北京邮电大学 2016——2017 学年第 1 学期

信号与系统答案和评分标准

一、 填空题（每空 2 分，共 26 分）

1. 理想 π/2 弧度相移器的频率响应特性定义为 $H(\omega)=\begin{cases} e^{j\frac{\pi}{2}} & \omega>0 \\ -e^{j\frac{\pi}{2}} & \omega<0 \end{cases}$，则该相移器的单位冲激响应为 ___$h(t)=-\dfrac{1}{\pi t}$________。

频率响应知识，或者希尔伯特变换

$$H(\omega)=\begin{cases} e^{-j\frac{\pi}{2}} & \omega>0 \\ e^{j\frac{\pi}{2}} & \omega<0 \end{cases} \quad \text{对应答案 } h(t)=\frac{1}{\pi t}$$

（3 学分）某连续时间系统的频率响应特性定义为 $H(\omega)=e^{-j2\omega}$，则该系统的单位冲激响应为____$\delta(t\text{-}2)$ ______。

2.信号 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)=\begin{cases} 1 & |\omega|<\omega_c \\ 0 & |\omega|>\omega_c \end{cases}$，该信号的能量为_________$\dfrac{\omega_c}{\pi}$__。（提示：可用帕赛瓦尔定理求解）

$$E=\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(\omega)|^2 d\omega=\int_{-\infty}^{\infty}|F(f)|^2 df$$

能量谱 $\varepsilon(\omega)=|F(\omega)|^2$

- 离散信号也分功率信号和能量信号。
- 离散信号的能量等于 $E=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x(n)|^2$

3.某离散系统的系统函数为$H(z)=\dfrac{z}{z+0.8},(|z|>0.8)$，该系统的频率响应特性为____$\dfrac{e^{j\omega}}{e^{j\omega}+0.8}$ 或高通______________。

4.满足无失真传输条件的系统的傅里叶变换形式的系统函数可以表示为____$H(j\omega)=Ke^{-j\omega t_0}$，$K,t_0$ 为常数________________。

5. 将多路信号以某种方式汇合，统一在同一信道中传输，每路信号占用不同的频段，此种多路复用方式称为____频分或分频_______复用。

6. 已知某有限长序列的 z 变换为 $X(z)=0.5z+1+1.5z^{-1}$，$0<|z|<\infty$，则该序列为 $x(n)=$ $0.5\delta(n+1)+\delta(n)+1.5\delta(n-1)$ 或 $\left\{0.5,\underset{\underset{n=0}{\uparrow}}{1},1.5\right\}$。

7. 已知信号 $x(n)$ 为因果序列，其 z 变换为 $X(z)=\dfrac{z}{z^2-1.6z+0.6}$，则 $x(\infty)$ 为 2.5____。

若　$x(n)$为因果序列，已知$X(z)=Z[x(n)]=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}$

则　$\lim_{z\to\infty}x(n)=\lim_{z\to1}[(z-1)X(z)]$

8. 序列 $x(n)=2\delta(n)+3\delta(n-1)+\delta(n-2)$，则 $x(2n)=$__$2\delta(n)+\delta(n-1)$ 或 $\left\{\underset{\underset{n=0}{\uparrow}}{2},1\right\}$_________。

9.信号 $e^{-t}\cos(5t)u(t)$ 的拉普拉斯变换为__________$\dfrac{s+1}{(s+1)^2+25}$—。

10. $f(n)$ 表示输入，$y(n)$ 表示输出，则 $y(n)=f(-n+1)$所描述的系统是否为线性系统__是____，是否为因果系统__非___。

11. 离散信号 $x(n)=\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)-2\cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$ 的周期为___24____。

12. $2^{n-1}u(n)$ 的 z 变换及其收敛域为_ $\frac{z}{2(z-2)}$ _ $|z|>2$ ___。（z 变换及其收敛域各 1 分）

二、计算画图题（共 **32** 分）

1. （8 分）$f_1(t)=\mathrm{Sa}(100\pi t)$，$f_2(t)=\mathrm{Sa}(200\pi t)$，$f(t)=f_1(t)f_2(t)$，若对 $f(t)$ 进行理想抽样，求奈奎斯特抽样间隔。

解：$f_1(t)=\mathrm{Sa}(100\pi t)$　　$F_1(\omega)=0.01G_{200\pi}(\omega)$ 或带宽为 100π（2 分）

$f_2(t)=\mathrm{Sa}(200\pi t)$　　$F_2(\omega)=0.005G_{400\pi}(\omega)$ 或带宽为 200π （2 分）

