

# INFORME No1 DEL PROYECTO DE SUELOS.

Guillermo Alejandro Martinez Giron

Junio 2021

## 1 Resumen

Durante este primer mes se realizó una revisión de diferentes artículos en los cuales se mostraban y explicaban algunas ecuaciones diferenciales parciales (EDP) que sirven para modelar diferentes fenómenos físicos, puntualmente el movimiento de nutrientes y agua en el suelo. Entre las ecuaciones que se trataron esta la ley de darcy y la ecuación de Richard que se ajustan y aplican a muchas de las situaciones y condiciones que encontramos en diferentes estudios de la ingeniería agrícola, además se manejaron diferentes software y páginas web como ayuda en el avance de simulacion de sistemas, programación y el manejo del sistema operativo Linux, usando el dev de c++ para la programación y Github, Gitpod, visual studio para Linux. Se realizó un estudio de métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias y un estudio de ecuaciones diferenciales parciales con el fin de entender poco a poco cómo funcionan estas y posteriormente dar solución al modelo que seleccionemos.

## 2 Marco teorico

Todas las situaciones que encontramos en el agro tienen lugar en distintas escalas tanto espaciales como de tiempo y están conectadas de tal manera que todas juntas dan lugar al ciclo de la vida que conocemos, así, [Fatichi, Pappas, and Ivanov \(2016\)](#) dice que es necesario esforzarse por integrar más las investigaciones realizadas a distintas escalas. Logrando esto hay un gran potencial de mostrar, por ejemplo, cómo se desarrolla una planta, pero también, cómo se da el ciclo del carbono bajo influencia de la misma y más aún como una plantación influye en los diferentes procesos biológicos de una región. Desde hace algunos años para entender mejor estos procesos, las Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) han sido vitales, permitiendo el modelamiento de fenómenos físicos, y que, como postula [Garza and Ortiz \(2013\)](#) no hay rama de la ciencia en la que estas ecuaciones no estén presentes, un ejemplo de esto en las ciencias agrícolas, más exactamente en la hidrodinámica, son las ecuaciones de Navier-Stokes. Ahora bien con la llegada de nuevas tecnologías las EDP han tomado aún más fuerza, pues ahora no solamente se dispone de modelos para dar estudio y solución a diferentes problemas, sino que, también se pueden automatizar los procesos con la ayuda de programas, logrando así un avance inmenso en las diferentes ramas de la ciencia y la ingeniería.

Con el crecimiento de la población, los esfuerzos por lograr una producción de alimentos que satisfagan las necesidades a la vez que se cuida el medio ambiente, ha provocado preocupación entre los científicos de dichas áreas y en los encargados de tomar decisiones, pues se hace difícil aun en la actualidad buscar un punto de equilibrio entre estos dos procesos. Como afirma [Bowen and Jaramillo \(2001\)](#) se necesitan modelos de simulación que brinden un auxilio a los científicos en la asimilación de conocimientos y que incrementen la eficacia de las investigaciones, esto se puede lograr con un uso unificado de software, conocimientos matemáticos e investigaciones dedicadas a las distintas áreas, para que, juntos lleven al desarrollo de sistemas que le brinden al sector un nuevo camino con herramientas que facilitan el análisis y la toma de decisiones en estos sistemas.

Como se menciono antes es de gran importancia cuidar los recursos para conservar el medio ambiente y es por esto que en la mayoría de ocasiones antes de iniciar un cultivo se deben realizar algunos estudios de campo previos, para que, a partir de los resultados obtenidos con estos, se tomen las decisiones correctas que permitan cumplir con las exigencias de cada planta y se evite el desperdicio de recursos como el agua y nutrientes los cuales son de gran importancia conservar. El problema radica en que por cuestiones de tiempo y economía en muchos casos no se realizan dichos estudios previos,

tomándose así decisiones erróneas que provocan pérdidas de todo tipo, según [Arbat, Barragán, Puig, Poch, and Ramírez de Cartagena \(2003\)](#) una alternativa a estos estudios de campo es la utilización de modelos matemáticos que permitan simular el comportamiento del agua y los nutrientes en el suelo al considerar algunas condiciones dadas como caudal, tiempo de riego y propiedades del suelo. Ahora bien, con la aparición de nuevas tecnologías es posible sacar aún más provecho de estos modelos, resolviendolos de manera automática con lo cual se ahorra tiempo y dinero.

