y temperatura de la unidad volumétrica de petróleo a condiciones normales más su gas disuelto. El volumen en el yacimiento estará formado por petróleo saturado con gas (a las condiciones de yacimiento) más gas libre. Matemáticamente, el factor volumétrico total,  $\beta_t$ , se evalúa mediante la siguiente fórmula:

$$\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s) \beta_g$$

### 3.4.6. Viscosidad del petróleo

Se denota como  $\mu_o$ . Se define como la medida de la resistencia del petróleo al flujo. Es usualmente medida en centipoises, **cp**, (gr/cm\*seg). La resistencia al flujo es causada por fricción interna generada cuando las moléculas del fluido tratan de desplazarse unas sobre otras. Los valores de  $\mu_o$  se requieren a diferentes presiones, tanto en Ingeniería de Yacimientos como en Ingeniería de Producción. Si se dispone de un análisis PVT las medidas de la viscosidad se reportan a la presión y temperatura del yacimiento y a diferentes presiones. No obstante, a medida que el fluido fluye a superficie su temperatura disminuye, lo que involucra la necesidad de corregir la viscosidad para cambios de temperatura, mediante correlaciones empíricas. Los principales factores de interés en Ingeniería de Petróleos que afectan  $\mu_o$  son: La composición del petróleo, la temperatura, el gas disuelto y la presión. La  $\mu_o$  aumenta cuando disminuye la API y también aumenta con un decremento en la temperatura. El efecto del gas disuelto es alivianar el petróleo y por tanto disminuir su viscosidad. Mientras exista un incremento en la presión sobre un petróleo subsaturado, su viscosidad se incrementará. El método más común de obtener la viscosidad del petróleo,  $\mu_o$ , consiste en evaluar la propiedad para petróleo muerto (petróleo sin gas disuelto) para luego corregirla por efectos del gas disuelto. Para sistemas saturados se utilizan la correlación de Beggs y Robinson, desarrollada con más de 2.000 mediciones de viscosidad, usando 600 muestras distintas de petróleo. El rango de variables de los datos usados se da a continuación:

Variable	Rango
$R_s$	20 a 2070 pcn/BF
API	16 a 58
$P$	0 a 5250 psi
TF	70 a 245 °F

La correlación de Beggs y Robinson para determinar la viscosidad del petróleo muerto,  $\mu_{od}$ , es:

$$\mu_{od} = 10^x - 1$$

$$X = T^{-1.163} e^{6.9824 - 0.04658 API}$$

La ecuación para corregir la viscosidad por efecto del gas disuelto es:

$$\mu_o = A \mu_{od}^B$$

$$A = 10.715(R_s + 100)^{-0.515}$$

$$B = 5.44(R_s + 150)^{-0.338}$$

Para evaluar la viscosidad de petróleos subsaturados se utiliza la correlación de Vázquez y Beggs, la cual es una extensión de Beggs y Robinson.

$$\mu_o = \mu_{ob} (P/P_b)^m$$

$$\mu_o = 2.6P^{1.187} e^{-11.513 - 0.0000898P}$$

### 3.5. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE GAS

#### 3.5.1. Gravedad específica de una mezcla de gases

Se denota como  $\gamma_g$ . La gravedad específica de un gas, se define como la relación entre su densidad y la densidad del aire. En el campo ésta propiedad se mide fácilmente en la cabeza del pozo, por lo tanto, es usada como una indicación de la composición del gas. La gravedad específica del gas es proporcional a su peso molecular, **PM**, cuando éste se mide a bajas presiones donde el comportamiento del gas se aproxima a la idealidad. Una vez se obtiene el peso molecular, la gravedad del gas se determina dividiendo su peso molecular entre 28.966 (peso molecular del aire). La gravedad específica también se usa para correlacionar otras propiedades físicas de los gases como las propiedades críticas. En algunas ocasiones cuando existe la presión y temperatura en el separador, es necesario corregir la gravedad específica del gas para tener unos datos de PVT óptimos. La correlación de Vázquez y Beggs permite efectuar éste proceso:

$$\gamma_{gs} = \gamma_g \left( 1 + 2.215 \times 10^{-5} API \quad ST \ln \frac{SP}{114.7} \right)$$

#### 3.5.2. Propiedades críticas

Es el conjunto de condiciones físicas de presión, temperatura y volumen, a las cuales la densidad y otras propiedades del líquido y gas se vuelven idénticas, es decir, es un punto a una presión y temperatura dada donde físicamente no puede diferenciarse si se trata de gas o líquido. Estas propiedades críticas son únicas (una sola presión, una sola temperatura) para una sustancia dada y se requiere para la determinación de otras propiedades de la sustancia. La presión crítica, **P<sub>cr</sub>**, y la temperatura crítica, **T<sub>cr</sub>**, son medidas en el laboratorio y usualmente

son desconocidas por lo que se requiere su determinación por medio de correlaciones, como la de Brown et al, para determinar las propiedades críticas en función de la gravedad específica del gas.

#### **Para gas en superficie**

$$P_{cr} = 677 + 15\gamma_g - 37.5\gamma_g^2$$

$$T_{cr} = 168 + 325\gamma_g - 12.5\gamma_g^2$$

#### **Para condensados**

$$P_{cr} = 706 - 51.7\gamma_g - 11.1\gamma_g^2$$

$$T_{cr} = 187 + 330\gamma_g - 71.5\gamma_g^2$$

y la gravedad específica se obtiene mediante:

$$\gamma_g = \frac{\gamma_{g1} + \gamma_{g2}}{2}$$

$$\gamma_{g1} = (P_{cr} - 175.5)/307.97$$

$$\gamma_{g2} = (T_{cr} - 700.55)/(-47.94)$$

Las propiedades críticas están sujetas a variaciones por presencia de contaminantes (Dióxido carbónico,  $CO_2$  y Sulfuro de Hidrógeno,  $H_2S$ ). La correlación de Wichert y Aziz es utilizada para efectuar éstas correcciones:

$$T_{cr}' = T_{cr} - e$$

$$P_{cr}' = \frac{P_{cr} T_{cr}'}{T_{cr} + Y_{H_2S} (1 - Y_{H_2S}) e}$$

$$e = 120 \left[ Y_{CO_2} + Y_{H_2S} - (Y_{CO_2} + Y_{H_2S})^{1.6} \right] + 15 \left( \sqrt{Y_{H_2S}} - Y_{H_2S}^4 \right)$$

### **3.5.3. Obtención de las propiedades críticas y gravedad específica del gas**

Generalmente, las propiedades críticas y la gravedad específica del gas se desconocen, pero, casi siempre se da la composición de la mezcla de gases, es decir, se lista cada uno de los componentes del gas con su respectivo porcentaje o fracción volumétrica de la cantidad existente en la mezcla. A continuación se da un ejemplo de un reporte típico de una mezcla de gases.

Compuesto	Fracción volumétrica, $Y_i$
Metano	0.8612
Etano	0.0591
Propano	0.0358
n-Butano	0.0172
Pentano	0.0500
Gas Carbónico	0.0100
Nitrógeno	<u>0.0207</u>
	1.0000

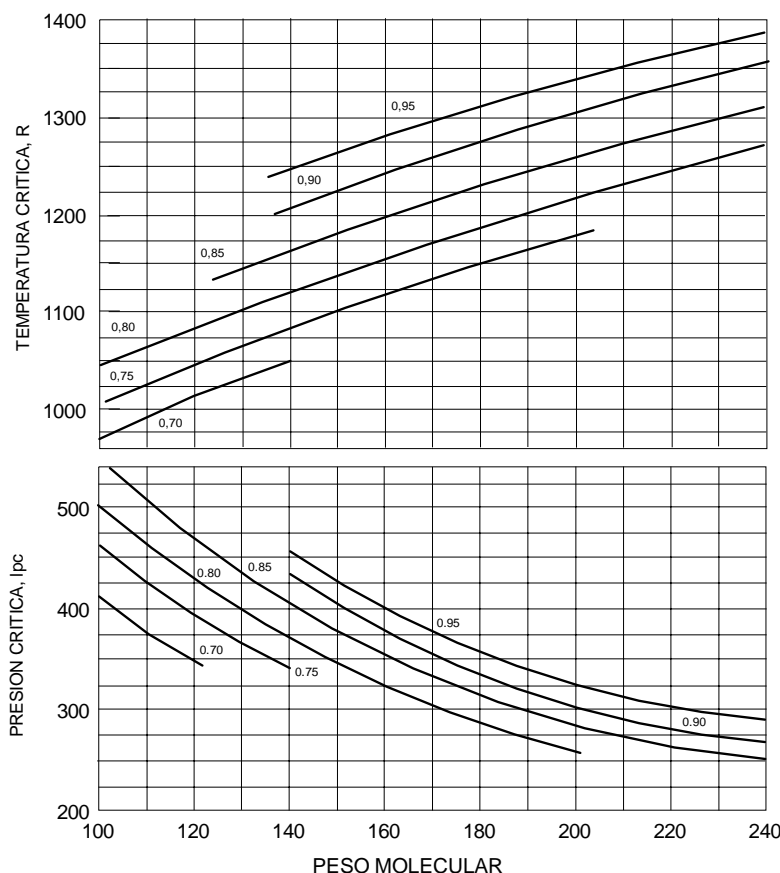
Para evaluar las propiedades críticas de la mezcla de gases se toma la presión crítica, la temperatura crítica tabulados a continuación, cada una de las cuales se multiplica por su fracción volumétrica y la sumatoria constituye la presión crítica,  $P_{cr}$ , y la temperatura crítica,  $T_{cr}$ , respectivamente.

$$P_{cr} = \sum_{i=1}^n P_{cr_i} Y_i$$

$$T_{cr} = \sum_{i=1}^n T_{cr_i} Y_i$$

Compuesto	Peso Molecular	Presión Crítica Psi	Temperatura Crítica °F
Metano	16.043	667.8	-116.68
Etano	30.070	707.8	90.1
Propano	44.097	616.3	206.01
n-Butano	58.124	570.7	305.62
iso-Butano	58.124	529.1	274.96
n-Pentano	72.151	448.6	385.6
iso-Pentano	72.151	490.4	369.03
neo-Pentano	72.151	464.0	321.08
n-Hexano	86.178	436.9	453.6
n-Estaño	100.205	396.8	512.7
n-Octano	114.232	360.6	564.10
n-Nonano	128.259	331.8	610.54
n-Decano	142.286	304.4	651.6
CO <sub>2</sub>	44.010	1071.0	87.87
H <sub>2</sub> S	34.076	-1306.0	212.6
Aire	28.964	546.9	-221.4
Oxígeno	31.999	736.9	-181.2
Nitrógeno	28.013	493.0	-232.7
Agua	18.015	3207.9	705.5

### CORRELACION PARA ESTIMAR LA PRESION Y TEMPERATURA CRITICAS DE LOS C7+



FUENTE : CRAFT B.C. y M.F. HAWKINS. Ingeniería Aplicada de Yacimientos Petrolíferos. Madrid (Esp). Editorial Tecnos. 1a. ed. 1977. p. 99.

NOTA: Cada curva representa una Gravedad Específica

Fig. 3.3. Propiedades críticas de los  $C_{7+}$

Para evaluar la gravedad específica de la mezcla gaseosa se lee de la tabla anterior los pesos moleculares de cada compuesto presente en la mezcla, cada uno de ellos se multiplica por la fracción volumétrica,  $Y_i$ , y su sumatoria se divide entre 28,966.

$$\gamma_g = \frac{1}{28,966} \sum_{i=1}^n PM_i * Y_i$$

Los Heptanos y compuestos más pesados ( $C_{7+}$ ) no fueron tabulados anteriormente debido a que no tiene una composición ni peso molecular fijo. Por tal razón, las propiedades críticas se determinan por medio de la correlación gráfica en función del peso molecular y la gravedad

específica de éste grupo de compuestos. La correlación gráfica mostrada a continuación permite obtener estos parámetros a partir de su peso molecular y su gravedad específica.

### 3.5.4. Determinación de las propiedades críticas de los Heptanos y compuestos más pesados

Normalmente, suele reportarse en la composición del gas natural, la presencia de Heptanos y demás (Heptanos y más pesados o en inglés: Heptanos plus),  $C_{7+}$ , acompañado de su peso molecular y de su gravedad específica, para con éstos determinar sus propiedades críticas utilizando la figura dada en la página siguiente. Por tanto, es necesario

Las correlaciones de Sutton and Whitson para las propiedades críticas de los  $C_{7+}$  son:

$$P_{cr} = \exp \left\{ \begin{aligned} &8.3634 - 0.0566 / \gamma_{C_{7+}} - (0.24244 + 2.2898 / \gamma_{C_{7+}} + 0.11857 \gamma_{C_{7+}}^2) 10^{-3} T_B \\ &+ (1.4685 + 3.648 / \gamma_{C_{7+}} + 0.47227 \gamma_{C_{7+}}^2) 10^{-7} T_B^2 \\ &- (0.42019 + 1.6977 \gamma_{C_{7+}}^2) 10^{-10} T_B^3 \end{aligned} \right\}$$

$$T_{cr} = 341.7 + 811 \gamma_{C_{7+}} + (0.4244 + 0.1174 \gamma_{C_{7+}}) T_B + (0.4669 - 3.2623 \gamma_{C_{7+}}) 10^5 / T_B$$

La temperatura de ebullición se estima mediante:

$$T_B = \left( 4.5579 PM_{C_{7+}}^{0.15178} \gamma_{C_{7+}}^{0.15427} \right)^3$$

### 3.5.6. Factor de compresibilidad del gas

En la realidad no existen gases ideales o perfectos; sin embargo, muchos gases cerca de la temperatura y presión atmosféricas se aproximan a la idealidad. El **gas ideal** puede definirse como el gas cuyo volumen se reduce a la mitad al duplicarse la presión y cuya presión se dobla si se duplica la temperatura manteniendo el volumen constante. Esto no es más que los enunciados de la leyes de Boyle y Charles Mariotte. En muchos gases en particular los gases naturales de interés para los Ingenieros de Petróleos, se ha observado que si el volumen del gas se comprime a la mitad, la presión resulta ser menor del doble de la presión inicial; es decir, el gas es más compresible que el gas ideal.

Debido a que el volumen de un gas se reduce a menos de su mitad, si se dobla la presión se dice que el gas es supercompresible. Al valor numérico que representa una medida de la desviación del comportamiento ideal del gas se denomina factor de supercompresibilidad, o más frecuentemente factor de compresibilidad. También se le conoce como factor de desviación del gas y se denota por la letra **Z**, éste valor adimensional generalmente varía entre 0,7 y 1,2. El valor de 1 representa el comportamiento ideal.



Matemáticamente, Z es obtenido mediante complejas correlaciones empíricas, que arrojan resultados con suficiente exactitud. Entre las correlaciones más usadas se destaca la de Standing. La **correlación de Standing** es una modificación al método de Beggs y Brill:

$$A = 1.39 \sqrt{T_{sr} - 0.92} - 0.36 T_{sr} - 0.101$$

$$B = (0.62 - 0.23 T_{sr}) P_{sr}$$

$$C = (0.066 / (T_{sr} - 0.86) - 0.37) P_{sr}^2$$

$$D = 0.32 \frac{P_{sr}^6}{10^{9(T_{sr}-1)}}$$

$$E = B + C + D$$

$$F = 0.132 - 0.32 \log T_{sr}$$

$$G = 10^{0.3106 - 0.49 T_{sr} + 0.824 T_{sr}^2}$$

$$Z = A + (1 - A)e^{-E} + F * P_{sr}^G$$

**Correlación de Dranchuk et al.** Este algoritmo converge rápidamente. Requiere máximo cinco iteraciones para proporcionar resultados exactos. La densidad reducida se evalúa iterativamente por el método de Newton-Raphson:

$$\rho_{r(i+1)} = \rho_{r(i)} - \frac{f(\rho_r)}{g(\rho_r)}$$

$$Z = 0.27 P_{sr} / (\rho_r T_{sr})$$

Donde  $T_{sr}$  y  $P_{sr}$  son la presión y temperatura pseudoreducidas.

$$f(\rho_r) = A \rho_r^6 + B \rho_r^3 + C \rho_r^2 + D \rho_r + E \rho_r^3 + (1 + F \rho_r^2) e^{(-F \rho_r^2 - G)}$$

$$g(\rho_r) = 6A \rho_r^3 + 3B \rho_r^2 + 2C \rho_r + D + E \rho_r^2 * (3 + F \rho_r (3 - 2F \rho_r^2)) e^{(-F \rho_r^2)}$$

$$A = 0.06424$$

$$B = 0.5353 T_{sr} - 0.6123$$

$$C = 0.3151 T_{sr} - 1.467 - 0.578 / T_{sr}^2$$

$$D = T_{sr}$$

$$E = 0.6816/T_{sr}^2$$

$$F = 0.6845$$

$$G = 0.27 P_{sr}$$

$$\rho_{r(0)} = 0.27 P_{sr}/T_{sr}$$

**Correlación de Beggs y Brill.** Este método radica en un ajuste efectuado sobre una de las curvas de la gráfica de Standing y Katz.

$$A = 0,101 - 0.36 T_{sr} + 1,3868 \sqrt{T_{sr} - 0,919}$$

$$B = 0.021 + 0.04275/(T_{sr} - 0.65)$$

$$C = 0.6222 - 0.224 T_{sr}$$

$$D = 0.0657/(T_{sr} - 0.86)$$

$$E = 0.32^{-19.53(T_{sr}-1)}$$

$$F = 0.122^{-11.53(T_{sr}-1)}$$

$$G = P_{sr} (C + D P_{sr} + E P_{sr}^4)$$

$$Z = A + B P_{sr} + (1-a) e^G - F (0.1 P_{sr})^4$$

Debe tenerse en cuenta, que si los exponentes de **e** son menores de 100, todo este valor se anula.

**Correlación de Yarborough y Hall.** Este método, exceptuando las isothermas de baja presión, reproduce el gráfico de Standing y Katz con una exactitud promedia del 0.3%. Fue diseñado entre una gran variedad de condiciones y concentraciones de contaminantes.

$$Z = \frac{(1 + X + X^2 + X^3) + A X + B X^C}{(1 - X)^3}$$

$$A = 14.76 T_{sr} - 9.76 T_{sr} + 4.58 T_{sr}$$

$$B = 90.7 T_{sr} - 242.2 T_{sr}^2 + 42.4 T_{sr}^3$$

$$C = 1.18 + 2.82 T_{sr}$$

$$X_i = b \rho_r / 4$$

$$b = 0.245(R T_{sr}) e^{-1.2(1-T_{sr})}$$

### 3.5.7. Compresibilidad Isotérmica del Gas

Esta correlación requiere la densidad reducida obtenida iterativamente para la solución del factor de compresibilidad del gas. Mediante la correlación de Dranchuk et al, se obtiene la compresibilidad del gas.

$$C_g = CR / P_{cr}$$

$$\frac{dZ}{d\rho_r} = \frac{5A\rho_r^5 + 2B\rho_r^2 + C\rho_r + 2E\rho_r^2(1 + F\rho_r^2 - F^2\rho_r^4)e^{(-F\rho_r^2)}}{\rho_r T_{sr}}$$

$$CR = \frac{1}{P_{sr}} \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho_r}{Z}\right) \frac{dZ}{d\rho_r}}$$

### 3.5.8. Factor volumétrico de Formación del gas

Se denota como  $\beta_g$ . Es un factor que relaciona el número de barriles de gas que se necesitan en el yacimiento para producir un pie cúbico de gas a condiciones normales (pcn). Las ecuaciones para determinar  $\beta_g$  se presentaron anteriormente.

### 3.5.9. Viscosidad del gas

Se denota como  $\mu_g$ . Es una propiedad importante para determinar la resistencia al flujo que presenta el gas durante su producción y transporte. Generalmente, la viscosidad del gas aumenta con los incrementos de presión. A presiones bajas la viscosidad del gas (al contrario que los líquidos) se incrementa con la temperatura. Sus unidades son los centipoises, cp. la viscosidad del gas también se determina por medio de correlaciones empíricas con un margen de error inferior al 2 %. La correlación de Carr et al permite obtener la viscosidad del gas a la presión atmosférica,  $\mu_1$ . Este valor, es llevado a cualquier presión, mediante la correlación de Dempsey.

#### Correlación de Carr et al.

$$\mu_1 = \mu_1 + \text{Correcciones por } N_2, CO_2 \text{ y } H_2S$$

$$\mu_1 = (1.709 \times 10^{-5} - 2.062 \times 10^{-6} \gamma_g) + 0.008188 - 0.00615 \log \gamma_g$$

$$Y_{CO_2} = Y_{CO_2} (0.00908 - 3 \log \gamma_g + 0.00624)$$

$$YN_2 = YN_2(0.00848 - 3 \log \gamma_g + 0.00959)$$

$$YH_2S = YH_2S(0.00849 - 3 \log \gamma_g + 0.00373)$$

### Correlación de Dempsey

$$\ln \left( T_{sr} \frac{\mu_g}{\mu_1} \right) = A_0 + A_1 P_{sr} + A_2 P_{sr}^2 + T_{sr} (A_4 + A_5 P_{sr} + A_6 P_{sr}^2 + A_7 P_{sr}^3) + \xi$$

$$\xi = Tsr^2 (A_8 + A_9 P_{sr} + A_{10} P_{sr}^2 + A_{11} P_{sr}^3) + Tsr^3 (A_{12} + A_{13} P_{sr} + A_{14} P_{sr}^2 + A_{15} P_{sr}^3)$$

$$A_0 = -2.4622$$

$$A_1 = 2.9705$$

$$A_2 = -0.2862$$

$$A_3 = 0.0805$$

$$A_4 = 2.8086$$

$$A_5 = -3.4980$$

$$A_6 = 0.3603$$

$$A_7 = -0.014$$

$$A_8 = -0.7933$$

$$A_9 = 1.3964$$

$$A_{10} = -0.1491$$

$$A_{11} = 0.0044$$

$$A_{12} = 0.8393$$

$$A_{13} = -0.1864$$

$$A_{14} = 0.2033$$

$$A_{15} = -0.000609$$

## 3.6. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE AGUA

### 3.6.1. Factor Volumétrico de Formación del Agua

Esta propiedad se evalúa mediante la correlación de Donson y Standing.

$$\beta_w = (A + B P + C P^2) \text{SALCOR}$$

#### Agua sin gas

$$A = 0.9947 + 5.8 \times 10^{-6} + 1.02 \times 10^{-6} T^2$$

$$B = -4.288 \times 10^{-6} + 1.8376 \times 10^{-8} T - 6.77 \times 10^{-11} T^2$$

$$C = 1.3 \times 10^{-10} + 1.3853 \times 10^{-12} T + 4.285 \times 10^{-15} T^2$$

#### Para agua saturada con gas

$$A = 0.9911 + 6.35 \times 10^{-5} T + 8.5 \times 10^{-7} T^2$$

$$B = -1.903 \times 10^{-6} - 3.497 \times 10^{-9} T + 4.57 \times 10^{-12} T^2$$

$$C = -5.1 \times 10^{-10} + 6.429 \times 10^{-13} T - 1.43 \times 10^{-15} T^2$$

$$\text{SALCOR} = 5.1 \times 10^{-8} P + (5.47 \times 10^{-6} - 1.95 \times 10^{-10} P)(T - 60) + (-3.23 \times 10^{-8} + 0.0085 P)(T - 60) \text{Nacl} + 1$$

### 3.6.2. Viscosidad del Agua

Esta propiedad se estima mediante la correlación de Meehan:

$$\mu_w = PRESCOR(SALCOR)0.02414 \times 10^{\frac{247.8}{TK} - 140}$$

$$SALCOR = (1 - 0.00187\sqrt{Nacl} + 0.000218Nacl^{2.5} + \sqrt{T} - 0.0135T)(0.0827Nacl - 0.00034Nacl^{1.5})$$

$$PRESCOR = 1.0031 + 3.5 \times 10^{-12} P^2 (T - 60)$$

### 3.6.3. Compresibilidad del agua y gas disuelto

Aparte de la presión, la compresibilidad del agua depende de la concentración de sal y el efecto de gas disuelto. Donson y Standing, presentaron su correlación para estimar la compresibilidad del agua y el gas disuelto:

$$C_w = SALCOR(1 + 0.0089 R_{sw})(A + B T + C T^2)/1000000$$

$$SALCOR = (0.052 + 0.0002T - 1.14 \times 10^{-6} T^2 + 1.121 \times 10^{-9} T^3)Nacl^{0.7} + 1$$

$$R_{sw} = (A + B P + C P^2) SALCOR$$

$$A = 2.12 + 0.00345T - 0.0000359T^2$$

$$B = 0.0107 - 0.0000526T + 0.000000148 T^2$$

$$C = -8.75 \times 10^{-7} + 3.9 \times 10^{-9} T - 1.02 \times 10^{-11} T^2$$

$$SALCOR = 1 - (0.0753 - 0.000173T)Nacl$$

Nota: La concentración de cloruro de sodio se entra en ppm y se divide por 10000.

### 3.6.4. Gravedad Específica del Agua

Cuando se desconoce la gravedad específica del agua, pero se conoce el contenido de sólidos disueltos en mg/lit, *SDC*, la gravedad específica del agua puede calcularse con:

$$\gamma_w = 1 + 0.695 \times 10^{-6} SDC$$

### 3.6.5. Tensión Superficial

**Sistemas gas-aceite.** La correlación de Baker relaciona la tensión superficial con la presión, la temperatura y la gravedad del crudo.

$$\sigma_{68} = 39 - 0.2571 API$$

$$\sigma_{100} = 37.5 - 0.2571 API$$

$$\sigma_o = [\sigma_{68} - (T - 68)(\sigma_{68} - \sigma_{100})/32]$$

$$FCOR = 0.99984 \times 10^{-3.229268012P}$$

*FCOR* es el factor de corrección por efecto del gas disuelto. Se obtiene por el ajuste estadístico de la correlación gráfica de Baker y Swerdloff.

**Sistemas gas-agua.** La correlación de Katz et al, es el producto de la combinación gráfica del trabajo de varios investigadores. Este gráfico se ajustó por medios estadísticos, obteniéndose:

**Para presiones  $\leq 4.000$**

$$\sigma_{74} = -2.217387286 (\log (1/P))^2 + 83.3571155$$

**Para presiones  $> 4.000$**

$$\sigma_{74} = -0.000714285714 P + 56.78571429$$

**Para presiones  $\leq 5.000$**

$$\sigma_{280} = 0.0063 P + 53$$

**Para presiones  $> 5.000$**

$$\sigma_{280} = [1/(-1.456667652 \times 10^{-7} P + 0.003056517642)]^{1/2}$$

**Para cualquier temperatura entre 74 y 280 °F**

$$\sigma_w = (\sigma_{74} - \sigma_{280})/206 (T - 74)(-\sigma_{74})$$

## CAPITULO 4

### CALCULO VOLUMETRICO DE HIDROCARBUROS

El cálculo volumétrico de petróleo y/o gas es de una de las herramientas para la estimación de reservas. Los métodos para cuantificar reservas son:

- Método volumétrico
- Ecuación de balance de materia
- Curvas de declinación
- Simulación numérica y/o matemática de yacimientos

#### 4.1. TIPOS DE PRODUCCIONES O RECOBROS

Se consideran tres tipos de recobro en la etapa de vida de un yacimiento, a saber:

- Producción primaria: El pozo/yacimiento produce por energía propia o flujo natural
- Producción secundaria: Se introduce energía externa al sistema. Esta comprende el levantamiento artificial e inyección de agua fría
- Producción terciaria: Además de energía, el fluido o la roca sufre un cambio en sus propiedades. En este grupo se consideran: la inyección de agua caliente, gas, químicos, combustión in-situ, etc.

#### 4.2. ECUACIONES VOLUMETRICAS

El método volumétrico para el cálculo de petróleo original se hace a través de:

$$N = \frac{7758Ah\phi S_{oi}}{\beta_{oi}}$$

Para aplicar el método volumétrico se requiere conocer la porosidad, la saturación inicial de agua, el volumen total del yacimiento y los factores volumétricos. La constante resulta de  $43560 (ft^2/acre)/5.615 ft^3/bbl$ .

$A$  está en acres,  $N$  es el aceite original in-situ, OOIP, en BF y  $\phi$  es la porosidad en fracción. El gas original encontrado en solución se calcula mediante la ecuación:

$$G = 43560Ah\phi S_{gi} / B_{gi}$$

$G$  está dado en pcn,  $\beta_{gi}$  está dado en bbl/pcn y  $h$  está dado en pies (intervalo de gas)

### 4.2.1. Correlaciones API para calcular el factor de recobro

#### Para gas en solución

$$FR = 41.85 \left\{ \phi \left( \frac{1 - S_{wi}}{\beta_{ob}} \right) \right\}^{0.1611} \left( \frac{k}{\mu_{ob}} \right)^{0.0979} S_{wi}^{0.3722} \left( \frac{P_b}{P_a} \right)^{0.1741}$$

$$FR = 41.85 \left\{ \phi \left( \frac{1 - S_{wi}}{\beta_{ob}} \right) \right\}^{0.312} \left( \frac{k}{\mu_{ob}} \right)^{0.0816} S_{wi}^{0.463} \left( \frac{P_b}{P_a} \right)^{0.249}$$

#### Para empuje de agua

$$FR = 54.898 \left\{ \phi \left( \frac{1 - S_{wi}}{\beta_{oi}} \right) \right\}^{0.0422} \left( \frac{k \mu_{wi}}{\mu_{oi}} \right)^{0.077} S_{wi}^{-0.1903} \left( \frac{P_b}{P_a} \right)^{-0.2159}$$

#### Para empuje de agua y yacimientos de areniscas

$$FR = 11.4 + 27.2 \log(k) + 25.6 S_{wi} - 13.6 \log(\mu_o) - 153.8 \phi - 0.035 h$$

#### Yacimientos de condensados

$$N_p^* = -0.061743 + 143.55 / R_{pi} + 0.00012184T + 0.0010114API$$

$$G_p^* = -2229.4 + 148.43 \left( \frac{R_{pi}}{100} \right)^{0.2} + 124130 / T + 21.831API$$

Las unidades de  $N_p^*$  están en STB/rb volumen poroso de hidrocarburos (HCPV). Válido para presiones de abandono de 500 psia.

$FR$  es el factor de recobro

$k$  en permeabilidad absoluta en milidarcies

$P_a$  es la presión de abandono del yacimiento en psia

$T$  temperatura del yacimiento, °R

$R_{pi}$  relación gas producido/petróleo producido a condiciones iniciales

**Ejercicio:** Dada la siguiente información determinar el factor de recobro para un yacimiento que produce por gas en solución.

$$S_{wi} = 32 \%$$

$$\phi = 19.4 \%$$

$$k = 80 \text{ md}$$

$$API = 27.8$$

$$T = 120 \text{ °F}$$

$$R_{si} = 200 \text{ pcn/BF}$$

$$P_i = 1100 \text{ psia}$$

$$P_a = 100 \text{ psia}$$

$$\gamma_g = 0.84$$



**Ejercicio:** Dada la siguiente información determine el factor de recobro para un yacimiento que tiene empuje de agua.

$$\begin{array}{llll} \phi = 12.42 \% & S_w = 16 \% & k = 120 \text{ md} & P_i = 3400 \text{ psia} \\ API = 35 & GOR_{ini} = 450 \text{ pcn/BF} & P_a = 1000 \text{ psi} & \end{array}$$

### 4.3. CALCULO DE VOLUMENES

#### 4.3.1. Cálculos de volumen manualmente

Para hallar volúmenes de roca a partir de mapas geológicos se utiliza el planímetro. Con este dispositivo se miden las áreas de cada contorno. Los volúmenes se proyectan, Figs. 4.1.a y 4.1.b, de modo que se tengan áreas para leer.

$$A = \text{lectura planimetro} * \frac{247 \text{ acr} / 1 \text{ km}}{\text{lectura inicial}}$$

Volumen del tronco de una pirámide:

$$\Delta V = \frac{h}{3} (A_n + A_{n+1} + \sqrt{A_n A_{n+1}})$$

El volumen de un trapecioide:

$$\Delta V = \frac{h}{2} (A_n + A_{n+1})$$

El volumen de una serie de trapecoides:

$$\Delta V = \frac{h}{2} (A_0 + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} + A_n) + \bar{h} \cdot A_n$$

Ejemplo, se determinaron las siguientes áreas y alturas:

	h, ft	A, Ac
$A_0$	0	1000
$A_1$	10	720
$A_2$	30	640
$A_3$	30	30

El volumen se obtiene como el área bajo la curva de la Fig. 4.2.

### 4.3.2. Cálculos de volumen asistido por computador

La determinación de áreas con el planímetro está en desuso. La mejor forma es digitalizar la información e introducirla a programas comerciales como el Surfer o el Geographix. Estos programas tienen varios métodos para interpolar las curvas de nivel y para determinar el volumen de material entre dos o más curvas de nivel.

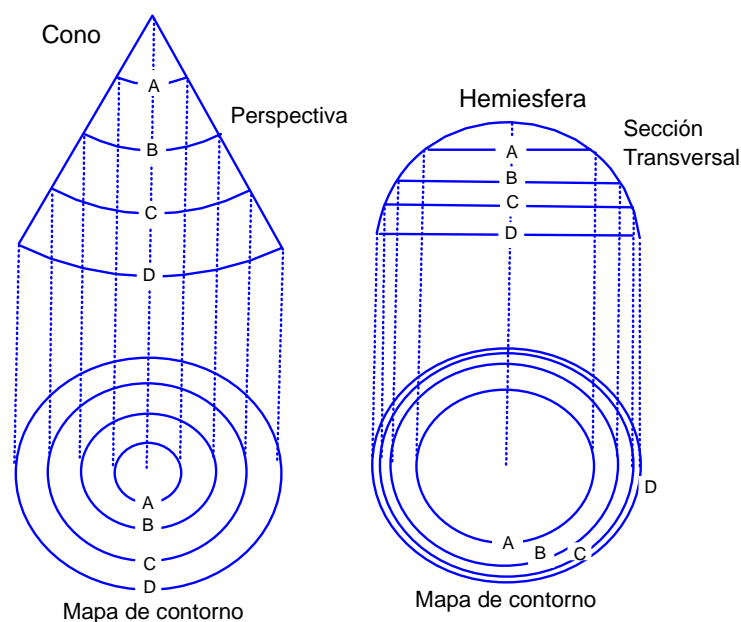


Fig. 4.1.a. Proyección de áreas

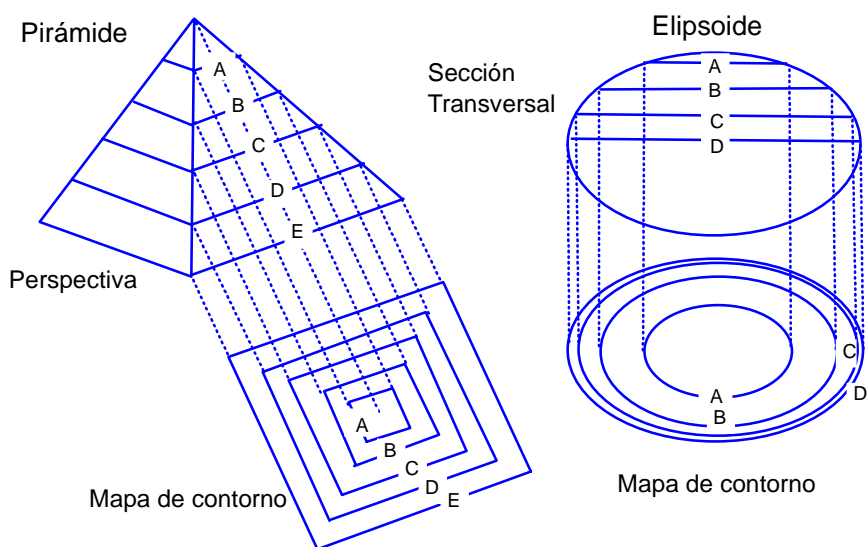


Fig. 4.1.b. Proyección de áreas

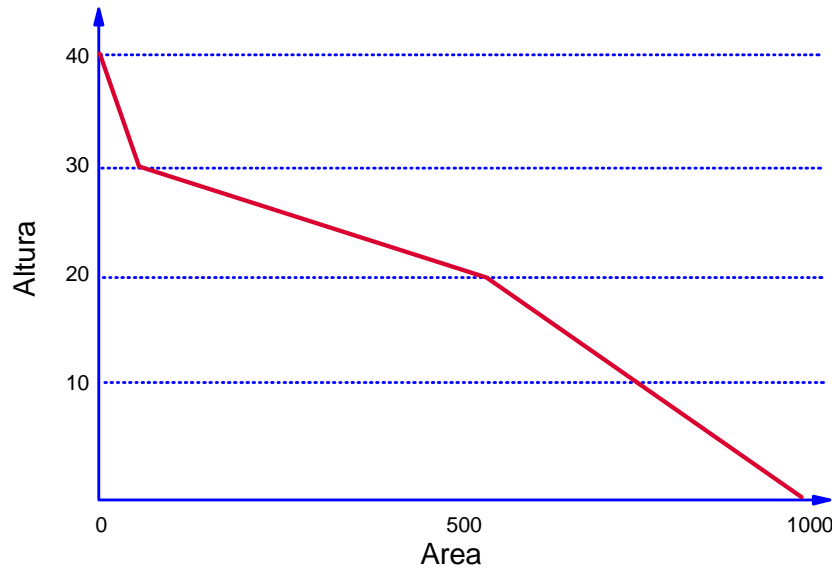


Fig. 4.2. Estimación de volumen

#### 4.4. CALCULOS VOLUMETRICOS EN YACIMIENTOS GASIFEROS

En yacimientos volumétricos la producción se debe principalmente a la declinación de presión y en yacimientos no volumétricos la producción se debe a (1) Depleción ( $\Delta P$ ) más el empuje + empuje parcial de agua si el caudal de gas,  $q_g > W_e$  (intrusión de agua) o al empuje de agua cuando no existe depleción por la presencia de un acuífero activo. En este caso  $q_g \approx W_e$

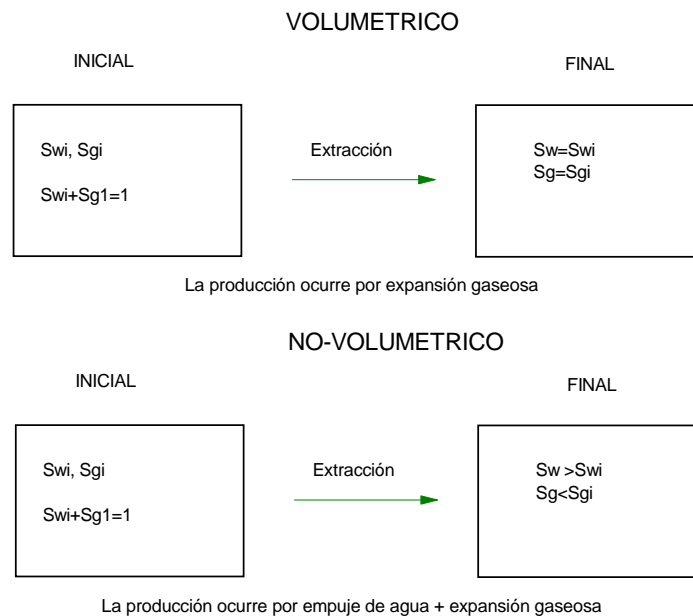


Fig. 4.3. Reservas volumétricas de gas

Se considera acuífero infinito aquellos cuya extensión relativa al yacimiento guardan una relación 10:1. Si el acuífero es infinito habrá dos posibilidades a) presión constante, o b) presión variable (declinable),  $Q_{gas} > W_e$ . Cuando el yacimiento es finito existe empuje parcial, poco dinámico y la presión declina.