$f(t)=f_1(t)f_2(t)$

$F(\omega)=\dfrac{1}{2\pi}F_1(\omega)*F_2(\omega)$　或带宽为 300π　（2 分）

奈奎斯特抽样频率 $\omega_s=2\omega_m=600\pi$

奈奎斯特抽样间隔 $T_s=\dfrac{2\pi}{\omega_s}=\dfrac{1}{300}s$　　（2 分）

2.（8 分）已知信号 $x_1(n)=\left\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1}\quad 2\quad 3\quad 1\right\}$ 和 $x_2(n)=\delta(n)-\delta(n-1)$，

(1) 求信号 $x_2(n)$ 的能量。

(2) 求离散卷积 $y(n)=x_1(n)*x_2(n)$。

解：（1） $E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x_2(n)|^2=1^2+(-1)^2=2$ （2 分）（离散信号求能量公式）

（2）正确写出 $x_2(n)=\delta(n)-\delta(n-1)=\left\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},-1\right\}$ （2 分）

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & 1 & 2 & 3 & 1 \\
\times & & & & 1 & -1 \\
\hline
 & & -1 & -2 & -3 & -1 \\
 & 1 & 2 & 3 & 1 & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & -2 & -1
\end{array}
$$

$y(n)=\left\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1}\quad 1\quad 1\quad -2\quad -1\right\}$ （计算和表达共 4 分）

3. （8 分）已知某系统的系统函数为 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{2+\mathrm{j}\omega}$，激励信号为 $e(t)=\sin(t+20°)+\cos(2t+40°)$，求稳态响应 $r(t)$。

解：

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{2+\mathrm{j}\omega}=|H(\mathrm{j}\omega)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\omega)}$$

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{4+\omega^2}} \qquad \varphi(\omega)=\arctan\left(-\frac{\omega}{2}\right)$$ （2 分）

$$|H(\mathrm{j}\omega)|_{\omega=1}=\frac{1}{\sqrt{5}} \qquad \varphi(\omega)|_{\omega=1}=-\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$$ （2 分）

$$|H(\mathrm{j}\omega)|_{\omega=2}=\frac{1}{2\sqrt{2}} \qquad \varphi(\omega)|_{\omega=2}=-\arctan(1)$$ （2 分）

$$\begin{aligned}
r(t)&=\frac{1}{\sqrt{5}}\sin\left(t+20°-\arctan\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2\sqrt{2}}\cos(2t+40°-\arctan 1)\\
&=\frac{1}{\sqrt{5}}\sin\left(t+20°-\arctan\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2\sqrt{2}}\cos(2t+40°-45°)\\
&=\frac{1}{\sqrt{5}}\sin\left(t+20°-\arctan\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2\sqrt{2}}\cos(2t-5°)
\end{aligned}$$ （2 分）

4.（8 分）电路如图 1 所示，$R = 1\Omega, L = 1\text{H}, C = 1/4\text{F}$；画出 s 域电路模型并写出电压转移函数 $H(s) = \dfrac{V_0(s)}{E(s)}$。

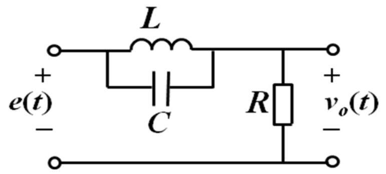
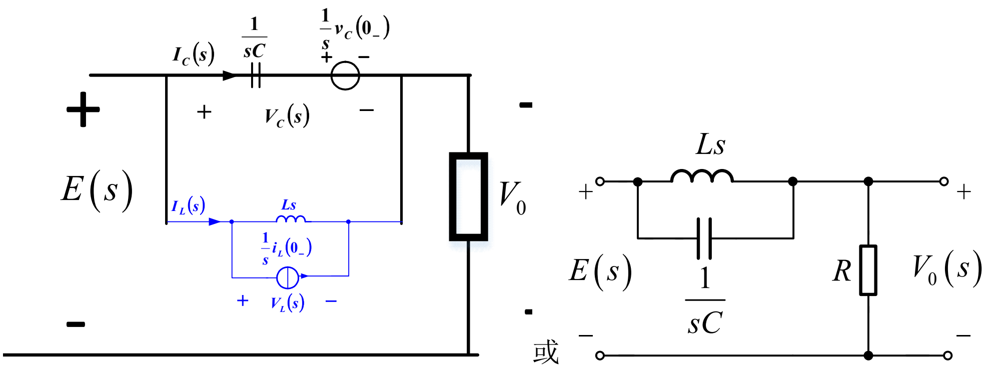


