姓名：　　　　班内序号：　　　　学号：　　　　班级：

北京邮电大学 2018——2019 学年第 1 学期

“信号与系统”期末考试试题（3&4 学分 A 卷）

注意事项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等与考试无关的东西一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在草稿纸上一律无效。		
考试课程	信号与系统	考试时间	2019 年 1 月 14 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
满分	24	8	8	12	10	10	12	10	6	
得分										
阅卷教师										

一、 填空题（每空 2 分，共 24 分）

题号	1.	2.	3.	4.
答案	$2\delta(t-1)$	$\sin(200t\text{-}60^\circ)$	反比	$\dfrac{s+1}{(s+1)^2+9}$
题号	5.	6(1).	6(2).	7(1).
答案	$\dfrac{e^{-2}}{(s+2)}$	$X(z)=\dfrac{1}{1-3z}$	$\lvert z\rvert<\dfrac{1}{3}$	$X(z)=\dfrac{z}{z-1}$
题号	7(2).	8.	9.	10.
答案	$\lvert z\rvert>1$	2	$\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert F(\omega)\rvert^2\,d\omega$	$4\omega_m$

1. 已知信号 $\cos(2t)$ 通过线性无失真传输系统的响应为 $2\cos(2t-2)$，则此系统单位冲激响应为 $h(t)=$______。

2. 信号 $\sin(200t+30^\circ)$ 通过 $h(t)=\dfrac{1}{\pi t}$ 的线性时不变系统后，其零状态响应为________。

3. 当理想低通滤波器的输入信号为单位阶跃函数时，其输出信号的上升时间与理想低通滤波器的带宽成__________。（“正比”或“反比”）

4. 信号 $e^{-t}\cos(3t)u(t)$ 的拉普拉斯变换为 ____________。

5. 信号 $e^{-2t}u(t-1)$ 的拉普拉斯变换为 ____________。

6. $(\frac{1}{3})^n u(-n)$ 的 z 变换 $X(z)=$ ________________，收敛域为__________。

7. $\sum_{k=0}^{+\infty}\delta(n-k)$ 的 z 变换 $X(z)=$ ________________，收敛域为_________。

8. 已知因果序列的 z 变换为 $X(z)=\dfrac{2z^2-3z+1}{z^2-4z+5}$，则序列的初值 $x(0)=$________。

9. 设某能量信号的频谱密度为 $F(\omega)$，则该信号的能量可以表示为________。

10. $f(t)$ 如图 1 所示的带限信号，对 $f(2t)$ 抽样的奈奎斯特频率 $\omega_{s\min}=$______。

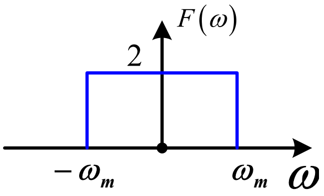


图 1

二、（8 分）已知某传输信道的可用频带宽度为 99.7MHz~100.3MHz，现在需要传输一基带信号 $e(t)$，其频谱所占带宽为 300kHz，幅度谱如图 2 所示。为了无失真的传输该信号，需要对信号进行调制（与 $\cos\omega_0 t$ 相乘），并在接收端进行本地载波同步解调（与 $\cos\omega_0 t$ 相乘），为了滤除高频干扰，再通过一理想低通滤波器进行滤波，最后得到原信号 $e(t)$。

（1） 求载波信号的角频率 ω_0，并画出载波信号的频谱图；

（2） 画出调制后信号的幅度频谱；

（3） 画出理想低通滤波器的幅度频谱图。

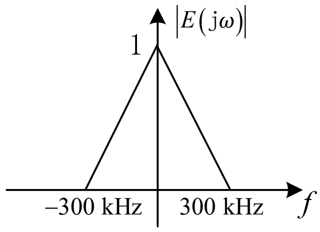
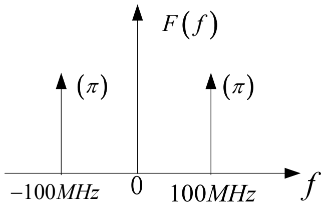