#### 4.4.1. Factores de recobro en yacimientos de gas volumétricos

$W_e = 0$ ,  $S_g$  y  $S_w$  son constantes

$G_p$  = gas producido

$G_i$  = gas inicial

$G_r$  = gas remanente =  $G - G_p$

$$G = 43560Ah\phi(1-S_w)\beta_{gi}; \quad \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$G_r = 43560Ah\phi(1-S_w)\beta_{gr}; \quad \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

Luego;

$$FR = \frac{G_i - G_r}{G_i} = \frac{\beta_{gi} - \beta_{gr}}{\beta_{gi}}; \quad \text{si } \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$FR = \frac{1/\beta_{gi} - 1/\beta_{gr}}{1/\beta_{gi}}; \quad \text{si } \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

#### 4.4.2. Factores de recobro en yacimientos de gas no-volumétricos

Si  $P$  es variable:

$$G = 43560Ah\phi S_{gi}\beta_{gi}; \quad \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$G_r = 43560Ah\phi S_{gr}\beta_{gr}; \quad \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$FR = \frac{G - G_r}{G} = \frac{S_{gi} \cdot \beta_{gi} - S_{gr} \cdot \beta_{gr}}{S_{gi} \cdot \beta_{gi}}$$

Esto porque hubo una caída de presión. Si la presión se mantiene constante, entonces  $B_g$  se mantiene constante:

$$FR = \frac{G - G_r}{G} = \frac{S_{gi} - S_{gr}}{S_{gi}}$$

Ejercicio: Calcular el factor de recobro considerando los tres casos si  $S_{gi}$  es 65 %,  $S_{gr}$  es 15 %,  $\beta_{gi} = 1215$  pcn/pie<sup>3</sup> y  $\beta_{gr} = 635$  pcn/pie<sup>3</sup>. Rpta: para volumétrico 47.8 %, para no volumétrico con empuje parcial 87.9 % y con empuje total 76.9 %.

#### 4.5. CALCULOS VOLUMETRICOS EN YACIMIENTOS DE PETROLEO

Yacimiento subsaturado volumétrico,  $P > P_b$

$$FR = \frac{N_p}{N} = \frac{N - N_r}{N} = \frac{7758\phi AhS_{oi} / \beta_{oi} - 7758\phi AhS_{oi} / \beta_o}{7758\phi AhS_{oi} / \beta_{oi}}$$

$$FR = 1 - \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}$$

Yacimiento subsaturado volumétrico,  $P < P_b$

$$FR = \frac{N_p}{N} = \frac{N - N_r}{N} = \frac{7758\phi Ah(1 - S_w - S_{gi}) / \beta_{oi} - 7758\phi Ah(1 - S_w - S_{gr}) / \beta_o}{7758\phi Ah(1 - S_w - S_{gi}) / \beta_{oi}}$$

$$FR = 1 - \left( \frac{1 - S_w - S_{gr}}{1 - S_w - S_{gi}} \right) \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}$$

Yacimiento subsaturado no volumétrico,  $P > P_b$ . Si la presión se mantiene constante ;

$$FR = 1 - \left( \frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wi}} \right)$$

Si existe declinación de presión

$$FR = 1 - \left( \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \right) \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}$$

## CAPITULO 5

### BALANCE DE MATERIA

#### 5.1. CONSIDERACIONES Y APLICACIONES

##### Consideraciones para aplicar balance de materia:

1. Volumen poroso constante. No existe compactación ni subsidencia.
2. El PVT es representativo del yacimiento
3. Proceso isotérmico
4.  $c_w$  y  $c_f$  son despreciables
5. Se considera equilibrio termodinámico entre el gas y el petróleo a presión y temperatura de yacimiento
6. Dimensión cero

##### Aplicación de la ecuación de balance de materia:

1. Determinar hidrocarburos iniciales en el yacimiento
2. Evaluar  $W_e$  conociendo  $N$  o  $G$
3. Predecir el comportamiento y recobro final de yacimientos especialmente los que producen por gas en solución o depleción
4. Evaluar factores de recobro

#### 5.2. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE GAS

El balance de materia expresa que la masa de hidrocarburos producidos es igual a los moles iniciales menos los remanentes, matemáticamente ;

$$x_p = x_i - x_r$$

El volumen inicial de hidrocarburos es igual al volumen remanente (la cantidad de masa si varía), de modo que ;

$$V_i = V_r$$

El volumen remanente considera el volumen inicial menos el agua que intruye más el agua que se produce, es decir:

$$V_r = V_i - (W_e - \beta_w W_p)$$

Luego, la ecuación de balance de materia, para yacimientos de gas, con el factor volumétrico dado en  $\text{pie}^3/\text{pcn}$ .

$$V_i = V_r; \quad G\beta_{gi} = (G - G_p)\beta_g$$

Simplificando;

$$G\beta_{gi} = G\beta_g - G_p\beta_g$$

$$G(\beta_{gi} - \beta_g) = -G_p\beta_g$$

$$\frac{\beta_g - \beta_{gi}}{\beta_g} = \frac{G_p}{G} \quad (5.1)$$

Si el factor volumétrico se expresa en  $\text{pcn}/\text{pie}^3$

$$\frac{G}{\beta_{gi}} = \frac{G - G_p}{\beta_g}$$

Rearreglando;

$$G\beta_g = G\beta_{gi} - G_p\beta_{gi}$$

Dividiendo por  $G$ ;

$$\beta_g = \beta_{gi} - \frac{G_p}{G}\beta_{gi} \quad (5.2)$$

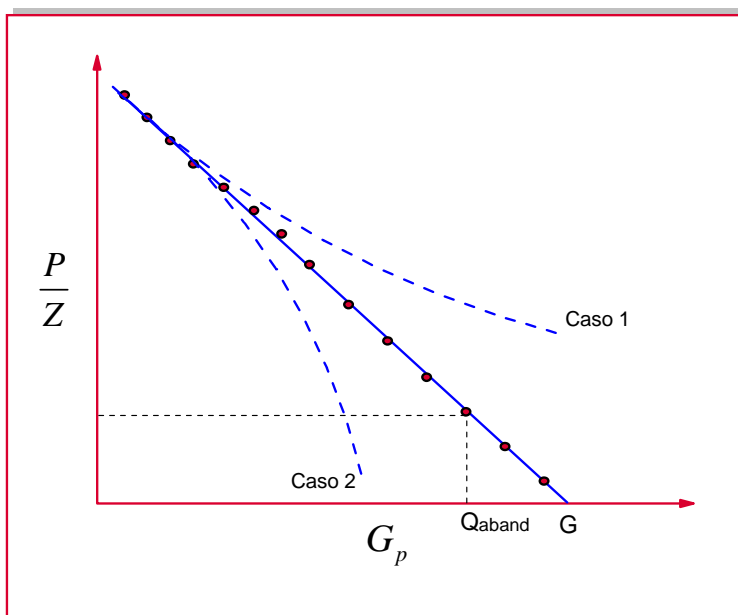
Puesto que el factor volumétrico es definido por;

$$\beta_g = cte \frac{pT}{z}$$

Dicha constante incluye la temperatura del yacimiento que para un ejemplo dado se mantiene invariable luego, la Ec. (5.2) se convierte en:

$$cte \frac{p}{z} = cte \frac{p_i}{z_i} - cte \frac{p_i}{z_i} \frac{G_p}{G}$$

Reorganizando términos:

Fig. 5.1. Gráfico de  $P/Z$ 

$$\frac{P}{z} = -\frac{p_i}{z_i G} G_p + \frac{p_i}{z_i}$$

Los resultados al graficar dichos datos se ajustarán a una línea recta si el yacimiento es volumétrico, sin embargo, dos casos pueden ocurrir, como se muestra en la Fig. 5.1.

#### CASO 1:

5. Datos erróneos
6. Condensación retrógrada
7. Drenaje o escape de fluidos del yacimiento
8. Se está drenando más de la cuenta
9. Puede existir un yacimiento con presiones anormales (sobrepresionado)
10. Existe caída de presión a medida que hay reducción de permeabilidad y se pierde comunicación

#### Caso 2:

11. Datos erróneos
12. Subsistencia
13. Hay comunicaciones o escapes hacia el yacimiento a lo largo de fallas o problemas operacionales

Si se extrapola la recta en la figura anterior a  $P/Z = 0$  (ó 14.7) se obtiene  $G$ . Observe que la pendiente es;



$$m = \frac{P_i}{z_i G}$$

De donde se obtiene  $G$ . También, teniendo  $P/Z$  se lee  $G_p$  de la gráfica.

Ejercicio:

Dados:

P	Gp*MMM pcn	Componente	x
4000	0	$C_1$	86 %
3825	34	$C_2$	7 %
3545	75	$C_3$	3 %
3388	88	$C_4$	2 %
3192	120	$C_5$	2 %
2997	145		
2738	192		
		$T = 618 \text{ } ^\circ\text{R}$	

Estime el gas inicial.

### Yacimiento de gas no volumétrico

$W_e$  es diferente de cero. Existen producción a la expansión y/o empuje de gas.

$$G_p \beta_{gi} = G [\beta_{gi} - \beta_g] + W_e - W_p \beta_w$$

Las incógnitas son  $G$  y  $W_e$ . Asuma que:

$F$ : extracciones

$E$ : expansiones

Entonces;

$$F = G_p \beta_{gi} + W_p \beta_w$$

$$E = \beta_{gi} - \beta_g, \text{ luego:}$$

$$F = G E_g + W_e$$

De donde;

$$\frac{F}{E_g} = G + \frac{W_e}{E_g} \quad \Leftrightarrow \quad y = mx + b$$

Para solucionar y conocer las incógnitas se utiliza el método de Hurst & Van Everdingen quienes resolvieron la ecuación de difusividad para dos casos:

- 1) Presión constante (cálculos de  $W_e$ )
- 2) Caudal constante (análisis de presiones de fondo)

Con el método de Hurst & Van Everdingen, se tiene una intrusión de agua adimensional dada por;

$$W_{eD} = \beta \sum \Delta p_j \cdot Q_{iD}$$

Siendo  $Q_{iD}$  es el caudal adimensional obtenido por Hurst & Van Everdingen y  $\beta$  es la constante de intrusión de agua. Utilizando este nuevo término, se tiene:

$$\frac{F}{E_g} = G + \beta \frac{W_{eD}}{E_g}$$

Una vez conocido  $W_e$  se pueda estimar el valor de  $G$ .

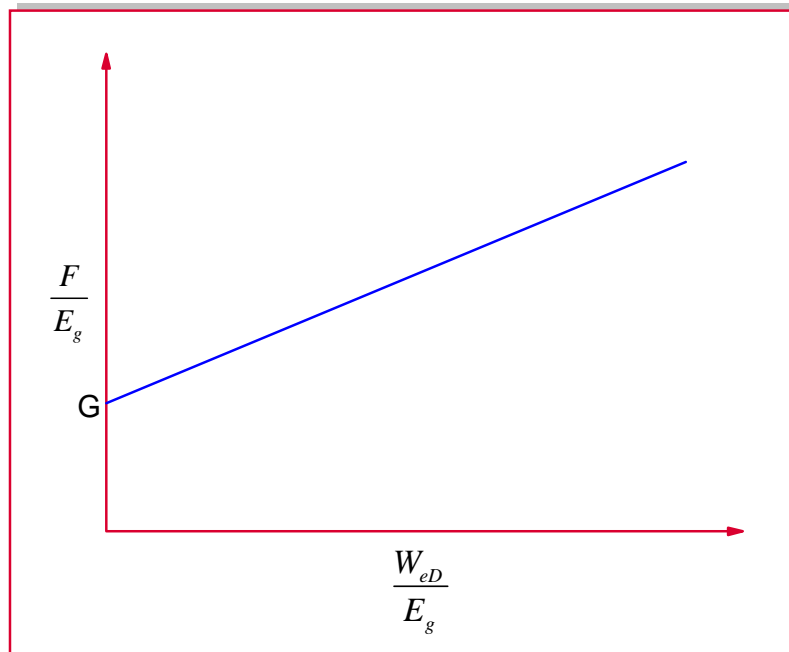


Fig. 5.2. Ecuación de Havlena y Odeh para un yacimiento no volumétrico

EJEMPLO:

$r = 1500$  ft,  $\phi = 25$  %,  $c_i = 5 \times 10^{-5}$  /psia,  $P_i = 3274$  psia, viscosidad = 30 cp y permeabilidad 0.01 md. Los resultados de entrada y salida son:

t, días	P, psia	$\Delta P_i$	$\Delta P_j$	$t_D$	$Q_{tD}$	$\Sigma \Delta P_j Q_{tD}$
14	3094	180	90	2.36	2.719	244.71
28	2984	110	145	4.72	4.358	876.62
42	2889	95	102.5	7.08	5.789	1469.99
53.62	2819	70	82.5	9.04	7.107	2056.3

Donde;

$$\Delta p_j = \frac{\Delta p_i + \Delta p_{i-1}}{2}$$

$$t_D = \frac{0.006323kt}{\phi \mu c_i r_w^2}$$

Estando en unidades de campo. La constante de intrusión de agua, se calcula mediante:

$$\beta = 1.119 \phi c_e r_{yto}^2 h \frac{\theta}{360}$$

Siendo  $\theta$  el ángulo subtendido por la circunferencia del yacimiento semicircular, los demás parámetros se dan en unidades de campo.

$$c_e = \frac{c_o S_o + c_w S_w + c_g S_g + c_f}{1 - S_w}$$

Puesto que se trata del acuífero; la ecuación para la compresibilidad efectiva queda:

$$c_e = c_w + c_f$$

$W_e$  también puede ser estimada por flujo fraccional, así:

$$f_w = \frac{q_w}{q_w + q_o} = \frac{1}{1 + \frac{k_g \mu_w \beta_w}{k_w \mu_o \beta_o}}$$

### 5.3. ECUACION GENERAL DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE PETROLEO

Normalmente está escrita en bases volumétricas: “los hidrocarburos iniciales = hidrocarburos remanentes + agua que ha intruido”

- El yacimiento es considerado un tanque con cero dimensión

- Herramienta simple - si se necesitan más respuestas se recurre a un método más sofisticado.

La Fig. 5.2 muestra un tanque (yacimiento) con capa de gas a condiciones iniciales. Allí,  $m$  es el tamaño de la capa de gas, ésta se obtiene a partir de registros, datos de corazones, datos de completamiento, presiones de fondo y mapas estructurales. También se ha presentado una disminución en el volumen poroso disponible a hidrocarburos causados por expansión de roca y fluido.

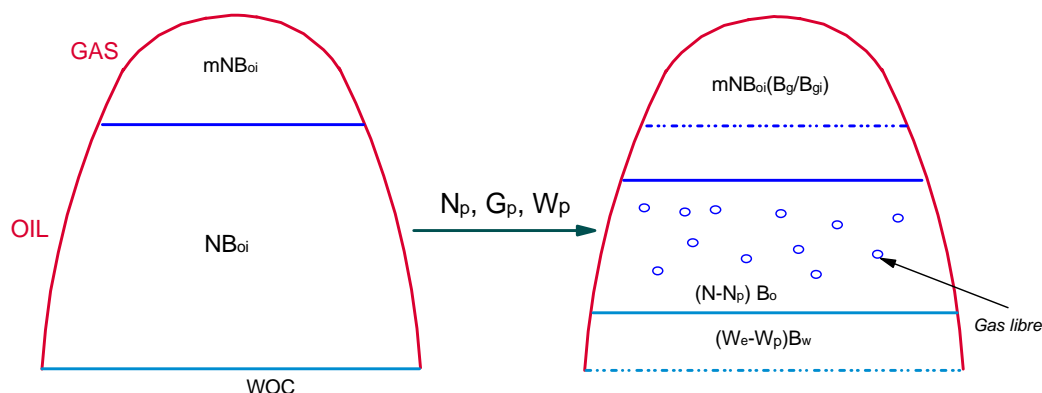


Fig. 5.2. Esquema del balance de materia en yacimientos de petróleo

La ecuación de balance de materia puede escribirse como:

*El volumen original de hidrocarburos + volumen remanente de hidrocarburos + el volumen de agua intruida desde un acuífero + la reducción del volumen poroso debido a la expansión de roca y fluido*

La ecuación de balance de materia se expresa en unidades de yacimiento. Los términos que en ella intervienen se definen como sigue:

$N_p$  = Petróleo producido, BF

$N$  = Petróleo original in-situ, BF

$G$  = Gas inicial en el yacimiento

$m$  = Tamaño inicial de la capa de gas o volumen inicial de la capa de gas/volumen de la zona de petróleo ( $N$ )

$N_p$  = Petróleo producido acumulado, BF

$G_p$  = Gas producido acumulado, pcn

$W_p$  = Gas producido acumulado, BF

$R_p$  = Relación gas-petróleo acumulada,  $G_p/N_p$ , pcn /BF

$R_s$  = Relación gas-petróleo, pcn/BF

$\beta_o, \beta_w$  = Factor volumétrico de formación del petróleo y del agua, bbl/BF

$\beta_g$  = Factor volumétrico de formación del gas, bbl/pcn

$W_e$  = Intrusión acumulada de agua, BF

$S_w$  = Saturación de agua, fracción

$c_w, c_o, c_g$  = Compresibilidad del agua, del petróleo y de gas, 1/psi

$c_f$  = Compresibilidad del volumen poroso, 1/psi

$P$  = Presión estática del yacimiento, psia

$\Delta P = P_i - P$

$i$  = inicial

***Volumen de hidrocarburos iniciales = Volumen original de aceite + volumen original de gas (en la capa), bbl***

*Volumen original de aceite* =  $N \beta_{oi}$ , bbl

*Volumen original de gas* =  $mN \beta_{oi}$ , bbl

De modo que:

***Volumen de hidrocarburos iniciales*** =  $N \beta_{oi} (1 + m)$

***Volumen de hidrocarburos remanentes = capa de gas original expandida + petróleo remanente + gas neto liberado, bbl***

Asumiendo que no se produce gas de la capa de gas. Existen problemas cuando el yacimiento es delgado y cuando existe conificación.

*Capa de gas original expandida* =  $mN \beta_{oi} \frac{\beta_g}{\beta_{gi}}$ , bbl

*Petróleo remanente* =  $(N - N_p) \beta_o$ , bbl

*Gas neto liberado* = *Gas liberado* - *gas libre producido*

*gas liberado* =  $N (R_{si} - R_s) \beta_g$ , bbl

*gas libre producido* =  $N_p (R_p - R_s) \beta_g$ , bbl

*Gas en solución producido* =  $N_p R_s$ , bbl

*Gas neto liberado* =  $N (R_{si} - R_s) \beta_g - N_p (R_p - R_s) \beta_g$ , bbl

***Volumen hidrocarburos remanentes*** =

$(N - N_p) \beta_o + mN \beta_{oi} (\beta_g / \beta_{gi}) + N (R_{si} - R_s) \beta_g - N_p (R_p - R_s) \beta_g$ , bbl

***Intrusión neta de agua*** =  $(W_e - W_p) \beta_w$

Dake define el decremento del volumen poroso disponible a hidrocarburos debido a la expansión de roca y fluido que ocurre por el decremento de presión a partir del concepto de compresibilidad como:

$$c_e = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

$$-d(HCVP) = (1 + m)N \beta_{oi} \left( \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P$$

Involucrando todos los términos en mención, la ecuación de balance de materia queda:

$$(1+m)N\beta_{oi} = (N-Np)\beta_o + mN\beta_{oi}\left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}}\right) + N(R_{si} - R_s)\beta_g - Np(R_p - R_s) \\ + (W - W_p)\beta_w + (1+m)N\beta_{oi}\left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w}\right)\Delta P$$

Agrupando los términos con N al lado izquierdo y con N<sub>p</sub> al lado derecho, se tiene:

$$N\left[\beta_o - \beta_{oi} + m\beta_{oi}\left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1\right) + \beta_g(R_{si} - R_s) + \beta_{oi}(1+m)\left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w}\right)\Delta P\right] = \\ N_p[\beta_o + \beta_g(R_p - R_s)] - (W - W_p)\beta_w$$

Despejando N;

$$N = \frac{N_p[\beta_o + \beta_g(R_p - R_s)] - (W - W_p)\beta_w}{\beta_o - \beta_{oi} + m\beta_{oi}\left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1\right) + \beta_g(R_{si} - R_s) + \beta_{oi}(1+m)\left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w}\right)\Delta P}$$

## DISCUSION

Tal como se presenta la EBM, se deben destacarlos siguientes aspectos.

- 1) Carencia en la dependencia en el tiempo
- 2) Función de los fluidos producidos
- 3)  $W_e$  usualmente tiene dependencia temporal
- 4) Generalmente existen tres incógnitas:  $W_e$ ,  $N$ , y  $m$

## 5.4. OTROS USOS DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA

- 1) Desarrollar una relación entre los fluidos producidos con la presión para predecir el comportamiento del yacimiento
- 2) Verificar la existencia de la capa de gas
- 3) Comparar con el petróleo calculado volumétricamente. Esto no significa que los valores sean cercanos. Balance de materia siente la presencia de una falla (2 yacimientos) o puede haber una extensión en el yacimiento que el método volumétrico no detecta.
- 4) No es bueno tratar de hallar  $N$  con la Ecuación de balance de materia en yacimientos con alta intrusión de agua porque  $P_i - P$  es pequeño.

La ecuación de balance de materia normalmente se parte en dos. Puede ser significativo. El efecto de la disminución del volumen poroso disponible a hidrocarburos es despreciable cuando se está por debajo del punto de burbuja como se ilustra en el siguiente ejemplo.

**Ejercicio:**

Calcule el petróleo in-situ para un yacimiento de petróleo cuya presión inicial es de 5000 psia y su presión de burbuja es de 2750 psia. Otros datos son:

$$\begin{array}{lll} \beta_{oi} = 1.305 \text{ bbl/BF} & \beta_{ob} = 1.35 \text{ bbl/BF} & S_w = 21.6 \% \\ \phi = 10 \% & c_o = 15.3 \times 10^{-6} / \text{psia} & c_w = 3.5 \times 10^{-6} / \text{psia} \\ c_r = 3 \times 10^{-7} / \text{psia} & T = 240 ^\circ \text{F} & R_{si} = 500 \text{ pcn/BF} \end{array}$$

A una presión de 3350 psia se han producido 1510000 BF de petróleo y el factor volumétrico es de 1.338 bbl/BF. A una presión de 1500 psia se han producido 6436000 BF de petróleo y 3732000000 de pcn de gas. El factor volumétrico es de 1.250 bbl/BF, el gas en solución es 375 bbl/BF y el factor de desviación del gas es de 0.9. Se considera que la intrusión de agua es cero. Halle el petróleo original a 3350 psia y a 1500 psia. Realice los cálculos considerando  $c_w$  y expansión de roca. Efectúe los cálculos considerando la compresibilidad del petróleo. Para el segundo caso parta la ecuación de balance de materia y no. Desprecie los efectos de  $c_w$  y  $c_f$ .

**Solución:** Primero que todo es necesario calcular  $c_f$ , ya que el dato dado fue  $c_r$ , la compresibilidad de la matriz.

$$\phi = 1 - V_r \quad (5.3)$$

$$c_r = -\frac{1}{V_r} \frac{dV_r}{dP} \quad (5.4)$$

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dP} \quad (5.5)$$

Derivando la Ec. (5.3) con respecto a  $P$  y sustituyendo este resultado en la Ec. (5.5)

$$c_f = \frac{1}{\phi} \left( -\frac{dV_r}{dP} \right) \quad (5.6)$$

Despejando  $dV_r/dP$  de la Ec. (5.4) y reemplazando ese resultado en la ecuación (5.6) se tiene:

$$c_f = \frac{1}{\phi} (c_r \cdot V_r)$$

De la Ec. (5.3)  $V_r = 1 - \phi$ , luego:

$$c_f = \frac{1}{\phi} c_r (1 - \phi) = 2.7 \times 10^{-6} / \text{psia}$$

Cuando  $P > P_b$ , se tiene  $m = 0$ ,  $R_p = R_s$ ,  $G_p = R_s^* N_p$ ,  $R_s = R_{si}$  y  $W_e = 0$ . La ecuación de balance de materia queda entonces:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_{oi} \left( \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P}$$

a) Puesto que para el primer caso se desprecia  $c_w$  y  $c_f$ :

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_o - \beta_{oi}} = \frac{1510000(1.338)}{1.338 - 1.305} = 61.2 \text{ MMBF}$$

b) Considerando  $c_w$  y  $c_f$

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_o - \beta_{oi}} = \frac{1510000(1.338)}{1.338 - 1.305 \left( \frac{3.5 \times 10^{-6} (0.216) + 2.7 \times 10^{-6}}{1 - 0.216} \right) 1650} = 47.5 \text{ MMBF}$$

$$\Delta = 29 \%$$

c) Involucrando la compresibilidad del petróleo. Puesto que  $\beta_{oi} - \beta_o$  está en la ecuación de balance de materia y el factor volumétrico de formación del petróleo puede determinarse por:

$$\beta_o = \beta_{oi} [1 + c_o (P_i - P)]$$

Haciendo éste reemplazo, la ecuación de balance de materia queda:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_o \Delta P + \beta_{oi} c_e \Delta P}$$

Definiendo:

$$c_e' = c_o + c_e$$

Luego;



$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_e \Delta P} = 47.6 \quad \text{MMBF}$$

d) Sin romper la ecuación de balance de materia y considerando los efectos de la expansión de agua connata y roca:

$$\beta_g = 0.00503 \frac{T_z}{p} = 0.0050 \frac{(460+20)0.9}{1500} = 0.00211 \quad \text{bbl/}$$

$$R_p = G_p / N_p = 3732 / 6.436 = 580 \text{ pcn/BF. Entonces ;}$$

$$N = \frac{6.436 [1.25 + 0.0021(580 - 37)]}{1.25 - 1.305 + 0.00211(500 - 375) + 1.305 \left( \frac{3.5 * 0.216 + 2.7}{1 - 0.216} \right) \times 10^{-6} * 3500} = 47.3 \quad \text{MMpcn}$$

e) Partiendo la Ecuación de Balance de Materia

Por encima del punto de burbuja;

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_{oe} \Delta P}$$

De donde;

$$N_p = \frac{N \beta_{oi} c_{oe} \Delta p}{\beta_o} = \frac{(47.6 \text{ MM})(1.305)(19.71 \times 10^{-6})(5000 - 2750)}{1.35} = 2.04 \text{ MMBF}$$

$$G_p = N_p * R_s = (2.04 \text{ MM})(500) = 1.022 \text{ MMpcn}$$

f) El punto de burbuja es considerado ahora el punto de arranque. El petróleo producido desde el Punto de burbuja hasta la presión de 1500 psia es (6.436 - 2.04) MMBF = 4.396 MMBF. El gas producido sería (3732 - 1020) MMpcn = 2712 MMpcn. Rp será = 2712/4.396 = 617 pcn/BF.

$$N_{@P_b} = \frac{4.396 \text{ MM} [1.25 + 0.00211(617 - 375)]}{1.25 - 1.35 + 0.00211(500 - 375) + 1.35 \left[ \frac{3.5 * 0.26 + 0.27}{1 - 0.216} \right] \times 10^{-6} * 1250} = 45.21 \text{ MMBF}$$

$$N = N_{\text{sobre}} + N_{\text{bajo } P_b} = 47.25 \quad \text{MMBF}$$

f) Despreciando las compresibilidades del agua y volumen poroso.

$$N = \frac{4.396 \text{ MM} [1.25 + 0.00211(617 - 375)]}{1.25 - 1.35 + 0.00211(500 - 375)} = 47.26 \text{ MMBF}$$

Luego  $N = (2.04 + 47.26) \text{ MM} = 49.3$ , habiendo una diferencia del 4 %.

### 5.5. LINEALIZACION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA MEDIANTE EL METODO DE HAVLENA Y ODEH

Havlena y Odeh, clasifican los términos de la ecuación de balance de materia dependiendo si son extracciones,  $F$ , o expansiones,  $E$ , a saber:

$$F = N_p [\beta_o + (R_p - R_s) \beta_g] + W_p \beta_w$$

Expansión de aceite y gas libre:

$$E_o = (\beta_o - \beta_{oi}) + (R_{si} - R_s) \beta_g$$

Expansión de la capa de gas:

$$E_g = \beta_{oi} \left( \frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right)$$

Expansión de la capa de roca y fluido:

$$E_{f,w} = \beta_{oi} (1 + m) \left[ \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta P$$

Reemplazando estos términos en la ecuación de balance de materia, se tiene:

$$F = N [E_o + mE_g + E_{f,w}] + W_e \beta_w$$

Havlena y Odeh consideraron los siguientes casos:

1) CASO:  $m = 0$ ,  $W_e = 0$ ,  $C_{w,f} = 0$

$$F = N E_o$$

Al graficar  $F$  vs.  $E_o$  debería dar una recta que pasa por el origen. Fig. 5.3. Este es el tratamiento más indicado para arrancar un análisis. Si el gráfico no es lineal se está definiendo la existencia de otro mecanismo de producción.

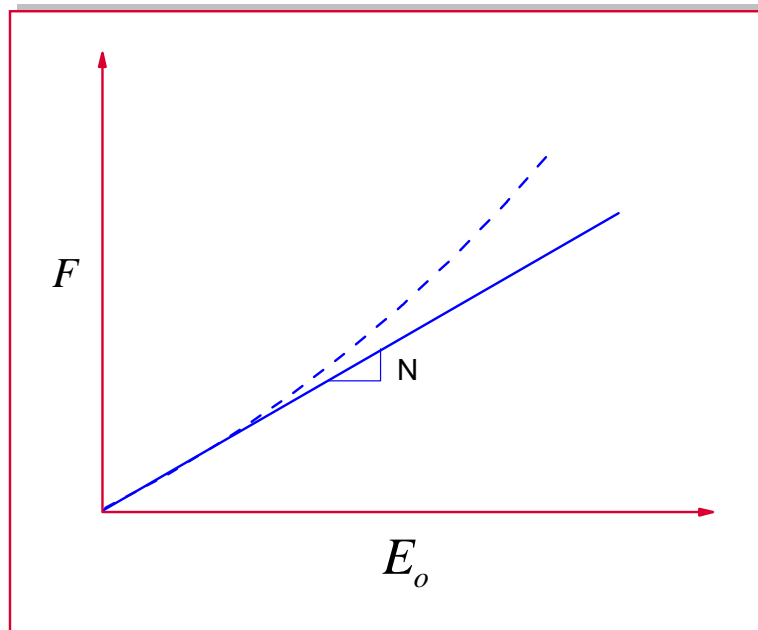


Fig. 5.3. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 1

2) CASO:  $m \neq 0$ , pero  $c_{f,w} = 0$  y  $W_e = 0$ . Un gráfico de este tipo se muestra en la Fig. 5.4.

$$F = N(E_o + mE_g)$$

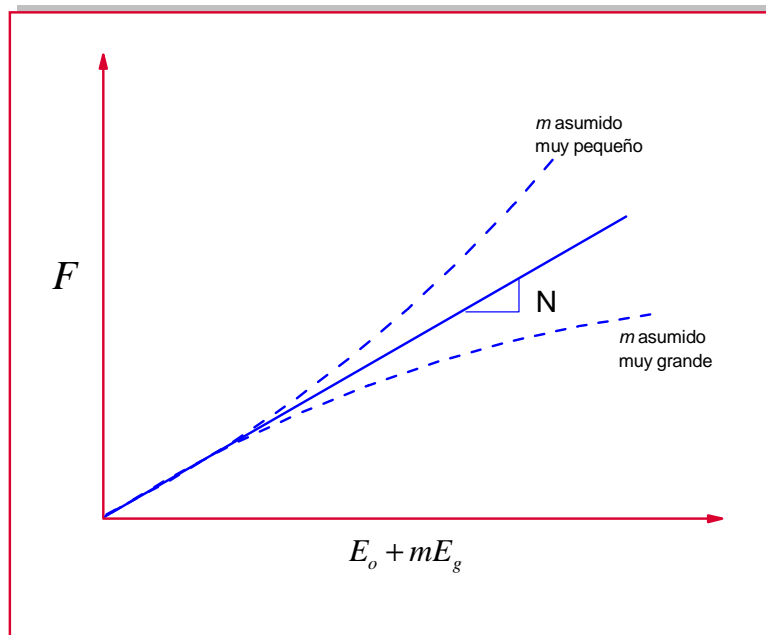


Fig. 5.4. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 2

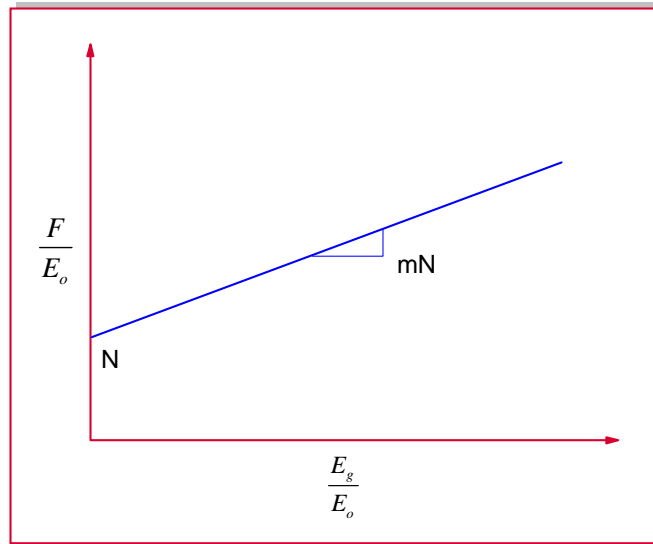


Fig. 5.5. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 2

El caso normal es que  $m$  no se conozca. Se suponen varios  $m$ 's. El  $m$  correcto da una línea recta. Si hay incertidumbre tanto en el valor de  $m$  como en el de  $N$  se sugiere describir la ecuación de Havlena y Odeh de la siguiente manera:

$$F = NE_o + mNE_g$$

de donde:

$$\frac{F}{E_o} = N + mN \frac{E_g}{E_o}$$

De modo que el gráfico resultante es similar al mostrado en la Fig. 5.5.

3) CASO:  $W_e$  existe, pero  $m$  y  $c_{f,w}$  valen cero (yacimientos subsaturados)

$$F = N(E_o + W_e B_w)$$

$W_e$  se calcula por el método de Hurst y Van Everdingen. De la anterior ecuación se tiene:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{W_e B_w}{E_o}$$

La gráfica resultante es similar a la de la Fig. 5.7 pero considere que  $mE_g = 0$ .

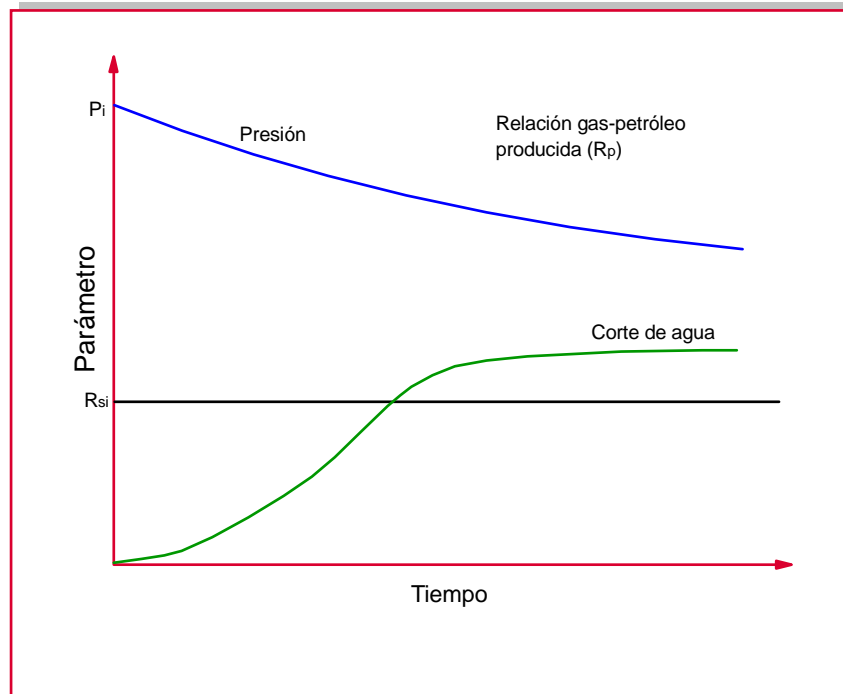


Fig. 5.6. Comportamiento de la presión, gas en solución y corte de agua (caso 3)

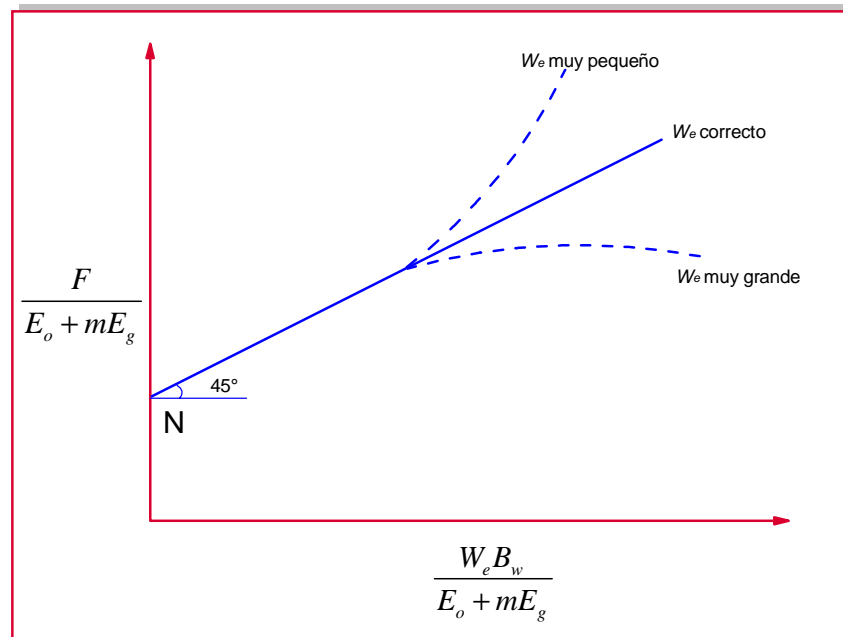


Fig. 5.7. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 4

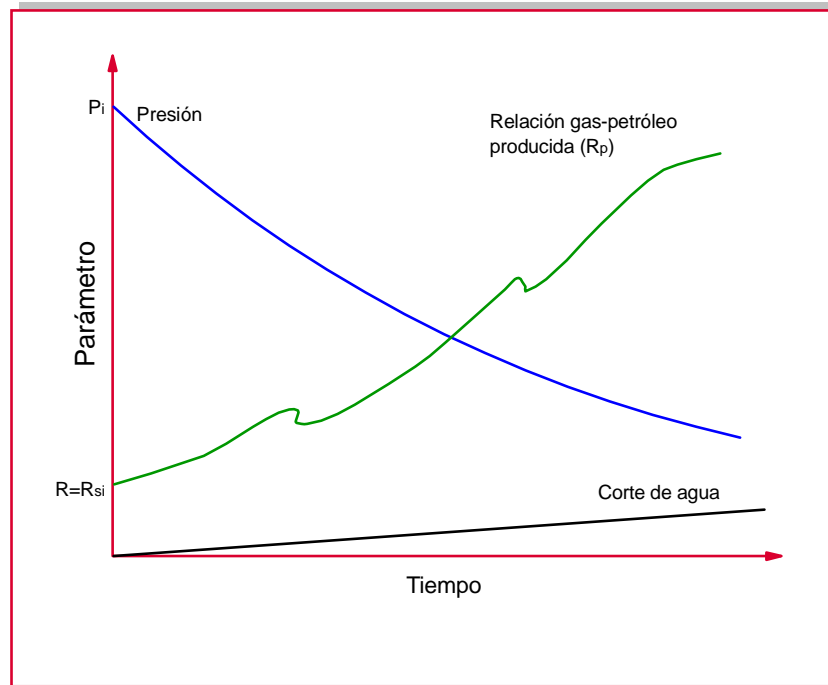


Fig. 5.8. Comportamiento de la presión, gas en solución y corte de agua (caso 4)

4) CASO:  $W_e$  existe, pero  $m \neq 0$  y  $c_{f,w} = 0$  (yacimiento saturado)

Este caso se presenta cuando el acuífero no es muy activo, pero se asume que tanto  $m$  como  $N$  se conocen. De modo que:

$$F = N[E_o + mE_g] + W_e\beta_w$$

$$\frac{F}{E_o + mE_g} = N + \frac{W_e\beta_w}{E_o + mE_g}$$

La Fig. 5.7 ilustra el tipo de gráfico obtenido para este caso.

