

# 构造题选讲 Part2

## Scape

March 2, 2019

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

## Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

- 我也不知道为什么

## Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

- 我也不知道为什么
- 杜老师设计的讲课内容会这样地无情

# Codeforces 468C Hack it

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

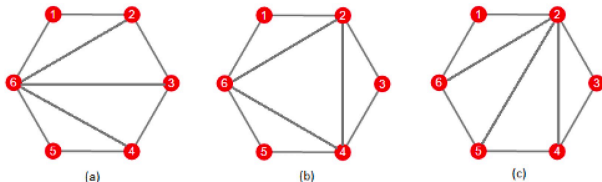
Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

对于一个正 $n$ 边形, 可以用 $n - 3$ 条只在顶点处相交的对角线把多边形划分成 $n - 2$ 个三角形。

现在给你正 $n$ 边形的两种划分, 你需要进行一些操作, 使其从一种划分变成另一种。每一步, 你可以删去一条对角线, 得到一个四边形, 然后连接四边形的另一条对角线。

$N \leq 1000$ , 操作步数不能超过20000。



# Codeforces 468C Hack it

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

由于操作是可逆的，考虑如何将一个划分变成 $1-3, 1-4, \dots, 1-(n-1)$ 的划分。

找到所有与1有连边的点 $a_1 = 2, a_2, \dots, a_m = n$ 。对于 $a_{i+1} - a_i > 1$ 的 $i$ ， $a_i$ 和 $a_{i+1}$ 之间必有一条连边，对这条连边进行操作，就能得到一条新的一个端点是1的连边。

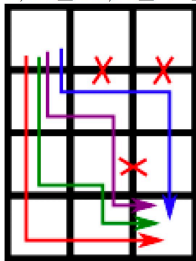
## Create a Maze(CF 372D)

Introduction

Codeforces  
468C Hack itCreate a  
Maze(CF  
372D)Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)Unknown  
ProblemTCO2017  
Round3  
HiddenRabbits

在一个网格图中，每步可以从 $(x, y)$ 走到 $(x + 1, y)$ 或 $(x, y + 1)$ 。现在要求给出一个任意大小 $(n \times m)$ 的网格图，并从中删去若干条边，使得从 $(1, 1)$ 到 $(n, m)$ 的方案数为 $T$ 。

$n, m \leq 50, 1 \leq T \leq 10^{18}$ ，删去边数不能超过300。



# Create a Maze(CF 372D)

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

这题很容易想到进制分解，但限制比较紧，普通的二进制难以达到题目要求的方案数。

考虑叠加 $3 \times 3$ 的网格，如图所示：





# Restoring Map(VK Cup 2015 Final)

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

对于一棵树，定义一个点的邻居集合是所有到其距离不超过 2 的点的集合。

现在给出每个点的邻居集合，构造一棵满足条件的树，输入数据保证有解。

$n \leq 1000$ 。

# Restoring Map(VK Cup 2015 Final)

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

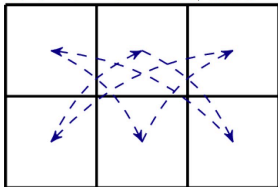
如果两个点邻居集合的交集大小为2，很容易发现交集集中的两个点有连边，这样我们能在 $O(\frac{N^3}{32})$ 的时间内求出所有两个端点均不为叶子的边。

接下来考虑每个叶子应该挂在哪里。对于一个叶子的邻居集合，如果离某个非叶结点距离不超过1的点的集合与这个集合相同，则应该将这两个点连边。对于一个点数 $\geq 3$ 的树，离每个点距离不超过1的点构成的集合是互不相同的。

最后，特判一下非叶结点只有1个或2个的情况。

# Special Tour(Asia Hong Kong Regional Contest 2016)

给一个  $n \times m$  的网格，将曼哈顿距离为2或3的格子连一条边，求一条哈密尔顿回路。无解输出-1。



# Special Tour(Asia Hong Kong Regional Contest 2016)

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

不妨设  $n \leq m$ 。

当  $n \geq 2$  时，将网格图黑白染色，先将所有黑点遍历一遍，再将所有白点遍历一遍（最后要停在  $(2,3)$  上）。容易证明，除了  $n = m = 2$ ，其余情况均有解。

1	17	2	18	3
16	5	20	4	19
6	13	7	12	8
15	10	14	9	11

# Special Tour(Asia Hong Kong Regional Contest 2016)

Introduction

Codeforces  
468C Hack itCreate a  
Maze(CF  
372D)Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)Unknown  
ProblemTCO2017  
Round3  
HiddenRabbits

当 $n = 1$ 时，我们从左到右考虑每个格子的连边情况。

$(1, 3), (1, 4), (2, 4), (2, 5)$ 这些边必须连，如果连上 $(3, 5)$ ，则形成了一个环，说明 $m = 5$ 有解。

如果连上 $(3, 6)$ ，则 $5, 6$ 各缺一条边。如果连 $(5, 7)$ ，则 $6, 7$ 各缺一条边，回到与之前一样的情形。

如果连 $(5, 8)$ ， $6$ 只能和 $9$ 连，这样 $7$ 和 $9, 10$ 连， $8$ 再跟 $10$ 连，就形成了一个环，说明 $m = 10$ 也有解。

而之前如果连 $(5, 7)$ ，按此方式，便可证明 $m = 11$ 也有解。以此类推，当 $m \geq 10$ 时均有解。

# Unknown Problem

告诉你任意两点  $(i, j)$  之间的最大流。

给一张图满足这个告诉的东西。

$n \leq 100$

$n$  给这么小的原因是 spj 只能这么快。

题目好像是个 CF 的 E，具体哪题忘了，你们可以找下，大概叫什么什么 Flow。

# Unknown Problem

网络流等效于一棵树。  
每次拎最小值的边出来拆开。

# TCO2017 Round3 HiddenRabits

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

**TCO2017  
Round3  
HiddenRabits**



# TCO2017 Round3 HiddenRabits

Introduction

Codeforces  
468C Hack it

Create a  
Maze(CF  
372D)

Restoring  
Map(VK Cup  
2015 Final)

Special  
Tour(Asia  
Hong Kong  
Regional  
Contest 2016)

Unknown  
Problem

TCO2017  
Round3  
HiddenRabits

“在以  $x$  为根,  $y$  和  $z$  的 LCA 是  $k$ ”  $\Leftrightarrow x, y, z$  在  $k$  的三个不同三叉子树里。