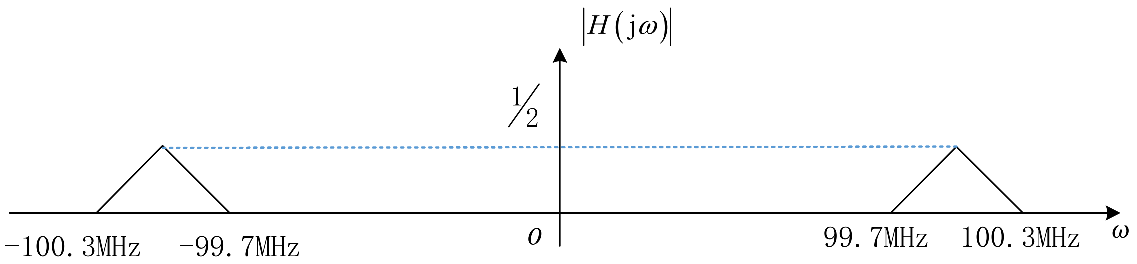
图 2

答案和评分标

（1）100MHz (2 分)

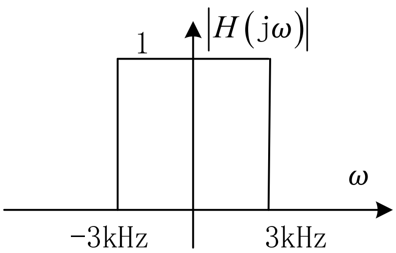
载波频谱图：





(2 分)

3　(2 分)



下面的题目请给出必要的解答步骤，只有结果没有步骤不得分。

三、（8 分）某横向数字滤波器的结构如图 3 所示。

（1） 求系统函数 $H(z)$；

（2） 求系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$；

（3） 画出系统的幅度频谱图。（三学分无此问，总分值为 6 分）

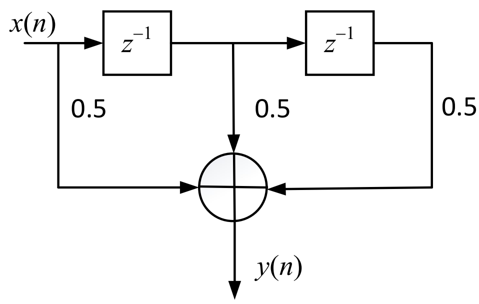


图 3

解：

(1)　$h(n)=0.5\delta(n)+0.5\delta(n-1)+0.5\delta(n-2)$ ……………………………（2 分）

　　$H(z)=0.5+0.5z^{-1}+0.5z^{-2}$ ……………………………（2 分）

(2)

$$H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}}$$

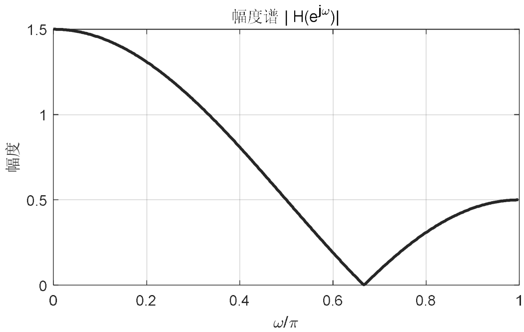
$$= 0.5 + 0.5e^{-j\omega} + 0.5e^{-2j\omega} \text{.............................}（2 分）$$

(3)

$$H(e^{j\omega}) = 0.5 \cdot (1 + e^{-2j\omega}) + 0.5e^{-j\omega}$$

$$= 0.5e^{-j\omega}(e^{j\omega} + e^{-j\omega}) + 0.5e^{-j\omega}$$

$$= (cos\omega + 0.5) \cdot e^{-j\omega}$$



…………..(2 分)

