NOIP 模拟赛 2

$\operatorname{GGN\&HJQ}$

2020年8月16日

| 题目名称 | 多米诺骨牌 | 抽卡 | 归程 |
|---------|------------|----------|------------|
| 英文名称 | domino | card | return |
| 源文件名 | domino.cpp | card.cpp | return.cpp |
| 输入文件名 | domino.in | card.in | return.in |
| 输出文件名 | domino.out | card.out | return.out |
| 题目类型 | 传统 | 传统 | 传统 |
| 时间限制 | 1s | 1s | 1s |
| 空间限制 | 512MB | 512MB | 512MB |
| 测试点数目 | 10 | 10 | 10 |
| 每个测试点分值 | 10 | 10 | 10 |

注意事项

- 1. 评测环境:ubuntu18.04 lts 64 位,CPU 为 Intel Core i7-8550U
- 2. 评测软件:lemon
- 3. 编译工具:g++10.1.0(如果担心 Compile Error 可以先发给 cppascalinux 进行编译测试)
- 3. 编译命令:g++ -o %s %s.cpp -lm (%s 为题目英文名)
- 4. 比较方式: 全文比较, 忽略行末空格和文末回车
- 5. 请不要直接从题面中复制样例

1 多米诺骨牌 2

1 多米诺骨牌

1.1 题目背景

HJQwQ 在玩多米诺骨牌, 但他已经玩腻了摆放然后推倒的玩法. 于是他找来了国际象棋棋盘, 开始往上面摆骨牌. 这时他突发奇想: 棋盘上最多能摆多少个不相邻的骨牌? 但是他还要去打 MC, 于是把这个问题留给了你

1.2 题目描述

有一个 n 行 m 列 (n * m) 的棋盘, 在它的上面放若干张 1*2 或 2*1 的骨牌, 要求骨牌必须完全位于棋盘内, 每个格子至多只被一张骨牌覆盖, 且这些骨牌两两不相邻 (我们定义两张骨牌是"相邻"的, 当且仅当这两个骨牌至少有一条公共边或一个公共顶点, 如图 1-1 和 1-2 中的两个骨牌是相邻的, 而 1-3 中的两个骨牌不相邻), 求最多可以摆放骨牌的数目

1.3 输入格式

第一行一个正整数 T, 表示数据组数接下来 T 行, 每行两个正整数 n, m

1.4 输出格式

共 T 行, 每行一个整数, 表示对于每组数据的答案

3

1.5 输入输出样例

| domino.in | domino.out |
|-----------|------------|
| 5 | 1 |
| 1 2 | 2 |
| 3 2 | 5 |
| 5 5 | 5 |
| 4 6 | 9 |
| 5 8 | |

1.6 样例解释

对于 5 组数据, 各给出一种可行的方案 (图 $2-1\rightarrow 2-5$), 不难证明都是最大方案

1.7 数据范围

| 测试点编号 | n | m |
|--------|---------------|---------------|
| 1 | = 1 | ≤ 10 |
| 2,3 | ≤ 2 | $\leq 10^{5}$ |
| 4,5 | ≤ 5 | $\leq 10^{5}$ |
| 6,7 | ≤ 10 | ≤ 1000 |
| 8,9,10 | $\leq 10^{5}$ | $\leq 10^{5}$ |

对于 100% 的数据, 有 $1 \leq T \leq 10, 1 \leq n, m \leq 10^5$

2 抽卡

4

2.1 题目背景

HJQwQ 在和 GGN 玩一个抽卡游戏. 他们的面前摆放着 n 张背面朝上的卡,每张卡的正面印着一个价值 v_i . HJQwQ 可以从中抽走 k 张,并获得这些卡上所有的价值. 擅长出老千的 HJQwQ 早就看穿了每张卡的价值,然而机智的 GGN 更早就料到 HJQwQ 会出老千,于是他又加了一条规则: 取出的 k 张卡的位置必须两两不相邻. 这下 HJQwQ 方了: 他该抽走哪些卡,才能使的自己获得的总价值最大?

2.2 题目描述

有一个长为 n 的数组 v_i , 请从中选出 k 个不相邻的位置, 使得这些位置的和最大, 并输出这个和, 你需要对 $k \in \left[1, \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor \right]$ 都输出一个答案

2.3 输入格式

第一行一个正整数 n第二行 n 个用空格分隔的正整数 $v_1 \sim v_n$

2.4 输出格式

共 $\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor$ 行, 每行一个整数, 第 i 行的整数表示 k=i 时的答案

2 抽卡 5

2.5 输入输出样例

2.5.1 样例 1

| card.in | card.out |
|---------------------|----------|
| 10 | 9 |
| 7 3 2 7 2 7 4 9 9 1 | 16 |
| | 23 |
| | 30 |
| | 31 |