## 5.6. YACIMIENTOS SUBSATURADOS VOLUMETRICOS

Es el yacimiento más simple que se considera para efectos de cálculo. Se considera que la permeabilidad vertical es limitada, no hay capa de gas, la intrusión de agua es despreciable. Por encima del punto de burbuja hay una sola fase (aunque puede existir una fase sólida de asfaltos precipitados). La ecuación de balance de materia para éste tipo de yacimiento, teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente es:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_o \Delta P + \beta_{oi} \left[ \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta P}$$

Aquí se consideran los efectos de compresibilidad de roca y fluido. Si se despreciaran resultaría en una sobreestimación del petróleo in-situ. Para simplificar la ecuación:

$$c_{oe} = c_o + \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w}$$

Luego;

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_{oe} \Delta P}$$

Las estimaciones del petróleo original basado en la historia de producción sobre el punto de burbuja a menudo no son confiables por la sensibilidad al gradiente de presión.

### 5.7. YACIMIENTOS QUE PRODUCEN POR GAS EN SOLUCION POR DEBAJO DEL PUNTO DE BURBUJA

A medida que la presión cae por debajo del punto de burbuja se libera gas. Al principio son burbujas de gas muy pequeñas y no continuas. A medida que cae la presión las burbujas se revientan y se forma una capa de gas continua y el gas empieza a fluir.

$$N_b = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_{sb})]}{\beta_o - \beta_{ob} + \beta_g (R_{sb} - R_s) + \beta_{oi} \left( \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P}$$

Aquí  $c_f$  y  $c_w$  son despreciables. Luego:

$$N_b = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_{sb})]}{\beta_o - \beta_{ob} + \beta_g (R_{sb} - R_s)}$$

#### CONSIDERACIONES:

- 1) Yacimiento volumétrico
- 2) Proceso isotérmico
- 3) Existe equilibrio de presiones. Las propiedades del fluido son las mismas en todas partes.
- 4) Los datos PVT son confiables
- 5)  $m = 0$
- 6) El recobro es independiente de la rata de flujo

- 7) Datos de producción confiables
- 8) Las condiciones iniciales son el punto de burbuja
- 9)  $W_e = 0$

Aunque algunas reglas son violadas, la anterior ecuación es una herramienta poderosa ya que a ella es que se aplican los diferentes métodos de ensayo y error para predecir el comportamiento y recobro final de un yacimiento de petróleo.

## 5.8. CONTROL TOTAL DEL YACIMIENTO

El mejor mecanismo de producción es la intrusión de agua, el segundo es el empuje por capa de gas y el último y más malo es el empuje por gas en solución.

Cuando dos ó más mecanismos operan en un yacimiento no es claro cuanta producción proviene de cada uno. Un método conveniente es calcular la cantidad de producción d cada empuje y se llaman los índices de empuje de balance de materia. Estos índices son más convenientemente derivados de la ecuación de balance de materia escrita en función de  $m$  y  $\beta_i$ :

$$\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s)\beta_g$$

$$N = \frac{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})] - (W - W_p)\beta_w}{\beta_t - \beta_{ti} + \left( \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta p \beta_{ti} + m \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi})}$$

Multiplicando en cruz y tomando  $W_e$  al otro lado de la ecuación, se tiene:

$$N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})] = N(\beta_t - \beta_{ti}) + Nm \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi}) + (W_e - W_p) + \left( \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) N \Delta p \beta_{ti}$$

El lado izquierdo es el volumen de gas y petróleo producidos a la presión de interés, y que es igual a la expansión o incremento de todos los fluidos (derecho).

Si el volumen se expresa como una fracción de la producción se tiene:

$$1 = \frac{N(\beta_t - \beta_{ti})}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]} + \frac{Nm \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi})}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]} + \frac{(W_e - W_p)}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]} + \frac{\left( \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) N \Delta p \beta_{ti}}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]}$$



$$1 = SGDI + GCDI + WDI + Negl.$$

Estos índices no son constantes:

$$FR = SGDI * FR_{GS} + GCDI * FR_{GC} + WDI * FR_{WD}$$

## 5.9. PREDICCIÓN DEL COMPORTAMIENTO Y RECOBRO FINAL DE UN YACIMIENTO

Cinco métodos son estudiados para tal fin, a saber:

Método de Schilthuis

Método de Tarner

Método de Tracy

Método de Muskat

Método de Pirson

Detalle de cada método se presenta en los apéndices A, B, C, D y E, respectivamente.

## 5.10. INTRUSIÓN DE AGUA

Algunas indicaciones de la existencia del empuje o intrusión de agua son:

- 1) Existe una zona subyacente de agua
- 2) Existe suficiente permeabilidad para soportar el movimiento de agua, usualmente mayor a 50 md.
- 3) Aumento de la producción de agua a medida que transcurre el tiempo
- 4) Balance de materia es el mejor indicador para detectar la intrusión de agua

Existen tres métodos básicos para predecir y/o estimar la cantidad de agua que intruye al yacimiento. Ellos son: El método de Schilthuis, el método de Hurst y Van Everdingen y el método de Fetckovick.

### 5.10.1. Modelo de estado estable (Schilthuis)

Es el método más simple que se utiliza para fines de estimación de la intrusión de agua. Se prefiere usar al principio. Se asume acuífero gigante y altamente permeable (Mayor de 50 md) para que la presión nunca caiga. Este método integra la ley de Darcy, la cual es estado estable. Schilthuis arranca con la ley de Darcy:

$$Q_w = C_s (P_i - p)$$

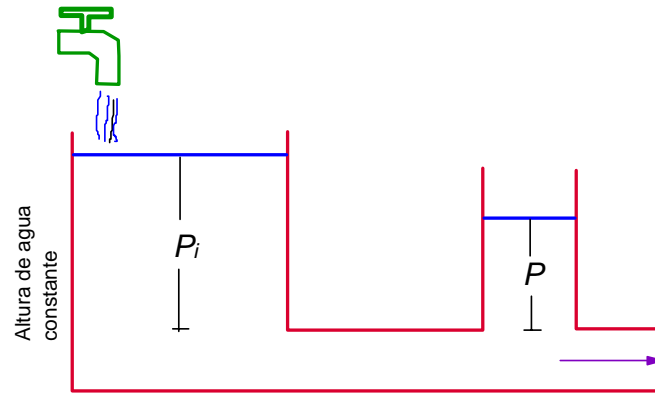


Fig. 5.9. Esquema de flujo estable

La intrusión de agua resulta como la sumatoria de:

$$W_e = C_s \int_0^t (P_i - P) dt$$

$$(W_e)_n = C_s \sum_{j=1}^n \left[ P_i - \frac{1}{2} (P_{j-1} + P_j) \right] \Delta t_j$$

Siendo;

$Q_w$  = flujo de agua a través del WOC

$C_s$  = Constante del acuífero. Contiene las constantes de Darcy:  $k$ ,  $\mu$ ,  $A$  y sus unidades son bbl/tiempo/psia.

$P_i$  = Presión del acuífero

$P$  = Presión estática del yacimiento.

$P_j$  = presión estática a  $t_j$

$P_{j-1}$  = Presión estática entre  $t_{j-1}$  y  $t_j$ .

La ecuación de balance de materia es:

$$N = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] + W_p \beta_w - W_e}{\beta_g (R_{si} - R_s) - (\beta_{oi} - \beta_o)}$$

El término del denominador se le conoce como expansibilidad,  $D$ . Para estimar si existe o no intrusión de agua se toma la ecuación con  $W_e = 0$  y se calcula una  $N_a$  (petróleo in-situ aparente) para cada periodo de tiempo (puede ser 4 o 5 años). Este valor de  $N_a$  es cada vez más creíble puesto que se dispone de más datos. Luego se tiene  $N_{a1}$ ,  $N_{a2}$ , etc.

$$N = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] + W_p \beta_w}{D}$$

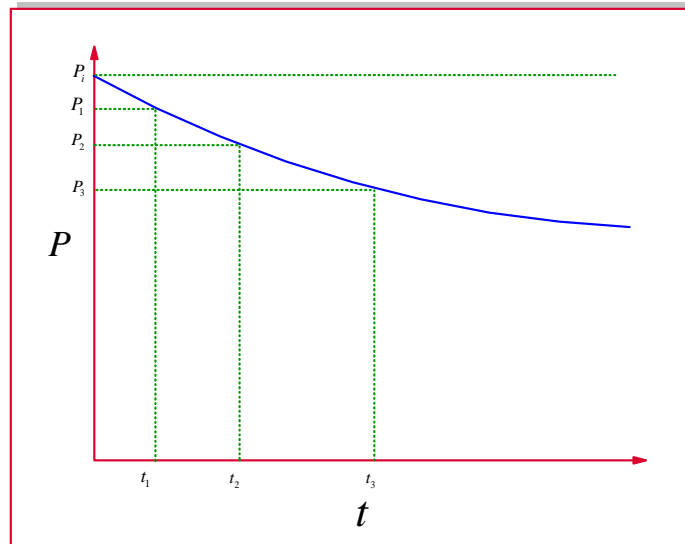


Fig. 5.10. Método de Schilthuis

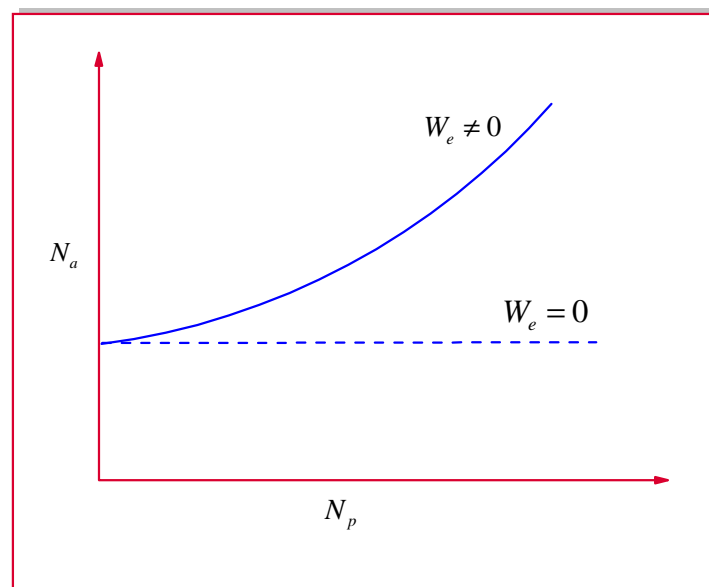


Fig. 5.11. Determinación de intrusión de agua

Si no hay intrusión de agua el  $N_a$  permanece constante para todos los periodos. Pero si existe intrusión de agua el  $N_a$  se incrementa en cada periodo. El método de Schilthuis se usa con la ecuación de balance de materia para:

- 1) Calcular el petróleo original,  $N$
- 2) Hallar la constante del acuífero,  $C_s$ , la cual relaciona la rata de intrusión de agua por psi de caída de presión en el contacto agua-petróleo.

Si  $N_a = N + W_e/D$ , entonces:

$$N_a = N + C_s \left( \sum \frac{\Delta p \Delta t}{D} \right)$$

Si se asume que  $N$  y  $C_s$  son constantes, la ecuación se comporta linealmente. Esto es, si se grafica  $N_a$  contra  $\Sigma(\Delta P \Delta t / D)$  resultará el comportamiento mostrado en la Fig. 5.12. El mismo tratamiento es hecho para gas, pero  $D'$  es diferente:

$$D' = \beta_g - \beta_{gi}$$

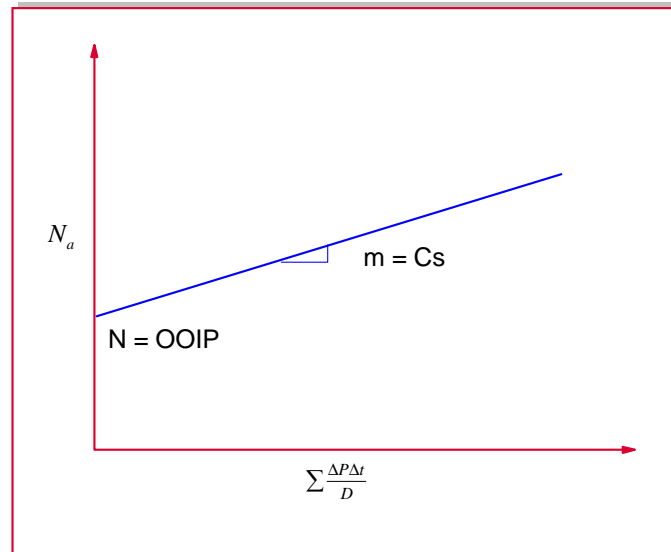


Fig. 5.12. Gráfico de  $N_a$  vs.  $\Sigma(\Delta P \Delta t / D)$

Si no da línea recta es porque el modelo no es el apropiado. Si es aproximadamente recta el modelo sirve.

$$G_a = \frac{G_p \beta_g + W_p \beta_w}{\beta_g - \beta_{gi}}$$

Si el yacimiento es de gas o petróleo hay dos formas para obtener la “mejor” línea recta:

- 1) Al mejor criterio del ingeniero
- 2) Mínimos cuadrados

### 5.10.2. Modelo de estado inestable (Hurst and Van Everdingen)

Se asume:

- 1) Existe flujo radial de agua a través del acuífero
- 2) La caída de presión es constante a través del acuífero durante todo el tiempo
- 3) Las propiedades del acuífero son constantes y uniformes

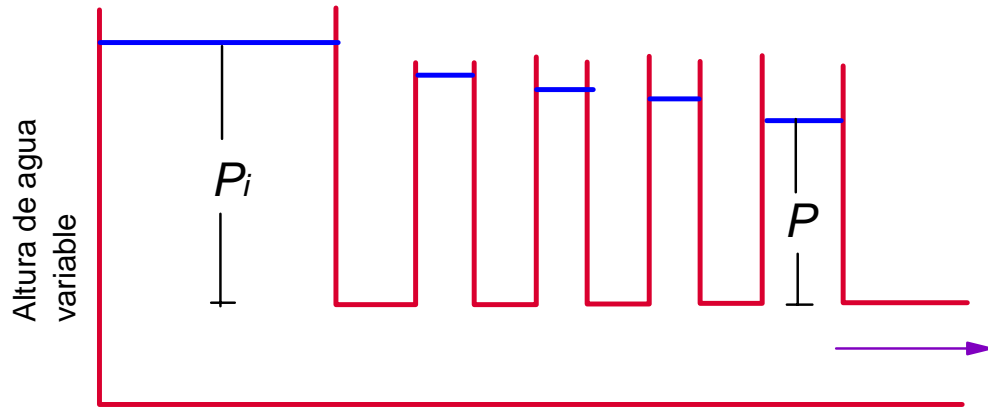


Fig. 5.13. Esquema de estado inestable

Basado en estas consideraciones la ecuación es:

$$W_e = 2\pi\alpha h\phi c_e r_{yto}^2 [\Delta p Q_{tD}]$$

$\alpha = 0 - 1$ . Representa la extensión a la cual el acuífero rodea el yacimiento

$W_e$  = Cantidad de agua intruida en  $\text{cm}^3$

$h$  = Espesor del estrato en cm

$c_e$  = Compresibilidad efectiva del acuífero, 1/atm.

$r_{yto}$  = Radio del yacimiento de petróleo o gas, cm

$\Delta p$  = Caída de presión constante a través del acuífero, atm

$Q_{tD}$  = Función acumulativa de entrada de agua

$t_D$  = Tiempo adimensional

La ecuación para tiempo adimensional es:

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi\mu_w c_e r_{yto}^2}; \quad t \text{ en días}$$

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu_w c_e r_{yto}^2}; \quad t \text{ en horas}$$

La ecuación de intrusión de agua en unidades de campo es:

$$W_e = 1.119\alpha h\phi c_e r_{yto}^2 [\Delta p Q_{tD}]$$

Este método se basa en la solución de la ecuación de difusividad. Aplica el principio de superposición que indica que las soluciones son aditivas. El principio de superposición al contacto agua petróleo original es mostrado en la siguiente figura. Para usar superposición, la curva se aproxima a una serie de pequeños incrementos de presión de modo que los pasos

de tiempo sean pequeños para aproximar la curva con una recta. Los cambios de presión de un intervalo al otro se calculan con el valor promedio del comienzo y el fin de los intervalos de presión. Ver. Fig. 5.14.

$$\Delta P_1 = P_o - 0.5(P_o + P_1) = 0.5(P_o - P_1)$$

$$\Delta P_2 = 0.5(P_o + P_1) - 0.5(P_1 + P_2) = 0.5(P_o - P_2)$$

$$\Delta P_3 = 0.5(P_1 + P_2) - 0.5(P_2 + P_3) = 0.5(P_1 - P_3)$$

$$\Delta P_4 = 0.5(P_2 + P_3) - 0.5(P_3 + P_4) = 0.5(P_2 - P_4)$$

Generalizando;

$$\Delta P_j = \frac{1}{2}(P_{j-2} - P_j)$$

Para  $j = 1$ ;

$$\Delta P_1 = \frac{1}{2}(P_o - P_1)$$

Cuando la ecuación de Hurst and Van Everdingen se arregla para permitir variaciones de presión queda:

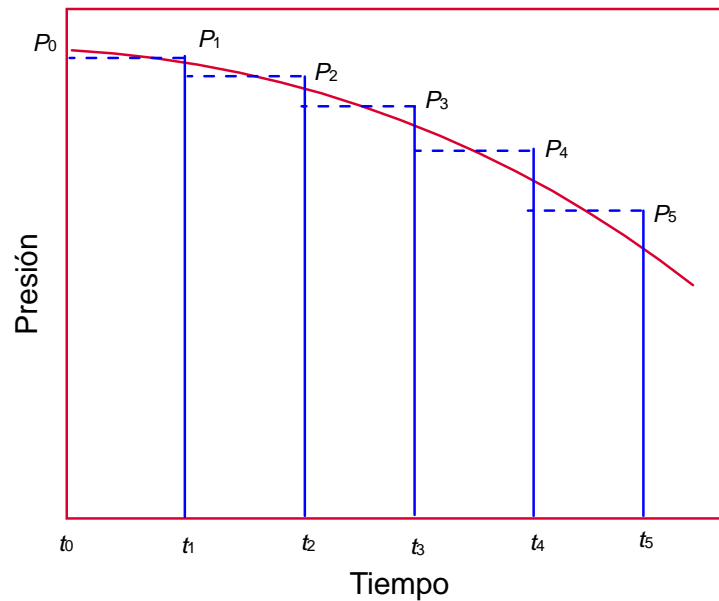


Fig. 5.13. Método de Hurst y van Everdingen

Tabla 5.1. Funciones  $Q_{tD}$  a presión constante de Hurst y van Everdingen para Yacimientos Radiales Infinitos

$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$
0.00	0.000	41	21.298	96	41.735	355	121.966
0.01	0.112	42	21.701	97	42.084	360	123.403
0.05	0.278	43	22.101	98	42.433	365	124.838
0.10	0.404	44	22.500	99	42.781	370	126.270
0.15	0.520	45	22.897	100	43.129	375	127.699
0.20	0.606	46	23.291	105	44.858	380	129.126
0.25	0.689	47	23.684	110	46.574	385	130.550
0.30	0.758	48	24.076	115	48.277	390	131.972
0.40	0.898	49	24.466	120	49.968	395	133.391
0.50	1.020	50	24.855	125	51.648	400	134.808
0.60	1.140	51	25.244	130	53.317	405	136.223
0.70	1.251	52	25.633	135	54.976	410	137.635
0.80	1.359	53	26.020	140	56.625	415	139.045
0.90	1.469	54	26.406	145	58.265	420	140.453
		55	26.791	150	59.895	425	141.859
1	1.569	56	27.174	155	61.517	430	143.262
2	2.447	57	27.555	160	63.131	435	144.664
3	3.202	58	27.935	165	64.737	440	146.064
4	3.893	59	28.314	170	66.336	445	147.461
5	4.539	60	28.691	175	67.928	450	148.856
6	5.153	61	29.068	180	69.512	455	150.249
7	5.743	62	29.443	185	71.090	460	151.640
8	6.314	63	29.818	190	72.661	465	153.029
9	6.869	64	30.192	195	74.226	470	154.416
10	7.411	65	30.565	200	75.785	475	155.801
11	7.940	66	30.937	205	77.338	480	157.184
12	8.437	67	31.308	210	78.886	485	158.565
13	8.964	68	31.679	215	80.428	490	159.945
14	9.461	69	32.048	220	81.965	495	161.322
15	9.949	70	32.417	225	83.497	500	162.698
26	15.013	81	36.418	280	100.057	590	187.166
27	15.450	82	36.777	285	101.540	600	189.852
28	15.883	83	37.136	290	103.019	610	192.533
29	16.313	84	37.494	295	104.495	620	195.208
30	16.742	85	37.851	300	105.968	625	196.544
31	17.167	86	38.207	305	107.437	630	197.878
32	17.590	87	38.563	310	108.904	640	200.542
33	18.011	88	38.919	315	110.367	650	203.201
34	18.429	89	39.272	320	111.827	660	205.854
35	18.845	90	39.626	325	113.284	670	208.502
36	19.259	91	39.979	330	114.738	675	209.825
37	19.671	92	40.331	335	116.189	680	211.145
38	20.080	93	40.684	340	117.638	690	213.784
39	20.488	94	41.034	345	119.083	700	216.417
40	20.894	95	41.385	350	120.526	710	219.046

Tabla 5.1. Continuación

$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$
1,900	510.861	4,050	990.108	8,600	1,927.17	$2.5 \times 10^7$	$2.961 \times 10^6$
1,925	516.695	4,100	1000.858	8,700	1,947.07	$3.0 \times 10^7$	$3.517 \times 10^6$
1,950	522.52	4,150	1011.595	8,800	1,966.94	$4.0 \times 10^7$	$4.610 \times 10^6$
1,975	528.337	4,200	1022.318	8,900	1,986.80	$5.0 \times 10^7$	$5.689 \times 10^6$
2,000	534.145	4,250	1033.028	9,000	2,006.63	$6.0 \times 10^7$	$6.758 \times 10^6$
2,025	539.945	4,300	1043.724	9,100	2,026.44	$7.0 \times 10^7$	$7.816 \times 10^6$
2,050	545.737	4,350	1054.409	9,200	2,046.23	$8.0 \times 10^7$	$8.866 \times 10^6$
2,075	551.522	4,400	1065.082	9,300	2,066.00	$9.0 \times 10^7$	$9.911 \times 10^6$
2,100	557.299	4,450	1075.743	9,400	2,085.74	$1.0 \times 10^8$	$1.095 \times 10^7$
2,125	563.068	4,500	1086.390	9,500	2,105.47	$1.5 \times 10^8$	$1.604 \times 10^7$
2,150	568.83	4,550	1097.024	9,600	2,125.18	$2.0 \times 10^8$	$2.108 \times 10^7$
2,175	574.585	4,600	1107.646	9,700	2,144.88	$2.5 \times 10^8$	$2.607 \times 10^7$
2,200	580.332	4,650	1118.257	9,800	2,164.56	$3.0 \times 10^8$	$3.100 \times 10^7$
2,225	586.072	4,700	1128.854	9,900	2,184.22	$4.0 \times 10^8$	$4.071 \times 10^7$
2,250	591.506	4,750	1139.439	10,000	2,203.86	$5.0 \times 10^8$	$5.032 \times 10^7$
2,275	597.532	4,800	1150.012	12,500	2,688.97	$6.0 \times 10^8$	$5.984 \times 10^7$
2,300	603.252	4,850	1160.574	15,000	3,164.78	$7.0 \times 10^8$	$6.928 \times 10^7$
2,325	608.965	4,900	1171.125	17,500	3,633.37	$8.0 \times 10^8$	$7.865 \times 10^7$
2,350	614.672	4,950	1181.666	20,000	4,095.80	$9.0 \times 10^8$	$8.797 \times 10^7$
2,375	620.372	5,000	1192.198	25,000	5,005.73	$1.0 \times 10^9$	$9.725 \times 10^7$
2,400	626.066	5,100	1213.222	30,000	5,899.51	$1.5 \times 10^9$	$1.429 \times 10^8$
2,425	631.755	5,200	1234.203	35,000	6,780.25	$2.0 \times 10^9$	$1.880 \times 10^8$
2,450	637.437	5,300	1255.141	40,000	7,650.10	$2.5 \times 10^9$	$2.328 \times 10^8$
2,475	643.113	5,400	1276.037	50,000	9,363.10	$3.0 \times 10^9$	$2.771 \times 10^8$
2,500	648.781	5,500	1296.893	60,000	11,047.30	$4.0 \times 10^9$	$3.645 \times 10^8$
2,550	660.093	5,600	1317.709	70,000	12,708.36	$5.0 \times 10^9$	$4.510 \times 10^8$
2,600	671.379	5,700	1338.486	75,000	13,531.46	$6.0 \times 10^9$	$5.368 \times 10^8$
2,650	682.64	5,800	1359.225	80,000	14,350.12	$7.0 \times 10^9$	$6.220 \times 10^8$
2,700	693.877	5,900	1379.927	90,000	15,975.39	$8.0 \times 10^9$	$7.066 \times 10^8$
2,750	705.09	6,000	1400.593	100,000	17,586.28	$9.0 \times 10^9$	$7.909 \times 10^8$
2,800	716.28	6,100	1421.224	125,000	21,560.73	$1.00 \times 10^{10}$	$8.747 \times 10^8$
2,850	727.449	6,200	1441.820	$1.50 \times 10^5$	$2.538 \times 10^4$	$1.50 \times 10^{10}$	$1.288 \times 10^9$
2,900	738.598	6,300	1462.383	$2.00 \times 10^5$	$3.308 \times 10^4$	$2.00 \times 10^{10}$	$1.697 \times 10^9$
2,950	749.725	6,400	1482.912	$2.50 \times 10^5$	$4.066 \times 10^4$	$2.50 \times 10^{10}$	$2.103 \times 10^9$
3,000	760.833	6,500	1503.408	$3.00 \times 10^5$	$4.817 \times 10^4$	$3.00 \times 10^{10}$	$2.505 \times 10^9$
3,050	771.922	6,600	1523.872	$4.00 \times 10^5$	$6.267 \times 10^4$	$4.00 \times 10^{10}$	$3.299 \times 10^9$
3,100	782.992	6,700	1544.305	$5.00 \times 10^5$	$7.699 \times 10^4$	$5.00 \times 10^{10}$	$4.087 \times 10^9$
3,150	794.042	6,800	1564.706	$6.00 \times 10^5$	$9.113 \times 10^4$	$6.00 \times 10^{10}$	$4.868 \times 10^9$



Tabla 5.1. Continuación

$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$
3,200	805.075	6,900	1585.077	7.00E+05	1.051E+05	7.00E+10	5.643E+09
3,250	816.091	7,000	1605.418	8.00E+05	1.189E+05	8.00E+10	6.414E+09
3,300	827.088	7,100	1625.729	9.00E+05	1.326E+05	9.00E+10	7.183E+09
3,350	838.067	7,200	1646.011	1.00E+06	1.462E+05	1.00E+11	7.948E+09
3,400	849.028	7,300	1666.265	1.50E+06	2.126E+05	1.50E+11	1.170E+10
3,450	859.974	7,400	1686.490	2.00E+06	2.781E+05	2.00E+11	1.550E+10
3,500	870.903	7,500	1706.688	2.50E+06	3.427E+05	2.50E+11	1.920E+10
3,550	881.816	7,600	1726.859	3.00E+06	4.064E+05	3.00E+11	2.920E+10
3,600	892.712	7,700	1747.002	4.00E+06	5.313E+05	4.00E+11	3.020E+12
3,650	903.594	7,800	1767.120	5.00E+06	6.544E+05	5.00E+11	3.750E+10
3,700	914.459	7,900	1787.212	6.00E+06	7.761E+05	6.00E+11	4.470E+10
3,750	925.309	8,000	1807.278	7.00E+06	8.965E+05	7.00E+11	5.190E+10
3,800	936.144	8,100	1827.319	8.00E+06	1.016E+06	8.00E+11	5.890E+10
3,850	946.966	8,200	1847.336	9.00E+06	1.134E+06	9.00E+11	6.580E+10
3,900	957.773	8,300	1867.329	1.00E+07	1.252E+06	1.00E+12	7.280E+10
3,950	968.566	8,400	1887.298	1.50E+07	1.828E+06	1.50E+12	1.080E+11
4,000	979.344	8,500	1907.243	2.00E+07	2.398E+06	2.00E+12	1.420E+11

$$W_e = C_v \sum_{j=1}^n \Delta p_j Q \left[ A(t_n - t_{j-1}) \right]$$

$$A = \frac{0.00633k}{\phi \mu_w c_e r_{yto}^2}$$

Si los intervalos de tiempo son igualmente espaciados:

$$W_e = C_v \sum_{j=1}^n \Delta p_j Q \left[ A(n - j + 1) \Delta t \right]$$

Ahora, puesto que  $N_a = N + W_e / D$

$$N_a = N + \frac{C_v \sum_{j=1}^n \Delta p_j Q \left[ A(n - j + 1) \Delta t \right]}{D}$$

Esta ecuación tiene tres incógnitas a saber:  $N$ ,  $C_v$  y  $A$ . Estas dos últimas son las constantes de Hurst and Van Everdingen. Los valores de la entrada de agua adimensional se encuentran tabulados.

Tabla 5.2. Funciones  $Q_{ID}$  a presión constante de Hurst y van Everdingen para Yacimientos Radiales Finitos

$r_D=1.5$		$r_D=2$		$r_D=2.5$		$r_D=3$	
$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$	$t_D$	$Q_{ID}$
5.0E -2	0.276	5E-2	0.278	0.1	0.408	0.3	0.755
6.0E -2	0.304	7.5E-2	0.345	0.15	0.509	0.4	0.895
7.0E -2	0.33	1E-1	0.404	0.2	0.599	0.5	1.023
8.0E -2	0.54	1.25E-1	0.458	0.25	0.681	0.6	1.143
9.0E -2	0.375	1.5E-1	0.507	0.3	0.758	0.7	1.256
0.1	0.395	1.75E-1	0.553	0.35	0.829	0.8	1.363
0.11	0.414	2E-1	0.597	0.4	0.897	0.9	1.465
0.12	0.431	2.25E-1	0.638	0.45	0.962	1	1.563
0.13	0.446	2.5E-1	0.678	0.5	1.024	1.25	1.791
0.14	0.461	2.75E-1	0.715	0.55	1.083	1.5	1.997
0.15	0.474	3E-1	0.751	0.6	1.14	1.75	2.184
0.16	0.486	3.25E-1	0.785	0.65	1.195	2	2.353
0.17	0.497	3.50E-01	0.817	0.7	1.248	2.25	2.507
0.18	0.507	3.75E-1	0.848	0.75	1.299	2.5	2.646
0.19	0.517	4E-1	0.877	0.8	1.348	2.75	2.772
0.2	0.525	0.425	0.905	0.85	1.395	3	2.886
0.21	0.533	0.45	0.932	0.9	1.44	3.25	2.99
0.22	0.541	0.475	0.958	0.95	1.484	3.5	3.084
0.23	0.548	0.5	0.983	1	1.526	3.75	3.17
0.24	0.554	0.55	1.028	1.1	1.605	4	3.247
0.25	0.559	0.6	1.07	1.2	1.679	4.25	3.317
0.26	0.569	0.65	1.108	1.3	1.747	4.5	3.381
0.28	0.574	0.7	1.143	1.4	1.811	4.75	3.439
0.3	0.582	0.75	1.174	1.5	1.87	5	3.491
0.32	0.588	0.8	1.203	1.6	1.924	5.5	3.581
0.34	0.594	0.9	1.253	1.7	1.975	6	3.656
0.36	0.599	1	1.295	1.8	2.022	6.5	3.717
0.38	0.603	1.1	1.33	2	2.106	7	3.767
0.4	0.606	1.2	1.358	2.2	2.178	7.5	3.809
0.45	0.613	1.3	1.382	2.4	2.241	8	3.843
0.5	0.617	1.4	1.402	2.6	2.294	9	3.894
0.6	0.621	1.6	1.432	2.8	2.34	10	3.928
0.7	0.623	1.7	1.444	3	2.38	11	3.951
0.8	0.624	1.8	1.453	3.4	2.444	12	3.967
		2	1.468	3.8	2.491	14	3.985
		2.5	1.487	4.2	2.525	16	3.993
		3	1.495	4.6	2.551	18	3.997
		4	1.499	5	2.57	20	3.999
		5	1.5	6	2.599	22	3.999
				7	2.613	24	4
				8	2.619		
				9	2.622		
				10	2.624		

Tabla 5.2. Continuación

$r_D=3.5$		$r_D=4$		$r_D=4.5$		$r_D=5$	
$t_D$	$Q_{wD}$	$t_D$	$Q_{wD}$	$t_D$	$Q_{wD}$	$t_D$	$Q_{wD}$
1	1.571	2	2.442	2.5	2.835	3	3.195
1.2	1.761	2.2	2.598	3	3.196	3.5	3.542
1.4	1.94	2.4	2.748	3.5	3.537	4	3.875
1.6	2.111	2.6	2.893	4	3.859	4.5	4.193
1.8	2.273	2.8	3.034	4.5	4.165	5	4.499
2	2.427	3	3.17	5	4.454	5.5	4.792
2.2	2.574	3.25	3.334	5.5	4.727	6	5.074
2.4	2.715	3.5	3.493	6	4.986	6.5	5.345
2.6	2.849	3.75	3.645	6.5	5.231	7	5.605
2.8	2.976	4	3.792	7	5.464	7.5	5.854
3	3.098	4.25	3.932	7.5	5.684	8	6.094
3.25	3.242	4.5	4.068	8	5.892	8.5	6.325
3.5	3.379	4.75	4.198	8.5	6.089	9	6.547
3.75	3.507	5	4.323	9	6.276	9.5	6.76
4	3.628	5.5	4.56	9.5	6.453	10	6.965
4.25	3.742	6	4.779	10	6.621	11	7.35
4.5	3.85	6.5	4.982	11.00	6.93	12	7.706
4.75	3.951	7	5.169	12.00	7.208	13	8.035
5	4.047	7.5	5.343	13.00	7.457	14	8.339
5.5	4.222	8	5.504	14.00	7.68	15	8.62
6	4.378	8.5	5.653	15.00	7.88	16	8.879
6.5	4.516	9	5.79	16.00	8.06	18	9.338
7	4.639	9.5	5.917	18.00	8.335	20	9.731
7.5	4.749	10	6.035	20.00	8.611	22	10.07
8	4.846	11	6.246	22.00	8.809	24	10.35
8.5	4.932	12	6.425	24	8.968	26	10.59
9	5.009	13	6.58	26	9.097	28	10.8
9.5	5.078	14	6.712	28	9.2	30	10.98
10	5.138	15	6.825	30	9.283	34	11.26
11	5.241	16	6.922	34	9.404	38	11.46
12	5.321	17	7.004	38	9.481	42	11.61
13	5.385	18	7.076	42	9.532	46	11.71
14	5.435	20	7.189	46	9.565	50	11.79
15	5.476	22	7.272	50	9.586	60	11.91
16	5.506	24	7.332	60	9.612	70	11.96
17	5.531	26	7.377	70	9.621	80	11.98
18	5.551	30	7.434	80	9.623	90	11.99
20	5.579	34	7.464	90	9.624	100	12
25	5.611	38	7.481	100	9.625	120	12
30	5.621	42	7.49				
35	5.624	46	7.494				
40	5.625	50	7.497				

Tabla 5.2. Continuación

$r_D=6$		$r_D=7$		$r_D=8$		$r_D=9$		$r_D=10$	
$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$	$t_D$	$Q_{tD}$
6	5.148	9	6.861	9	6.861	10	7.417	15	9.965
6.5	5.44	9.5	7.127	10	7.398	15	9.945	20	12.32
7	5.724	10	7.389	11	7.92	20	12.26	22	13.22
7.5	6.002	11	7.902	12	8.431	22	13.13	24	14.09
8	6.273	12	8.397	13	8.93	24	13.98	26	14.95
8.5	6.537	13	8.876	14	9.418	26	14.79	28	15.78
9	6.975	14	9.341	15	9.895	28	15.59	30	16.59
9.5	7.047	15	9.791	16	10.361	30	16.35	32	17.38
10	7.293	16	10.23	17	10.82	32	17.1	34	18.16
10.5	7.533	17	10.65	18	11.26	34	17.82	36	18.91
11	7.767	18	11.06	19	11.7	36	18.52	38	19.65
12	8.22	19	11.46	20	12.13	38	19.19	40	20.37
13	8.651	20	11.85	22	12.95	40	19.85	42	21.07
14	9.063	22	12.58	24	13.74	42	20.48	44	21.76
15	9.456	24	13.27	26	14.5	44	21	46	22.42
16	9.829	26	13.92	28	15.23	46	21.69	48	23.07
17	10.19	28	14.53	30	15.92	48	22.26	50	23.71
18	10.53	30	15.11	34	17.22	50	22.82	52	24.33
19	10.85	35	16.39	38	18.41	52	23.36	54	24.94
20	11.16	40	17.49	40	18.97	54	23.89	56	25.53
22	11.74	45	18.43	45	20.26	56	24.39	58	26.11
24	12.26	50	19.24	50	21.42	58	24.88	60	26.67
25	12.5	60	20.51	55	22.46	60	25.36	65	28.02
31	13.74	70	21.43	60	23.4	65	26.48	70	29.29
35	14.4	80	22.13	70	24.98	70	27.52	75	30.49
39	14.93	90	22.63	80	26.26	75	28.48	80	31.61
51	16.05	100	23	90	27.28	80	29.36	85	32.67
60	16.56	120	23.47	100	28.11	85	30.18	90	33.66
70	16.91	140	23.71	120	29.31	90	30.93	95	34.6
80	17.14	160	23.85	140	30.08	95	31.63	100	35.48
90	17.27	180	23.92	160	30.58	100	32.27	120	38.51
100	17.36	200	23.96	180	30.91	120	34.39	140	40.89
110	17.41	500	24	200	31.12	140	35.92	160	42.75
120	17.45			240	31.34	160	37.04	180	44.21
130	17.46			280	31.43	180	37.85	200	45.36
140	17.48			320	31.47	200	38.44	240	46.95
150	17.49			360	31.49	240	39.17	280	47.94
160	17.49			400	31.5	280	39.56	320	48.51
180	17.5			500	31.5	320	39.77	360	48.91
200	17.5					360	39.88	400	49.11
220	17.5					400	39.94	440	49.28
						440	39.97	480	49.36

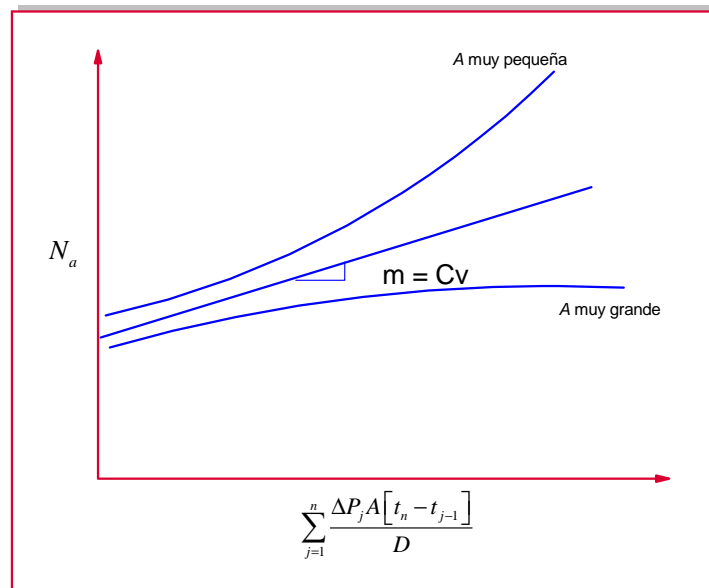


Fig. 5.14. Determinación de A

### Cálculo de $N$ , $C_v$ y $A$

- 1) Si no se especifican las dimensiones del yacimiento y del acuífero, asuma comportamiento infinito. Lea los  $Q_{tD}$ .
- 2) Calcule un valor aproximado de  $A$ . Use datos similares a los del yacimiento.
- 3) Escoja un incremento del tiempo,  $\Delta t$ , normalmente 365 días.
- 4) Evalúe  $j A \Delta t$ . Siendo  $j$  un entero sucesivo.
- 5) Evalúe  $Q[(j)(A)(\Delta t)]$  para cada  $j A \Delta t$
- 6) Evalúe  $\Delta P_j$  para cada cambio de presión
- 7) Evalúe  $\Delta P_j Q[(j)(A)(\Delta t)]$
- 8) Divida el valor obtenido en el paso 7 por  $D$
- 9) Calcule  $N_a$  o  $G_a$
- 10) Grafique  $N_a$  vs. El resultado del paso 8. Ver esquema en Fig. 5.14.
- 11) Si el valor de  $A$  asumido fue correcto entonces se obtendrá una línea recta. En caso contrario, estime un nuevo valor de  $A$  y repita los pasos 3 a 10. Cuando se obtenga una línea cercanamente recta entonces  $A$  es cercanamente correcta.  $N$  es el intercepto y  $C_v$  es la pendiente. Como se muestra en la siguiente figura.