四、（6 分）线性时不变系统的信号流图如图 4 所示，要求使用梅森公式。

（1）求流图的特征行列式Δ；（2）求系统函数 $H(s)$。

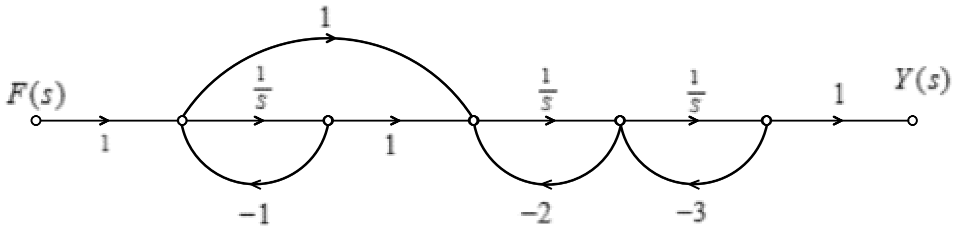


图 4

答案：

（1）特征行列式为

$$\Delta = 1 + [\frac{1}{s} + \frac{2}{s} + \frac{3}{s}] + [\frac{1}{s}\frac{2}{s} + \frac{1}{s}\frac{3}{s}] = \frac{s^2 + 6s + 5}{s^2} = \frac{(s+1)(s+5)}{s^2} \qquad （3 分）$$

（2） $p_1\Delta_1 = \frac{1}{s^2} \times 1$ ， $p_2\Delta_2 = \frac{1}{s^3} \times 1$

$$H(s) = \frac{s^2}{(s+1)(s+5)}[\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3}] = \frac{s^2}{(s+1)(s+5)}\frac{(s+1)}{s^3} = \frac{1}{(s+5)s} \qquad （3 分）$$

五(三学分)、(8 分) 电路如题图 5 所示，$t=0$ 以前开关位于“1”，电路已进入稳定状态，$v_C(0\_) = \frac{E}{2}$， $i_L(0\_) = 0$， $t=0$ 时开关从“1”倒向“2”。（1）画出 $t \ge 0$ 时的 s 域网络模型；（2）以 $i(t)$ 的拉氏变换 $I(s)$ 为自变量，列写 S 域的电路方程；（3）求电流 $i(t)$ 的时域表达式。

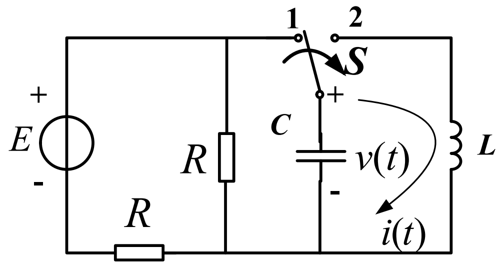
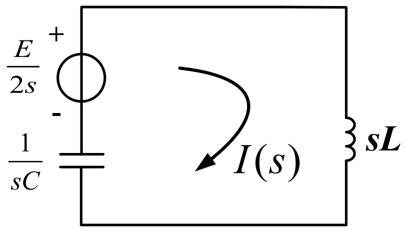


图 5

解：$t\ge 0$时，题图所示电路的等效 s 域网络模型如图所示



（3 分）

$$\left(sL+\frac{1}{sC}\right)I(s)=\frac{E}{2s}$$ （ 2 分 ）

$$I(s)=\frac{\frac{E}{2L}}{s^2+\frac{1}{LC}} \qquad i(t)=\frac{E\sqrt{LC}}{2L}\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right) \qquad (t\ge 0)$$ （3 分）

四、（12 分） 已知系统函数$H(s)=\dfrac{2-s}{2s^2+6s+4}$。

(1)试画出系统的零极点图。

(2)试画出**并联结构形式**的信号流图。

(3)根据(2)绘制的信号流图建立状态方程和输出方程。

解：

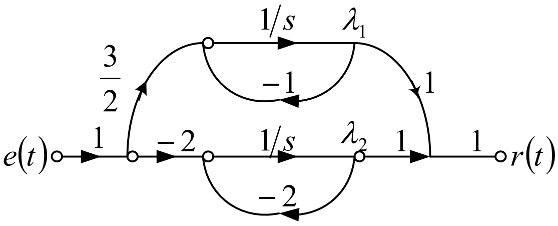
（1）

$H(s)=\dfrac{2-s}{2s^2+6s+4}=\dfrac{3/2}{s+1}+\dfrac{-2}{s+2}$，零点为 s=2，极点为 s=-1 和 s=-2 （2 分）