Es evidente que los modelos matemáticos son necesarios en el área del agro, desde el punto de vista de [Roose and Schnepf \(2008\)](#) los modelos conducen a un conocimiento profundo en la ciencia de las plantas y pueden encaminar a la solución de problemas tales como la falta de alimentos y el calentamiento global. La relación suelo-planta-agua es vital para entender el porqué del cambio climático, pues es aquí donde se evidencia claramente el ciclo del agua y del carbono, además con esta se pueden dar diversos estudios en la agricultura que permitan mejorar la producción de alimentos la cual es preocupante y es cuestión de vida o muerte para muchas personas en el mundo, recientemente se presentó un informe sobre la producción de trigo global que alcanzó un mínimo histórico desde la segunda guerra mundial.

Muchos de los modelos matemáticos que se utilizan en el agro sufren modificaciones para ajustarse a necesidades específicas, pues como indicamos anteriormente tenemos condiciones, como las propiedades del suelo, que cambian en cada caso. Es por dicha situación que se vuelve de gran importancia dedicar tiempo a investigar cómo estos modelos pueden ayudar a mejorar muchos procesos y situaciones con las que se encuentran los científicos e ingenieros en su día a día. [Assouline \(2013\)](#) señala que, estos modelos junto con las investigaciones que se han realizado hasta el momento son la base para superar grandes retos que se van a presentar en las siguientes décadas.

Existen tres modelos que son, por así decirlo, los más importantes para temas como movimiento de agua y nutrientes en el suelo, estos son la ley de Darcy, la ecuación de Richards y la ecuación de Buckingham de las cuales hablaremos a continuación.

### Ley de Darcy

En 1856 Henry Darcy, un ingeniero francés dedicado a modernizar y ampliar las obras públicas de la ciudad de Dijon, publicó en su libro una serie de experimentos sobre el flujo de agua en arenas y estableció una ecuación que posteriormente se conocería como la ley de Darcy (ver ecuación 1), de acuerdo con [Romaña García \(2014\)](#) la ley de darcy es una generalización afortunada de cómo funciona el flujo de líquidos en variados medios. Dicha ley establece la relación entre la velocidad de descarga y el gradiente hidráulico de flujo en arenas que es una invariante del material llamada coeficiente de permeabilidad, es por eso que esta ley se utiliza como base en diferentes ramas de la ingeniería. Desde que se publicó el trabajo de Darcy muchos investigadores han intentado brindar una forma más general de la ley que, finalmente, como revela [Hubbert et al. \(1956\)](#) muchos han terminado perdiendo de vista el trabajo de Darcy y la importancia del mismo.

$$q = -K(h_2 - h_1)/l \quad (1)$$

Donde  $q$  es el volumen de agua que se mueve en la unidad de superficie y en unidad de tiempo,  $l$  el espesor de la arena,  $h_1$  y  $h_2$  son las alturas sobre un nivel de referencia y  $K$  un factor de proporcionalidad conocida como conductividad hidráulica saturada.

### Ecuación de Buckingham

Buckingham en 1907 propuso extender la ley de Darcy a el movimiento de agua en medios porosos no saturados y obtuvo de esta manera la ecuación.

$$f = -K(\theta) \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -K(\Psi) \frac{\partial (\Psi + z)}{\partial z} = -K(\Psi) \left( \frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1 \right) \quad (2)$$

Donde  $z$  es la coordenada vertical siendo positiva hacia arriba,  $z=0$  representa un nivel de referencia prescrito. La función  $K(\theta)$  o  $K(\Psi)$ , la ecuación (2) puede resolverse para el flujo,  $f$ , o para la correspondiente distribución del potencial capilar en el perfil del suelo,  $\Psi(z)$ .

## Ecuación de Richards

Ya en 1931 Richards desarrolló la ecuación general para flujo a través de medios porosos, donde se da una combinación de la ecuación de flujo de Buckingham y el principio de continuidad, la ecuación en términos de potencial matricial puede ser expresada unidimensionalmente como se muestra a continuación.

$$C(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\Psi) \left( \frac{\partial \Psi}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (3)$$

Donde  $C(\Psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi}$  es la capacidad específica del suelo,  $\theta$  es la humedad volumétrica,  $\Psi$  es el potencial matricial,  $K(\Psi)$  es la conductividad hidráulica,  $t$  es el tiempo, y  $z$  es la coordenada vertical.

Además, la ecuación de Richards al igual que la ley de Darcy se puede modificar para adaptar el modelo a diferentes condiciones que se nos presentan en el mundo real, un ejemplo de esto lo tenemos con [Zeng, Zha, and Yang \(2018\)](#) quienes realizaron ciertos cambios a la ecuación para que se ajustara a modelar el flujo de agua en suelo saturado, con condiciones desfavorables y mediante estudios rigurosos descubren que este modelo se adapta bastante bien al estudio en cuestión.