见下发文件中的 card1.in/card1.out

2.5.2 样例解释

k = 1 时, 抽 $v_8 = 9$ 最大

k = 2 时, 抽 $v_1 + v_9 = 16$ 最大

k=3 时, 抽 $v_1+v_4+v_9=23$ 最大

k = 4 时, 抽 $v_1 + v_4 + v_6 + v_8 = 30$ 最大

k=5 时, 抽 $v_1+v_4+v_6+v_8+v_{10}=31$ 最大

2.5.3 样例 2

见下发文件中的 card2.in/card2.out, 此样例数据范围与测试点 3 相同

2.5.4 样例 3

见下发文件中的 card3.in/card3.out, 此样例数据范围与测试点 8 相同

2 抽卡 6

2.6 数据范围

| 测试点编号 | n | v_i |
|--------|----------------------|---------------|
| 1,2 | ≤ 10 | $\leq 10^9$ |
| 3,4,5 | ≤ 2000 | $\leq 10^{9}$ |
| 6,7 | $\leq 2 \times 10^5$ | ≤ 2 |
| 8,9,10 | $\leq 2 \times 10^5$ | $\leq 10^{9}$ |

对于 100% 的数据, 有 $1 \le n \le 2 \times 10^5, 1 \le v_i \le 10^9$

3 归程

3.1 题目背景

HJQwQ 在地下挖了一背包的铁和钻石, 打算坐矿车回家, 原本的铁路是一条直线. 但命运之神 GGN 和他开了一个小玩笑: 他使用魔法, 把HJQwQ 的铁路变成了一张有向无环图! HJQwQ 在每一个岔道口处, 会随机地沿着一条出边前进, 只有当一个岔道口没有出边, 他才可以停下来.

HJQwQ 自闭了, 但他也不是无计可施: 他可以使用魔法, 但由于他的法力太弱, 只能从图中删除至多一条边 (也可以不删). 他想知道, 怎样才能使旅程尽快结束 (期望意义下)?

3.2 题目描述

形式化的表述如下: 有一张 n 个点, m 条边的有向无环图 G(V, E), 每条边 (u,v) 有一个边权 $w_{(u,v)}$ 和一个长度 $l_{(u,v)}$ (可能为负), 若 HJQwQ 在某个点 u, 则他选择边 (u,v) 的概率为 $\frac{w_{(u,v)}}{\sum\limits_{(u,i)\in E} w_{(u,i)}}$, 即当前出边的权值除以所有出边权值之和.

HJQwQ 从 1 号点出发, 按照这个规则不断前进, 直到一个没有出边的点才停止, 他经过的总路程为他经过的边的长度 l(u,v) 之和. 在出发之前, 他可以选择一条边 (u,v), 并从图中删去这条边 (也可以不选). 请求出他经过的总路程长度的期望值最小是多少.

3.3 输入格式

第 1 行两个正整数 n, m,分别表示图中的点数和边数

第 $2 \sim (m+1)$ 行, 每行 4 个整数 u, v, w, l, 表示有一条从 u 到 v 的有向边, 权值为 w, 长度为 l

3 归程 8

3.4 输出格式

一行共一个有理数, 表示总路程的期望值的最小值, 结果四舍五人保留 三位小数

3.5 输入输出样例

3.5.1 样例 1

| return.in | return.out |
|-----------|------------|
| 5 6 | 5.600 |
| 1 2 1 3 | |
| 1 3 2 4 | |
| 2 3 3 5 | |
| 2 4 4 1 | |
| 3 4 2 3 | |
| 3 5 1 2 | |

见下发文件的 return1.in 和 return1.out

3.5.2 样例解释

| 删除边的编号 (0 表示不删边) | 总路程期望 (保留三位小数) |
|------------------|----------------|
| 0 | 6.514 |
| 1 | 6.400 |
| 2 | 6.743 |
| 3 | 5.600 |
| 4 | 7.733 |
| 5 | 6.190 |
| 6 | 7.000 |

3 归程 9

3.5.3 样例 2

见下发文件的 return2.in 和 return2.out,此样例数据范围与测试点 3 相同

3.5.4 样例 3

见下发文件的 return3.in 和 return3.out,此样例数据范围与测试点 8 相同

3.6 数据范围

| 测试点编号 | n | m |
|--------|----------------------|----------------------|
| 1,2 | ≤ 10 | ≤ 45 |
| 3,4,5 | ≤ 1000 | ≤ 2000 |
| 6,7 | $\leq 2 \times 10^5$ | = n - 1 |
| 8,9,10 | $\leq 2 \times 10^5$ | $\leq 4 \times 10^5$ |

对于 100% 的数据,有 $1 \le n \le 2 \times 10^5, 1 \le m \le 4 \times 10^5, 1 \le w \le 10, -10 \le l \le 10$, 保证图为有向无环图,且图内无重边,自环