零极点图（略） （2 分）

解：$H(s)=\dfrac{2-s}{2s^2+6s+4}=\dfrac{3/2}{s+1}+\dfrac{-2}{s+2}$ （2 分）

$H(s)$的流图形式可表示为



（2 分）

$$\begin{cases}\dot{\lambda}_1=-\lambda_1+\frac{3}{2}e(t)\\ \dot{\lambda}_2=-2\lambda_2-2e(t)\end{cases}$$ （2 分）

$r(t)=\lambda_1+\lambda_2$ （ 2 分）

六、(10 分) 已知系统如图 6(a)所示，$x(t)=Sa(10t)$，其频谱如图 6（b）所示，$p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$，

（1） 画出 $f(t)$ 的频谱图；

（2） 从抽样信号 $f_s(t)$ 中恢复 $f(t)$ 的最大抽样间隔 $T_{s\max}$；

（3） 若抽样间隔 $T=\frac{2}{3}T_{s\max}$， 画出 $f_s(t)$ 的频谱图。

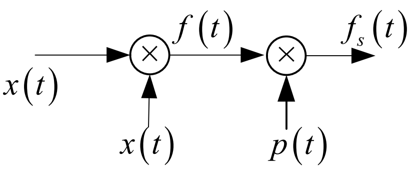


图 6(a)

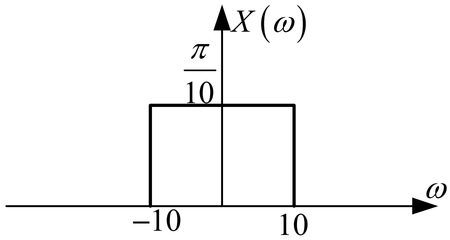
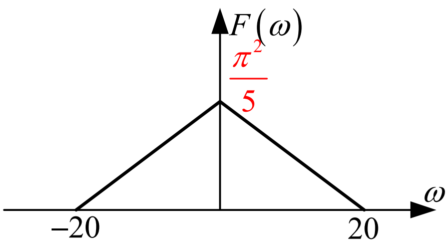


图 6(b)

解：（1）

$$f(t)=x^2(t)\leftrightarrow F(\omega)=\frac{1}{2\pi}X(\omega)*X(\omega)$$ （2 分）



（2 分）

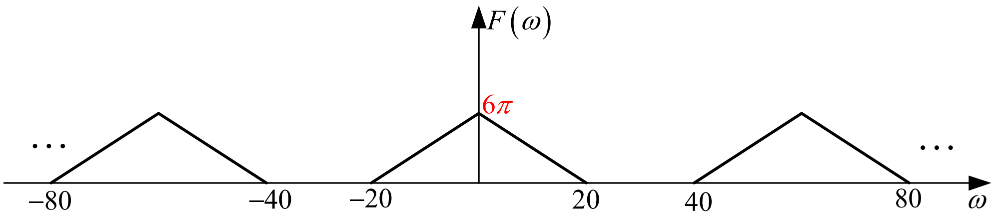
（2） $f(t)$ 的最高角频率： $\omega_m=20rad/s$， $f_m=\frac{\omega_m}{2\pi}=\frac{10}{\pi}Hz$

所以最大抽样间隔 $T_{s\max}=\dfrac{1}{2f_m}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\pi}{10}=\dfrac{\pi}{20}$ （2 分）

（3）抽样间隔 $T=\dfrac{2}{3}T_{s\max}=\dfrac{\pi}{30}$， $\omega_s=\dfrac{2\pi}{T}=60$

$$f_s(t)=f(t)p(t)=f(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$

$$F_s(\omega)=\frac{1}{2\pi}F(\omega)*\omega_s\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_s)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(\omega-n\omega_s)$$ （2 分）