## 3 Programación y Modelado

Inicialmente para el estudio del lenguaje de programación C++ apoyados en los libros [Bronson \(2006\)](#) y [Escobar \(2004\)](#) se vieron los siguientes temas: Cómo se desarrolla un algoritmo con el fin de dar solución a un problema, cuáles son los códigos básicos de este lenguaje (por ejemplo los comandos de entrada y salida de datos, cout y cin respectivamente), el manejo de las variables, los condicionales, bucles o ciclos y por último los arreglos, temas necesarios para poder dar inicio al estudio de la librería Hdnum la cual trabajaremos a lo largo de este semillero y que nos ayudará en la solución y automatización de los modelos seleccionados. También como se mencionó antes y a manera de ejercicio se desarrolló un programa para dar solución a una ecuación diferencial utilizando el método numérico de euler (Figura 1). Por otra parte se estudiaron los temas relacionados con ecuaciones diferenciales parciales y un método numérico para dar solución a ecuaciones diferenciales ordinarias. Por último se revisaron algunos software y proyectos de modelado a nivel mundial.

### 3.1 EDP y Metodos numericos

Luego de un breve repaso de algunos temas vistos en los cursos de calculo diferencial, integral y ecuaciones diferenciales, el primer tema visto fue el método numérico de euler (ver figura 1) para dar solución a una ecuación diferencial ordinaria, mismo método que se desarrolló en un programa de C++.

Posteriormente, se estudió que es una ecuación diferencial parcial EDP, la clasificación de las ecuaciones lineales de segundo orden en dos variables con coeficientes constantes, la forma canónica de las ecuaciones lineales de segundo orden en dos variables con coeficientes constantes y ejemplos de cada uno de estos temas, en el siguiente mes se espera seguir revisando diversos temas de las EDP con el fin de estudiar diferentes ecuaciones como la de Richards y la Ley de Darcy para definir el modelo a analizar.

```

1 #include <iostream>
2 double f(double t, double y); // Prototipo de funcion
3 int main(){
4
5     float a, b, w, h, t, alpha; //definimos las variables que vamos a utilizar en este programa
6     int N, i; // La i no va a ser como tal una variable del ejercicio sino que nos sirve como contador para
7     std::cout<<"Metodo de Euler"<<std::endl;
8
9     //Ahora le asignaremos valores a las variables antes definidas
10    a=0;
11    b=2;
12    w=0.5;
13    N=10;
14    t=a;
15    h= (b-a)/N;
16    std::cout<<"t="<<t<<"w="<<w<<std::endl;
17
18    //Vamos a crear un ciclo for para que nos ayude con las operaciones repetitivas del programa
19    for (i=0;i<N;i++){
20        w= w+h*f(t,w);
21        t= t+h;
22        std::cout<<"t="<<t<<"w="<<w<<std::endl;
23    }
24    return 0;
25 }
26 double f(double t, double y){
27     return y - t*t + 1;
28 }

```

Figure 1: Programa C++ metodo Euler

### 3.2 GitHub y Gitpod

En cuanto a el manejo del sistema operativo Linux se utilizaron páginas web como Github (Figura 2 y 3) y Gitpod (Figura 4), el primero donde se tiene un repositorio dedicado a este trabajo y el segundo que básicamente brinda un entorno de trabajo semejante al que se tiene cuando se maneja la consola de linux donde se puede aprender a manejar muchos de los comandos básicos para la consola de este sistema operativo, algunos de estos comandos son