### 5.10.3. Método de Fetkovich para Acuíferos Finitos

Los resultados de este modelo se aproximan bastante a los del método de Hurst y Van Everdingen para acuíferos finitos. Sin embargo, la teoría de Fetkovich es más simple y su aplicación más fácil. Se utiliza un procedimiento de ensayo y error para evaluar las constantes de intrusión de agua con datos de producción. El índice de productividad es adecuado para describir la intrusión de agua desde un acuífero finito a un yacimiento de hidrocarburos; la rata de intrusión de agua es directamente proporcional a la caída de presión entre la presión promedio del acuífero y la presión en el contacto agua-aceite:

$$q_w = J(\bar{P}_a - P_f) = \frac{\partial W_e}{\partial t} \quad (5.7)$$

donde:

$q_w$ , BPD	Rata de intrusión de agua
$J$ , BPD/psi	Indice de productividad del acuífero
$\bar{P}_a$ , psia	Presión promedia del acuífero
$P_f$ , psia	Presión en el contacto agua-aceite
$W_e$ , bbl	Volumen acumulado de intrusión de agua
$t$ , dias	Tiempo

Usando consideraciones de compresibilidad, la intrusión acumulada de agua es proporcional a la caída de presión total en el acuífero:

$$W_e = V_a c_e (P_i - \bar{P}_a) \quad (5.8)$$

$V_a$ , BPD	Volumen inicial de agua en el acuífero
$c_e$ , 1/psi	Compresibilidad efectiva del acuífero, $c_w + c_f$
$P_i$ , psia	Presión inicial del acuífero

Derivando la Ec. 5.8 y combinando el resultado con la Ec. 5.7, resulta:

$$-V_a c_e \frac{\partial \bar{P}_a}{\partial t} = J(\bar{P}_a - P_f)$$

Si se asume que  $P_f$  permanece constante a lo largo del intervalo de interés, separando variables e integrando, se tiene:

$$\bar{P}_a = P_f + (P_i - P_f) e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)} \quad (5.9)$$

donde  $\bar{P}_a = P_i$  a  $t = 0$ . Despejando  $\bar{P}_a$  de la Ec. 5.7 y sustituyendo el resultado en la Ec. 5.9:

$$P_f + \frac{1}{J} \frac{\partial W_e}{\partial t} = P_f + (P_i - P_f) e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)}$$

Separando variables e integrando:

$$W_e = (P_i - P_f) V_a c_e \left[ 1 - e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)} \right]$$

Como se asumió  $P_f$  constante sobre el periodo de interés, el principio de superposición debe usarse para manejar cambios de presión en el contacto agua-petróleo. Una forma incremental de la ecuación anterior puede usarse sin superposición. Esta modificación es:

$$\Delta W_{e,n} = (\bar{P}_{a,n-1} - \bar{P}_{f,n}) V_a c_e \left[ 1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t_n}{V_a c_e}\right)} \right] \quad (5.10)$$

donde:

$\Delta W_{e,n}$ , bbl	Intrusión de agua incremental al paso de tiempo $n$ ( $t_n - t_{n-1}$ )
$\bar{P}_{a,n-1}$ , psia	Presión promedia del acuífero al final del paso de tiempo $n-1$ el cual también es el arranque del paso de tiempo $n$
$\bar{P}_{f,n}$ , psia	Presión promedia del contacto agua-aceite durante el paso de tiempo $n$ $\bar{P}_{f,n} = (P_{f,n-1} + P_{f,n}) / 2$
$\Delta t$ , días	Tamaño del paso de tiempo ( $n$ )

Si  $\Delta t_n = \Delta t$  para todos los pasos de tiempo, entonces la expresión:

$$V_a c_e \left[ 1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t_n}{V_a c_e}\right)} \right] = V_a c_e \left[ 1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t}{V_a c_e}\right)} \right] = cte$$

Entonces la ec. 5.10 se transforma en:

$$\Delta W_{e,n} = A (\bar{P}_{a,n-1} - \bar{P}_{f,n}) \quad (5.11)$$

siendo  $A$ :

$$A = V_a c_e \left[ 1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t}{V_a c_e}\right)} \right]$$

La Ec. 5.8 puede describirse como:

$$\bar{P}_{a,n-1} = P_i \left[ 1 - \frac{\sum_{j=1}^{n-1} \Delta W_{e,j}}{V_a c_e P_i} \right] \quad (5.12)$$

La presión promedia en el contacto agua-petróleo durante el paso de tiempo  $n$  es:

$$\bar{P}_{f,n} = (P_{f,n-1} + P_{f,n}) / 2$$

La Ec. 5.11 proporciona la presión promedio del acuífero al final del paso de tiempo  $n-1$ . Escribiendo una ecuación similar para la presión promedio del acuífero al final del paso de tiempo  $n$ :

$$\bar{P}_{a,n} = P_i \left[ 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \Delta W_{e,j}}{V_a c_e P_i} \right] \quad (5.13)$$

Sustituyendo la Ec. 5.11 en 5.13, se tiene:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - \frac{1}{V_a c_e} \sum_{j=1}^n \Delta W_{e,j}$$

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - \frac{1}{V_a c_e} \sum_{j=1}^n A(\bar{P}_{a,j-1} - \bar{P}_{f,j})$$

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left( \sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right)$$

donde:

$$B = \frac{A}{V_a c_e}$$

$$B = 1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t}{V_a c_e}\right)}$$

Rescribiendo la Ec. 5.8 al nivel de tiempo  $n$ , se tiene:

$$W_{e,n} = V_a c_e (P_i - \bar{P}_{a,n})$$

Luego, la intrusión de agua incremental se puede hallar de:

$$\Delta W_{e,n} = W_{e,n} - W_{e,n-1}$$

Los índices de productividad se pueden estimar con las ecuaciones de la tabla 5.3.



Tabla 5.3. Índices de productividad para acuíferos radiales y lineales

Tipo de acuífero	Flujo radial	Flujo lineal
Finito – no flujo	$J = \frac{0.00708kh \left( \frac{\theta}{360} \right)}{\mu \left[ \ln(r_{ac} / r_{yto}) - 0.75 \right]}$	$J = \frac{0.003381kwh}{\mu L}$
Finito – Presión constante	$J = \frac{0.00708kh \left( \frac{\theta}{360} \right)}{\mu \ln(r_{ac} / r_{yto})}$	$J = \frac{0.001127kwh}{\mu L}$
$k$ en md, $L$ = longitud del acuífero lineal		

Como puede apreciarse en la tabla 5.3, el índice de productividad requiere condiciones de estado pseudoestable. Luego, este método ignora los efectos del periodo transitorio en los cálculos de intrusión de agua lo que obviamente introduce errores en los cálculos. Sin embargo, como se hace por pasos, el método da resultados cercanos al de Hurst y van Everdingen.

### EJEMPLO

Verifique los resultados del método de Fetkovich con el de Van Everdingen and Hurst para un acuífero finito. Dados los siguientes datos:

$$\begin{array}{lll}
 k_{ac} = 500 \text{ md} & \phi_{ac} = 20 \% & c_e = 7 \times 10^{-6} \text{ 1/psi} \\
 h = 20 \text{ ft} & \mu_w = 0.8 \text{ cp} & r_{yto} = 5000 \text{ ft} \quad r_{ac} = 40000 \text{ ft}
 \end{array}$$

Tabla 5.4. Datos de presión en el contacto agua-petróleo

$t$ , años	$P$ , psia	$t$ , años	$P$ , psia
0	3000	11	2698
1	2923	12	2680
2	2880	13	2665
3	2848	14	2650
4	2821	15	2633
5	2800	16	2620
6	2780	17	2607
7	2762	18	2593
8	2744	19	2580
9	2730	20	2568
10	2713		

La constante de intrusión de agua de Hurst y Van Everdingen es:

$$C_v = 1.119 \alpha h \phi c_e r_{yto}^2 = 1.119 (1) (20) (0.2) (7 \times 10^{-6}) (5000^2) = 783.3$$

$$A = \frac{0.00633k}{\phi \mu_w c_e r_{yto}^2} = \frac{0.00633(500)}{(0.2)(0.8)(7 \times 10^{-6})(5000^2)} = 0.113 \text{ dias}^{-1}$$

Como la presión se da en términos anuales, el paso de nivel de tiempo es 365 días, luego:

$$(A)(\Delta t) = (0.113)(365) = 41.2$$

Para este yacimiento  $V_{ac_e}$  es:

$$V_{ac_e} = \frac{\pi(r_{ac}^2 - r_{yto}^2)h\phi c_e}{5.615} = \frac{\pi(40000^2 - 5000^2)(20)(0.2)(7 \times 10^{-6})}{5.615} = 24673.95 \text{ bbl}$$

Usando estos valores, se determina la intrusión de agua por el método de Hurst y van Everdingen. Ver Tabla 5.5.

Tabla 5.5. Volumen de agua intruida obtenida por el método de Hurst y van Everdingen

<i>t</i> , años	<i>P</i> , psia	<i>W<sub>e</sub></i> , Mbbl	<i>t</i> , años	<i>P</i> , psia	<i>W<sub>e</sub></i> , Mbbl
0	3000	0.0	11	2698	7005.3
1	2923	581.4	12	2680	7408.6
2	2880	1705.2	13	2665	7814.1
3	2848	2699.9	14	2650	8197.9
4	2821	3532.3	15	2633	8588.7
5	2800	4219.7	16	2620	8966.8
6	2780	4798.0	17	2607	9309.9
7	2762	5310.6	18	2593	9647.3
8	2744	5782.1	19	2580	9982.2
9	2730	6207.9	20	2568	10301.0
10	2713	6608.2			

Usando el método de Fetkovich, le parámetro “*B*” se calcula mediante ensayo y error usando el siguiente procedimiento:

1. Asuma un valor de *B* entre 0 y 1
2. Para cada nivel de tiempo calcule la sumatoria:

$$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\bar{P}_{f,j-1} + \bar{P}_{f,j})$$

donde  $P_{f,0} = P_i$

3. Para cada tiempo calcule:

$$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1}$$

De la Ec. 5.9:

$$\bar{P}_{a,j-1} = P_{f,j-1} + (P_i - P_{f,j-1})e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)}$$

Para el primer valor. Los demás valores se obtienen consecutivamente. Ver ejemplo. Note que  $J$  y  $V_a c_e$  pueden ser calculados. Esta sumatoria se evalúa si existen valores previos de tiempo. Para  $n = 1$ ,  $\bar{P}_{a,0} = P_i$

4. Para cada tiempo calcule  $\bar{P}_{a,n}$

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left( \sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right)$$

5. Calcule  $V_a c_e$

$$(V_a c_e)_n = \frac{(W_e)_{H\&VE}}{P_i - \bar{P}_{a,n}}$$

6. Determine el valor promedio de  $(V_a c_e)_n$ . Este valor variará debido a (1) incertidumbre en la teoría, y (2) inexactitudes en los datos de campo. Por lo tanto, las diferencias en este valor se deben primariamente a que la teoría no es confiable. Con valores correcto de  $B$  las desviaciones son mínimas.

Tabla 5.6. Desviaciones de  $B$

<b><math>B</math> Asumido</b>	<b>Desv (<math>B</math>)</b>
0.5900	0.00600
0.5925	0.00521
0.5950	0.00443
0.5975	0.00365
0.6000	0.00289
0.6025	0.00219
0.6050	0.00156
0.6075	0.00110
0.6100	0.00124
0.6150	0.00163

Los cálculos se realizan de la siguiente manera. Para el nivel de tiempo número 1 estima  $P_{a,n}$  de la siguiente ecuación:

$$\bar{P}_{a,n} = P_{f,n} + (P_i - P_{f,n})e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)} = P_{f,n} + (P_i - P_{f,n})e^{-\left(\frac{J\Delta t}{V_a c_e}\right)}$$

$$\bar{P}_{a,n} = 2961.5 + (3000 - 2961.5)(1 - 0.6075) = 2976.6$$

Acumule el valor de  $\bar{P}_{a,j-1}$ , para el primer caso será  $2976.5 + 3000 = 5976.6$  y obtenga  $P_{a,n}$  de la siguiente expresión:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left( \sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right) = 3000 - 0.6075(5976.6 - 5863) = 2930.988 \approx 2931 \text{ psi}$$

Tabla 5.7. Resultados

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
$n$	$P_{f,n}$	$\bar{P}_{f,n}$	$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j}$	$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1}$	(5)-(4)	B*(6)	$\bar{P}_{a,n}$	$W_{e(H\&VE)}$	$(V_a c_e)_n$	$W_{e(fetk)}$
0	3000							0.0		
1	2923	2961.5	2961.5	3000	38.5	23.4	2976.6	581.4	24.8581	576.739
2	2880	2901.5	5863.0	5976.6	113.6	69.0	2931.0	1705.2	24.7087	1701.75
3	2848	2864.0	8727.0	8907.6	180.6	109.7	2890.3	2699.9	24.6084	2705.43
4	2821	2834.5	11561.5	11797.9	236.4	143.6	2856.4	3532.3	24.596	3541.32
5	2800	2810.5	14372.0	14654.3	282.3	171.5	2828.5	4219.7	24.6051	4228.92
6	2780	2790.0	17162.0	17482.8	320.8	194.9	2805.1	4798.0	24.6195	4805.65
7	2762	2771.0	19933.0	20287.9	354.9	215.6	2784.4	5310.6	24.6315	5316.48
8	2744	2753.0	22686.0	23072.3	386.3	234.7	2765.3	5782.1	24.6385	5786.86
9	2730	2737.0	25423.0	25837.6	414.6	251.9	2748.1	6207.9	24.6473	6210.8
10	2713	2721.5	28144.5	28585.7	441.2	268.0	2732.0	6608.2	24.6548	6609.27
11	2698	2705.5	30850.0	31317.7	467.7	284.1	2715.9	7005.3	24.6555	7006.25
12	2680	2689.0	33539.0	34033.6	494.6	300.5	2699.5	7408.6	24.6567	7409.22
13	2665	2672.5	36211.5	36733.1	521.6	316.9	2683.1	7814.1	24.6601	7813.68
14	2650	2657.5	38869.0	39416.2	547.2	332.4	2667.6	8197.9	24.661	8197.18
15	2633	2641.5	41510.5	42083.8	573.3	348.3	2651.7	8588.7	24.6603	8588.16
16	2620	2626.5	44137.0	44735.5	598.5	363.6	2636.4	8966.8	24.6619	8965.66
17	2607	2613.5	46750.5	47371.9	621.4	377.5	2622.5	9309.9	24.662	9308.71
18	2593	2600.0	49350.5	49994.4	643.9	391.2	2608.8	9647.3	24.6627	9645.76
19	2580	2586.5	51937.0	52603.2	666.2	404.7	2595.3	9982.2	24.6647	9979.82
20	2568	2574.0	54511.0	55198.5	687.5	417.7	2582.3	10301.0	24.6638	10298.9
									24.6588	

El valor de 5863 es el acumulado de la presión promedio  $\bar{P}_{f,j}$ . Para el nivel de tiempo 3, se tiene acumulado el valor anterior (2931) con el acumulado al nivel 2 (5976,6) para dar 8907.6 psi. Estime  $P_{a,n}$  usando la siguiente ecuación:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left( \sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right) = 3000 - 0.6075(8907.6 - 8727) = 2890.25 \text{ psi}$$

Para el nivel 4, el nuevo acumulado es  $8907.6 + 2890.25 = 11797.9$  psi. El nuevo valor de  $P_{a,n}$  es:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left( \sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right) = 3000 - 0.6075(11797.9 - 11561.5) = 2856.4 \text{ psi}$$

Los demás resultados se presentan en la tabla 5.7.

7. Como una medida de variación entre los dos métodos, utilice la siguiente función de desviación:

$$Desv(B) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left\{ abs \left[ 1 - \frac{(W_e)_{Fetk}}{(W_e)_{H\&VE}} \right] \right\}_j$$

Esta función depende del valor asumido de  $B$ .

8. Repita el procedimiento para diferentes valores de  $B$  hasta minimizar la desviación. La tabla 5.6 presenta los resultados de las diferentes desviaciones. Allí se observa que el mejor  $B$  es 0.6075. La tabla 5.7 resume todos los cálculos. Algunas de las ecuaciones anteriores son presentadas por otros autores en forma diferente, éstas se presentan a continuación:

$$\bar{P} = - \left( \frac{P_i}{W_{ei}} \right) W_e + P_i$$

Siendo  $\bar{P}$  la presión promedio del acuífero después de haber extraído  $W_e$  barriles de agua,  $P_i$  es la presión inicial del acuífero y  $W_{ei}$  es la cantidad de agua in-situ inicial o potencialmente intruible a la presión inicial.

$$q_w B_w = J(\bar{P} - P_R)^{m_a}$$

Siendo  $m_a$  el coeficiente de flujo turbulento que se considera uno durante estado pseudoestable y  $P_R$  es la presión en el contacto agua-aceite. La combinación de las ecuaciones anteriores proporciona:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{P_i} (P_i - P_R) \left( 1 - e^{-\frac{JP_i t}{W_{ei}}} \right)$$

donde:

$$W_{ei} = \frac{c_i \left( \frac{\theta}{360} \right) \pi (r_{ac}^2 - r_{yto}^2) h \phi P_i}{5.615}$$

Las ecuaciones restantes del método son:

$$\Delta W_{e,n} = \frac{W_{ei}}{P_i} (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \left( 1 - e^{-\frac{JP_i \Delta t_n}{W_{ei}}} \right)$$

$$\bar{P}_{n-1} = P_i \left( 1 - \frac{W_e}{W_{ei}} \right)$$

$$\bar{P}_{R,n} = (P_{R,n-1} + P_{R,n}) / 2$$

### EJEMPLO

Calcule la intrusión de agua al tercer y cuarto año de producción para un yacimiento que fallado ( $\theta=180$ ),  $\phi = 20.9 \%$ ,  $k = 275$  md (para acuífero y yacimiento),  $\mu = 0.25$  cp,  $ct = 6 \times 10^{-6}$  /psi,  $h = 19.2$  ft,  $A_{yto} = 1216$  ac,  $A_{ac} = 250000$  ac.

**Solución:** Puesto que el yacimiento es fallado se asume la mitad de la circunferencia para hallar el área:

$$r_{yto} = \sqrt{\frac{1216(43560)}{0.5\pi}} = 5807 \text{ ft}$$

$$r_{yto} = \sqrt{\frac{250000(43560)}{0.5\pi}} = 83263 \text{ ft}$$

El índice de productividad se halla de:

$$J = \frac{0.00708kh \left( \frac{\theta}{360} \right)}{\mu [\ln(r_{ac}/r_{yto}) - 0.75]} = \frac{0.00708(275)(19.2) \left( \frac{180}{360} \right)}{0.25 [\ln(83263/5807) - 0.75]} = 39.08$$

$$W_{ei} = \frac{c_i \left( \frac{\theta}{360} \right) \pi (r_{ac}^2 - r_{yto}^2) h \phi P_i}{5.615}$$

$$W_{ei} = \frac{6 \times 10^{-6} \left( \frac{180}{360} \right) \pi (83263^2 - 5807^2) (19.2) (0.209) 3793}{5.615} = 176.3 \text{ MMbbl}$$

$$\Delta W_{e,n} = \frac{W_{ei}}{P_i} (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \left( 1 - e^{-\frac{JP_i \Delta t_n}{W_{ei}}} \right)$$

$$\Delta W_{e,n} = \frac{176.3 \text{ MM}}{3793} (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \left( 1 - e^{-\frac{(39.08)(3793)(91.3)}{176.3 \text{ MM}}} \right) = 3435 (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \quad (\text{A})$$

Tabla 5.8. Resultados ejemplo

Nivel	t, días	$P_R$ , psia	$\bar{P}_{Rn}$ , psia	$\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{Rn}$ , psia	$\Delta W_e$ , bbl	$W_e$ , Mbbl	$\bar{P}_n$ , psia
0	0	3793	3793	0.00	0	0	3793
1	91.3	3788	3790.5	2.50	8600	8.6	3792.8
2	182.6	3774	3781	11.79	40500	49.1	3791.9
3	273.9	3748	3761	30.89	106100	155.2	3789.7
4	365.2	3709	3728.5	61.14	210000	365.23	3785.1
5	456.5	3680	3694.5	90.60	311200	676.5	3778.4
6	547.8	3643	3661.5	116.91	401600	1078.1	3769.8

$$\bar{P}_{n-1} = P_i \left( 1 - \frac{W_e}{W_{ei}} \right) = 3793 \left( 1 - \frac{\sum \Delta W_e}{176.3 \text{ MM}} \right) \quad (\text{B})$$

Resolviendo las Ecs. (A) y (B), se obtienen los resultados dados en la tabla 8. El procedimiento se resume de la siguiente forma para el nivel 1:

- 1) Se tiene que  $\bar{P}_{n-1} = 3000 \text{ psi}$ , que corresponde al nivel cero.
- 2) Estime la diferencia entre  $\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n} = 3793 - 3790.5 = 2.5$  (columna 5). Estime  $\Delta W_e$  con la Ec. A.

$$\Delta W_{e,n} = 3435 (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) = 3435 (3793 - 3790.5) = 8587.5 \cong 8600 \text{ bbl}$$

El acumulado de la intrusión de agua es el mismo valor calculado puesto que el anterior es cero. Determine  $P_n$  usando la Ec. B.

$$\bar{P}_n = 3793 \left( 1 - \frac{\sum \Delta W_e}{176.3 \text{ MM}} \right) = 3793 \left( 1 - \frac{8600}{176.3 \text{ MM}} \right) = 3792.82 \text{ psi}$$

Para el nivel de tiempo 2, estime la diferencia  $\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n} = 3792.8 - 3781 = 11.8$  (columna 5). ).  
Estime  $\Delta W_e$  con la Ec. A.

$$\Delta W_{e,n} = 3435(\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) = 3435(3792.8 - 3781) = 40533 \cong 40500 \text{ bbl}$$

El acumulado de agua sería el anterior más el calculado en este intervalo, o sea:

$$W_e = 8600 + 40500 = 49100 \text{ bbl}$$

Determine  $P_n$  usando la Ec. B.

$$\bar{P}_n = 3793 \left( 1 - \frac{\sum \Delta W_e}{176.3MM} \right) = 3793 \left( 1 - \frac{49100}{176.3MM} \right) = 3791.94 \text{ psi}$$

Los demás resultados se presentan en la tabla 5.8.

## 5.11. BALANCE DE MATERIA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

La EBM para yacimientos naturalmente fracturados (de doble porosidad) inicialmente propuesta se soluciona gráficamente. Las suposiciones que determinan el modelo de doble porosidad son las siguientes:

1. Sistema isotérmico
2. El yacimiento está compuesto de: roca naturalmente fracturada, agua de producción, petróleo fiscal y gas de superficie
3. El yacimiento se componen de 4 fases: roca naturalmente fracturada, agua, petróleo y gas
4. El petróleo no está presente en las otras 3 fases
5. El gas se encuentra en la fase gaseosa y disuelto en el crudo
6. El componente agua solo existe en la fase acuosa y reduce el espacio poroso disponible a hidrocarburos
7. El componente roca existe solo en la fase roca
8. La fase roca tiene dos medios porosos en comunicación hidráulica: los poros y las fracturas
9. El sistema matriz porosa y fractura son compresibles
10. yacimiento volumétrico y sin producción de agua
11. No hay reinyección de fluidos al yacimiento
12. la porosidad de fractura, porosidad de matriz y saturación de agua son uniformes
13. La presión del yacimiento es uniforme a lo largo del mismo
14. yacimiento subsaturado

La expresión de balance de materia es:



$$N_p \left[ B_o + (R_p - R_s) B_g \right] = N_1 \left[ B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left( \frac{c_w S_{wmi} + c_m}{1 - S_{wmi}} \right) \Delta p B_{oi} \right] +$$

$$N_2 \left[ B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left( \frac{c_w S_{wfi} + c_f}{1 - S_{wfi}} \right) \Delta p B_{oi} \right]$$

La parte izquierda contiene dos términos: uno referente a los fluidos contenidos en la matriz y el otro en las fracturas. Cada uno de estos términos contiene varios parámetros. Expansión de crudo

$$B_o - B_{oi}$$

Expansión de gas en solución

$$(R_{si} - R_s) B_g$$

Expansión de roca y fluido

$$\left( \frac{c_w S_{wi} + c}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p B_{oi}$$

En cada medio se diferencian la compresibilidad y la saturación de agua. Otras definiciones ya vistas como:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g$$

$$c_{em} = \frac{(c_w S_{wmi} + c_m)}{(1 - S_{wmi})}$$

$$c_{ef} = \frac{(c_w S_{wfi} + c_f)}{(1 - S_{wfi})}$$

$$F = \frac{N_p}{B_{oi}} \left[ B_o + (R_p - R_s) B_g \right]$$

Pueden usarse para escribir la ecuación de Peñuela y colaboradores:

$$F = N_1 \left[ (B_1 - B_{ti}) + c_{em} \Delta p B_{oi} \right] + N_2 \left[ (B_t - B_{ti}) + c_{ef} \Delta p B_{oi} \right]$$

El método gráfico sugerido por Peñuela y colaboradores permite expresar la anterior ecuación en forma de una línea recta, dado que ésta tiene la forma:

$$y = a_1x_1 + a_2x_2$$

con:

$$y = F$$

$$a_1 = N_1$$

$$x_1 = (B_1 - B_{ii}) + c_{em}\Delta p B_{oi}$$

$$a_2 = N_2$$

$$x_2 = (B_1 - B_{ii}) + c_{ef}\Delta p B_{oi}$$

El método gráfico presenta errores de dispersión numérica por lo que se prefiere la regresión lineal. Niz propone un método menos restrictivo para yacimientos con capa de gas. Sea  $\gamma$  la capacidad de almacenamiento de las fracturas con respecto al almacenamiento total.

$$\gamma = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

La capa de gas es:

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}}$$

## 5.12. YACIMIENTOS DE CONDENSADOS DE GAS

El gas inicial y el crudo (condensado) para un yacimiento de gas condensado (retrógrado y no) puede evaluarse generalmente de datos de campo por medio de la recombinación del gas producido y el petróleo en la relación correcta para determinar la gravedad específica promedia del fluido el cual se asume que inicialmente produce de una fase del yacimiento. Para un sistema de separación de dos etapas, la gravedad específica,  $\gamma_w$ , del fluido total del pozo es:

$$\gamma_w = \frac{R_1\gamma_1 + 4602\gamma_o + R_3\gamma_3}{R_1 + \frac{133316\gamma_o}{M_{wo}} + R_3}$$

$R_1$  y  $R_3$  son los GOR en separador (1) y tanque de almacenamiento (3)

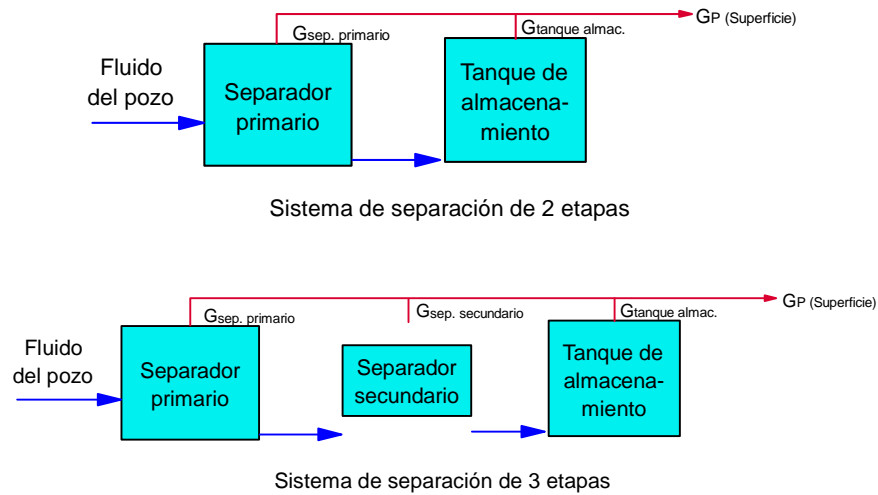


Fig. 5.15. Sistemas de separación

$\gamma_1$  y  $\gamma_3$  son las gravedades específicas de los gases de separador y tanque  
 $\gamma_o$  es la gravedad específica del petróleo, la cual está dada por:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{API + 131.5}$$

$M_{wo}$  es el peso molecular del crudo en el tanque y está dada por:

$$M_{wo} = \frac{5954}{API - 8.811} = \frac{42.43\gamma_o}{1.008 - \gamma_o}$$

donde, La cantidad inicial de gas in-situ total por ac-ft de yacimiento es:

$$G' = 35.35 \frac{pV}{zT}$$

Puesto que la fracción volumétrica es igual a la fracción molar en el estado gaseoso, la fracción total de fluido producido en la superficie como gas es:

$$f_g = \frac{n_g}{n_g + n_o} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + \frac{132790\gamma_o}{M_{wo}}}$$

Luego la cantidad de gas in-situ es:

$$G = f_g G'$$

y la cantidad de crudo in-situ es:

$$N = \frac{G}{R_1 + R_3}$$

La producción diaria de gas condensado es:

$$\Delta G_p = \frac{\text{Gas diario}}{f_g}$$

El volumen total de yacimiento desocupado es, de acuerdo a la ley de los gases:

$$\Delta V = \Delta G_p \left( \frac{zT}{35.35p} \right)$$

### EJEMPLO

Calcula la cantidad de gas y petróleo inicial por ac-ft para un yacimiento de gas condensado. Dado:

Petróleo diario en tanque, STB = 242

$P_i$ , psia = 2740

$\phi$ , % = 25

$T_R$ , °F = 215

$S_{wcs}$ , % = 30

$API$  = 48°

Gas diario en separador, Mcf = 3100

$\gamma_g$  en separador = 0.65

Gas diario en tanque, Mcf = 120

$\gamma_g$  en tanque = 1.2

### SOLUCION

$$\gamma_o = \frac{141.5}{48 + 131.5} = 0.788$$

$$M_{wo} = \frac{5954}{48 - 8.811} = 151.9$$

$$R_1 = \frac{\text{Gas diario en separador}}{\text{Petróleo diario en tanque}} = \frac{3100000}{242} = 12810 \text{ SCF/STB}$$

$$R_3 = \frac{\text{Gas diario en tanque}}{\text{Petróleo diario en tanque}} = \frac{120000}{242} = 496 \text{ SCF/STB}$$

Con la gravedad del gas se hallan las condiciones críticas,  $T_{cr} = 423$  °R y  $P_{cr} = 637$  psia. Luego  $z = 0.825$ .

$$G' = 35.35 \frac{pV}{zT} = 35.35 \frac{(2740)(43560 * 0.25 * (1 - 0.3))}{(0.825)(675)} = 1326 \text{ Mft}^3 / \text{ac} - \text{ft}$$

La fracción de gas es:

$$f_g = \frac{12810 + 496}{12810 + 496 + \frac{132790(0.788)}{151.9}} = 0.951$$

Luego la cantidad de gas in-situ es:

$$G = (0.951)(1326) = 1261 \text{ Mft}^3 / \text{ac} - \text{ft}$$

y la cantidad de crudo in-situ es:

$$N = \frac{1261000}{12810 + 496} = 94.8 \text{ STB} / \text{ac} - \text{ft}$$

La producción diaria de gas condensado es:

$$\Delta G_p = \frac{\text{Gas diario}}{f_g} = \frac{3100000 + 120000}{0.951} = 3386 \text{ Mft}^3 / \text{dia}$$

El volumen total de yacimiento desocupado es, de acuerdo a la ley de los gases:

$$\Delta V = 3386000 \left( \frac{0.825(675)}{35.35(2740)} \right) = 19450 \text{ ft}^3 / \text{dia}$$

Cuando la zona de crudo es ausente o despreciable, la EBM puede aplicarse a yacimientos retrógrados con o sin intrusión de agua, para flujo monofásico gaseoso no-retrógrado:

$$G(B_g - B_{gi}) + W_e = G_p B_g + B_w W_p$$

Esta ecuación se usa para halla ya sea G o We. Para presiones por debajo del punto de rocío, el factor volumétrico debe ser bifásico, el cual está contenido en el término z.

## 5.12. FACTORES QUE AFECTAN EL RECOBRO DEL YACIMIENTO

- 1) **Presión del yacimiento**, La solubilidad el gas en el crudo es función de la presión. Se obtiene un aumento general en el recobro cuando la presión inicial es menor. Cuando la presión es más alta la curva de solubilidad alcanza un máximo al final debido a que se ha liberado una gran cantidad de gas para producir un barril de petróleo. Gran parte de la energía del yacimiento se desperdicia en la formación de canales de flujo de gas. La

baja recuperación cuando la presión inicial es alta también se debe a una mayor contracción de petróleo al pasar a condiciones normales. Ver Fig. 5.16 y 5.17.

- 2) **Viscosidad y gravedad API.** El factor de recobro disminuye al aumentar la viscosidad. Ver Fig. 5.18.

