**北京邮电大学2018——2019学年第1学期**

**《概率论与随机过程试题》期末考试试题答案**

**考试注意事项：学生必须将答题内容（包括填空题）做在试题答题纸上，做在试卷纸上一律无效。在答题纸上写上你的班号和选课单上的学号，班内序号!**

1. **填空题（每小题5分，共30分）**

1.设随机事件两两互不相容且满足,令, 则\_\_\_\_\_\_. 

2.设为样本空间的一个划分满足, 定义可测函数， 则=\_\_\_\_\_\_. 7

3.设随机变量的特征函数为，则\_\_\_\_\_\_. 0

4.设是一个参数为的维纳过程，令，则协方差函数\_\_\_\_\_\_.

5.设随机过程均方可导，其相关函数，导过程为，则 .  

6. 设齐次马氏链的状态空间为，转移概率矩阵为

，

则状态1的平均返回时间=\_\_\_\_\_\_. 3

1. **概率题（共25分）**

1.**（5分）**（1）设，证明；

（2）构造包含集合的最小代数。

证明：（1）

(3分)

(2) (5分)

2.**（10分）**设二维随机变量的概率密度函数为



令



（1）求的概率密度函数，和的边缘概率密度函数 和

（2）求和的协方差矩阵，并判别和的独立性。

**解.** （1）令 得

从而雅可比行列式 .

所以，（4分）

从而边缘概率密度函数

 （6分）

协方差矩阵为，独立. （10分）

3.**（10分）**设二维随机变量的概率密度函数为



求（1）条件概率密度；

（2）条件期望，条件方差。

**解.** (1) 

当时，

 (6分)

（2），. (10分)

1. **随机过程题目（共45分）**

1.**（10分）**若内到某超市的顾客数服从参数为的泊松过程，。假设顾客的行为相互独立，且到该超市的任一顾客依概率为第型，。记为内到某超市的第型顾客数，证明是相互独立的，服从为的泊松过程，。

**证明.** 因为服从参数为的泊松分布，所以

，



有



2. **(10分)** 设随机过程,其中独立同分布于正态分布,证明是高斯过程,并求其均值和自相关函数。

**解.** 要证明为正态过程,只要证明的任意有限个随机变量的任意线性组合是一个一维正态分布随机变量。实际上,对任意的

,



为相互独立的正态分布随机变量的线性组合,因而是正态分布随机变量。 （5分）



（10分）

3.**（10分）**设是两个相互独立的平稳过程，均值函数分别为，谱密度函数分别为, 相关函数分别为。

（1）证明过程为平稳过程;

（2）当为常数时，求平稳过程的功率谱函数。

（1）证明：



所以是平稳过程。 （6分）

（2）

 (10分)

4.**（15分）** 设离散时间齐次马氏链的状态空间为, 一步转移概率矩阵为



（1）问该链是否可分，若可分，给出全部不可分闭集；求链的平稳分布;

讨论该链的状态分类, 各状态的周期。

（2）求。

（3）若初始分布为



求有限维分布及。

**解.** (1) 链可分, 不可分闭集为{1，3，5}，{2}，{6，7，8…}

求解方程组：



得平稳分布：



由此可得1,2,3,5为正常返态. 又因为



状态6,7,...是零常返状态.



所以, 4为非常返态. (10分)

（2）因为4为非常返态，其他都是常返态，则

。

(12分)

（3）因为{1,3,5}是一不可分闭集,令



得



所以

.



(15分)