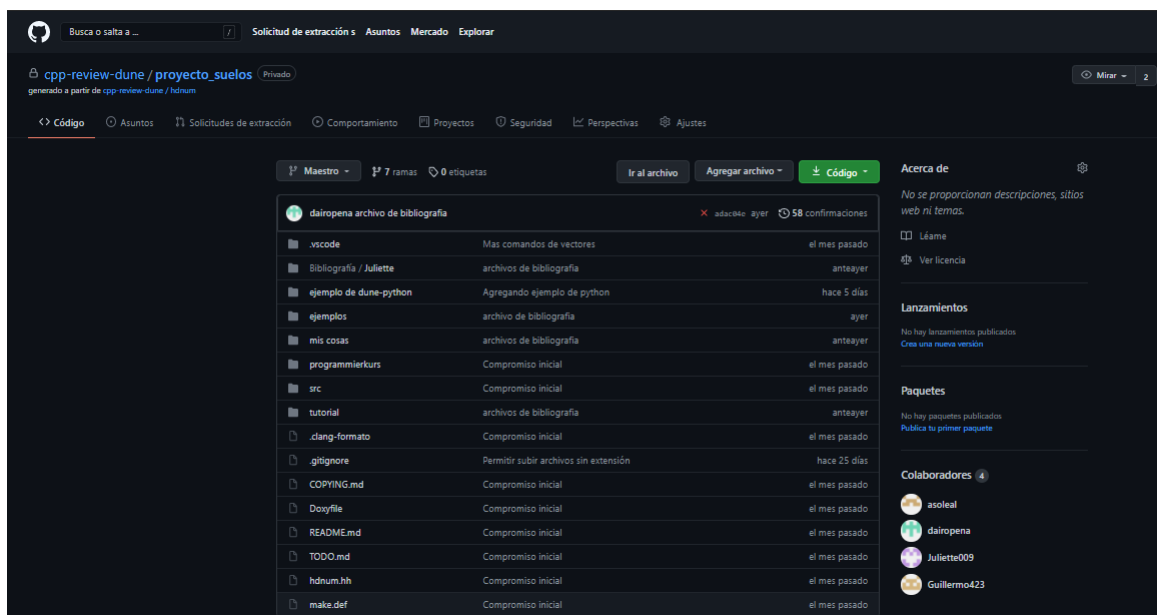


Figure 2: Captura No.1 repositorio Github

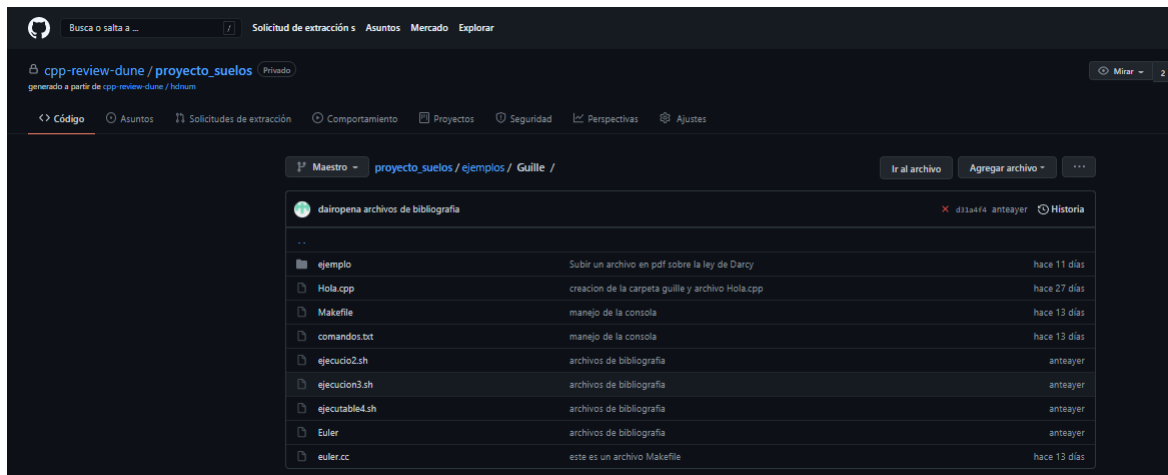


Figure 3: Captura No.2 repositorio Github



Figure 4: Captura entorno Gitpod

### 3.3 Comandos de Linux

Como se menciona, con las herramientas ya vistas se practicaron los comandos basicos del sistema operativo Linux, algunos de estos comandos se presentan a continuacion:

- pwd: Comando que permite saber en qué directorio se encuentra el usuario
- cd: Con el uso de este comando se puede navegar entre los diferentes directorios. Este comando al igual que muchos que se van a mencionar tiene muchas variantes que permiten llevar a cabo acciones relacionadas pero distintas, por ejemplo `cd proyectosuelos/examples` se utiliza para entrar a la ruta especificada, en este caso el directorio proyectosuelos y posteriormente el directorio examples, mientras que el comando `cd ..` nos permite regresar del directorio actual al anterior así, siguiendo el ejemplo antes dado si se está en el directorio ejemplos al ejecutar el comando `cd ..` regresamos al directorio proyectosuelos
- ls: Permite ver el contenido de un directorio
- cp: Permite copiar archivos de un directorio a otro
- mv: Utilizado para mover archivos de un directorio a otro
- mkdir: Comando para crear un directorio
- rm: Remover directorios junto con los archivos que tiene dentro
- touch: Permite crear un nuevo archivo

### 3.4 Archivos Makefile y Shell

Además de los comandos antes mencionados se realizaron pruebas de Makefile que es un archivo el cual permite realizar ciertos procesos de forma automática por ejemplo compilar y ejecutar dos o más programas que se tengan en los directorios (ver figura 5). Otra prueba que se realizó fue con los archivos shell, que al igual que el Makefile permite automatizar procesos repetitivos dentro del sistema linux, pero entonces, ¿Cuál es la diferencia entre el makefile y el shell? la diferencia es que el Makefile se utiliza en mayor parte para compilar y ejecutar programas y el shell ejecuta instrucciones que tienen que ver por ejemplo con mover, subir o crear archivos, entre otras (ver figura 6).