（2 分）

七、（10分） 如图7所示复合系统中，已知两个子系统的冲激响应分别为 $h_1(t)=3e^{-3t}u(t)$，$h_2(t)=e^{-t}u(t)$，（1）求该系统的系统函数 $H(s)$ ；（2）判断此系统的稳定性（并说明判断依据）;

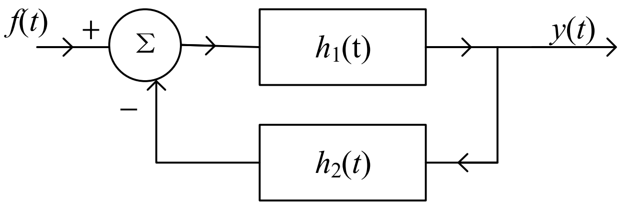


图7

解：（1）系统函数

$$H_1(s)=L[h_1(t)]=\frac{3}{s+3}$$ （2分）

$$H_2(s)=L[h_2(t)]=\frac{1}{s+1}$$ （2分）

$$[F(s)\text{-}Y(s)H_2(s)]H_1(s)=Y(s)$$ （2分）

$$H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{H_1(s)}{1+H_1(s)H_2(s)}=\frac{3(s+1)}{(s+2)^2+2}$$ （2分）

（2） 因为极点在左半平面，稳定系统 （2分）

八、（12 分） 已知因果离散系统的差分方程为

$$y(n)-\frac{5}{6}y(n-1)+\frac{1}{6}y(n-2)=x(n)$$

（1）当 $y(-1)=0$， $y(-2)=-1$ 时，求该系统的零输入响应 $y_{zi}(n)$；

（2）当 $x(n)=2\delta(n)$ 时，求该系统的全响应 $y(n)$。

答案和评分标准

（1）求零输入响应，利用 z 变换的性质可得：

$$Y_{zi}(z)-\frac{5}{6}z^{-1}Y_{zi}(z)-y(-1)+\frac{1}{6}z^{-2}Y_{zi}(z)+z^{-1}y(-1)+y(-2)=0$$ （2 分）

$$Y_{zi}(z)=\frac{y(-1)-z^{-1}y(-1)-y(-2)}{(1-\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2})}=\frac{1}{(1-\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2})}=\frac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})}=\frac{3z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-2z}{z-\frac{1}{3}},$$

收敛域为 $|z|>\frac{1}{2}$，（2 分）

$$y_{zi}(n)=[3(\frac{1}{2})^n-2(\frac{1}{3})^n]u(n)$$ （2 分）

（2）求系统函数，利用 z 变换的性质可得：

$$Y(z)-\frac{5}{6}z^{-1}Y(z)+\frac{1}{6}z^{-2}Y(z)=X(z)$$ **（2 分）**

$$H(z)=\frac{1}{1-\frac{5}{6}z^{-1}+\frac{1}{6}z^{-2}}=\frac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})}=\frac{3z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{-2z}{z-\frac{1}{3}},$$ 收敛域为 $|z|>\frac{1}{2}$ （2 分）

$$h(n)=[3(\frac{1}{2})^n-2(\frac{1}{3})^n]u(n)$$

求全响应： $y(n)=y_{zi}(n)+2h(n)=[9(\frac{1}{2})^n-6(\frac{1}{3})^n]u(n)$ （2 分）

九、（10 分）已知某线性时不变离散系统的系统函数为 $H(z)=\dfrac{1+z^{-1}}{1+2.5z^{-1}+z^{-2}}$

（1）如果系统是因果系统，请给出其收敛域和单位样值响应；

（2）如果 $H(z)$ 的收敛域包含单位圆，请写出其收敛域，并求单位样值响应，判断系统的因果性。

答案和评分标准

（1） $H(z)=\dfrac{1+z^{-1}}{1+2.5z^{-1}+z^{-2}}=\dfrac{z(z+1)}{z^2+2.5z+1}=\dfrac{z(z+1)}{(z+2)(z+0.5)}$，收敛域|z|>2， （2 分）

$$h(n)=\frac{1}{3}(-0.5)^n u(n)+\frac{-2}{3}(-2)^n u(n)$$ (2 分)