图 1

解：



电压转移函数为：

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{E(s)} = \frac{R}{\dfrac{Ls \times \dfrac{1}{Cs}}{Ls + \dfrac{1}{Cs}} + R} \quad （4 分）$$

$$H(s) = \frac{s^2 + 4}{(s+2)^2}$$

（3 学分）

4.（8 分）系统的方框图如图 1 所示。求此系统的系统函数 $H(s)=\dfrac{R(s)}{E(s)}$。

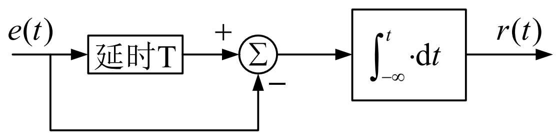


图 1

解：系统的微分方程为

$$r'(t)=-e(t)+e(t-T) \qquad （2 分）$$

$$sR(s)=-E(s)+E(s)e^{-sT} \qquad （3 分）$$

$$H(s)=\frac{R(s)}{E(s)}=\frac{-1+e^{-sT}}{s} \quad （3 分）$$

三、计算画图题（共 42 分，必须有必要的求解过程，否则不得分。）

1、（8 分）求图 2 所示三角形脉冲信号 $f(t)$ 的拉普拉斯变换。

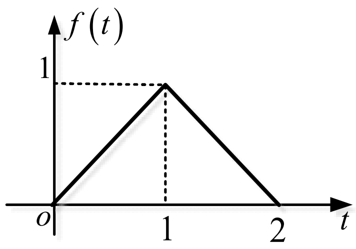
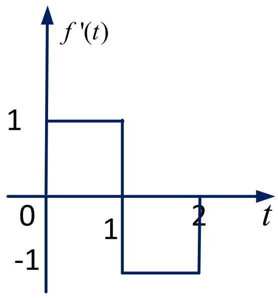
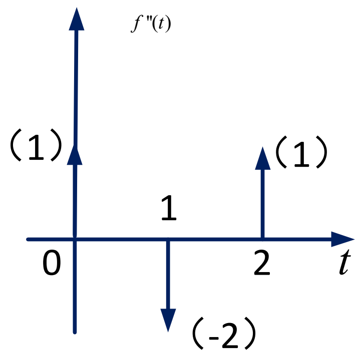


图 2

解：



（2 分）



（2 分）

$f''(t)=\delta(t)-2\delta(t-1)+\delta(t-2)$

$F[f''(t)]=s^2F(s)-sf(0\_)-f'(0\_)=1-2e^{-s}+e^{-2s}$ （2 分）

$f(0\_)=0,\quad f'(0\_)=0$ （1 分）

$F(s)=(1-2e^{-s}+e^{-2s})/s^2$ （1 分）

2、（8 分）如图 3 所示系统，$H(\mathrm{j}\omega)$ 如图 4 所示，$f(t)$ 信号频谱如图 5 所示，计算信号 $m(t)$、$y(t)$ 的频谱并画出其频谱图。

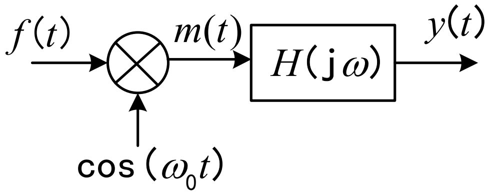


图 3

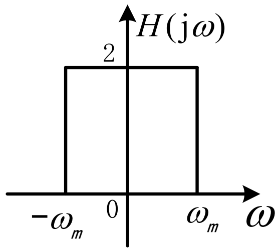


图 4

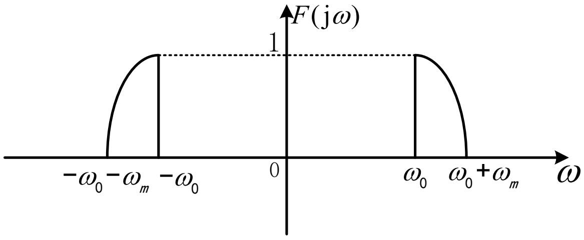
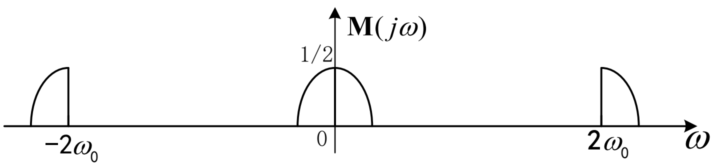