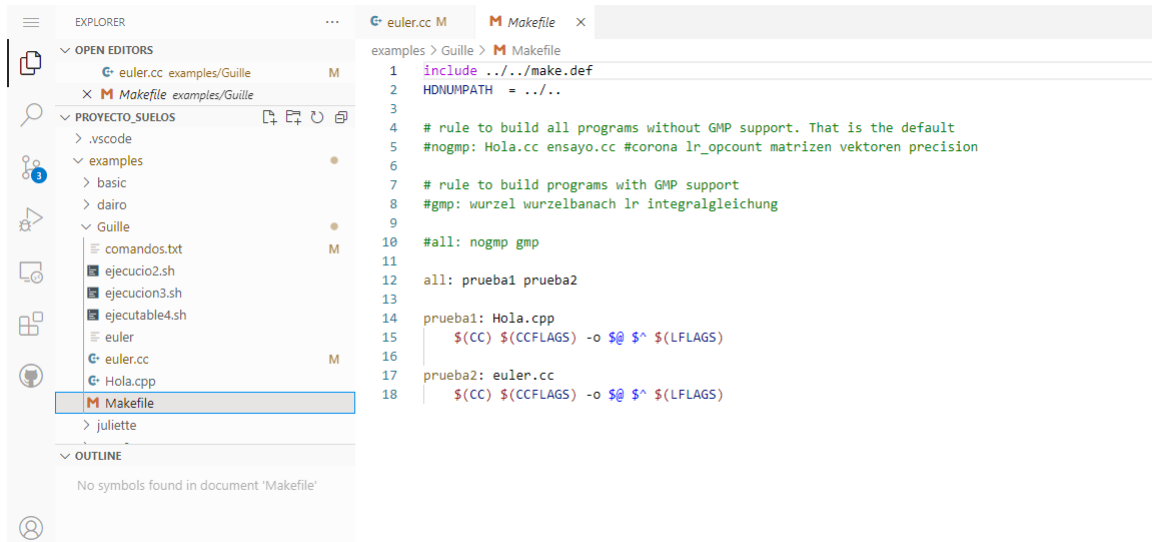


Figure 5: Captura archivo Makefile

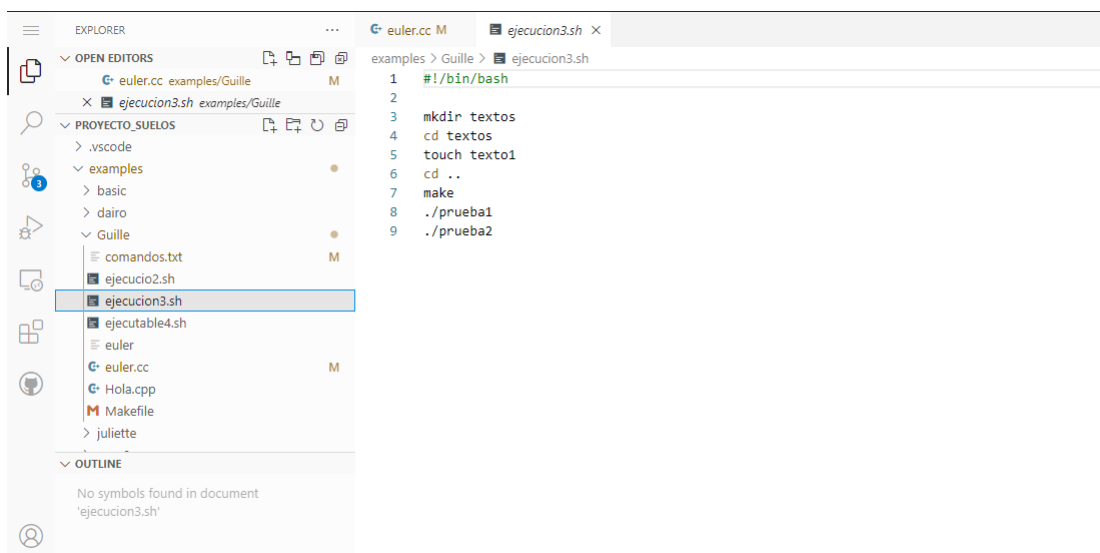


Figure 6: Captura archivo Shell

### 3.5 Visual Studio y Git

A pesar de lo favorable de GitHub y Gitpod que son las páginas web utilizadas para los procesos anteriormente mencionados, en las últimas dos semanas se instalaron visual studio (ver figura 7) y la versión de Git de escritorio (ver figura 8), con el fin de evitar problemas y pérdida debido a las fallas de internet ocurridos en los últimos días, pues al tener estos dos programas, podemos realizar los mismos procesos que en GitHub y Gitpod pero esta vez guardando todo directamente en nuestro pc y no desde una página, evitando así la pérdida de los trabajos realizados.