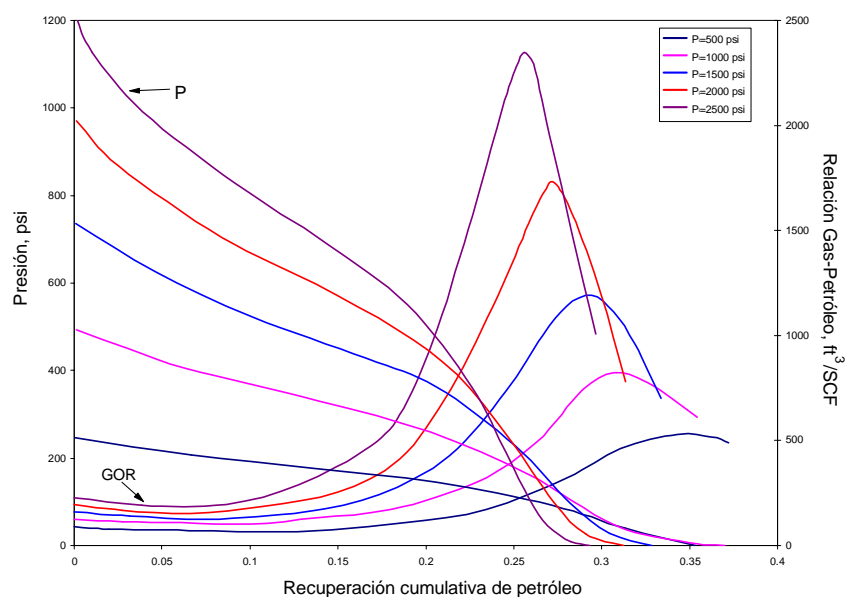


Fig. 5.16. Efecto de presión sobre el recobro, Presión de abandono de 14.7 psi

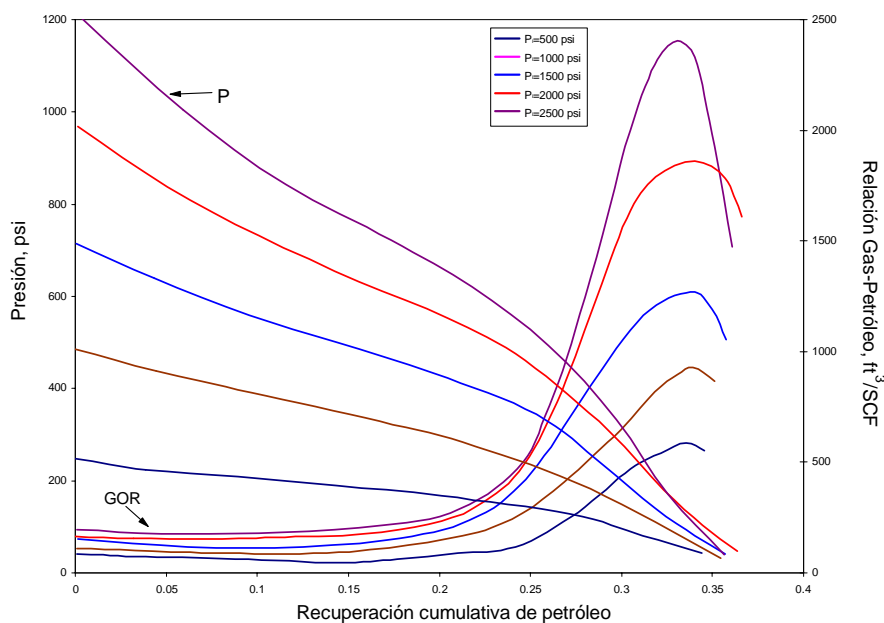


Fig. 5.17. Efecto de presión sobre el recobro, Presión de abandono de 100 psi

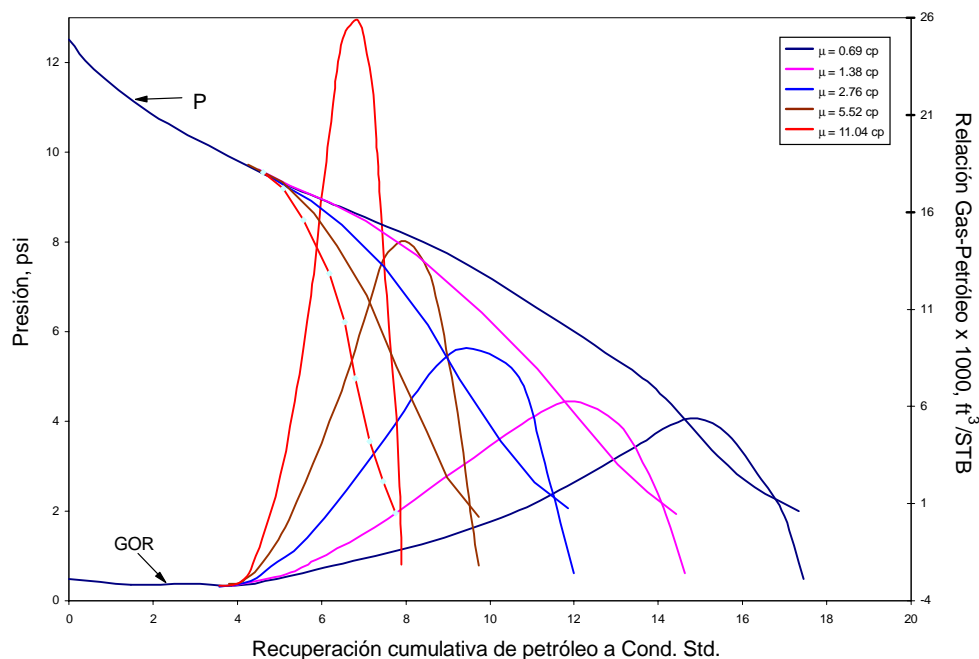


Fig. 5.18. Efecto de viscosidad sobre el recobro

- 3) **Gas en solución.** A menor gas en solución mayor será el recobro de crudo. El crudo del yacimiento que contiene menor gas disuelto requiere una mayor contracción para tener una saturación de gas crítica además existe una mayor caída de presión en las primeras etapas de la vida del yacimiento. El petróleo con mayor solubilidad se crea un vacío para permitir la formación de la saturación de gas crítica.  
El recobro se incrementa a medida que se incrementa la gravedad *API* hasta 40 °*API* y después disminuye. Los petróleos con mayor gravedad *API* tienen más contracción. Los yacimientos con más de 500 psi y solubilidades de gas mayores a 100 ft<sup>3</sup>/STB, tienen recobros que dependen más del movimiento de los fluidos que de la energía del yacimiento. Ver Fig. 5.19.
- 4) **Forma de las curvas de permeabilidades relativas.** Para casos donde la saturación de gas crítica es cero no hay mínimo en el *GOR*. La existencia de una saturación de gas crítica contribuye a un mayor recobro. Cuando no hay saturación de gas crítica la solubilidad es mayor lo cual es adverso al recobro. Ver Fig. 5.20.
- 5) **Saturación de agua connata.** Cuando hay agua connata hay más recuperación ya que las curvas de permeabilidades relativas se desvían hacia la región de saturación baja de petróleo. En otras palabras, sin agua connata, el agua fluye más rápido. Ver Figs. 5.20 y 5.21.

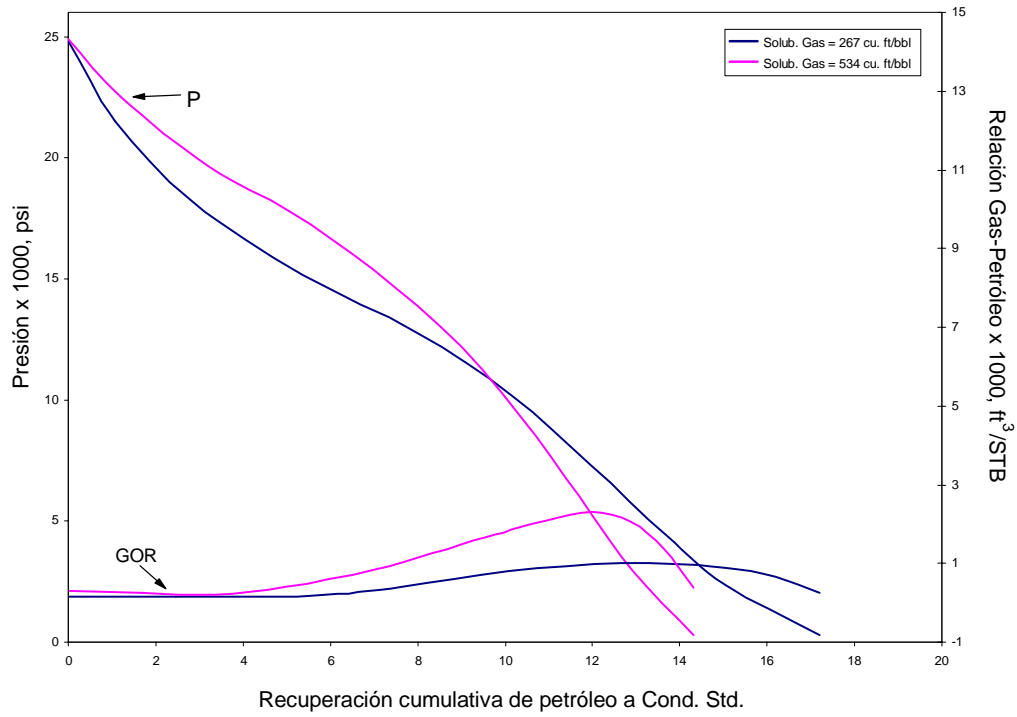


Fig. 5.19. Efecto de la solubilidad sobre el recobro

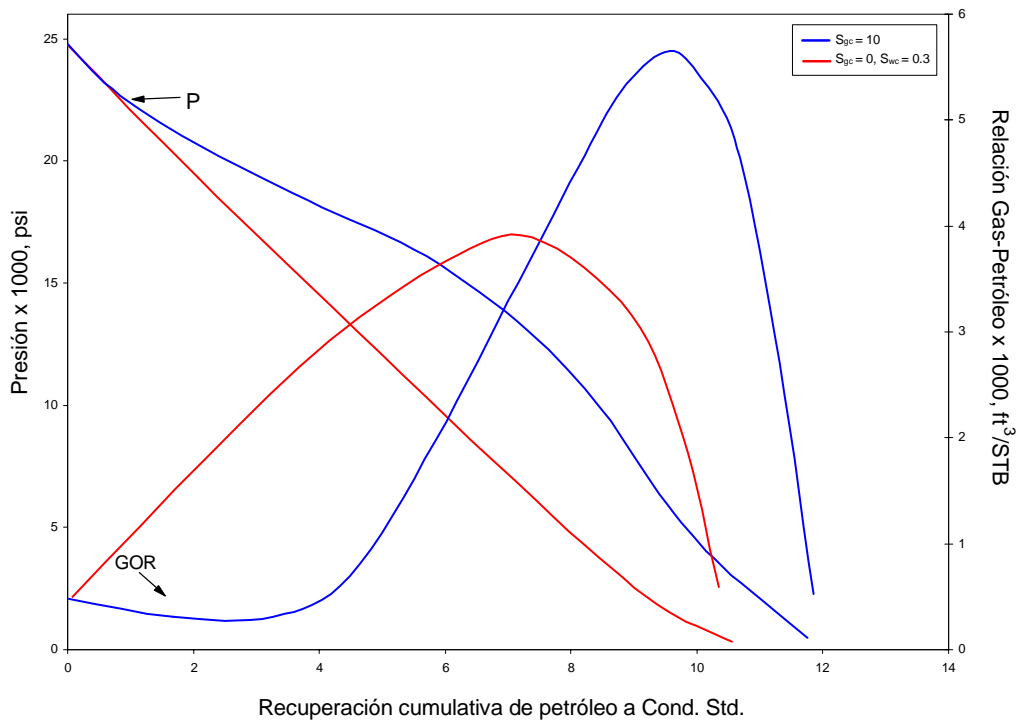


Fig. 5.20. Efecto de la curva de permeabilidades relativas sobre el recobro



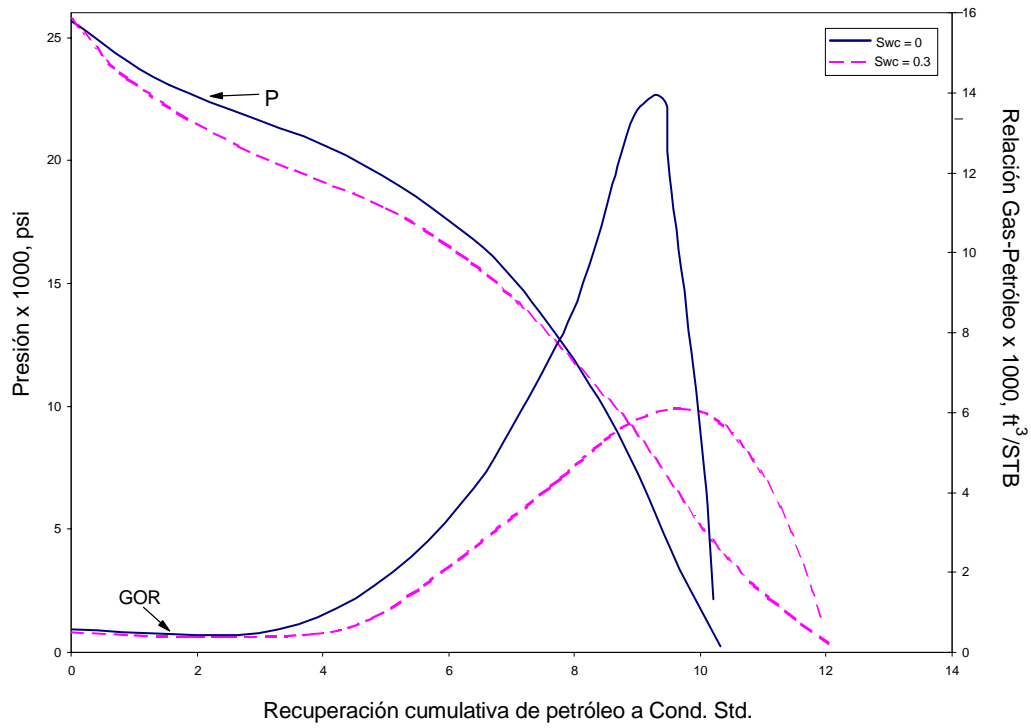


Fig. 5.21. Efecto de la  $S_{wc}$  sobre el recobro

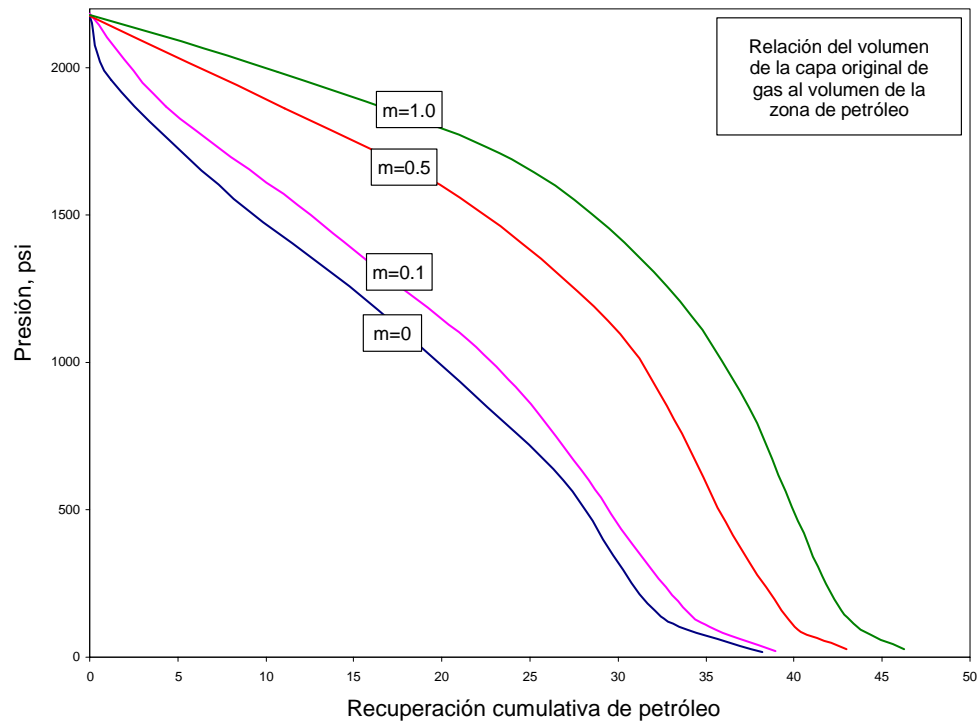


Fig. 5.22. Efecto de la presencia de capa de gas sobre el recobro

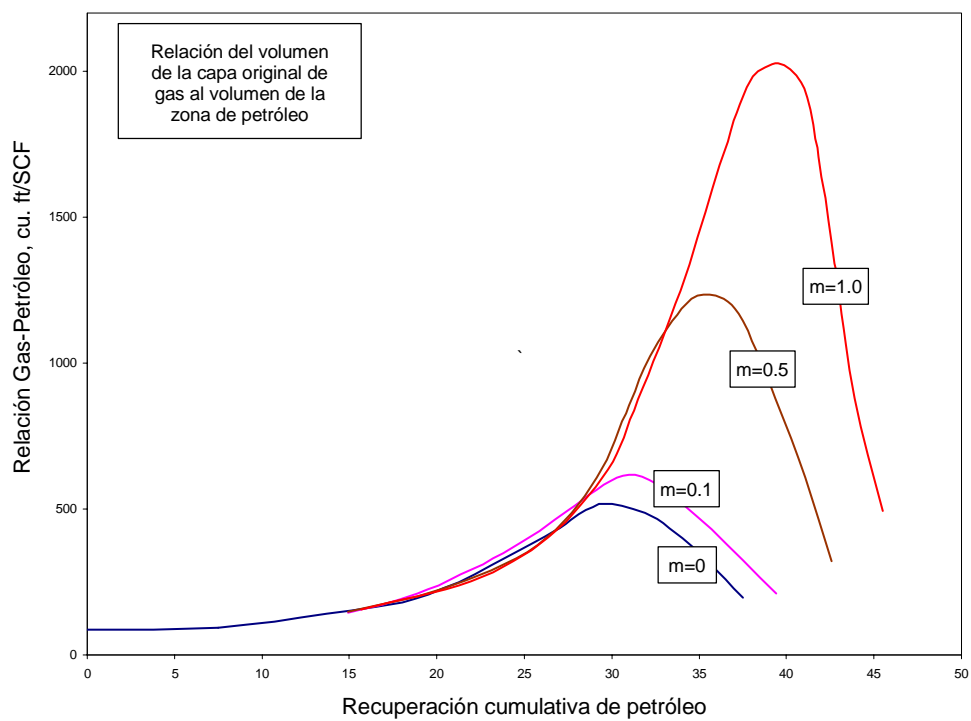


Fig. 5.23. Efecto de la presencia de capa de gas sobre el recobro

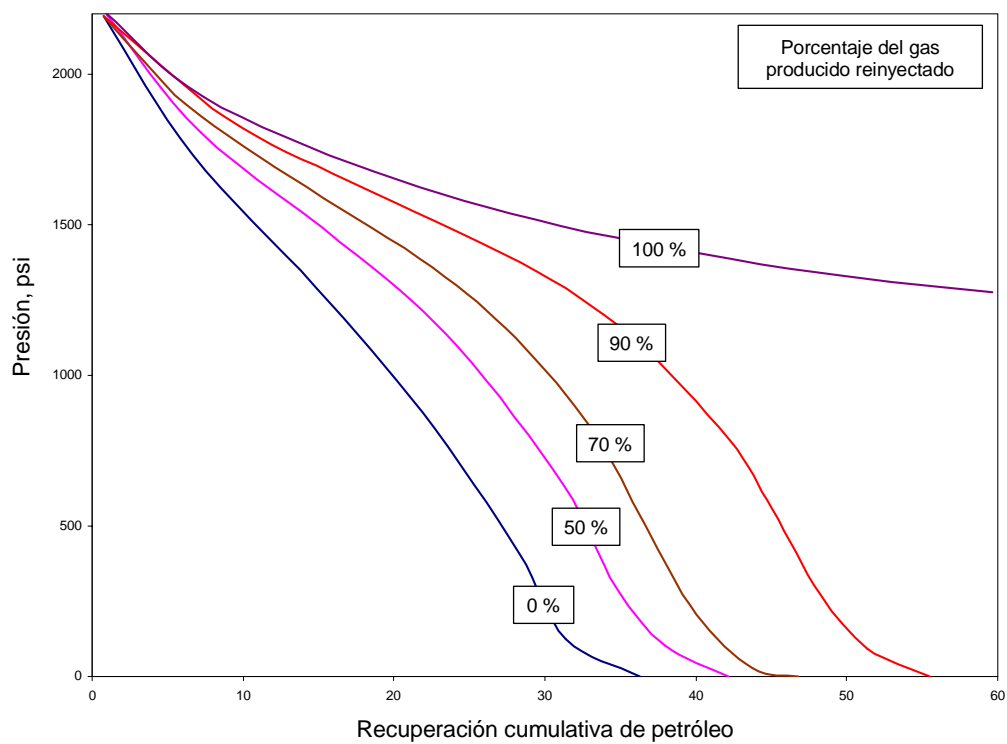


Fig. 5.24. Efecto de reinyección de gas sobre el recobro

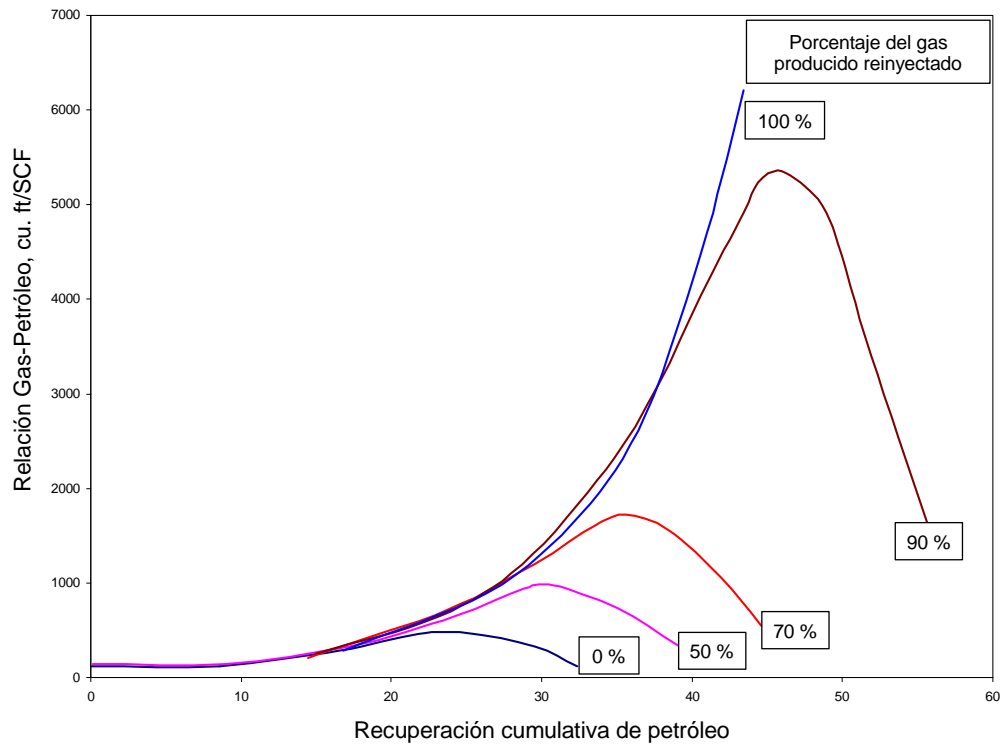


Fig. 5.25. Efecto de reinyección de gas sobre el recobro

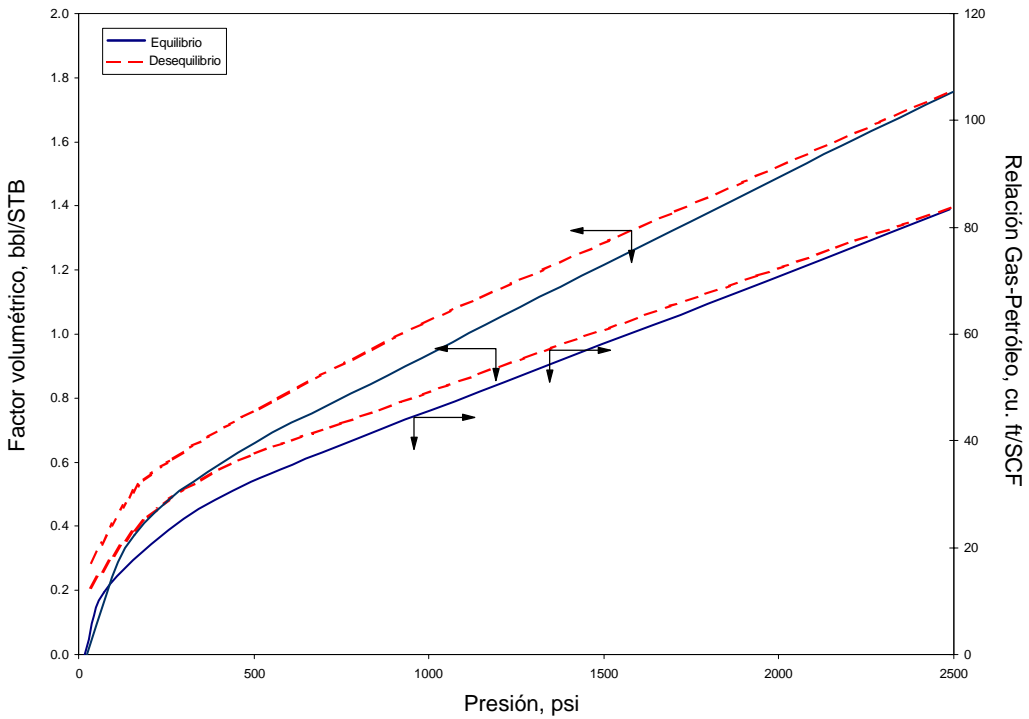


Fig. 5.26. Efecto de histéresis de vaporización sobre el recobro

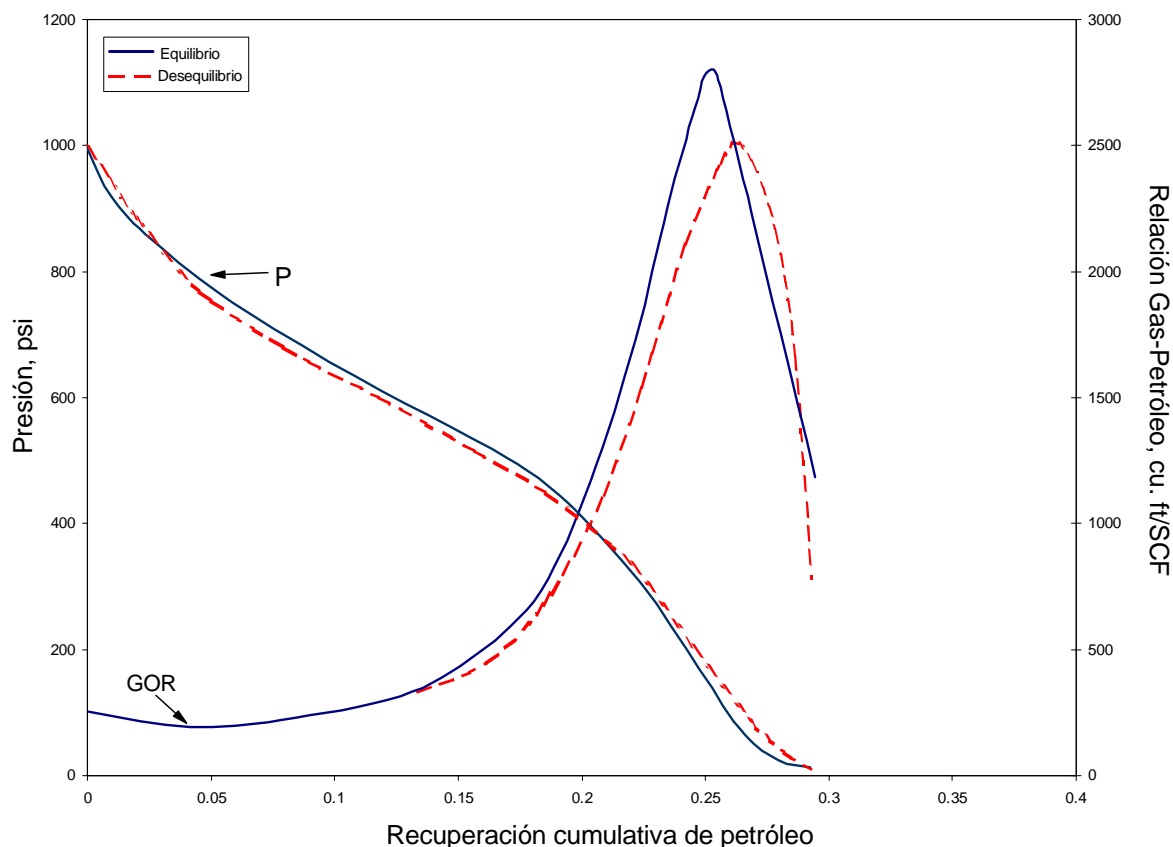


Fig. 5.27. Efecto de histéresis de vaporización sobre el recobro

- 6) **Presencia y formación de capa de gas.** Cuando  $m$  pasa de 0 a 1, el recobro pasa de 37.6 a 45.5 (experimento). Ver Figs. 5.22 y 5.23.
- 7) **Rata y método de inyección de gas.** Esto se hace principalmente para mantenimiento de la presión. Una rata exagerada permite que no haya equilibrio. Ver Fig. 5.25.
- 8) **Espaciamiento entre pozos.** A mayor espaciamiento mayor eficiencia de expulsión y mayor recobro. El gas de recorrer más camino.
- 9) **Histéresis de vaporización del yacimiento.** La histéresis es función de la presión. Al haber desequilibrio en las fases hay pérdida de recobro. Ver Figs. 5.26 y 5.27.
- 10) **Ratas de producción de los fluidos y caída de presión.** Un alto caudal trae como consecuencia una alta presión diferencial lo que impide el establecimiento de equilibrio en la vaporización quedando el petróleo sobresaturado de gas lo que causa histéresis de vaporización y la consecuente pérdida de recobro.

**11) Gradiente de la saturación de gas en procesos de inyección.** Al inyectar gas, éste no se dispersa uniformemente en el yacimiento sino que forma un gradiente de saturación, siendo la saturación de líquido mayor en la vecindad del pozo productor. Si este gradiente es muy alto perjudica el recobro de petróleo.

**11) Volatilidad del crudo en el yacimiento.** Cuando el crudo es de alta volatilidad, las proporciones relativas de líquido y vapor no son las mismas a condiciones de superficie y yacimiento. A mayor volatilidad menor recobro por la formación e bancos de gas.

## CAPITULO 6

### CURVAS DE DECLINACION

#### 6.1. INTRODUCCION

El análisis de curvas de declinación podría ser una de las técnicas de ingeniería que más están en desuso y al mismo tiempo parece ser una de las técnicas que menos atención ofrece ya que ellas se aplican siempre y cuando las condiciones mecánicas del pozo y el área de drene del yacimiento permanecen constantes. Sin embargo, el uso de curvas tipo incluye soluciones que alivian los problemas en mención. Sin embargo, para hacer predicciones del yacimiento debería emplearse dichos análisis. El típico análisis consiste en graficar datos de producción contra tiempo en papel semilog e intentar ajustar estos datos con una recta la cual se extrapola hacia el futuro. Las reservas se calculan con base en una rata de producción promedio anual.

Por muchos años, un gráfico de  $q$  vs.  $t$  para muchos pozos puede extrapolarse, lo cual se convirtió en un arte. Es una de las técnicas menos usadas. Las reservas se calculan con base en una producción promedio anual para las ratas de producción extrapoladas. La declinación hiperbólica da mejores resultados. Sin embargo, puesto que es más difícil se prefiere la armónica. Además, la excusa, es que la diferencia entre una y otra curva, con el tiempo, no es muy significativa.

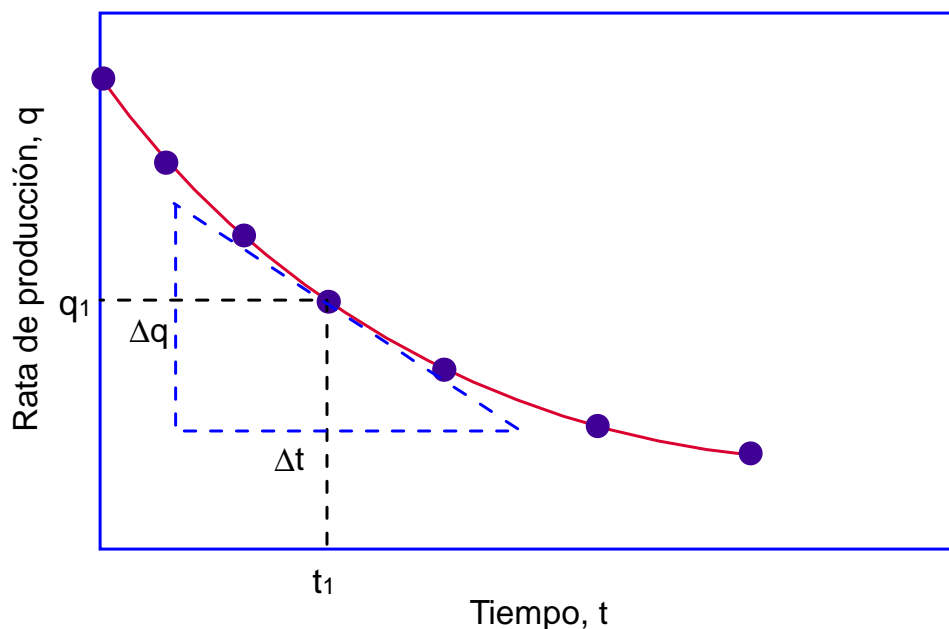


Fig. 6.1. Rata de declinación

La rata de declinación,  $a$ , es el cambio fraccional de la rata con el tiempo;

$$a = -\left(\frac{\Delta q / q}{\Delta t}\right) \quad (6.1)$$

La rata de declinación convencional se define como:

$$D = (q_{t=0} - q_{t=1 \text{ year}}) \quad (6.2)$$

Y se relacionan mutuamente como:

$$a = -\ln(1 - D) \quad (6.3)$$

## 6.2. DECLINACION DE PORCENTAJE CONSTANTE O DECLINACION EXPONENCIAL

Este tipo de curva de declinación parece ser la más usada por los ingenieros de yacimientos, por su facilidad, e incluso cuando se es consciente que la declinación hiperbólica describe mejor las características de la mayoría de los pozos. Es definida por una función exponencial. Arreglando la ecuación (6.1):

$$a\Delta t = -\left(\frac{\Delta q}{q}\right)$$

Aplicando a pequeños intervalos de tiempo y efectuando sumatoria:

$$a \sum_0^t \Delta t = -\sum_{q_i}^q \frac{\Delta q}{q}$$

Integrando;

$$at = \ln \frac{q_i}{q} = 2.303 \log \frac{q_i}{q}$$

$$q = q_i e^{-at}$$

No necesariamente al principio se observa un comportamiento recto. Este tipo de declinación es buena para periodos cortos de tiempo. La producción acumulada se estima utilizando una rata de declinación constante. Note que  $a$  debe estar dada en días para evitar problemas de unidades. Para un período de tiempo:

$$\Delta N_p = \sum_{t_1}^{t_2} q \Delta t$$

Esto equivale a tener:

$$\Delta N_p = - \sum_{q_1}^{q_2} \frac{\Delta q}{a}$$

$$\Delta N_p = \frac{q_1 - q_2}{a}$$

### 6.3. DECLINACION HIPERBOLICA

Esta considera que la rata de declinación varía con el tiempo. Es buena para yacimientos que producen por gas en solución. Esta técnica es muy consumidora de tiempo. La rata de declinación varía así:

$$\frac{a}{a_i} = \left( \frac{q}{q_i} \right)^n$$

$n$  es un número comprendido entre cero y 1. Si  $n = 0$  entonces  $a = a_i$  y se tiene el caso de la declinación exponencial. Si  $n$  es 1 a este tipo de declinación se le conoce como armónica.