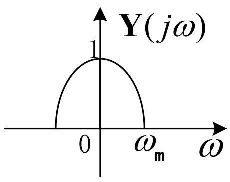
图 5

解： $m(t)=f(t)\cos(\omega_0 t)$

$$M(\omega)=\frac{1}{2\pi}F(\omega)*F[\cos(\omega_0 t)]=\frac{1}{2}[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)]$$（2 分）



（2 分）



（2 分）

$Y(\omega)=M(\omega)H(\omega)$（2 分）

3、（10 分）已知因果系统框图如图 6 所示

(1) 求系统函数 $H(s)$。

(2) 写出描述该系统的微分方程。

(3) 求系统的单位冲激响应。

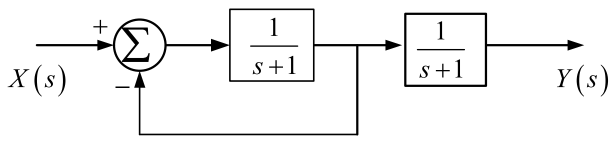


图 6

解：1） $H(s)=\dfrac{\dfrac{1}{s+1}}{1+\dfrac{1}{s+1}}\cdot\dfrac{1}{s+1}=\dfrac{1}{(s+2)(s+1)}$ （3分）

（2） $H(s)=\dfrac{1}{s^2+3s+2}=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$ （1分）

$Y(s)(s^2+3s+2)=X(s)$ （1分）

$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=x(t)$ （1分）

（3） $H(s)=\dfrac{1}{s+1}-\dfrac{1}{s+2}$ （2分）

$h(t)=(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t})u(t)$ （2分）

4、（ 10 分）已知某线性时不变因果系统，其系统函数的零、极点图如图 7 所示，且已知其单位样值响应 $h(n)$ 的初值为 $h(0)=1$。

(1) 求系统函数 $H(z)$。

(2) 判断系统的稳定性。

(3) 求该系统在输入信号 $x(n)=1.2^n u(n)$ 作用下的零状态响应。

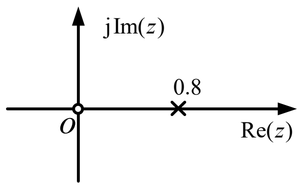


图 7

解：（1） $H(z)=A\dfrac{z}{z-0.8}$ （1 分）

根据初值定理：$h(0_+)=\lim\limits_{z\to\infty}H(z)=\lim\limits_{z\to\infty}A\dfrac{z}{z-0.8}=1$

求得 $A=1$

$H(z)=\dfrac{z}{z-0.8}$ （2 分）

（2）系统为因果系统，收敛域为 $|z|>0.8$ （1 分）

收敛域包括单位圆，因此系统是稳定的。 （2 分）

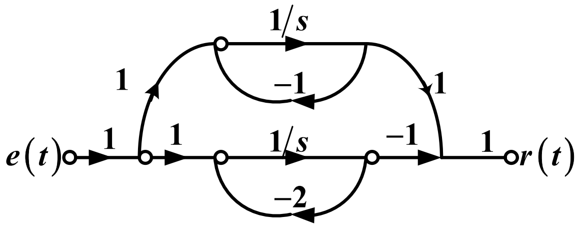
（3） $Y_{zs}(z)=H(z)X(z)=\dfrac{z}{z-0.8}\cdot\dfrac{z}{z-1.2}=\dfrac{3z}{z-1.2}-\dfrac{2z}{z-0.8}$ （2 分）

$y_{zs}(n)=\left[3(1.2)^n-2(0.8)^n\right]u(n)$ （2 分）

5、（ 6 分）已知某连续时间系统的系统函数为$H(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}$。请画出并联形式的系统的信号流图。

解：$H(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}$ （2 分）

并联形式的信号流图为



（4 分）

正确 1 路 2 分

（3 学分）

5、（ 6 分）已知描述某因果连续线性时不变系统的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}r(t)+3\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t)+2r(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)+3e(t)$$

(1) 求该系统的系统函数 $H(s)$。

(2) 请画出该系统的零、极点图。

解：（1） $s^2R(s)+3sR(s)+2R(s)=sE(s)+3E(s)$

$H(s)=\dfrac{s+3}{s^2+3s+2}$ （3 分）

（2）（3 分） $H(s)=\dfrac{s+3}{s^2+3s+2}=\dfrac{s+3}{(s+2)(s+1)}$

系统的零点为-3 和∞

系统的极点为-2 和-1

零极点图为