Visual studio es un entorno de desarrollo diseñado para windows y Mac OS, es compatible con diversos lenguajes de programación como C++, Java, Python, Visual Basic, entre otros. En nuestro caso utilizaremos Visual para desarrollar los programas en los siguientes meses.

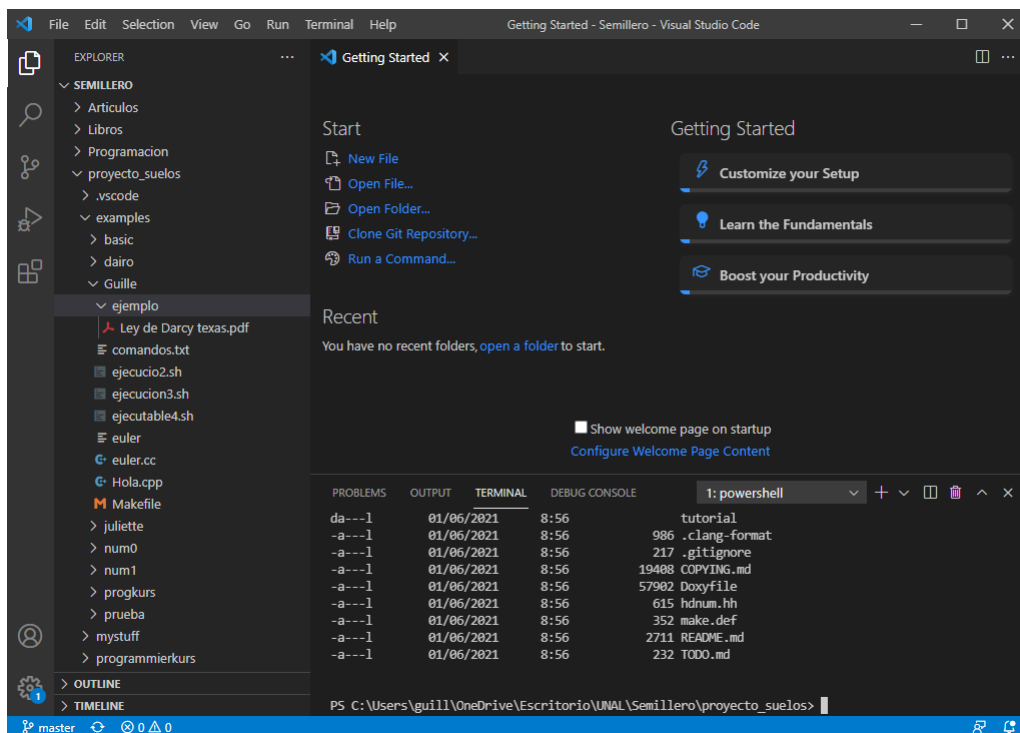


Figure 7: Captura Visual Studio

Git por su parte es un software de control de versiones diseñado con el fin de que permita subir archivos guardados en la computadora a el repositorio de GitHub. Para subir los archivos al repositorio se utilizan los siguientes codigos

- git push: se utiliza para publicar y cargar cambios locales a un repositorio central.
- git add -all: Sirve para subir archivos a un repositorio.
- git pull: Descarga o por así decirlo actualiza todos los cambios realizados en el repositorio.
- git commit -m"": Con este comando se comenta lo realizado en un archivo subido al repositorio.