Si  $a = - \left( \frac{\Delta q}{q \Delta t} \right)$  entonces:

$$\frac{-[\Delta q / q \Delta t]}{a_i} = \left( \frac{q}{q_i} \right)^n$$

Separando variables:

$$a_i \int_0^t dt = -q_i^n \int_{q_i}^q q^{-(n+1)} dq$$

$$a_i t = -q_i^n \left( \frac{q^{-n}}{-n} - \frac{q_i^n}{-n} \right)$$

$$na_i t = q_i^n q^{-n} - 1$$



$$na_i t = \frac{q_i^n}{q^n} - 1$$

$$q = q_i [na_i + 1]^{\frac{1}{n}}$$

De igual forma:

$$\Delta N_p = \int_{t_1}^{t_2} q dt$$

$$\Delta N_p = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Delta q}{a}$$

$$\text{Si } a = a_i \left( \frac{q}{q_i} \right)^n$$

Entonces;

$$\Delta N_p = - \int_{q_1}^{q_2} \left( - \frac{q_i^n}{a_i} \right) q^{-n} dq$$

$$\Delta N_p = \frac{q_i^n}{a_i} \int_{q_1}^{q_2} q^{-n} dq$$

$$\Delta N_p = \frac{q_i^n}{a_i} \left( \frac{q_1^{1-n}}{1-n} - \frac{q_2^{1-n}}{1-n} \right)$$

$$H = \frac{q_i^n}{a_i (1-n)}$$

$$\Delta N_p = H (q_1^{1-n} - q_2^{1-n})$$

#### 6.4. DECLINACION ARMONICA

Este tipo de declinación es común en yacimientos que producen predominantemente por segregación gravitacional. Como se observó en el ítem anterior, la declinación armónica es una variante de la declinación hiperbólica, esto es cuando  $n$  es igual a 1.

$$q = q_i / [na_i t + 1]$$

Las ecuación para producción acumulativa de la declinación hiperbólica ya que se obtiene cero. Luego se debe ir a la definición inicial para derivar las ecuaciones. Cuando  $n = 1$ , y la rata de declinación,  $a$ , es proporcional a la rata,  $q$ , la rata de declinación,  $a$ , puede expresarse como una función de las ratas de flujo y de la declinación inicial,  $a_i$ , como  $(q/q_i)a_i$ . Puesto que:

$$\Delta N_p = - \sum_{q_1}^{q_2} \frac{\Delta q}{a}$$

como se manifestó:

$$a = \frac{q}{q_i} a_i$$

Entonces:

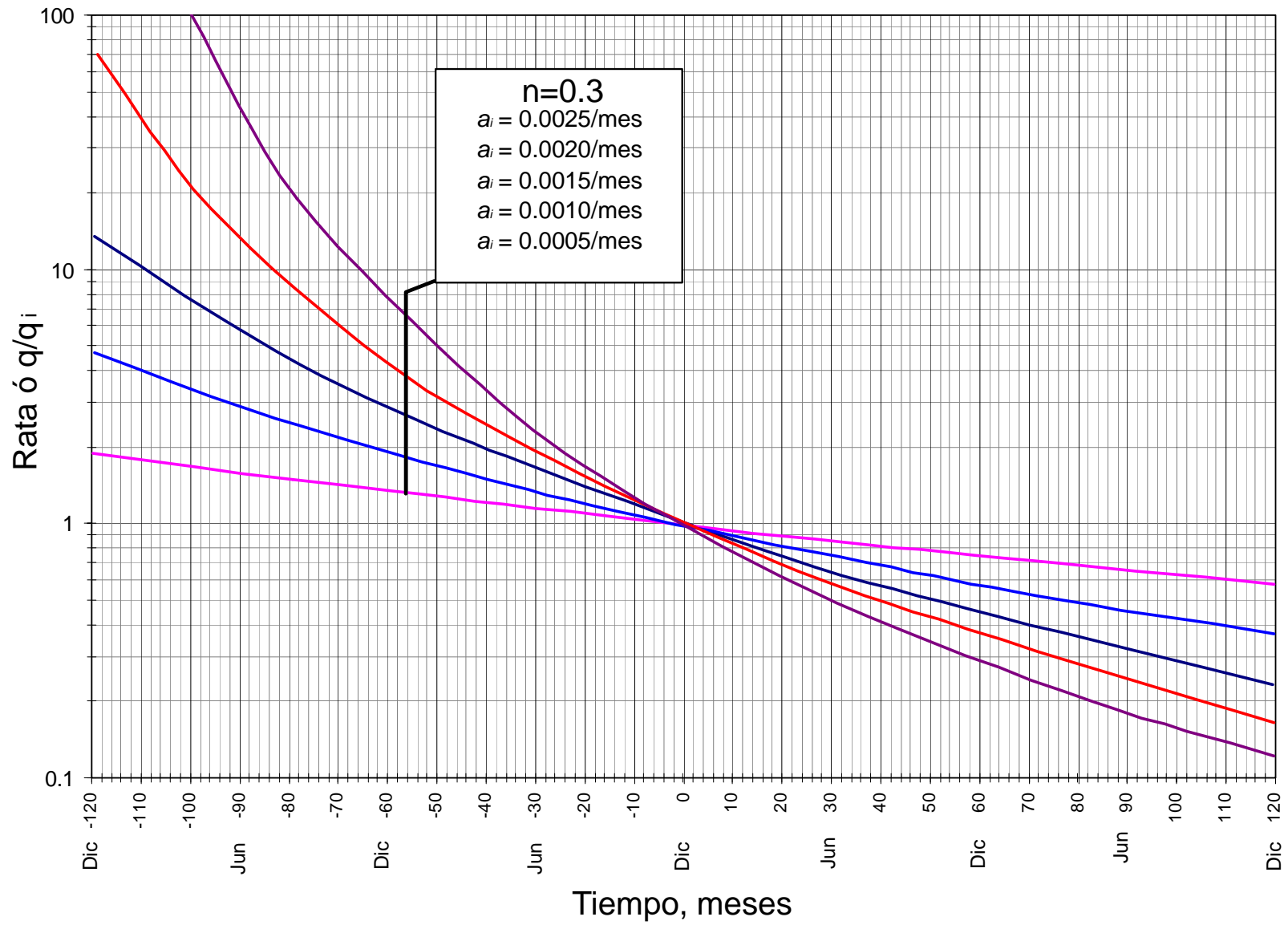
$$\Delta N_p = - \sum_{q_1}^{q_2} \frac{\Delta q}{\frac{q}{q_i} a_i}$$

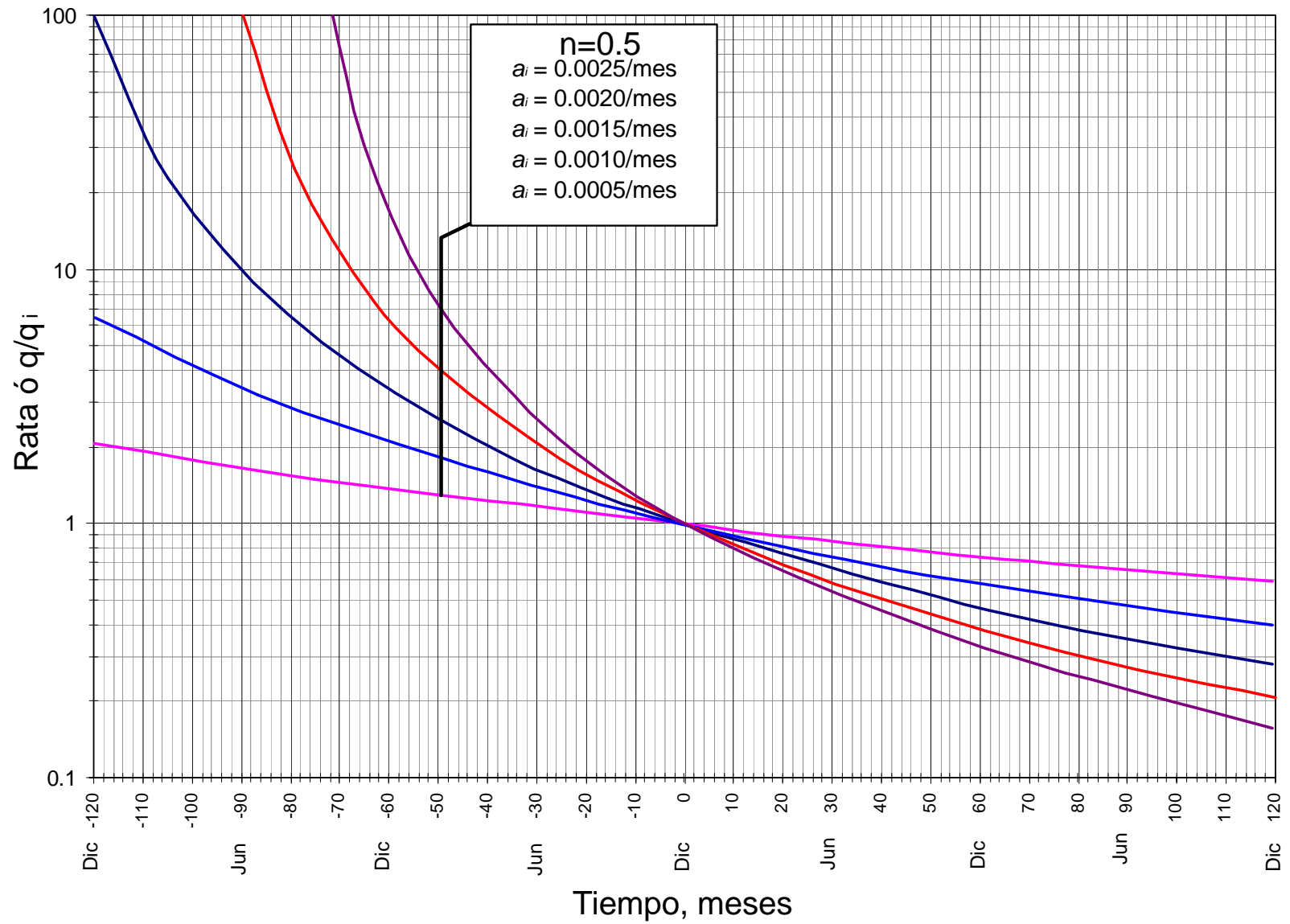
$$\Delta N_p = \frac{q_i}{a_i} \ln \frac{q_1}{q_2}$$

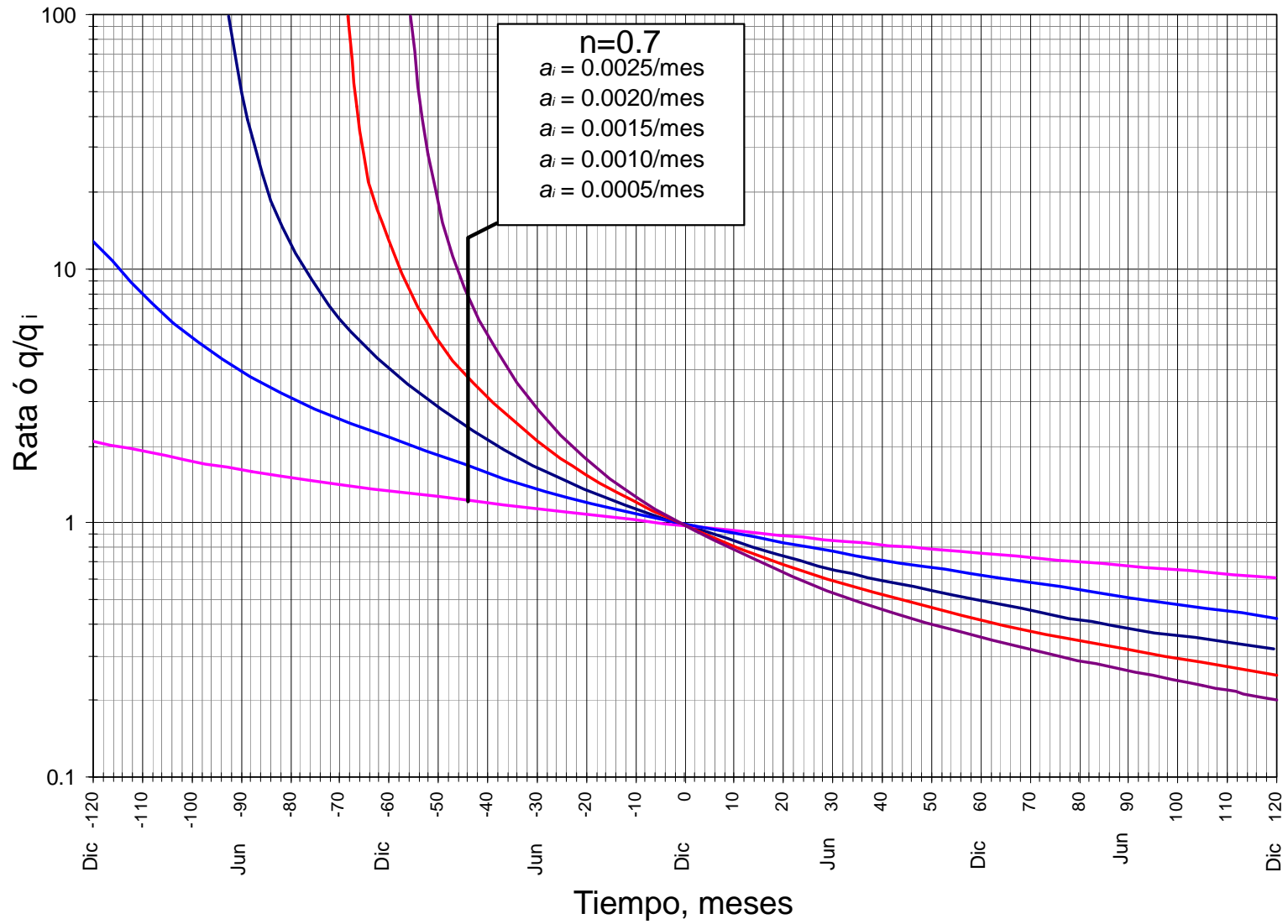
No existen curvas tipo para declinación armónica debido a que ésta ocurre muy esporádicamente.

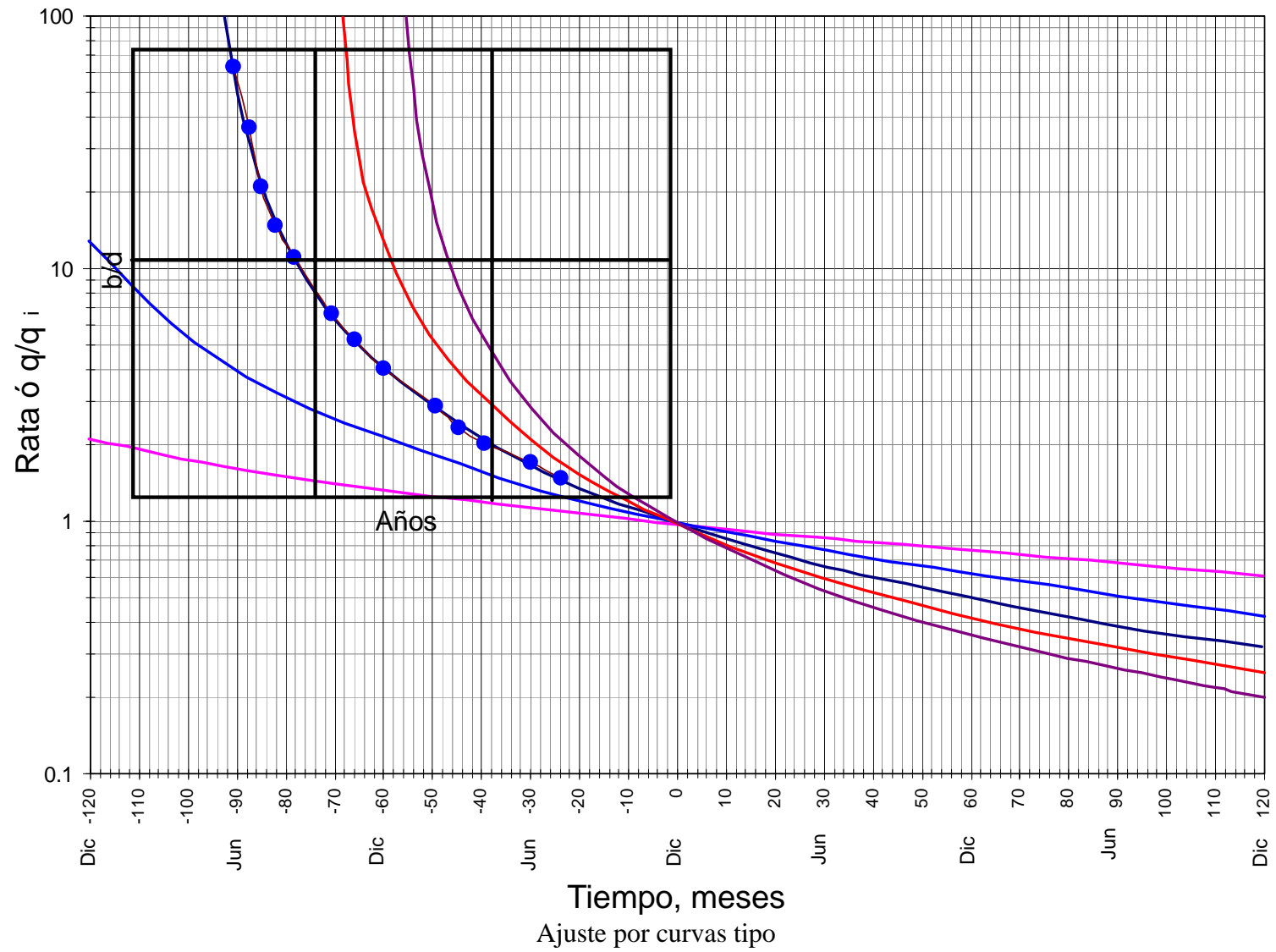
## 6.5. CURVAS TIPO

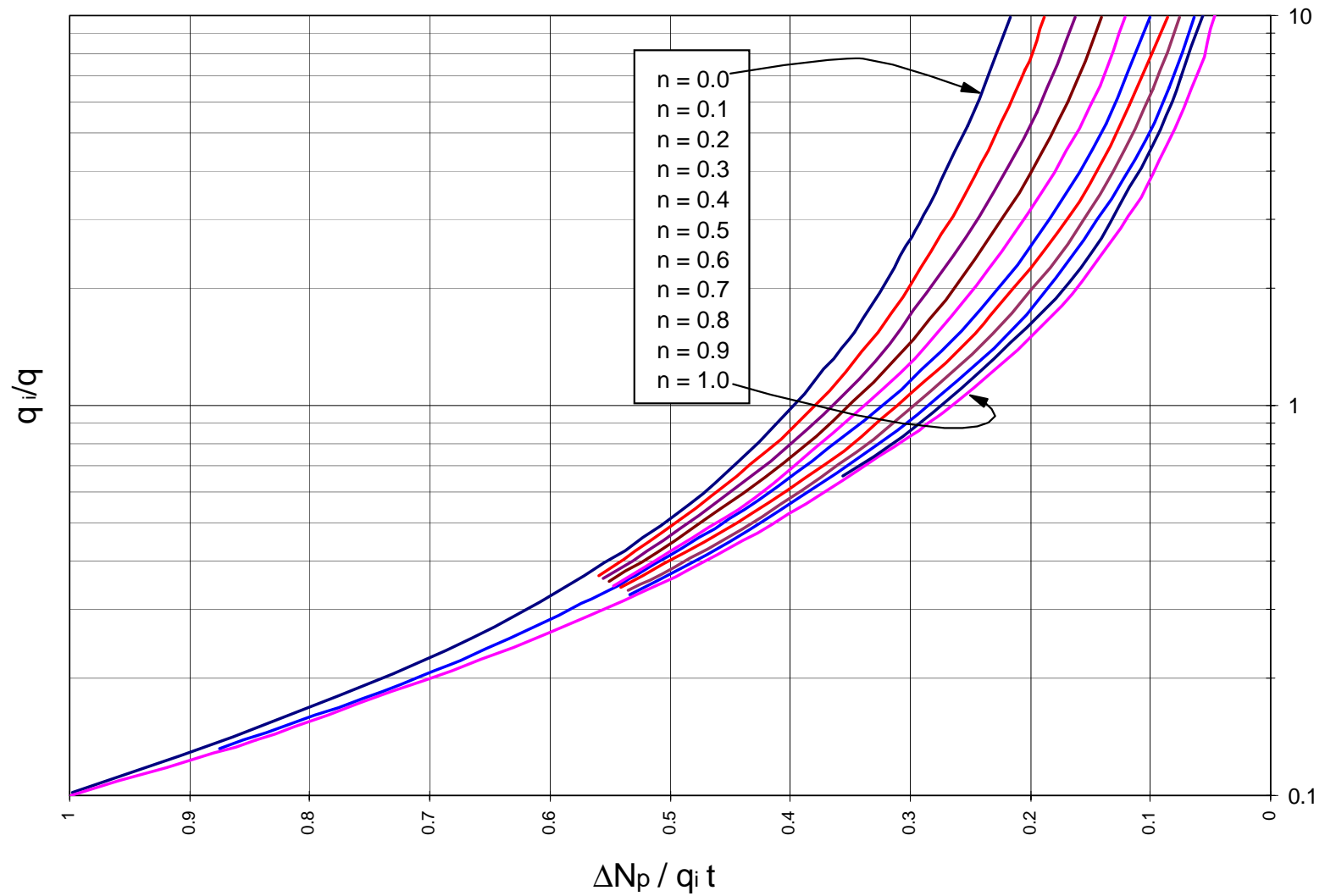
Una forma más práctica en usar la declinación hiperbólica es comparar los datos reales de declinación con curvas tipo, las cuales viene para varios valores de  $n$  y  $a_i$ . Estas curvas son deferentes que aquellas que se usan para análisis de presiones de fondo. Una vez, se ha determinado cual curva es la que mejor se ajusta los datos de declinación, se han determinado los valores de  $n$ ,  $a_i$  y  $q_i$ .



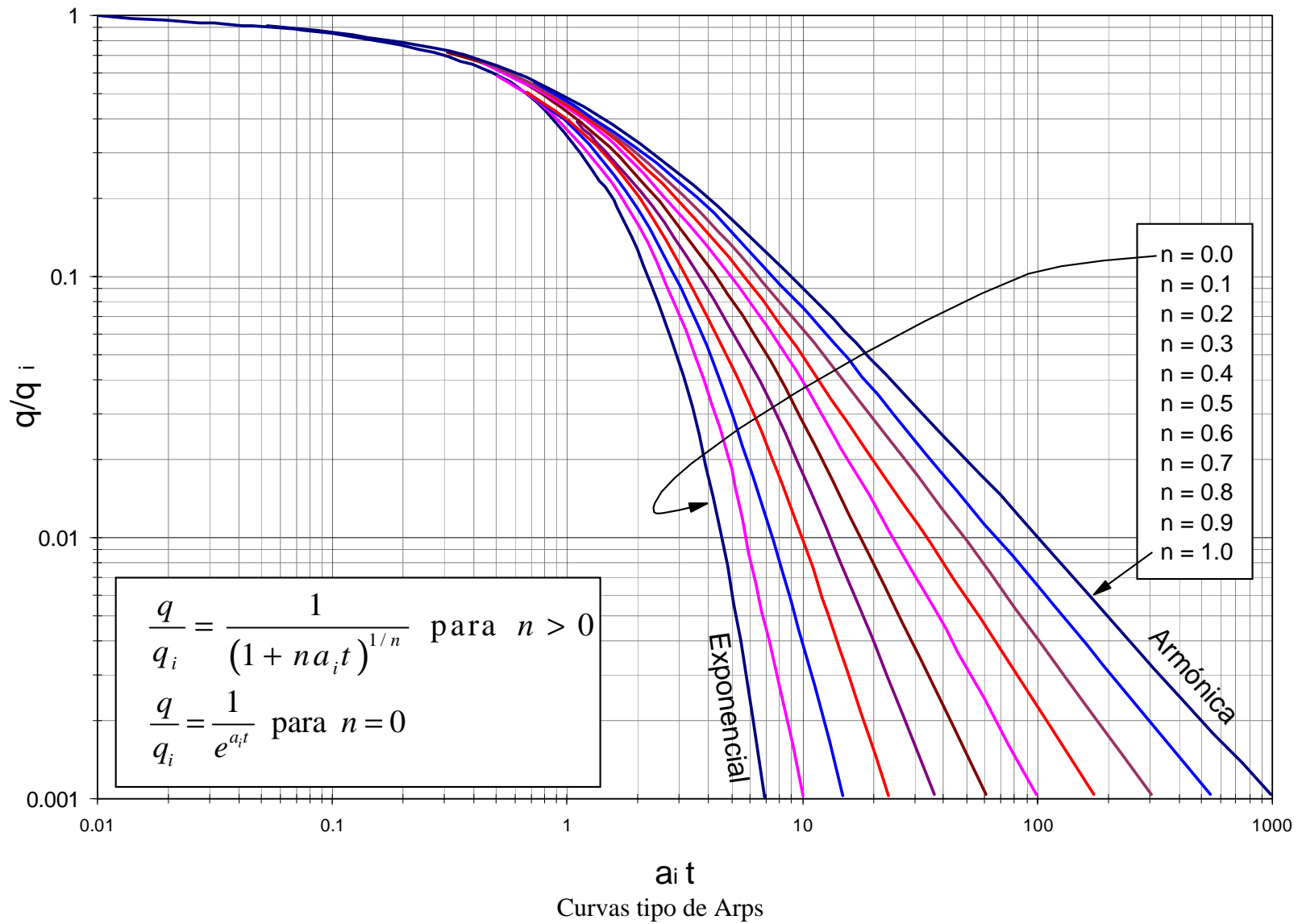








Curva tipo que relaciona rata de producción con producción acumulada







## **CAPITULO 7**

### **CONIFICACION Y DIGITACION**

#### **7.1. GENERALIDADES**

La producción prematura de agua es a menudo el resultado de conificación y/o digitación cerca de un pozo productor cuando el agua proviene del nivel de agua libre generalmente en la dirección vertical. Por lo tanto, un cono de agua toma lugar en la parte más baja del intervalo completado del pozo. La producción de un pozo causa una caída de presión en ese punto del yacimiento. Si la presión en la cara del pozo es suficientemente baja, el pozo está completado directamente sobre el contacto agua petróleo y no hay barreras de flujo vertical, entonces habrá conificación.

Por otra parte, si la producción de agua ocurre en la vida temprana de un yacimiento sin buzamiento donde el contacto se vuelve inestable y el agua fluye más rápido que el crudo debido a su baja viscosidad y a la permeabilidad horizontal, este fenómeno se llama digitación o lengüeteo.

Esta sección está dedicada a presentar estos dos procesos que conducen a la ruptura prematura de agua. Estos fenómenos son muy importantes porque causan un decremento en la rentabilidad del proyecto en diversas formas. Primero, la productividad de crudo se reduce debido a efectos de permeabilidad relativa, segundo, los costos de levantamiento aumentan como resultado de un fluido promedio más pesado y la inyección y/o acondicionamiento de agua es sustancialmente cara. Tercero, la eficiencia de recobro se reduce porque el límite económico del corte de agua se alcanza con petróleo remanente producible en el área de drenaje del pozo.

Estos fenómenos son muy comunes durante la producción de un yacimiento. El proceso de digitación es incluso esperado a que ocurra en una formación completamente homogénea y es debida a fuerzas hidrodinámicas que ocurren en el flujo de fluidos. El problema de conificación ocurre en virtud a la permeabilidad vertical y al exceso de producción que causa que el gradiente de presión sea mayor a la fuerza gravitatoria. En general, cuando el pozo está cerca al contacto agua petróleo, el agua se mueve verticalmente causando la conificación. Si el contacto agua petróleo se halla lejos y existe producción prematura de agua ocurre el fenómeno conocido como digitación.

#### **7.2. CONIFICACION DE AGUA**

Esto se debe a que la caída de presión que causa el flujo o producción de agua es mayor que la fuerza gravitacional:

$$P_{woc} - P_{wf} > 0.433(\gamma_w - \gamma_o)H \quad (7.1)$$

$P_{woc}$  = Presión en el contacto agua petróleo, psia

$P_{wf}$  = Presión de fondo fluyente, psia

$\gamma_w$  = Gravedad específica del agua

$\gamma_o$  = Gravedad específica del aceite

$H$  = Distancia del fondo del pozo al contacto agua petróleo

La ecuación (7.1) no habla de tiempo. Sin embargo, expresa que a cualquier tiempo esta desigualdad se satisface ocurriendo instantáneamente la conificación. También cuando la desigualdad no se satisface no habrá conificación puesto que la presión de fondo fluyente es controlable mediante regulación de la rata de flujo. Luego, la conificación es controlable.

Se prefiere manejar volúmenes de agua, es decir, tratar de no frenar la conificación, pues resulta antieconómico. Porque al hacer eso se disminuye el caudal de petróleo. El manejo de agua es más que rentable con la producción de petróleo.

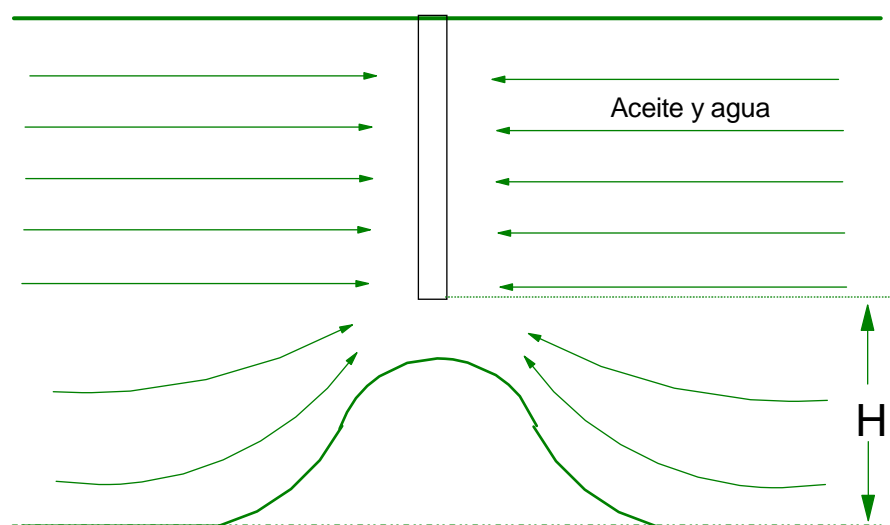


Fig. 7.1. Esquema de la conificación

### 7.2.1. Método de Meyer y Garder

Consideraciones:

- 1) Flujo radial
- 2) El agua fluye verticalmente desde el contacto agua petróleo al fondo del pozo
- 3) El gradiente de presión controlante de la producción se restringe al gradiente gravitacional debido a la diferencia de densidades entre los fluidos y la distancia entre el contacto agua petróleo y las perforaciones más bajas. Con base en estas consideraciones se halla la siguiente ecuación:

$$q_c = \frac{0.001535(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$q_c$  = Caudal crítico de petróleo o máxima rata de petróleo para precluir producción de agua, BF/D

$\rho$  = Densidad de los fluidos, gr/cc

$k$  = Permeabilidad de la formación

$h$  = Espesor de la formación, pie

$D$  = Intervalo perforado, pie

### EJEMPLO

Halle el  $q_c$  con los siguientes datos:  $k = 100$  md,  $h = 50$  pies,  $D = 10$  ft, densidad del agua = 1.05, densidad del aceite = 0.8 gr/cc, Viscosidad del petróleo = 1, factor volumétrico de formación del aceite = 1.2 bbl/BF, radio del yacimiento 745 pies, radio del pozo = 0.25 pulgadas.

### SOLUCION

$$q_c = \frac{0.001535(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \frac{0.001535(1.05 - 0.8)(100)(50^2 - 10^2)}{(1)(1.2) \ln\left(\frac{745}{0.25}\right)} = 9.6 \text{ STB/D}$$

Aunque la rata calculada es una guía, es evidente que estas ratas son muy bajas para ser económicamente rentable. Por lo que este método es muy restrictivo.

### 7.2.2. Método de Sobocinski y Cornelious

Aunque producir un pozo a ratas por debajo de la crítica evita la conificación, muchos creen que hacerlo causa baja rentabilidad. Sobocinski y Cornelious estudiaron, mediante un prototipo de plexiglass en forma de pastel empacado con arena, ver Fig. 7.2, el problema de definir el tiempo requerido después de que el pozo esté puesto en producción para resultar la conificación o para irrumpir cuando el pozo se produce a mayor caudal que el crítico. A medida que ellos cambiaban el color del agua y del crudo de suministro pudieron monitorear la posición del contacto agua-petróleo. Los resultados se presentan en la Fig. 7.3.

La altura adimensional del cono es:

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o q_o} \quad (7.2)$$

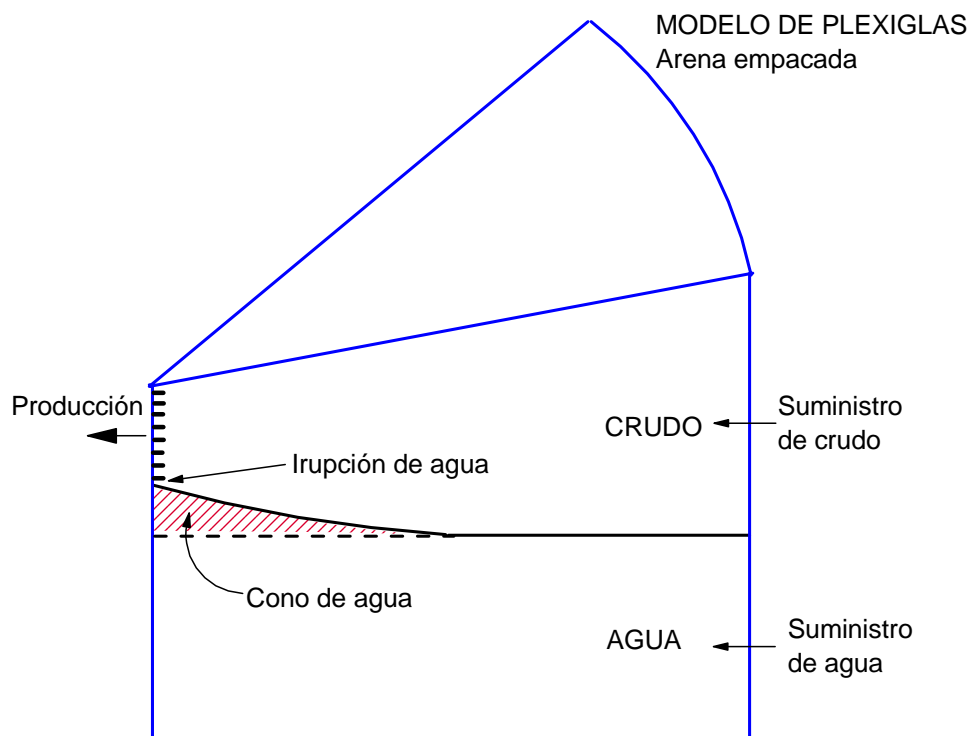


Fig. 7.2. Modelo de laboratorio de Sobocinski y Cornelius para estudiar conificación

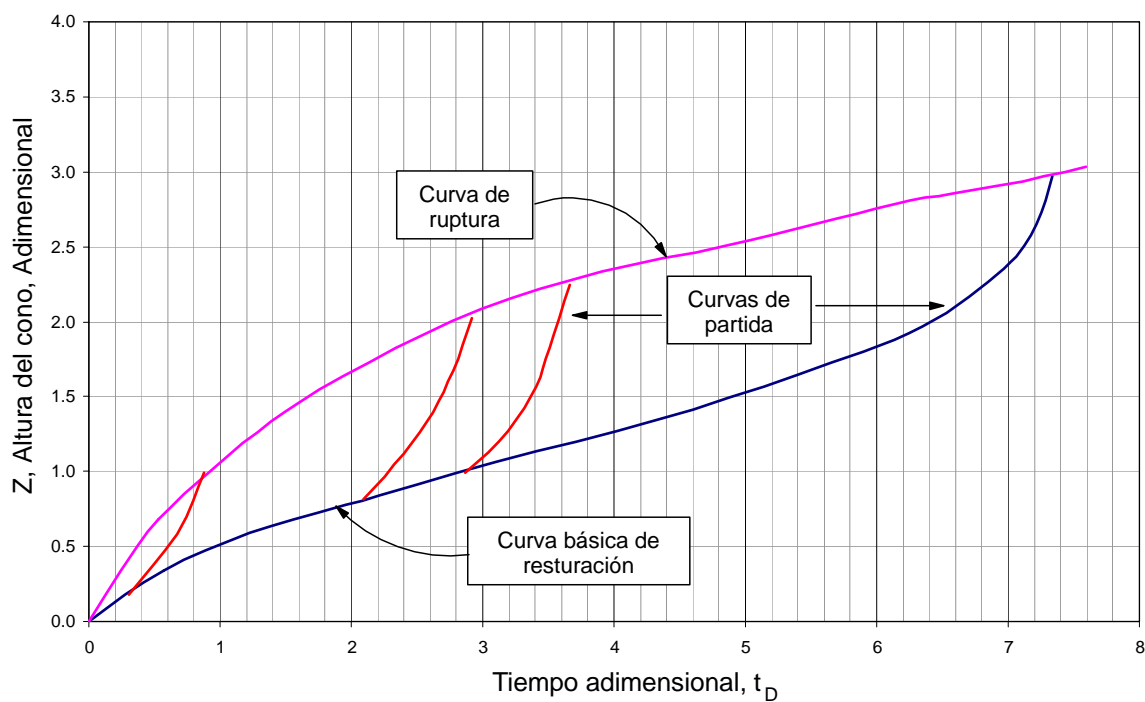


Fig. 7.3. Altura del cono (adimensional) vs. tiempo (adimensional)

$$t_D = \frac{0.000137(\rho_w - \rho_o)k_H(1 + M^\alpha)t}{\mu_o \phi h F_K} \quad (7.3)$$

$k_H$  = Permeabilidad horizontal

$F_K$  = Relación entre  $k_H$  y  $k_V$

$h$  = Espesor zona de la aceite

$h_c$  = Altura del cono. Distancia inicial entre el contacto agua petróleo y las perforaciones más bajas

$t$  = Tiempo, días

$\alpha$  = Exponente experimental que depende de la relación de movilidades,  $M$ ,  $\alpha = 0.5$  para  $M < 1$  y  $0.6$  para  $M \geq 1$ .

El procedimiento de cálculo arranca con la determinación de  $Z$  y luego se calcula  $t_D$  a partir de la Fig. 7.3. Kuo y DesBrisay desarrollaron una ecuación que se ajusta cercanamente a la curva de ruptura:

$$t_{Dbr} = Z \frac{(16 + 7Z - 3Z^2)}{28 - 8Z} \quad (7.4)$$

La Fig. 7.3 presenta tres diferentes tipos de curvas: ruptura, restauración y partida. Para determinar ruptura solamente se requiere la curva de ruptura. Las otras dos normalmente no se usan, pero permiten estudiar la forma como el cono se construye. Después que se determina  $Z$ , se obtiene un punto sobre la curva de ruptura. A partir de este punto, trace una curva de partida (paralela a las mostradas) hacia la curva básica. Luego considere la primera parte de la historia de construcción del cono, la curva básica se usa de tiempo adimensional cero hasta alcanzar la curva de ruptura. La formación del cono es muy lenta hasta alcanzar un punto cerca al pozo donde la velocidad del cono se acelera. El cono crece cada vez más rápido hasta que ocurre ruptura.

Inspeccionando la Ec. 7.4 indica que para  $Z=3.5$ , el valor de  $t_D$  se vuelve infinito. Este valor puede usarse para hallar la rata crítica con la Ec. 7.2. El valor de  $Z$  que corresponde a un tiempo de ruptura infinito corresponde a la rata crítica:

$$q_c = \frac{0.000887(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o} \quad (7.5)$$

## EJEMPLO

Determine el tiempo de producción hasta que la ruptura toma lugar para un pozo, de acuerdo con la siguiente información: Permeabilidad horizontal es 50 md,  $h$  es 40 pies, la viscosidad del petróleo es 1 cp, el factor volumétrico es 1.2 bbl/BF, la diferencia de densidades es 0.2 gr/cc, la permeabilidad vertical es 5 md,  $D$  es 10 pies, la relación de movilidades es 1.5, la porosidad es 0.2 y el caudal de petróleo es 50 BF/D.

## SOLUCION

Como  $M > 1$ ,  $\alpha = 0.6$ . La relación de permeabilidades  $F_k = 50/5 = 10$ . La altura del cono  $h_c = 40 - 10 = 30$  ft.  $Z$  se halla por medio de la Ec. 7.2:

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o q_o} = \frac{0.00307(0.2)(50)(40)(30)}{(1)(1.2)(50)} = 0.61$$

Con  $Z = 0.61$ , se usa la Fig. 7.3 para hallar  $t_D = 0.5$ . Despejando el tiempo de la Ec. 7.3 se tiene:

$$t = \frac{\mu_o \phi h F_k t_D}{0.000137(\rho_w - \rho_o)k_H(1 + M^\alpha)} = \frac{(1)(0.2)(40)(10)(0.5)}{0.000137(0.2)(50)(1 + 1.5^{0.6})} = 1283 \text{ dias} = 3.5 \text{ años}$$

## EJEMPLO

Determine la rata crítica con la Ec. 7.5 para el problema dado en la sección 7.2.1.

## SOLUCION

$$q_c = \frac{0.000887(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o} = \frac{0.000887(0.25)(100)(50)(40)}{(1)(1.2)} = 36.5 \text{ STB} / D$$

El problema de la sección 7.2.1 dio un valor de 9.6 STB/D. Tracy sugiere que se use un valor entre la rata crítica de Chaney y otros (sección 7.2.3) y la rata crítica de Sobocinski y Cornelious.

### 7.2.3. Método de Chaney, Noble, Henson y Rice

Ellos usaron el concepto de distribución de potencial alrededor de un pozo con penetración parcial para determinar la rata crítica de conificación analítica y experimentalmente. El trabajo experimental se realizó con un simulador físico con una red de capacitancia y resistencia. El estudio incluye conificación con gas y agua.