（3）收敛域为 0.5<|z|<2，为双边信号，收敛域包括单位圆 （2 分）

z=-0.5 为右边信号，z=-2 为左边信号极点

$$H(z)=\frac{z(z+1)}{(z+2)(z+0.5)}=\frac{2z}{3(z+2)}+\frac{z}{3(z+0.5)}$$

(2 分)

$$h(n)=\frac{1}{3}(-0.5)^n u(n)+\frac{-2}{3}(-2)^n u(-n-1)$$

输出超前于输入，为非因果系统　　　　　　　　　　　　　　　　（2 分）

十、（6 分）一个连续时间信号 $x(t)$ 的频带宽度为 $|\omega|<5\pi$。该信号和一个角频率为 100π 的幅度为 A 的正弦信号混杂。该混杂信号 $e(t)=x(t)+A\cos(100\pi t)$ 被理想抽样，抽样角频率 $\omega_s=13\pi$。

（1）若混杂信号不通过前置滤波器直接被理想抽样，

（a）写出用 $e(t)$ 的频谱 $E(\omega)$ 表示的抽样信号的频谱表达式（不需要求出 $E(\omega)$ 的具体表达式）；

（b）受混杂正弦信号的影响，抽样信号在频带 $|\omega|<5\pi$ 的范围之内，在哪个角频率上将出现正弦干扰信号？

（2）若抽样前将混杂了上述高频干扰的信号通过图 7 所示 RC 电路组成的抗混叠滤波器，则可有效消除高频干扰信号。已知该滤波器的幅频特性为：

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

如果希望抽样前，将角频率为 100π 的混杂正弦信号的振幅衰减为原来的 $\frac{1}{1000}$，求滤波器所要求的时间常数 RC 的值。

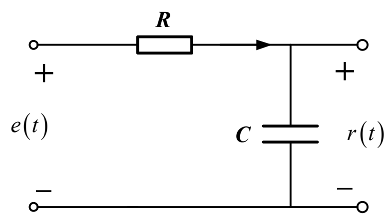


图 8

解：（1）方法一：混杂了正弦干扰的信号 $e(t)=x(t)+A\cos(100\pi t)$

抽样后信号的傅里叶变换可以表示为

$$E_s(\omega)=\frac{\omega_s}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}E(\omega-n\omega_s)\qquad（n\ 为整数）\qquad (3\ 分)$$

正弦信号抽样后会在如下角频率上形成干扰

$100\pi-13\pi n$　　或者　　$-100\pi+13\pi n$

当 n=8 时，形成的混叠信号会落在频带 $|\omega|<5\pi$ 之内，对应的角频率为 4π 弧度/秒。（2 分）

方法二：混杂了正弦干扰的信号 $e(t)=x(t)+A\cos(100\pi t)$

抽样后生成的样值序列可表示为

$$e(n)=e(t)\Big|_{t=n\frac{2\pi}{\omega_s}}=x(n)+A\cos\left(100\pi\times n\frac{2\pi}{\omega_s}\right)$$

$$=x(n)+A\cos\left[8n(2\pi)-\frac{8\pi n}{13}\right]$$

$$=x(n)+A\cos\left(\frac{8\pi n}{13}\right)$$

数字角频率 $\frac{8\pi}{13}$ 对应的模拟角频率为

$$\frac{\frac{8\pi}{13}}{2\pi}\omega_s=4\pi \text{ 弧度/秒}$$

（2）根据题意

$$\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\Bigg|_{\omega=100\pi}=\frac{1}{1000}$$

解得

$$\tau=RC\approx\frac{1000}{100\pi}=\frac{10}{\pi}\approx 3.18\ \mathrm{s} \qquad \text{（2 分）}$$