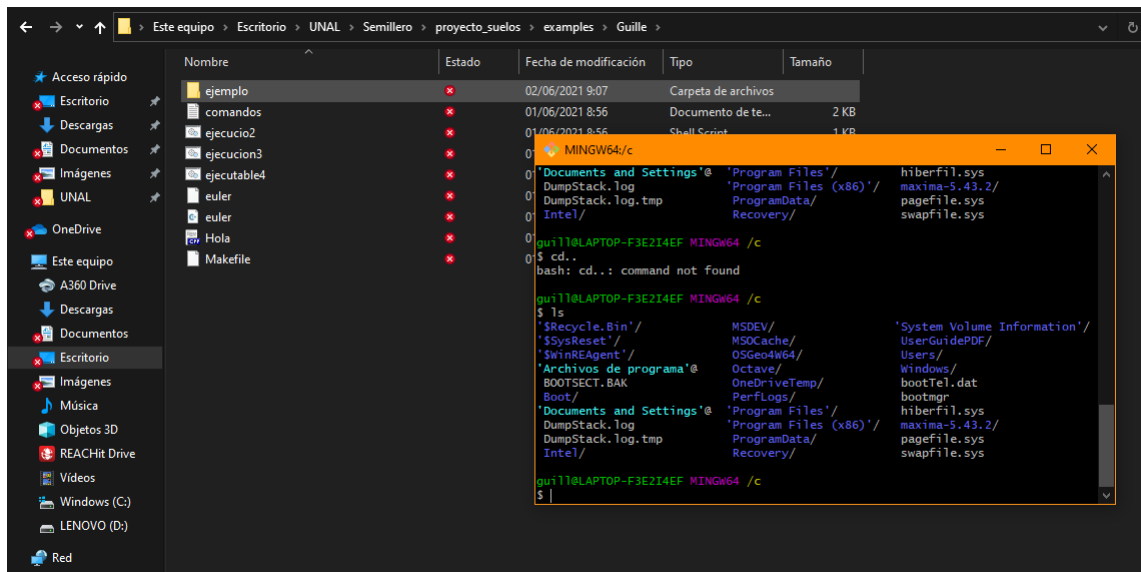


Figure 8: Captura Git de escritorio

### 3.6 Proyectos a nivel mundial

Por último tenemos algunos proyectos de desarrollo de software creados para simular el comportamiento de agua y nutrientes en el suelo, basados en los modelos que se han mostrado a lo largo de este informe.

#### HYDRUS

Es un software de modelado basado en windows que tiene como fin simular el movimiento de agua y solutos en medios porosos, incluye el modelo bidimensional de elementos finitos HYDRUS-2D que simula el movimiento del agua, el calor y diferentes solutos.

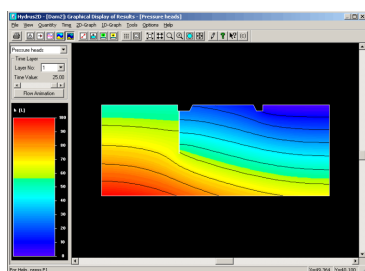


Figure 9: Fluir debajo de una presa, recuperado de <https://www.pc-progress.com/en/Default.aspx?hydrus-2d>

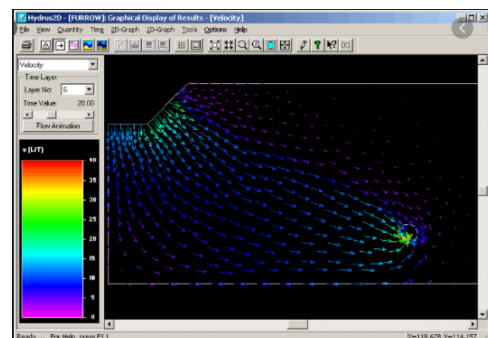


Figure 10: Resultado vectores de velocidad, recuperado de <https://www.pc-progress.com/en/Default.aspx?hydrus-2d>



## DUNE

Dune es un entorno que permite solucionar ecuaciones diferenciales parciales con métodos basados en cuadrícula. permite implementar fácilmente métodos como Elementos finitos (FE), Volúmenes finitos (FV) y también Diferencias finitas (FD). su licencia es gratuita y garantiza eficacia en los calculos científicos ademas de soportar herramientas informáticas de alto rendimiento.

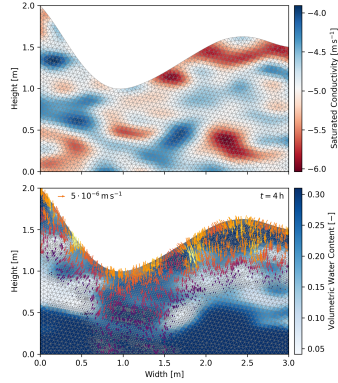


Figure 11: Flujo de agua y solutos, recuperado de <https://dune-project.org/gallery/>

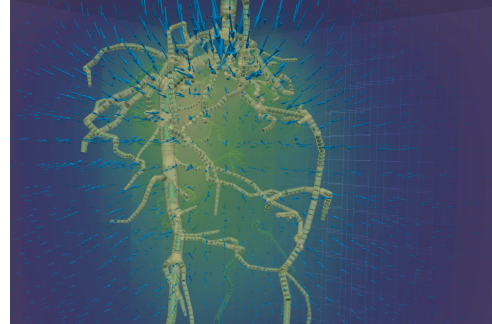


Figure 12: Interacción Raíz-suelo, recuperado de <https://dune-project.org/gallery/>

## DUMUX

Este es un simulador de código abierto y código de investigación en c++ moderno, al igual que Dune permite simular diversos sistemas de la vida real con gran exactitud y flexibilidad.