Los resultados se presentaron gráficamente en las Figs. 7.4.a a 7.4.e. Estas figuras son para diferentes espesores. Las figuras presentan el caudal crítico en función de la distancia desde el tope de las perforaciones hasta el tope de la formación o al contacto gas-aceite. Estas curvas se prepararon con una permeabilidad de 1000 md, una viscosidad de crudo de 1 cp y un diferencial de gravedad entre crudo y agua de 0.3 gr/cm. La ecuación de la rata crítica es:

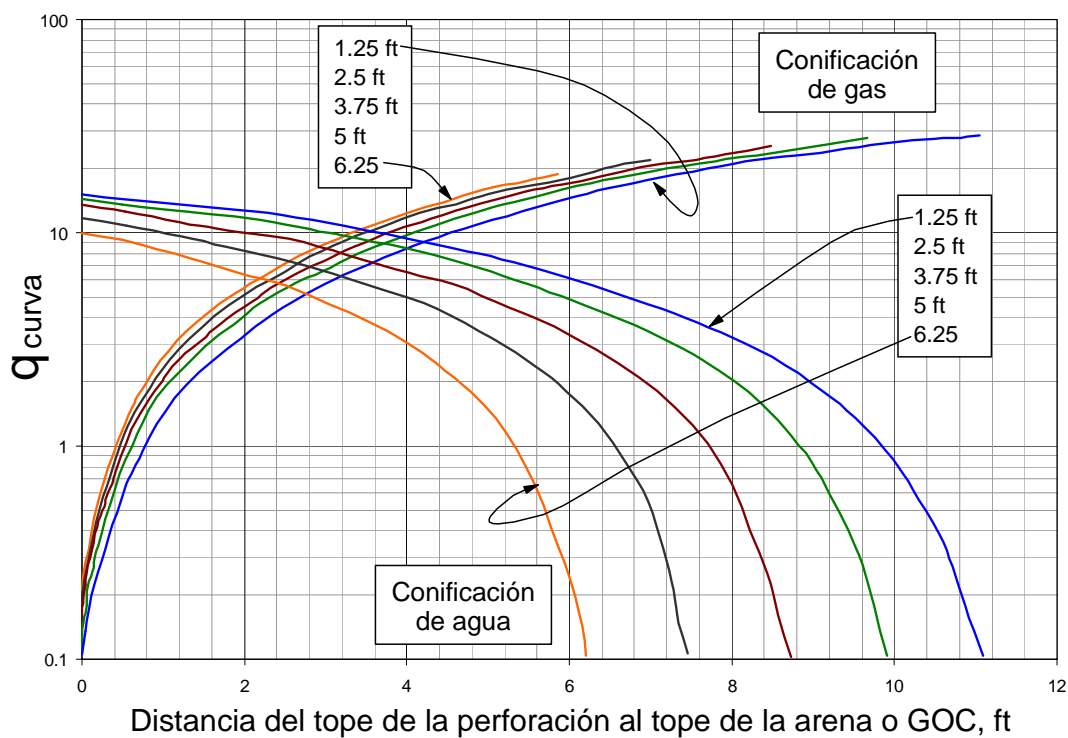


Fig. 7.4.a. Rata de producción crítica para  $h = 12.5$  ft,  $r_w = 3''$  y  $r_e = 1000$  ft

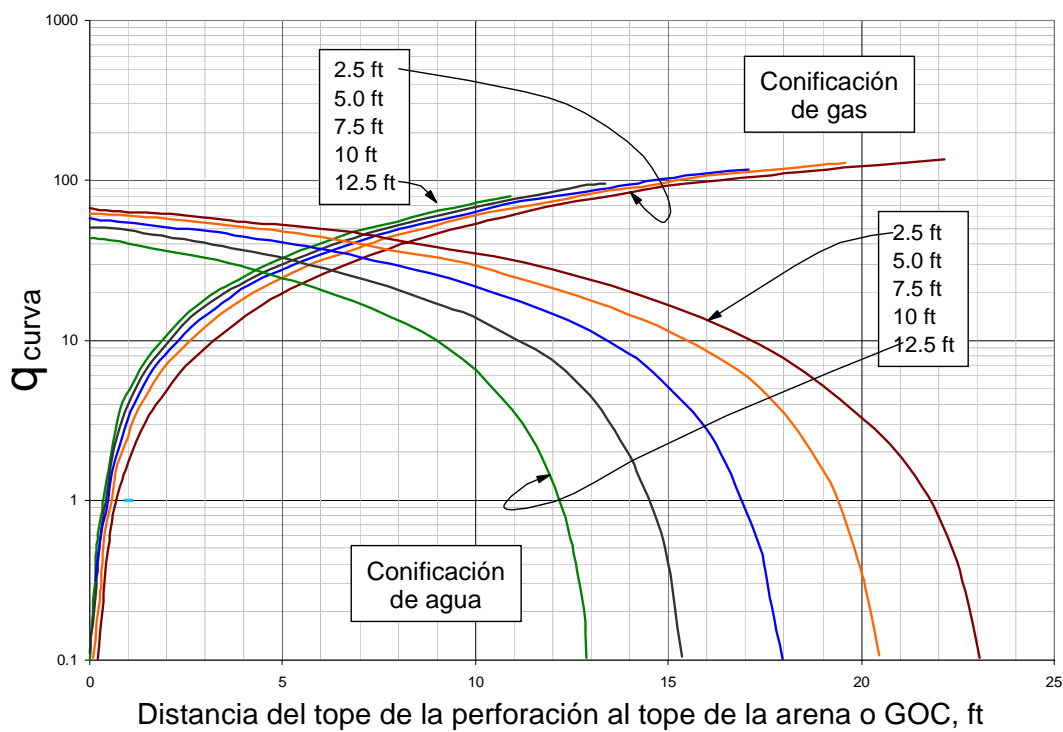


Fig. 7.4.b. Rata de producción crítica para  $h = 25$ , ft,  $r_w = 3''$  y  $r_e = 1000$  ft



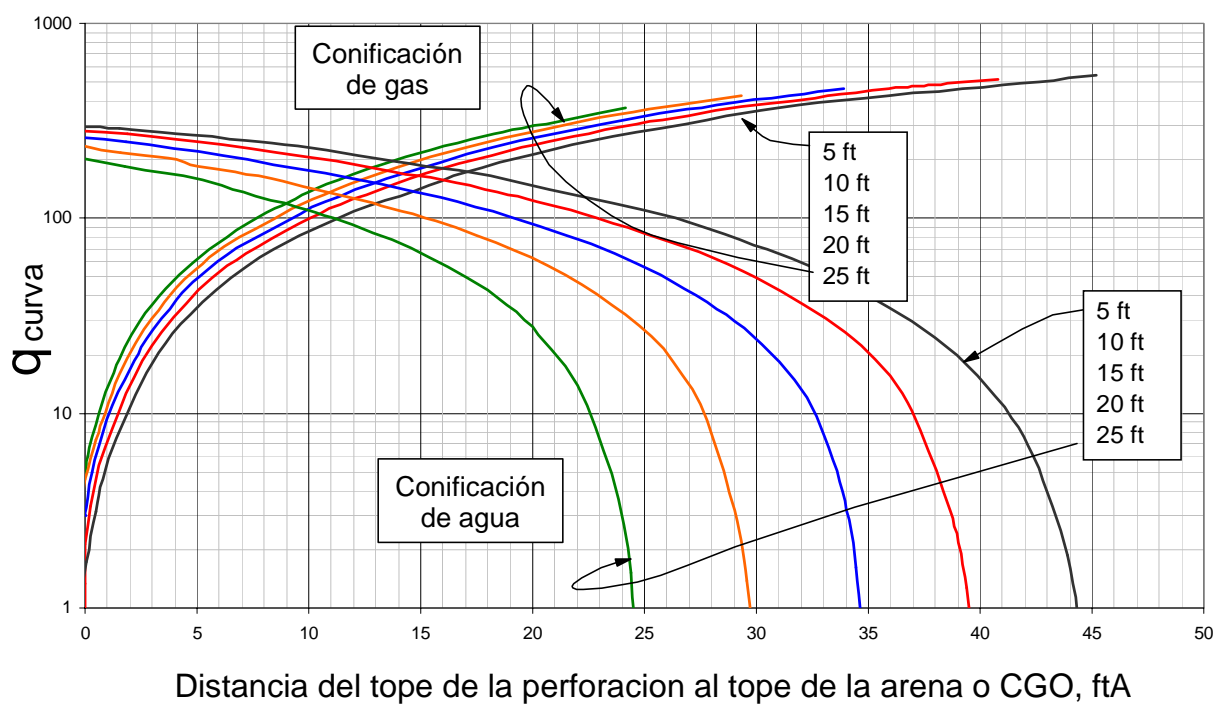


Fig. 7.4.c. Rata de producción crítica para  $h = 50$ , ft,  $r_w = 3''$  y  $r_e = 1000$  ft

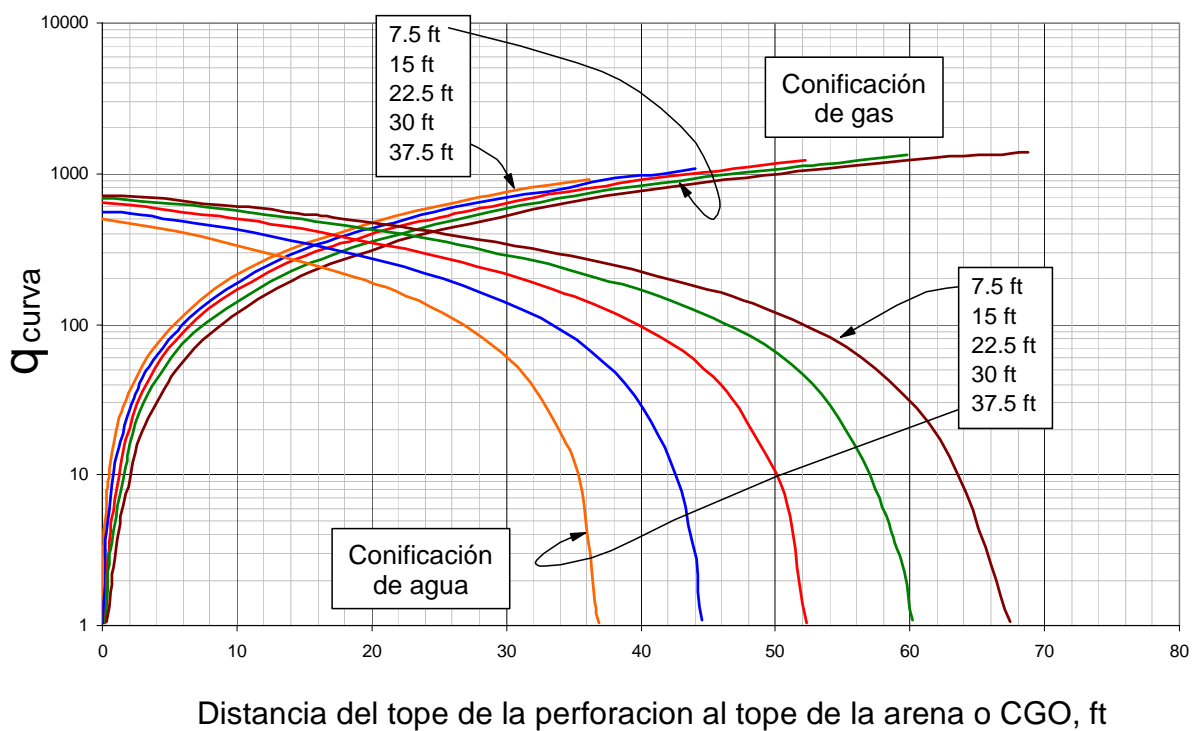


Fig. 7.4.d. Rata de producción crítica para  $h = 75$  ft,  $r_w = 3''$  y  $r_e = 1000$  ft

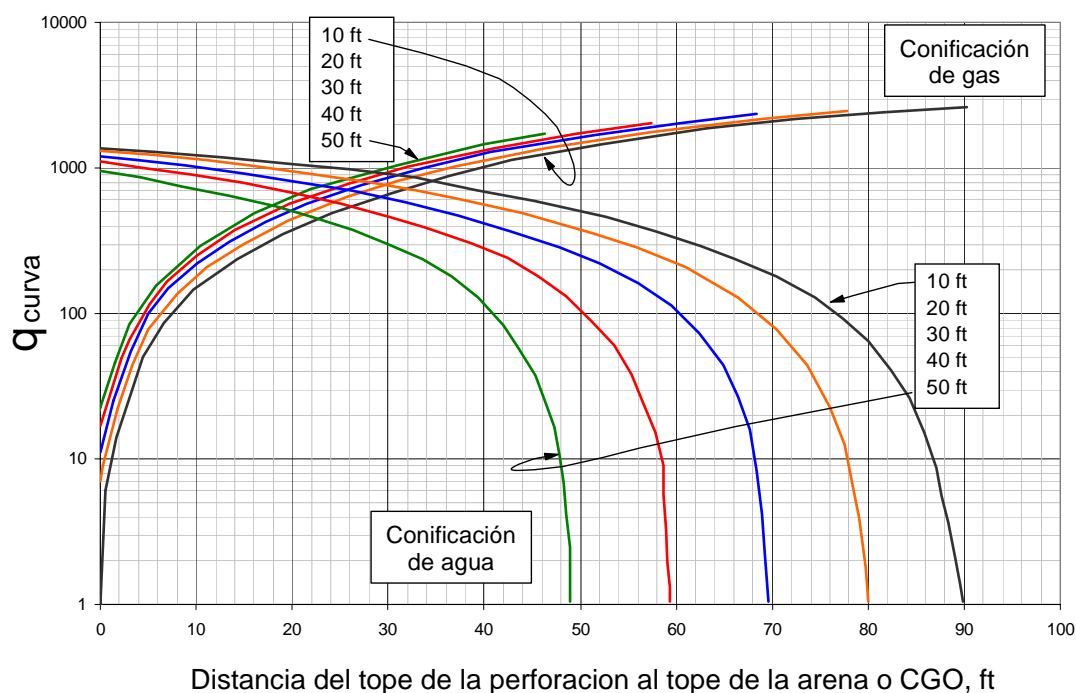


Fig. 7.4.e. Rata de producción crítica para  $h = 100$  ft,  $r_w = 3''$  y  $r_e = 1000$  ft

$$q_c = \frac{0.00333 q_{curva} k (\rho_w - \rho_o)}{\mu_o B_o} \quad (7.6)$$

Un método alternativo es usar la Ec. 7.7 que tiene un error dentro del 5 %. Para  $h = 25$  ft el error es ligeramente mayor:

$$q_{curve} = 0.1313(h^2 - D^2) + 34 \left( \frac{57-h}{44} \right)^2 - 250 \left( \frac{D}{h} - 0.3 \right) \left( \frac{h-10}{90} \right)^2 - 40 \quad (7.7)$$

donde  $10 \text{ ft} \leq h \leq 100 \text{ ft}$  y  $0.1 \leq D/h \leq 0.5$ .

## EJEMPLO

Use los datos del problema de la sección 7.2.1 para determinar el caudal crítico.

## SOLUCION

Puesto que hay 50 ft desde el tope de la zona de petróleo hasta el contacto gas-petróleo, se usa la Fig. 7.4.c. Se asume que el intervalo completado está al tope de la zona de petróleo,

por lo tanto el valor de entrada en el eje  $x$  es cero. Cortando con la curva para un intervalo perforado de 10 ft. De allí  $q_{curva} = 280$  bbl/D. Insertando este valor en la Ec. 7.6 se tiene:

$$q_c = \frac{0.00333 q_{curva} k (\rho_w - \rho_o)}{\mu_o B_o} = \frac{0.00333(280)(100)(0.25)}{(1)(1.2)} = 19.4 \text{ STB} / D$$

Utilizando la Ec. 7.7:

$$q_{curve} = 0.1313(50^2 - 10^2) + 34 \left( \frac{57-50}{44} \right)^2 - 250 \left( \frac{10}{50} - 0.3 \right) \left( \frac{50-10}{90} \right)^2 - 40 = 280.9 \text{ B} / D$$

Por lo tanto:

$$q_c = 19.4(280.9 / 280) = 19.5 \text{ STB} / D$$

Este método predice ratas críticas aproximadamente el doble de la predicción de Meyer y Garder.

#### 7.2.4. Método de Bournazel y Jeanson

Ellos le hicieron dos cambios al método de Sobocinski y Cornelious: (1) Se desarrolló una ecuación para reemplazar la altura del cono vs. el tiempo adimensional, (2) Encontraron que  $\alpha = 0.7$  para  $0.14 \leq M \leq 7.3$ . Las nuevas ecuaciones son:

$$Z = \frac{0.00307 (\rho_w - \rho_o) k_H h h_c}{\mu_o B_o q_o} \quad (7.2)$$

Tiempo adimensional de ruptura:

$$t_{Dbr} = \frac{Z}{3 - 0.7Z} \quad (7.8)$$

Tiempo real de ruptura:

$$t = \frac{\mu_o \phi h F_K t_{Dbr}}{0.000137 (\rho_w - \rho_o) k_H (1 + M^\alpha)} \quad (7.9)$$

Los tiempos de ruptura de este método son menores que los predichos por Sobocinski y Cornelious. Para valores de  $Z$  entre 0.1 y 3, los tiempos de ruptura de este método están entre el 40 y 50 % del método de Sobocinski y Cornelious.

Inspeccionando la Ec. 7.8 puede verse que el tiempo adimensional se hace infinito cuando  $Z = 4.28$ . Luego la rata crítica será:

$$q_c = \frac{0.000717(\rho_w - \rho_o)k_H h h_c}{\mu_o B_o} \quad (7.10)$$

### EJEMPLO

Trabaje el ejemplo de la sección 7.2.2 y determine el tiempo de ruptura.

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o q_o} = \frac{0.00307(0.2)(50)(40)(30)}{(1)(1.2)(50)} = 0.61$$

$$t_{Dbr} = \frac{Z}{3 - 0.7Z} = \frac{0.61}{3 - 0.7(0.61)} = 0.237$$

Tiempo de ruptura adimensional:

$$t = \frac{\mu_o \phi h F_K t_D}{0.000137(\rho_w - \rho_o)k_H (1 + M^\alpha)} = \frac{(1)(0.2)(40)(10)(0.237)}{0.000137(0.2)(50)(1 + 1.5^{0.7})} = 594 \text{ dias} = 1.6 \text{ años}$$

Usando la Ec. 7.10, el caudal crítico es:

$$q_c = \frac{0.000717(\rho_w - \rho_o)k_H h h_c}{\mu_o B_o} = \frac{0.000717(0.25)(100)(50)(40)}{(1)(1.2)} = 29.9 \text{ STB} / D$$

### 7.2.5. Método de Kuo y Desbrisay

Ellos publicaron una ecuación que reproduce exactamente la gráfica de conificación de Sobocinski y Cornelious (Ec. 7.4). Para rata críticas, Kuo y Desbrisay usaron los cálculos de Schols, cuya ecuación es:

$$q_c = (A)(B)(C) \quad (7.11)$$

$$A = \frac{(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{2049\mu_o B_o} \quad (7.12)$$

$$B = 0.432 + \frac{\pi}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (7.13)$$

$$C = \left( \frac{h}{r_e} \right)^{0.14} \quad (7.14)$$

### EJEMPLO

Usando los datos del ejemplo de la sección 7.2.1 determine el caudal crítico por el método de Kuo y Desbrisay.

### SOLUCION

$$A = \frac{(\rho_w - \rho_o) k (h^2 - D^2)}{2049 \mu_o B_o} = \frac{(0.25)(100)(50^2 - 10^2)}{2049(1)(1.2)} = 24.402$$

$$B = 0.432 + \frac{\pi}{\ln\left(\frac{r_e}{r}\right)} = 0.432 + \frac{\pi}{\ln\left(\frac{745}{0.25}\right)} = 0.825$$

$$C = \left( \frac{h}{r_e} \right)^{0.14} = \left( \frac{50}{745} \right)^{0.14} = 0.685$$

$$q_c = (A)(B)(C) = (24.402)(0.825)(0.685) = 13.79 \text{ STB} / D$$

Kuo y Desbrisay desarrollaron un método simple para desarrollar una correlación para predecir el comportamiento del corte de agua en un yacimiento con empuje de agua de fondo. Ellos usan el método de Bournazel y Jeanson como se describió en la sección 7.2.4. Basado en sus resultados, ellos tomaron la producción de agua a comenzarse a la mitad del tiempo predicho por Bournazel y Jeanson. Ellos definieron dos variables adimensionales:

$$t_D = \frac{t}{t_{Dbt}} \quad (7.15)$$

$$(WC)_D = \frac{WC}{WC_{\lim}} \quad (7.16)$$

$$WC_{\lim} = \frac{Mh_w}{Mh_w + h_o} \quad (7.17)$$

$(WC)_D$  = Corte adimensional de agua

$WC$  = Corte de agua real, fracción

$h_w$  = espesor real de la zona de agua, ft

$h_o$  = espesor real de la zona de aceite, ft

Para evaluar  $WC_{lim}$  se hicieron otras consideraciones. El flujo vertical de agua a presión constante se asumió tal que la producción del pozo causa movimiento equivalente de agua. También se asume que el área seccional es constante. Con estas consideraciones, presentaron la siguiente ecuación de balance da materia que se resuelve por ensayo y error.

$$h_o = H_o \left[ 1 - \left( \frac{N_p}{N} \right) \frac{1 - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right] \quad (7.18)$$

$$h_w = H_w + H_o \left[ 1 - \left( \frac{N_p}{N} \right) \frac{1 - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right] \quad (7.19)$$

$H_o$  = Espesor original de la zona de aceite, ft (original WOC al tope de la zona de aceite)

$H_w$  = Espesor original de la zona de agua, ft

La Ec. 7.16 relaciona el corte real de agua adimensional. El corte de agua adimensional y el tiempo se relacionan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} (WC)_D &= 0.0 && \text{para } t_D < 0.5 \\ (WC)_D &= 0.94 && \text{para } 0.5 \leq t_D \leq 5.7 \\ (WC)_D &= 1 && \text{para } t_D > 5.7 \end{aligned}$$

### 7.3. DIGITACION DE AGUA

Slider presentó un método para analizar la inclinación del contacto agua petróleo como resultado de la producción de pozos estructuralmente altos.

La distancia del intervalo de producción de cualquier pozo y el punto A (ver siguiente figura) es más grande que desde B. Si la permeabilidad de la formación es relativamente uniforme o no habrá inclinación del contacto agua petróleo.

El criterio de estabilidad depende si  $\beta$  es constante o no. Cuando  $\beta$  está variando, habrá inestabilidad.

$$\tan \beta = \frac{(G - [M - 1]) \tan \alpha}{G} \quad (7.20)$$

$$G = \frac{0.488(\gamma_o - \gamma_w)k A k_{rw} \sin \alpha}{Qt \mu_w} \quad (7.21)$$

Si  $G > M-1 \Rightarrow$  Estabilidad del WOC  
 Si  $G < M-1 \Rightarrow$  Inestabilidad del WOC  
 Si  $G = M-1 \Rightarrow$  Límite de estabilidad

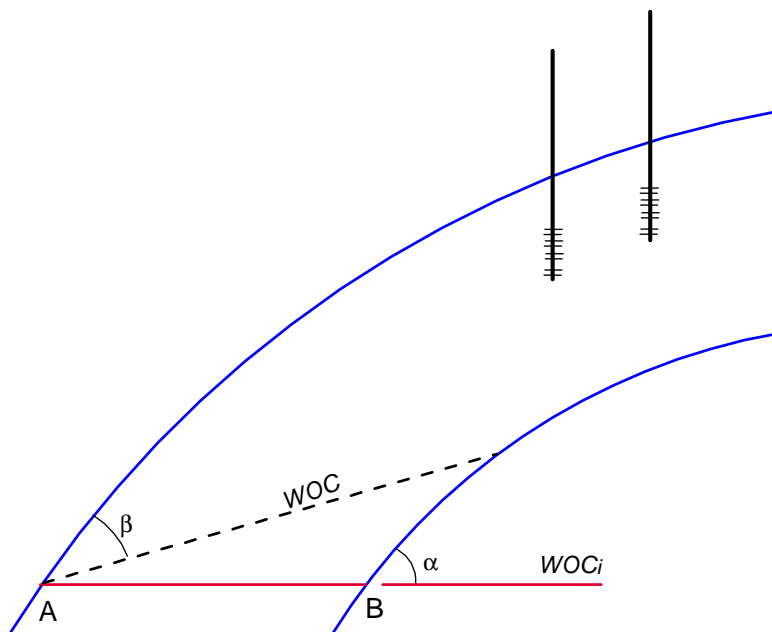


Fig. 7.5. Digitación de agua

La máxima rata de movimiento de fluidos hacia arriba de la estructura para mantener el contacto agua petróleo estable es:

$$q_c = \frac{0.488(\gamma_w - \gamma_o)k A \text{ Sen } \alpha}{\frac{\mu_o}{k_{ro}} - \frac{\mu_w}{k_{rw}}} \quad (7.22)$$

En la anterior ecuación  $k$  está dado en darcies.

### EJEMPLO

Determine el máximo caudal para crear un contacto agua petróleo estable con el tiempo.  $k = 0.5$  D,  $A = 50000$  pie<sup>2</sup>, diferencia de densidades = 0.2 gr/cc, ángulo  $\alpha = 10$ , viscosidad del petróleo 2 cp,  $k_{ro} = 1$ ,  $k_{rw} = 0.25$ , y viscosidad del agua 0.4 cp.

### SOLUCION

Usando la Ec. 7.22:

$$q_c = \frac{0.488(\gamma_w - \gamma_o)k A \sin \alpha}{\frac{\mu_o}{k_{ro}} - \frac{\mu_w}{k_{rw}}} = \frac{0.488(0.2)(0.5)(50000)(0.174)}{\frac{2}{1} - \frac{0.4}{0.25}} = 1061.4 \text{ B / D}$$

Asumiendo que los pozos que están en la parte superior de la estructura producen solo crudo, entonces:

$$q_{\text{sup}} = \frac{q_c}{B_o} = \frac{1061.4}{1.35} = 786.2 \text{ STB / D}$$



## BIBLIOGRAFIA

“Slip” Slider. “*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.

Craft & M.F. Hawkins. “*Applied Reservoir Engineering*”. Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.

Charles R. Smith & G.W. Tracy. “*Applied Reservoir Engineering*”. Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.

Universidad del Zulia. “*Curso Básico de Ingeniería de Yacimientos*”.

Silvain J. Pirson. “*Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos*”. Ediciones Omega. Barcelona. 1965.

Guerrero. “*Practical Reservoir Engineering*”. The Petroleum Publishing Co. Tulsa, Ok. 1956.

Dake. “*Fundamental of Reservoir Engineering*”. Elsevier Scientific Publishing Co. 1978.

Perez P., Ramiro. “*Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos: Balance de Materia*”. Universidad Nacional - Sede Medellín.

Prada, A., and Civan, F. “*Modification of Darcy’s law for the threshold pressure Gradient*”. Journal of Petroleum Science and Engineering 22. pp. 237-240. 1999.

Darcy, H. Les fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Victor Dalmont, Paris. pp. 304-311. 1856.

Honarpour, M., Koederitz, L.F. and Hervert Harvey, A. “*Empirical Equations for Estimating Two-Phase Relative Permeability in Consolidated Rock*”. JPT Dec. 1982. P. 2905.

Fetkovich, M.J. “*A Simplified Approach to Water Influx Calculations – Finite Aquifer Systems*”. JPT (July 1971). P. 814/828.

Penuela, G., Idrobo, E.A., Ordóñez, A., Medina, C.E., Meza, N.S. “*A New Material-Balance Equation for Naturally Fractured Reservoirs Using a Dual-System Approach*”. Artículo SPE 68831.

## APENDICE A

### MÉTODO DE MUSKAT

#### A.1. ASPECTO TEORICO

Este método fue presentado por Muskat en 1945. El método es aplicable a yacimientos de petróleo que producen por gas en solución con la posibilidad de incluir capa de gas e inyección de gas. Este método hace uso de la ecuación de balance de materiales en forma diferencial y se aplica a volúmenes pequeños del yacimiento con gradientes de presión despreciables.

Muskat consideró el yacimiento como un medio poroso homogéneo a lo largo del cual la presión es uniforme. Lo comparó con un tanque con válvulas de salida distribuidas continua y uniformemente utilizadas para drenar fluidos. Cada elemento de volumen del yacimiento produce a través de su propia salida y no existe intercambio de fluido entre los elementos de volumen. El comportamiento del yacimiento total se determina a partir del comportamiento de cualquiera de los elementos de volumen que forman el yacimiento.

Considere una unidad de volumen poroso (un barril) en un yacimiento de volumétrico sin capa de gas. Considere además que el petróleo remanente después del período de producción está uniformemente distribuido. Si  $S_o$  representa la saturación de petróleo a cualquier tiempo durante la producción del yacimiento, el volumen de petróleo a condiciones del yacimiento, por barril de espacio poroso, será  $S_o$  barriles y a condiciones normales será  $S_o/\beta_o$ . El volumen de gas se da en pies cúbicos normales por barril de a condiciones de yacimiento y está determinado por el gas en solución más el gas libre, que matemáticamente se expresa:

$$\frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \quad (A.1)$$

Los caudales de aceite y gas a condiciones normales se expresan como el cambio del volumen de petróleo y gas existente en el espacio poroso unitario con el tiempo. Si  $Q_o$  es el caudal de petróleo y  $Q_g$  el de gas, a condiciones normales, se tiene:

$$Q_o = \frac{d}{dt} \left( \frac{S_o}{\beta_o} \right) \quad (A.2)$$

$$Q_g = \frac{d}{dt} \left[ \frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \right] \quad (\text{A.3})$$

La razón gas-petróleo instantánea,  $Ri$ , resulta de dividir el caudal de gas por el caudal de petróleo, así:

$$Ri = \frac{Q_g}{Q_o} = \frac{\frac{d}{dt} \left[ \frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \right]}{\frac{d}{dt} \left( \frac{S_o}{\beta_o} \right)} \quad (\text{A.4})$$

En esta ecuación los diferenciales están dados en función del tiempo, pero pueden expresarse en función de presión ya que ésta variable independiente. Por lo tanto, puede escribirse:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dp} \frac{dp}{dt} \quad (\text{A.5})$$

y la ecuación de  $Ri$  se convierte en,

$$Ri = \frac{\frac{d}{dp} \left[ \frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \right]}{\frac{d}{dp} \left( \frac{S_o}{\beta_o} \right)} \quad (\text{A.6})$$

En esta ecuación todos los términos son función de presión. Derivando:

$$Ri = R_s + \frac{\frac{S_o}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left( \frac{1}{\beta_g} \right)}{\frac{1}{\beta_o^2} \left( \beta_o \frac{dS_o}{dp} - S_o \frac{d\beta_o}{dp} \right)} \quad (\text{A.7})$$

La razón gas-petróleo instantánea,  $Ri$ , está dada por:

$$Ri = R_s + \frac{k_g}{k_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{\beta_o}{\beta_g} \quad (\text{A.8})$$

Igualando las dos ecuaciones anteriores:

$$\frac{k_g \mu_o \beta_o}{k_o \mu_g \beta_g} = R_s + \frac{\frac{S_o}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left( \frac{1}{\beta_g} \right)}{\frac{1}{\beta_o^2} \left( \beta_o \frac{dS_o}{dp} - S_o \frac{d\beta_o}{dp} \right)} \quad (\text{A.9})$$

Despejando  $\frac{dS_o}{dp}$ ;

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{\frac{S_o \beta_g}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left( \frac{1}{\beta_g} \right) \beta_g + \frac{S_o}{\beta_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{k_g}{k_o} \frac{d\beta_o}{dp}}{1 + \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g}} \quad (\text{A.10})$$

Defina:

$$\lambda = \frac{\beta_g}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} \quad (\text{A.11})$$

$$\sigma = \beta_g \frac{d}{dp} \left( \frac{1}{\beta_g} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\eta = \frac{1}{\beta_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{d\beta_o}{dp} \quad (\text{A.13})$$

$$\psi = \frac{k_g}{k_o} \quad (\text{A.14})$$

y reemplace estos términos en la ecuación de  $\frac{dS_o}{dp}$

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \psi \eta}{1 + \psi \frac{\mu_o}{\mu_g}} \quad (\text{A.15})$$

La ecuación (A.15) es la ecuación de predicción de Muskat en forma diferencial aplicada a yacimientos de empuje por gas en solución. Dicha ecuación no tiene solución analítica y por tanto debe resolverse numéricamente asumiendo decrementos finitos de presión,  $\Delta P$ . La ecuación (A.15) expresada en decrementos finitos es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[ \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \psi \eta}{1 + \psi \frac{\mu_o}{\mu_g}} \right] \quad (\text{A.16})$$

Con la ecuación (A.16) se calcula directamente el cambio de saturación para un cambio de presión dado. Los decrementos de presión deben ser pequeños con el fin de obtener oscilación numérica.

Los términos  $\lambda$ ,  $\sigma$  y  $\eta$  son funciones de presión y se obtienen a partir de las propiedades de los fluidos. El valor de los términos  $\frac{dR_s}{dp}$ ,  $\frac{d}{dp} \left( \frac{1}{\beta_g} \right)$  y  $\frac{d\beta_o}{dp}$  se obtienen de las curvas de  $R_s$ ,  $1/\beta_g$ , y  $\beta_o$  en función de la presión.

Para calcular el valor de  $\Delta S_o$ , correspondiente a un valor dado de  $\Delta P = P_1 - P_2$ , los valores de  $\lambda$ ,  $\sigma$ ,  $\eta$  y  $\mu_o/\mu_g$  deben evaluarse a la presión promedia del intervalo, o sea, a  $(P_1 + P_2)/2$  ya que para intervalos pequeños de  $\Delta P$ , puede asumirse una variación lineal entre  $P_1$  y  $P_2$  para un decremento de saturación  $\Delta S_o = (S_{o1} - S_{o2})$ . La determinación de  $k_g/k_o$  y  $(1 - S_o - S_w)$  requiere del conocimiento de la saturación promedio correspondiente al decremento de presión dado o mediante el uso de correlaciones empíricas como se efectúa en el presente trabajo. Este valor también podría determinarse por tanteo pero es demasiado arriesgado y poco recomendable. Si los decrementos de presión son pequeños puede, tomarse el valor de saturación de petróleo al comienzo del intervalo, es decir, el correspondiente a la presión  $P_1$ , obteniéndose buenos resultados. Esto se hace normalmente en la práctica. Sin embargo es bueno tener presente que existe determinado error. Además los errores por este concepto son acumulativos. Si se quiere obviar este error, Muskat recomienda usar el método de Runge - Kutta para tener más precisión en la solución numérica de la ecuación diferencial.

## A.2. PROCEDIMIENTO

El cálculo de predicción por el método de Muskat puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Se construyen gráficos de  $\lambda$ ,  $\sigma$ ,  $\eta$ , y  $\mu_o/\mu_g$ .
- 2) Se asume un decremento de presión  $\Delta P$ , por debajo de la presión inicial.
- 3) De los gráficos construidos en el paso (1), determine los valores de  $\lambda$ ,  $\sigma$ ,  $\eta$  y  $\mu_o/\mu_g$  a la presión promedia.
- 4) Se obtiene  $\psi$  a la saturación de petróleo inicial. Debe tenerse en cuenta que este paso solo se requiere en la primera etapa, pues en las etapas posteriores ha sido calculado de la etapa inmediatamente anterior.
- 5) Se calcula  $\Delta S_o$  para el decremento de presión  $\Delta P$ .
- 6) Se resta  $\Delta S_o$  calculado en el paso (5) de la saturación de petróleo  $S_{o1}$  correspondiente a la presión  $P_A$ . El resultado  $S_{o2}$  será la saturación  $S_{o1}$  para el decremento siguiente.

- 7) Considerando la saturación de agua connata constante, se calcula la producción fraccional de petróleo a la presión  $P_2$  a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{Np_2}{N} = 1 - \frac{So_2 \beta_{oi}}{(1 - Sw) \beta_{o2}} \quad (A.17)$$

- 8) Con el valor de  $So_2$  se obtiene el valor de  $\psi_2 = (k_g/k_o)_2$  y se calcula la razón gas-petróleo instantánea a partir de la ecuación (A.8).  
 9) Se asume un nuevo decremento de presión y se repite el procedimiento de (3) a (8) y así sucesivamente para diferentes  $\Delta P$  hasta obtener la presión mínima de predicción. Por ultimo se grafican la presión y la razón gas-petróleo instantánea como función de producción fiscal acumulada de petróleo.

El método Muskat también puede usarse para predecir el comportamiento de yacimientos bajo de inyección de gas o capa de gas. En estos casos, debido a las suposiciones de la ecuación de Muskat, se debe asumir que el gas inyectado se distribuye uniformemente a través de la zona productora de petróleo y que la capa de gas no se expande. A continuación se darán sin deducir las ecuaciones de Muskat para estos casos.

### A.3. YACIMIENTOS DE EMPUJE POR DEPLECION E INYECCIÓN DE GAS

Si  $I$  es la fracción del gas producido que se inyecta a la formación, la ecuación de Muskat para este caso es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[ \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \eta \left( \psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \left( \psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)} \right] \quad (A.18)$$

$$\alpha = \frac{\beta_o \mu_o}{\beta_g \mu_g} \quad (A.19)$$

El método de predicción es el mismo descrito anteriormente, solo que se cambia la Ec. (A.16) por la Ec. (A.18).

### A.4. YACIMIENTOS DE EMPUJE POR DEPLECION, CAPA DE GAS E INYECCIÓN DE GAS

Esta ecuación es deducida en la referencia 3 tomando como base la ecuación de balance de materiales sin intrusión ni producción de agua, la relación gas-petróleo instantánea se calcula mediante la Ec. (A.8) y la ecuación de saturación es:

$$S_o = (1 - S_w) \left( 1 - \frac{N_p}{N} \right) \frac{\beta_o}{\beta_{oi}} \quad (\text{A.20})$$

La ecuación resultante es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[ \frac{S_o \lambda + [(1 + m)(1 - S_w) - S_o] \sigma + S_o \eta \left( \psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \left( \psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)} \right] \quad (\text{A.21})$$

## APENDICE B

### METODO DE PIRSON

#### B.1. GENERALIDADES

Es también conocido como el método de diferencias finitas, en virtud a que la ecuación de balance de materia es expresada en forma de diferencias finitas. Es un método de ensayo y error que asume un valor del incremento de la producción,  $\Delta Np$ , en un intervalo de presión determinado y se calcula este valor usando la ecuación de balance de materia, la ecuación de saturación y la de relación gas-petróleo instantáneo que fueron suministrados en el capítulo I. En el caso de que el valor calculado no sea el mismo, o muy aproximado, al valor asumido, se repiten los cálculos asumiendo como nuevo valor el valor calculado y así sucesivamente hasta que exista convergencia entre los valores asumido y calculado. El hecho de utilizar como nuevo ensayo y error el valor recientemente calculado hace del método relativamente corto, requiriendo no más de cinco iteraciones. Lo que lo hace más exacto que los métodos de Tracy y Muskat ya que obvia la continuidad lineal del yacimiento en el intervalo de presión en cuestión. Como se vio en el capítulo primero, el método de Muskat no requiere ensayo y error pero los errores asociados son acumulativos y existe mayor error a medida que se toman decrementos mayores de presión. En otras palabras, es un método inestable.

La ecuación de balance de materia para un yacimiento que produce únicamente por gas en solución es:

$$N = \frac{Np(\beta_o - R_s \beta_g) + \beta_g Gp}{\beta_g (R_{si} - R_s) - (\beta_{oi} - \beta_o)} \quad (B.1)$$

Considere que la producción es una fracción del petróleo original en el yacimiento (factor de recobro) y que la cantidad de petróleo original,  $N$ , es 1. Dividiendo la Ec. (B.1) por  $\beta_g$ , se tiene:

$$1 = \frac{N_p \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right) + Gp}{\left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right) - \left( \frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - R_{si} \right)} \quad (B.2)$$

Defina  $p_j$  y  $p_{j+1}$  dos presiones sucesivas del yacimiento ( $p_j > p_{j+1}$ ) para un periodo de producción fraccional  $\Delta_j^{j+1} Np$ . Desde el inicio de la producción han ocurrido decrementos



de presión  $p=1,2,3,...,j$  y en cada uno de ellos ha ocurrido una producción fraccional  $\Delta Np_1 = \Delta_0^1 Np$ ,  $\Delta Np_2 = \Delta_1^2 Np$ ,  $\Delta Np_3 = \Delta_2^3 Np$ ,...  $\Delta Np_j = \Delta_j^{j+1} Np$ , con relaciones gas-aceite promedias en cada intervalo:

$$\bar{R}i_1 = \frac{Ri_0 + Ri_1}{2} \quad (B.3)$$

$$\bar{R}i_2 = \frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \quad (B.4)$$

$$\bar{R}i_j = \frac{Ri_{j-1} + Ri_j}{2} \quad (B.5)$$

En esta forma el gas producido hasta el punto  $j$ , es:

$$Gp_j = \sum_{j=1}^j \Delta Np_j \bar{R}i_j \quad (B.6)$$

Escribiendo la Ec. (B.2) a la presión  $p_j$  y  $p_{j+1}$ :

$$\left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_j - \left( \frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - Rsi \right)_j = Np_j \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_j + \sum_{j=1}^j \Delta Np_j \bar{R}i_j \quad (B.7)$$

$$\left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_{j+1} - \left( \frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - Rsi \right)_{j+1} = Np_j \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_{j+1} + \sum_{j=1}^{j+1} \Delta Np_{j+1} \bar{R}i_{j+1} \quad (B.8)$$

Puesto que:

$$Np_{j+1} = Np_j + \Delta_j^{j+1} Np \quad (B.9)$$

$$\bar{R}i_j^{j+1} \Delta_j^{j+1} Np = \sum_{j=1}^j Np_j \bar{R}i_j - \sum_{j=1}^{j+1} Np_{j+1} \bar{R}i_{j+1} \quad (B.10)$$

Defina:

$$\Delta_j^{j+1} \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right) = \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_{j+1} - \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_j \quad (B.11)$$

$$\Delta_j^{j+1} \left( \frac{1}{\beta_g} \right) = \left( \frac{1}{\beta_g} \right)_{j+1} - \left( \frac{1}{\beta_g} \right)_j \quad (\text{B.12})$$

Restando la Ec. (B.7) de la Ec. (B.8), reemplazando las ecuaciones anteriores y despejando  $\Delta_j^{j+1} Np$ , se tiene;

$$\Delta_j^{j+1} Np = \frac{(1 - Np_j) \Delta_j^{j+1} \left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right) - \beta_{oi} \Delta_j^{j+1} \left( \frac{1}{\beta_g} \right)}{\left( \frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right)_{j+1} + (\bar{R}i)_j^{j+1}} \quad (\text{B.13})$$

$$(\bar{R}i)_j^{j+1} = \left( \frac{Ri_j + Ri_{j+1}}{2} \right) \quad (\text{B.14})$$

## B.2. PROCEDIMIENTO

Los pasos para efectuar pronósticos mediante el método de Pirson se listan a continuación:

Al inicio de la producción para presiones mayores a la presión del punto de burbuja,  $P_b$ , la relación  $k_g/k_o = 0$  y el cálculo de  $\Delta_j^{j+1} Np$  es directo usando la Ec. (B.13) ya que  $(\bar{R}i)_j^{j+1}$  es únicamente función de la presión. Una vez la relación de permeabilidades  $k_g/k_o$  tenga un valor mayor de cero, se considera un valor de presión igual a  $p_{j+1}$  y se calculan los parámetros función de presión. Todos los valores en el punto  $j$  han sido calculados en la etapa anterior. Se asume luego un valor de  $\Delta_j^{j+1} Np$ .

