YOIP Practice #7 Solution

Problem A.鱼(wxh010910)

考虑计算后缀自动机节点数。将节点（不包括根节点）分为 np 和 nq 两类， np 节点显然有 n 个， nq 节点存在是因为同时存在 aS 和 bS 这种子串，要进行区分。不难发现答案为 $k^n(n+1)+\sum_S f(S)+\sum_{c,S} g(c,S)$ ，其中 $f(S)$ 表示 S 在原串中出现至少两次，且不是前缀的方案数，$g(c,S)$ 表示 S 每次出现前面都是字符 c 的方案数。

计算 $f(S)$ 是爆搜 border 后 DP 的简单小例题，相信大家都会。

计算 $g(c,S)$ 也可以爆搜 border，注意这里 border 需要同时搜 S 和 cS 的 border，因此不能直接用搜单个串 border 的板子去套了，我的做法是维护一个并查集，将被缩的位置合并起来，具体细节见标程。搜完 border 后就可以 DP 了，记录以 i 结尾是： S 第一次出现； cS 第一次出现； cS 第二次出现的方案数，转移很简单，留作练习。

由于搜两个串 border 比较慢，所以标程选择了打表。如果你有更好的做法，请联系搬题人 (wxh) 。

Problem B.树(yfzcsc)

考虑计算$f(x)$表示在x个互不相同的地方种树填满圆环的概率。则答案为$\sum_{i=0}^{n-1}\frac{n}{n-i}(1-f(i))$

可以发现$f(x)=\frac{\binom{x}{n-x}}{\binom{n-1}{x-1}}$，预处理阶乘计算即可

时间复杂度为$O(n)$

Problem C.法(mcfx)

先求一棵生成树，然后把其他边涉及到的点提出来，形成一棵虚树（和加的$m-n+1$条边）。对于这个新图，可以分为点到点、点到边、边到边、点内部、边内部分别计算答案。

每一部分可以分类讨论之后转化成一些前缀和以及点之间的最短路，可以预处理之后快速维护。

总复杂度$O(n(m-n+1))$

出题人：好像差不多了，你们应该都会了（