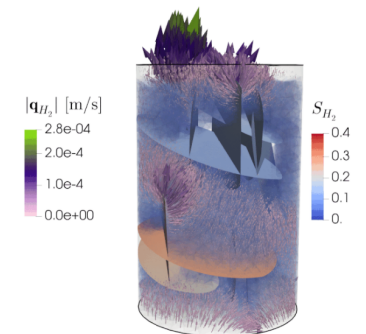


Figure 13: Flujo de dos fases en medios porosos fracturados. recuperado de <https://dumux.org/>

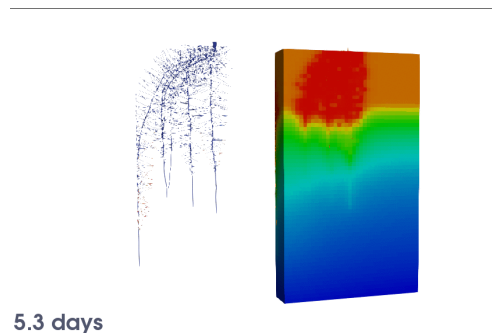


Figure 14: Transporte de agua en la zona vadosa, recuperado de <https://dumux.org/>

## 4 Conclusiones

- i. Se observó claramente que los modelos matemáticos son vitales para las diferentes ramas de la ciencia, ya que facilitan el análisis y la simulación de sistemas. Debido a lo anterior también es de suma importancia estudiar las Ecuaciones diferenciales tanto ordinarias (EDO) como parciales (EDP) y los métodos para su solución ya sean analíticos o numéricos.
- ii. Es necesario que la programación vaya estrechamente vinculada con los modelos matemáticos y estudios de cada área, ya que brindan la posibilidad de llegar a nuevos niveles en los proyectos de investigación.
- iii. Los software de modelado son esenciales para el análisis y predicción en sistemas de la vida real, esto lo podemos ver con Hydrus, DUNE, DUMUX los cuales ilustran el potencial de dichas herramientas.

## References

- G Arbat, J Barragán, J Puig, R Poch, and F Ramírez de Cartagena. Evaluación de los modelos numéricos de flujo de agua en el suelo hydrus-2d y simdas en riego localizado. *ÁLVAREZ-BENEDÍ, J.; MARINERO, P. Estudios de la zona no saturada del suelo. Valladolid: Instituto Tecnológico Agrario de Castilla y León (ITA)*, 6:279–288, 2003.
- Shmuel Assouline. Infiltration into soils: Conceptual approaches and solutions. *Water Resources Research*, 49(4):1755–1772, 2013.
- Walter Bowen and Raúl Jaramillo. Modelos de dinámica de nutrientes en el suelo y en la planta. In *Congreso Sociedad Ecuatoriana de la Ciencia del Suelo [CD-ROM archivo]. Sociedad Ecuatoriana de la ciencia del Suelo (7: 2000 oct. 19-20 octubre: Quito)*, 2001.
- Gary J Bronson. *C++ para ingeniería y ciencias/C++ For Engineers and Scientists*. Cengage Learning Editores, 2006.
- Héctor Manuel Mora Escobar. *Introducción a C y métodos numéricos*, volume 10. Univ. Nacional de Colombia, 2004.
- Simone Fatichi, Christoforos Pappas, and Valeriy Y Ivanov. Modeling plant–water interactions: an ecohydrological overview from the cell to the global scale. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Water*, 3(3):327–368, 2016.
- Gabriel López Garza and Fco Hugo Martínez Ortiz. Ecuaciones diferenciales parciales. 2013.
- M King Hubbert et al. Darcy’s law and the field equations of the flow of underground fluids. *Transactions of the AIME*, 207(01):222–239, 1956.
- Jhon Francisco Romaña García. Los límites de la ley de darcy. *Escuela de Ingeniería Civil*, 2014.
- Tiina Roose and Andrea Schnepf. Mathematical models of plant–soil interaction. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 366(1885):4597–4611, 2008.
- Jicai Zeng, Yuanyuan Zha, and Jinzhong Yang. Switching the richards’ equation for modeling soil water movement under unfavorable conditions. *Journal of hydrology*, 563:942–949, 2018.