Se calcula  $Np_{j+1}$  utilizando la Ec. (B.9) y luego la saturación correspondiente con la Ec. (A.20).

Con el valor de la saturación obtenido en el paso 2, se obtiene la relación de permeabilidades  $k_g/k_o$  ya sea por medio de datos de laboratorio o por correlaciones empíricas como se hizo en este trabajo. Luego se calcula  $(\bar{R}i)_j^{j+1}$  por medio de la Ec. (B.14).

Se calcula  $\Delta_j^{j+1} Np$  utilizando la Ec. (B.13). Si este valor calculado es igual al asumido (dentro de un límite de error preestablecido) en el paso 1, se continúa con la siguiente paso. En caso contrario, se toma el valor recientemente calculado como el nuevo valor asumido y se repiten los cálculos hasta cuando exista convergencia. Cuida de restar el valor de producción acumulada de la Ec. (B.9).

Se considera el siguiente valor de  $p_{j+1}$  y se repiten los cálculos desde el paso B.

## APENDICE C

### METODO DE TARNER

#### C.1. ASPECTO TEORICO

Como la mayoría, éste es un método de ensayo y error. Se fundamenta en la solución simultánea de las ecuaciones de balance de materia, de saturación y de la relación gas-petróleo instantánea. En síntesis, se calcula la saturación de líquidos para una presión asumida y varias (normalmente tres) factores de recobro asumidos. Con dichos valores asumidos se calcula la cantidad de gas producida y con la saturación (a una presión dada o asumida) se calcula la relación gas-petróleo instantánea de donde también se calcula el gas producido. El factor de recobro verdadero a la presión asumida resultará cuando el gas producido calculado sea igual al valor de gas producido obtenido a partir de la razón gas-petróleo instantánea. El procedimiento se repite asumiendo una presión menor y recuperaciones mayores.

La ecuación de balance de materiales, escrita para la forma de producción de gas, Ec. (B.1), para el caso de un yacimiento que produce únicamente por gas en solución, es:

$$\frac{\Delta Gp}{N} = \left( \frac{Gp_2 - Gp_1}{N} \right) = \left[ (Rs_1 - Rs_2) + \left( \frac{\beta_{oi} - \beta_{o1}}{\beta_{g1}} \right) - \left( \frac{\beta_{oi} - \beta_{o2}}{\beta_{g2}} \right) \right] + \frac{Np_1}{N} \left( \frac{\beta_{o1}}{\beta_{g1}} - Rs_1 \right) - \frac{Np_2}{N} \left( \frac{\beta_{o2}}{\beta_{g2}} - Rs_2 \right) \quad (C.1)$$

Las ecuaciones de saturación y relación gas-petróleo son respectivamente Ec. (A.20) y Ec. (A.8). La Ec. (A.8), puede escribirse como:

$$Ri = R_s + \frac{k_g}{k_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{\beta_o}{\beta_g} \quad (C.2)$$

$$Ri = R_s + \frac{k_g}{k_o} F \quad (C.3)$$

Donde  $F = \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{\beta_o}{\beta_g}$ . La producción de gas en un intervalo entre dos producciones acumuladas de petróleo fiscal,  $Np_1$ - $Np_2$ , Ec. (C.1), también puede calcularse a partir de la

razón gas-petróleo instantánea y la producción de aceite durante el intervalo, puesto que el gas producido resulta de:

$$dGp = Ri \, dNp \quad (C.4)$$

Integrando la Ec. (C.4) entre los límites del intervalo, considerando una relación gas-petróleo promedia para el mismo intervalo, se tiene:

$$\Delta Gp = (Gp_2 - Gp_1) = \bar{Ri}(Np_2 - Np_1) = \left[ \frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \right] (Np_2 - Np_1) \quad (C.5)$$

$$\frac{\Delta Gp}{N} = \left( \frac{Gp_2 - Gp_1}{N} \right) = \left[ \frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \right] \left( \frac{Np_2 - Np_1}{N} \right) = \left[ \frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \right] \left( \frac{\Delta Np}{N} \right) \quad (C.6)$$

Reemplazando la Ec. (C.3) para  $Ri_1$  y  $Ri_2$ , se tiene:

$$\frac{\Delta Gp}{N} = \left( \frac{Gp_2 - Gp_1}{N} \right) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{k_g}{k_o} \right)_1 F_1 + \left( \frac{k_g}{k_o} \right)_2 F_2 + Rs_1 + Rs_2 \right] \left( \frac{Np_2 - Np_1}{N} \right) \quad (C.7)$$

Para calcular la razón gas-petróleo instantánea se necesita conocer la relación de permeabilidades, lo que a su vez requiere la saturación de líquido. Una vez la presión del yacimiento,  $p_1$ , se conoce, a la producción acumulada de petróleo fiscal  $Np_1$ , el procedimiento de cálculo de la técnica de Tarner para la obtención de la presión del yacimiento  $p_2$  ( $p_2 < p_1$ ) y de la razón gas-petróleo instantánea  $Ri_2$  correspondiente a una producción acumulada  $Np_2$  es:

## C.2. PROCEDIMIENTO DE CALCULO

1. Se selecciona la presión  $p_2$  un poco menor que  $p_1$  y se calculan las propiedades PVT correspondientes a  $p_2$ . Se asume que los datos PVT para la presión 1 han sido evaluados en la etapa anterior). En vista a que la relación gas-aceite instantánea disminuye hasta alcanzar la saturación crítica de gas y luego aumenta rápidamente, se recomienda que dicho punto sea seleccionado al final del primer intervalo de presión. Esto puede hacer considerando la relación de permeabilidades igual a cero en el primer intervalo y seleccionar varias presiones  $p_2$  hasta cuando la saturación de líquido corresponda a la crítica de gas. Los decrementos de presión en los intervalos restantes no deben ser muy grandes, para reducir errores.
2. Se asumen tres factores de recobro  $Np_2/N$  a  $p_2$ .
3. Se calcula el gas producido durante el intervalo ( $p_1-p_2$ ) por medio de la Ec. (C.1). De esta forma se obtienen tres valores de  $\Delta Gp/N$  denominados A1, A2 y AC.
4. Para cada valor asumido de  $Np_2/N$ , se calcula la saturación de líquidos con la Ec. (1.8).

5. Para cada valor de saturación de líquidos calculada en el paso 4, se determina la relación de permeabilidades,  $k_g/k_o$ , a partir de correlaciones empíricas (como se hizo en este trabajo) o de datos de laboratorio.
6. Para cada valor obtenido en el paso anterior, se calcula la cantidad de gas producida durante el intervalo ( $p_1$ - $p_2$ ) utilizando la Ec. (C.7), basada en la razón gas-petróleo instantáneas. Por lo tanto, se obtienen tres valores de  $\Delta Gp/N$  denominados  $A'1$ ,  $A'2$  y  $A'3$ , respectivamente.
7. Los valores de  $\Delta Gp/N$  del paso 2;  $A1$ ,  $A2$  y  $A3$  se grafican contra los valores de  $Np_2/N$  asumidos. En el mismo papel se grafican los valores  $A'1$ ,  $A'2$  y  $A'3$ . En el punto de cruce de estas curvas, se lee el valor verdadero de  $Np_2/N$  correspondiente a  $p_2$ ; también se lee el valor de  $\Delta Gp/N$  verdadero correspondiente al intervalo en estudio. Cuando los valores seleccionados son bien adecuados y espaciados resulta una línea recta. Al seleccionar los valores de  $Np_2/N$  debe hacerse de modo tal que el punto de corte de líneas ocurra en un punto intermedio entre los valores de  $Np_2/N$  asumidos para evitar extrapolaciones y con ello crecimiento del error.
8. Una vez obtenido el valor correcto de  $Np_2/N$ , se reemplaza en la Ec. (1.20) obteniendo así el valor correcto de la saturación. Con este valor se obtiene el valor verdadero de la relación de permeabilidades y luego el valor de  $Ri_2$ . Los valores correctos de  $Np_2/N$  y  $Ri_2$  serán los valores de  $Np_1/N$  y  $Ri_1$  para la siguiente etapa.

El procedimiento del paso 8 puede obviarse calculando una relación gas-petróleo instantánea promedia, así:

$$\bar{Ri} = \frac{\frac{Gp_2 - Gp_1}{N}}{Np_2 - Np_1} = \frac{\Delta Gp}{\Delta Np} \quad (C.8)$$

En este caso se dibuja la relación gas-petróleo en el punto medio de  $\Delta Np/N$  y no en el punto  $Np_2/N$  como antes. El procedimiento de cálculo se repite tantas veces como sea necesario.

## APENDICE D

### METODO DE TRACY

El método de balance de materia de TRACY comprende un arreglo de la forma de la ecuación de balance de materia de Schilthuis y es usado para predecir el recobro y el comportamiento de un yacimiento de petróleo tipo depletado. Es un método de tanteo y quizás sea más usado que el de Tarner.

Los datos necesarios para desarrollar el método son los siguientes:

- Temperatura de yacimiento.
- Presión original de yacimiento.
- Petróleo inicial in-situ.
- Saturación de agua intersticial.
- Saturación de petróleo.
- Saturación de gas.
- Factor volumétrico original de formación de petróleo.
- Viscosidad del gas a condiciones de yacimiento, para presiones entre el punto de burbuja y la presión de abandono.
- Factores de expansibilidad promedios ( $c_f$ ,  $c_o$  y  $c_w$ ).
- Compresibilidad del petróleo.

#### D.1. METODO DE SOLUCIÓN

La forma de la ecuación de balance de materia de Tracy para yacimientos tipo depletados es:

$$1 = Np_n \phi_{on} + Gp_n \phi_{gn} \quad (D.1)$$

Expresando la Ec. (1) en decrementos:

$$\Delta Np = \frac{1 - Np_{n-1}\phi_o - Gp_{n-1}\phi_g}{\phi_o + \frac{\phi_g [Ri + Ri_{n-2}]}{2}} \quad (D.2)$$

Donde:

$$\phi_o = \frac{\left[ \frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right]}{X} \quad (D.3)$$

$$\phi_g = \frac{1}{X} \quad (D.4)$$

$$X = \left[ \frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right] - \left[ \frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - R_{si} \right] \quad (D.5)$$

La saturación de líquidos se obtiene con la siguiente expresión:

$$S_L = S_w + (1 - S_w) \left[ \frac{1 - N_p}{\beta_{oi}} \right] \beta_o \quad (D.6)$$

Y la relación gas-petróleo instantáneo es dada por al Ec. (1.8):

$$Ri = R_s + \frac{k_g}{k_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{\beta_o}{\beta_g} \quad (D.7)$$

Y la compresibilidad efectiva está dada por:

$$c_e = c_o + \frac{c_w S_w}{1 - S_w} + \frac{c_f}{1 - S_w} \quad (D.8)$$

En las ecuaciones (D.1), (D.2) y (D.6), N es mantenido igual a la unidad y todos los términos de producción son expresados como fracción del N actual. Normalmente la solución se inicia a la presión en el punto de burbuja. Pero cualquier presión más baja en la cual los recobros acumulativos de gas y petróleo son conocidos puede ser usada. Usualmente se utilizan decrementos de presión de 100 a 300 psi a partir de la presión inicial.

La ecuación (D.2) comprende dos incógnitas  $\Delta N_p$  y Ri. Una vez es solucionada esta ecuación, puede hacerse lo mismo con las ecuaciones (D.6), (D.7) y (D.1). Para cualquier presión seleccionada las ecuaciones (3) y (4) pueden ser resueltas ya que comprenden solamente propiedades del fluido que son función de la presión.

La ecuación (D.2) puede ser fácilmente obtenida a partir de la ecuación de balance de materia de Schilthuis. Las ecuaciones (D.3) y (D.4) representan porciones de la ecuación (D.2) que son función de la presión y la temperatura. Los factores  $\phi_o$  y  $\phi_g$  son llamados factores de presión, y generalmente se conocen con el nombre de factor de producción del petróleo y factor de producción del gas. Estos factores son función de la presión para un

determinado valor de  $m$ . En el punto de burbuja,  $B_g$  es igual a  $B_{gi}$ ,  $B_o=B_{oi}$  y  $R_s = R_{si}$ . Por lo tanto el denominador de los factores  $F$  será cero y sus valores serán infinitos. Los datos para sus cálculos son obtenidos de los análisis de los fluidos en el fondo de pozo.

Cuando se determina el comportamiento futuro de un yacimiento usando la ecuación de balance materia es una práctica común estimar la producción incremental de petróleo para cada decremento de petróleo mediante cálculos de ensayo y error. El método de Tracy es bueno para determinar la relación instantánea gas-petróleo y las soluciones obtenidas mediante pocos pasos de ensayo y error, debido a que la relación gas petróleo es menos sensitiva a pequeñas inexactitudes.

Los factores de presión son muy sensitivos a condiciones de presión cercanas al punto de burbuja. El cambio rápido característico de estos factores cerca a la presión de saturación y el hecho de que la presión promedio del yacimiento no pueda determinarse de forma precisa en estos puntos, la ecuación de balance de materia no es confiable para ser usada en presiones cercanas al punto de burbuja. Sin embargo, después que la presión del yacimiento disminuye a un valor tal que las pendientes de los factores con presión sean menos pronunciadas, el petróleo original en el yacimiento puede determinarse con mejor exactitud.

Los valores de los factores  $F$  siempre disminuyen con la presión. El factor  $F_n$  es negativo para determinado intervalo de presión, pasa por un mínimo y luego aumenta poco a poco hasta llegar a tener de nuevo un valor positivo a presión atmosférica.

El método de Tracy es usado para determinar el comportamiento de un yacimiento tipo depletado, volumétrico ( $W_e = W_p = 0$ ), con presiones por debajo del punto de burbuja. Para este propósito se genera un PVT mediante las correlaciones de STANDING -KATZ cuyos valores son utilizados en el método de balance de materia de Tracy. Para desarrollar el método de Tracy, también es necesario conocer el comportamiento de la relación de permeabilidades ( $k_{rg}/k_{ro}$ ), el cual es determinado mediante las correlaciones de Walh y Asociados.

Los datos de entrada para el método, son datos que pueden ser obtenidos en campo, tales como presión inicial,  $R_{si}$ , Temperatura del yacimiento, saturación de agua, gravedad del petróleo, saturación de gas crítica, saturación residual de petróleo y la composición del gas. Con estos datos es posible obtener el comportamiento de propiedades del yacimiento tales como: Petróleo producido acumulado,  $N_p$ , relación gas producido-petróleo producido,  $R_p$ , gas producido,  $G_p$ , y propiedades de los fluidos con respecto a la presión en el punto de burbuja durante la vida productiva del yacimiento.

## D.2. CONDICIONES

- Yacimiento volumétrico.
- Solo es posible calcular el comportamiento a presiones por debajo del punto de burbuja.



- La solución del método se inicia en la presión del punto de burbuja, pero puede utilizarse una presión más baja a la cual los recobros acumulativos de gas y petróleo puedan ser usados.

### D.3. PROCEDIMIENTO DE CALCULO

1. Seleccionar un decremento de presión,  $\Delta P$ , y para  $P = P_{n-1} - \Delta p$  hallar  $\Delta N_p$  a partir de la ecuación (D.2) asumiendo  $R_i$ . El tamaño del decremento,  $\Delta p$ , depende de la tasa de cambio de la relación gas-petróleo con la presión. Cuanto mayor sea el cambio de la relación gas petróleo con la presión, más pequeño debe ser el decremento de presión escogido.
2. Solucionar la ecuación (D.6) usando  $N_p = N_{p(n+1)} + \Delta N_p$ .
3. Solucionar la ecuación (D.7) para  $R_i$  después de obtener  $K_g/K_o$  a un  $S_L$ .
4. Si el  $R_i$  calculado no es aproximadamente igual (de 50 a 100 pcn/BF dependiendo de la magnitud del  $R_i$ ) al  $R_i$  estimado en la ecuación (D.2), use el  $R_i$  calculado y repita los pasos (1), (2) y (3). Los cálculos por ensayo y error continuaran hasta que el  $R_i$  calculado sea aproximadamente igual al  $R_i$  estimado.
5. Como un chequeo final a cada presión, solucione la ecuación (1). La parte derecha de la ecuación debe dar un valor entre 0,0091 y 1,009. Este será obtenido a cada presión si el  $R_i$  calculado y el  $R_i$  estimado son aproximadamente iguales.

# APENDICE E

## METODO DE SCHILTHUIS

### E.1. INTRODUCCION

El propósito de éste capítulo es estudiar detalladamente el método de Schilthuis para predecir el comportamiento y recobro final (recuperación total) de un yacimiento de petróleo. Se excluye la deducción de la ecuación de balance de materia de los yacimientos de petróleo y gas. Sin embargo, se partirá de la ecuación general de balance de materia para yacimientos de petróleos hasta llegar a la ecuación de balance de materia de Schilthuis.

### E.2. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA

Dos principios básicos se usan comúnmente en Ingeniería de yacimientos: la ley de conservación de la masa y la ley de conservación de la energía. La aplicación de éstos principios a yacimientos de hidrocarburos con el fin de obtener deducciones cuantitativas y predicciones constituye **el método de balance de materia para análisis de yacimientos**. La producción de petróleo y gas es una aplicación práctica de la ley de conservación de la masa. En general, se hace un balance entre los materiales del yacimiento y los materiales producidos. Dicho balance se acostumbra hacer con base en volúmenes, aunque no es estrictamente necesario. La forma más simple de la ecuación de balance de materia puede expresarse de la siguiente forma:

$$\text{volumen inicial} = \text{Volumen remanente} + \text{volumen extraído}.$$

La ecuación de balance de materia se usa para evaluar las cantidades de fluido presentes en el yacimiento a cualquier tiempo. De un modo especial, se usa para estimar la cantidad de hidrocarburos iniciales en el yacimiento y predecir el comportamiento futuro y recuperación total de los mismos.

Considerando un yacimiento de petróleo en el cual participan simultáneamente: el empuje hidráulico, el empuje por gas disuelto y el empuje por capa de gas, se tiene la ecuación general de balance de materia:

$$N = \frac{N_p [\beta_t + (R_p - R_{si}) \beta_g] - A}{B - (\beta_{ti} - \beta_t)} \quad (\text{E.1})$$

$$A = W_e - W_p$$

$$B = m\beta_{ti} \left[ \left( \frac{\beta_g}{\beta_{gi}} \right) - 1 \right] \quad (\text{E.2})$$

El termino **A** representa la entrada de agua al yacimiento (empuje hidráulico), **We** y la producción de agua, **Wp**. El término **B** determina la presencia de una capa de gas.

Las consideraciones del método de Schilthuis son:

- I. El yacimiento es volumétrico, lo que significa que su volumen es constante, que en otras palabras expresa que no existe entrada de agua al yacimiento. De acuerdo a lo anterior el término **A** en la ecuación E.1 es cero. **A = 0**.
- II. el yacimiento está saturado, además, su presión inicial es muy próxima a la presión del punto de burbuja, hasta tal punto, que la presión inicial puede considerarse como la presión en el punto de burbuja. Lo que indica la ausencia de una capa de gas. Luego el termino **B** de la ecuación E.1 es cero. **B = 0**. Quedando, finalmente, el yacimiento produciendo por empuje por gas disuelto. La ecuación E.1 se convierte en:

$$N = \frac{N_p [\beta_t + (R_p - R_{si}) \beta_g]}{\beta_t - \beta_{ii}} \quad (E.3)$$

En resumen, la ecuación E.3 no contempla ni empuje hidráulico ni empuje por capa de gas.

### E.3. PREDICCION DEL COMPORTAMIENTO DE UN YACIMIENTO

También suele decirse **pronóstico del comportamiento**. A veces se le dice también **funcionamiento**. Predecir el comportamiento de un yacimiento de petróleo consiste en el estudio actual de éste, en donde se estiman condiciones futuras del mismo. Algunas veces, éstas condiciones futuras se expresan por dos curvas: Producción en función de presión y producción acumulada de petróleo en función de la razón gas petróleo instantánea, **Ri**. Existen muchos métodos para pronosticar el comportamiento de yacimientos, los cuales son específicos para un problema en particular. Entre los más comunes se encuentran el método de Pirson, el método de Schilthuis, el método de Tarner, el método de Muskat y el método de Tracy.

### E.4. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA DE SCHILTHUIS

Schilthuis parte del principio que la presión inicial es la presión en el punto de burbuja. Con base en la anterior asunción, la cantidad de gas disuelto inicial, **Rsi**, es la misma cantidad de gas disuelto, **Rsb**, a la presión del punto de burbuja. Luego **Rsi = Rsb**. El factor volumétrico total,  $\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s) \beta_g$  (visto en la unidad 3), se expresaría así:

$$\beta_t = \beta_o + (R_p - R_s) \beta_g \quad (E.4)$$

Utilizando la ecuación E.4 se calcula el factor volumétrico total inicial en el punto de burbuja:

$$\beta_{ti} = \beta_{ob} + (R_{sb} - R_s) \beta_g$$

quedando:  $\beta_{ti} = \beta_{ob}$

Y con los respectivos cambios la ecuación E.2 se convierte a:

$$N = \frac{N_p [\beta_t + (R_p - R_{sb}) \beta_g]}{\beta_t - \beta_{ob}} \quad (E.5)$$

Pasando **N** al otro lado de la igualdad:

$$1 = \frac{\frac{N_p}{N} [\beta_t + (R_p - R_{sb}) \beta_g]}{\beta_t - \beta_{ob}} \quad (E.6)$$

En la ecuación E.6 las variables **Np/N** y **Rp** son desconocidas y se determinan mediante ensayo y error. Representa la verdadera forma de la **ecuación de balance de materia de Schilthuis** para yacimientos saturados volumétricos y sin capa de gas.

Para dar solución a la ecuación E.6 se requieren dos ecuaciones adicionales a saber:

$$R_i = R_s + \frac{K_g \mu_o \beta_o}{K_o \mu_g \beta_g}$$

$$S_L = S_w + \frac{(1 - S_w) \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \beta_o}{\beta_{ob}}$$

## E.5. DATOS REQUERIDOS PARA DESARROLLAR EL METODO DE

### SCHILTHUIS

La información que se suministra cuando se desea predecir el comportamiento de un yacimiento por el método de Schilthuis es la siguiente:

- Datos de propiedades de los fluidos para ( $\beta_o$ ,  $\beta_g$ ,  $R_s$ ,  $\mu_o$  y  $\mu_g$ ) para cada presión de trabajo.
- Presión inicial y temperatura del yacimiento.
- Yacimiento saturado y volumétrico.
- Cantidad de petróleo inicial en el yacimiento, **N**, expresado en barriles a condiciones normales.

- Saturación de agua, **Sw**.
- Datos de la relación de permeabilidades del gas y el petróleo, **Kg/Ko**, en función de la saturación de Líquidos, **SL**.

## E.6. PROCEDIMIENTO DE SOLUCION AL METODO DE SCHILTHUIS

- 1) Determine el número de los decrementos de presión y las presiones a las cuales va a trabajar. Ejemplo: decremento de presión = 200 psi, número de decrementos = 4 y presión inicial = 3.000 psi. Las presiones de trabajo serán: 3.000, 2.800, 2.600 y 2.400 psi.
- 2) Asuma un incremento de la producción,  $\Delta N_p/N$ , para el decremento de presión dado.
- 3) Calcule la producción acumulada de petróleo, **Np/N**, sumando todos los incrementos de producción,  $\Delta N_p/N$ .

$$\frac{N_p}{N} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_p}{N} \right)_i$$

4. Con el **Np/N**, determine la saturación de líquidos, **SL**, utilizando la ecuación E.8, para la presión de interés, **Pn**. Con el valor de saturación de líquidos, **SL**, determine el valor de la relación de permeabilidades, **Kg/Ko**. Para efectos de programación determine **Kg/Ko** utilizando la **correlación de Torcaso y Willie**.

$$S_o = S_L - S_w$$

$$S^* = \frac{S_o}{(1 - S_w)}$$

$$\frac{K_g}{K_o} = \frac{(1 - S^*)^2 (1 - (S^*)^2)}{(S^*)^4}$$

Usando la relación de permeabilidades, halle el **Ri**:

$$R_i = R_s + \frac{K_g \mu_o \beta_o}{K_o \mu_g \beta_g}$$

6. Calcule el incremento de la producción de gas,  $\Delta G_p/N$ .

$$\frac{\Delta G_p}{N} = \frac{\Delta N_p}{N} \frac{(R_{i,anterior} + R_{i,actual})}{2}$$

7. Halle la producción acumulada de gas a la presión de interés, **Pn**.

$$\frac{Gp}{N} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{Gp}{N} \right)_i$$

8. Calcule la relación entre el gas producido y el petróleo producido, **Rp**.

$$R_p = \frac{G_p}{N_p} = \frac{G_p / N}{N_p / N}$$

9. Conocidos **Rp** y **Np/N** (señalados en negrilla en la ecuación E.6) solucione la ecuación E.6. Si el resultado es aproximadamente 1 (puede estar comprendido entre **0,995** y **1,005**) el ensayo fue correcto y puede continuar con el paso 10. Si el ensayo y error fue **erróneo** asuma un nuevo valor de  $\Delta N_p/N$ , descunte las acumulaciones hechas con el ensayo erróneo y comience en el paso 3.

10. Determine  $N - N_p = \frac{(N - N_p)}{N} = 1 - \frac{N_p}{N}$

11. Determine la recuperación de petróleo acumulada a la presión de interés, Pn.

$$\frac{N_p}{N} = \text{valor obtenido en el paso 3. Despeje } N_p.$$

de donde:

$$N_p = (\text{valor calculado en el paso 3, } \textbf{Np/N}) * N$$

12. Pase al siguiente valor de presión  $P_{n+1}$  e inicie desde el paso 2. El ensayo termina una vez se hallan evacuado todas las presiones de trabajo.

## E.7. REPORTE DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos mediante el proceso de ensayo y error de Schilthuis se acostumbra a tabular con los siguientes encabezados:

Presión  $\beta_o$   $R_s$   $B_g(x10^{-3})$   $\mu_o$   $\mu_g$   $\mu_t$

$\Delta N_p$   $N_p$   $N - N_p$   $\beta_o/\beta_{ob}$   $[(N - N_p)/N]$   $\beta_o/\beta_b$

$S_o$   $SL$   $Kg/Kox10^{-3}$   $\mu_o/\mu_g$   $(\beta_o/\beta_g)$

$$(\mu_o/\mu_g)(\beta_o/\beta_g)(K_g/K_o) \quad R_i \quad R_i \text{ prom.} \quad \_Gp$$

$$Gp \quad R_p \quad R_p - R_{sb} \quad \beta_g(R_p - R_{sb}) \quad \beta_t + \beta_g(R_p - R_{sb})$$

$$Np[\beta_t + \beta_g(R_p - R_{sb})] \quad \beta_t - \beta_o b \quad N \quad N_p$$

## E.8. EJEMPLO PRACTICO DEL METODO DE SCHILTHUIS

**INFORMACION:** Los datos de propiedades de los fluidos ( $\beta_o$ ,  $\beta_g$ ,  $\beta_t$ ,  $R_s$ ,  $\mu_o$ ,  $\mu_g$ ) para 13 presiones diferentes (se trabajan las tres primeras presiones) de un yacimiento saturado y volumétrico, dados en la TABLA siguiente. El yacimiento se encuentra en el punto de burbuja a la presión inicial de 2.500 psi y a la temperatura de 180 °F.

Presión	$\beta_o$	$R_s$	$B_g(x10^{-3})$	$\mu_o$	$\mu_g$	$\beta_t$
2.500	1,498	721	1,048	0,488	0,017	1,498
2.300	1,463	669	1,155	0,539	0,0166	1,523
2.100	1,429	617	1,280	0,595	0,0162	1,562
1.900	1,395	565	1,440	0,658	0,0158	1,619
1.700	1,361	513	1,634	0,726	0,0154	1,701
1.500	1,327	461	1,884	0,802	0,0150	1,817
1.300	1,292	409	2,206	0,887	0,0146	1,967
1.100	1,258	357	2,654	0,981	0,0142	2,251
900	1,224	305	3,300	1,085	0,0138	2,597
700	1,19	253	4,315	1,199	0,0134	3,209
500	1,156	201	6,163	1,324	0,0130	4,361
300	1,121	149	10,469	1,464	0,0126	7,109
100	1,087	97	32,032	1,617	0,0122	21,075

Se encontró que la cantidad de petróleo original en el yacimiento fue de 56 millones de barriles medidos en condiciones normales y una saturación de agua del 20 %. La relación de permeabilidades del gas y el petróleo,  $K_g/K_o$ , puede calcularse por la correlación de Torcaso y Willie.

**SOLUCION:** En el problema está predeterminado el valor de los decrementos de presión en 200 psi, luego, se comienza en el paso 2.

**Primer ensayo:** A la presión inicial no se ha producido ni petróleo ni gas, luego solo se hace un ensayo y error.

2. Se asume  $\Delta N_p/N = 0$

3.  $N_p/N = 0$

4.  $SL = 0,2 + 0,8 * (1 - 0) * 1,498/1,498 = 1$

5.  $So = 1 - 0,2 = 0,8$

$S^* = 0,8/(1 - 0,2) = 1$

$$K_g/K_o = (1 - 1)^2 * (1 - 1^2) / 1^4 = 0$$

$$R_i = 721 + 0 * (0,488/0,017) * (1,498/0,001048) = 721$$

$$6. \Delta G_p/N = 0 * (0 + 721)/2 = 0$$

$$7. G_p/N = 0$$

$$8. R_p = 0/0 = \text{indeterminado}$$

9. Indeterminado

$$10. 1 - 0 = 1$$

$$11. N_p/N = 0, \text{ luego } N_p = 0$$

12. Para presión de 2.300 psi ir al paso 2.

**Primer ensayo P = 2.300 psi.**

$$2. \text{ Se asume } \Delta N_p/N = 0,015$$

$$3. N_p/N = 0 + 0,015$$

$$4. S_L = 0,2 + 0,8 * (1 - 0,015) * 1,463/1,498 = 0,969$$

$$5. S_o = 0,969 - 0,2 = 0,769$$

$$S^* = 0,769/(1 - 0,2) = 0,961$$

$$K_g/K_o = (1 - 0,961)^2 * (1 - 0,961^2) / 0,961^4 = 0,00013638$$

$$R_i = 669 + 0,00013638 * (0,539/0,0166) * (1,463/0,001155)$$

$$R_i = 674,6$$

$$6. \Delta G_p/N = 0,015 * (721 + 674,6)/2 = 10,467$$

$$7. G_p/N = 0 + 10,467 = 10,467$$

$$8. R_p = 10,467/0,015 = 697,8$$

$$9. 0,015 [1,523 + 0,001155(679,8 - 721)] / (1,523 - 1,498)$$

$$= 0,897. \text{ Ensayo erróneo, asume } \Delta N_p/N \text{ mayor.}$$

$$N_p/N = 0$$

$$G_p/N = 0$$

Ir al paso 2.

**Segundo ensayo P = 2.300 psi.**

$$2. \text{ Se asume } \Delta N_p/N = 0,0168$$

$$3. N_p/N = 0 + 0,0168$$

$$4. S_L = 0,2 + 0,8 * (1 - 0,0168) * 1,463/1,498 = 0,968$$

$$5. S_o = 0,968 - 0,2 = 0,768$$

$$S^* = 0,768/(1 - 0,2) = 0,96$$

$$K_g/K_o = (1 - 0,96)^2 * (1 - 0,96^2) / 0,96^4 = 0,000145$$

$$R_i = 669 + 0,000145 * (0,539/0,0166) * (1,463/0,001155)$$

$$R_i = 674,96$$

$$6. \Delta G_p/N = 0,0168 * (721 + 674,96)/2 = 11,72$$

$$7. G_p/N = 0 + 11,726 = 11,726$$

$$8. R_p = 11,726/0,0168 = 697,97$$

$$9. 0,0168 [1,523 + 0,001155(679,97 - 721)] / (1,523 - 1,498)$$

$$= 1,00E. \text{ Ensayo aceptado.}$$

$$10. 1 - N_p/N = 1 - 0,0168 = 0,9832$$

$$11. N_p/N = 0,0168$$

$$N_p = 56.000.000 * 0,0168 = 948.800$$

12. Continúe con la presión de 2.100 psi.



**Primer ensayo P = 2.100 psi.**

2. Se asume  $\Delta N_p/N = 0,02$
3.  $N_p/N = 0,0168 + 0,02 = 0,0368$
4.  $SL = 0,2 + 0,8 * (1-0,0368) * 1,429/1,498 = 0,935$
5.  $So = 0,935 - 0,2 = 0,735$   
 $S^* = 0,735/(1 - 0,2) = 0,9188$   
 $Kg/Ko = (1-0,9188)^2 * (1-0,9188^2)/0,9188^4 = 0,001439$   
 $Ri = 617 + 0,001439 * (0,595/0,0162) * (1,429/0,00128)$   
 $Ri = 676,025$
6.  $\Delta G_p/N = 0,02 * (674,96 + 676,025)/2 = 13,5098$
7.  $G_p/N = 11,726 + 13,5098 = 25,231$
8.  $R_p = 25,231/0,0368 = 685,625$
9.  $0,0368[1,562 + 0,00128(685,62 - 721)]/(1,562 - 1,498)$   
 $= 0,87$ . **Ensayo erróneo.** Se requiere asumir un valor mayor de  $\Delta N_p/N$ .  
 $N_p/N = 0,0168$   
 $G_p/N = 11,726$ . Ir al paso 2.

**Segundo ensayo P = 2.100 psi.**

2. Se asume  $\Delta N_p/N = 0,03$
3.  $N_p/N = 0,0168 + 0,03 = 0,0468$
4.  $SL = 0,2 + 0,8 * (1-0,0468) * 1,429/1,498 = 0,9274$
- E.  $So = 0,9274 - 0,2 = 0,7274$   
 $S^* = 0,7274/(1 - 0,2) = 0,9092$   
 $Kg/Ko = (1-0,9092)^2 * (1-0,9092^2)/0,9092^4 = 0,00208$   
 $Ri = 617 + 0,00208 * (0,595/0,0162) * (1,429/0,00128)$   
 $Ri = 702,464$
6.  $\Delta G_p/N = 0,03 * (674,96 + 702,464)/2 = 20,6613$
7.  $G_p/N = 11,726 + 20,6613 = 32,3873$
8.  $R_p = 32,3873/0,0468 = 691,9316$
9.  $0,0468[1,562 + 0,00128(691,93 - 721)]/(1,562 - 1,498)$   
 $= 1,11$ . **Ensayo erróneo.** Se requiere asumir un valor menor de  $\Delta N_p/N$ .  
 $N_p/N = 0,0168$   
 $G_p/N = 11,726$ . Ir al paso 2.

**Tercer ensayo P = 2.100 psi.**

2. Se asume  $\Delta N_p/N = 0,025$
3.  $N_p/N = 0,0168 + 0,025 = 0,0418$
4.  $SL = 0,2 + 0,8 * (1-0,0418) * 1,429/1,498 = 0,9312$
5.  $So = 0,9312 - 0,2 = 0,7312$   
 $S^* = 0,7312/(1 - 0,2) = 0,914$   
 $Kg/Ko = (1-0,914)^2 * (1-0,914^2)/0,914^4 = 0,00174$   
 $Ri = 617 + 0,00174 * (0,595/0,0162) * (1,429/0,00128)$   
 $Ri = 688,351$

$$6. \Delta Gp/N = 0,025 \cdot (674,96 + 688,351)/2 = 17,041$$

$$7. Gp/N = 11,726 + 17,041 = 28,767$$

$$8. Rp = 28,767/0,0418 = 688,1$$

$$9. 0,0418[1,562 + 0,00128(688,1 - 721)]/(1,562 - 1,498)$$

= 0,9926. **Ensayo erróneo.** Se requiere asumir un

valor ligeramente mayor de

$\Delta Np/N$ .

$$Np/N = 0,0168$$

$$Gp/N = 11,726. \text{ Ir al paso 2.}$$

**Cuarto ensayo P = 2.100 psi.**

$$2. \text{ Se asume } \Delta Np/N = 0,0255$$

$$3. Np/N = 0,0168 + 0,0255 = 0,0423$$

$$4. SL = 0,2 + 0,8 \cdot (1 - 0,0423) \cdot 1,429/1,498 = 0,9306$$

$$5. So = 0,9306 - 0,2 = 0,7308$$

$$S^* = 0,7308/(1 - 0,2) = 0,9135$$

$$Kg/Ko = (1 - 0,9135)^2 \cdot (1 - 0,9135^2)/0,9135^4 = 0,001724$$

$$Ri = 617 + 0,001724 \cdot (0,595/0,0162) \cdot (1,429/0,00128)$$

$$Ri = 689,679$$

$$6. \Delta Gp/N = 0,0255 \cdot (674,96 + 689,679)/2 = 17,399$$

$$7. Gp/N = 11,726 + 17,399 = 29,12$$

$$8. Rp = 29,12/0,0423 = 688,42$$

$$9. 0,0423[1,562 + 0,00128(688,42 - 721)]/(1,562 - 1,498)$$

= 1,0048. **Ensayo aceptado.**

$$10. 1 - Np/N = 1 - 0,0423 = 0,9577$$

$$11. Np/N = 0,0423$$

$$Np = 56.000.000 \cdot 0,0423 = 2.368.800$$

12. Terminar.