正睿 2019 省选十连测 Day8

A. con

如果能将这 n^2 个子串按字典序排序的话,询问只需要二分一下在哪个子串里就行了

我们先求出 S 的后缀数组,然后考虑一下最小的后缀 $S[i\mathinner{.\,.} n]$,首先 S[i,i] 一定是最小的子串,之后 S[i,i+1] 是次小的,以此类推

但是主要问题是一个串可能出现了多次,那就统计一下他出现了几次,具体操作就是暴力在后缀数组中往后面找,直到height不够串长为止

时间复杂度: $O(n^2 + Q \log n)$

B. tri

考虑现在有5个点,他们有几种划分成线段+三角形的合法方案

讨论一下可以发现,方案数只跟这5个点的凸包点数有关

- 若凸包点数为 5,则线段显然只能选凸包上相邻的两个点,所以是 5 种
- 若凸包点数为 4,首先凸包上相邻的点肯定可以当线段,于是有 4 种了,假设凸包是 ABCD,内部的点是 E,考虑一下 E 在对角线 AC 的哪一侧,如果 E 在三角形 ADC 内的话,那么 DE 可行,否则 BE 可行,另一条对角线同理,所以是 6 种
- 若凸包点数为3,若三角形为 ABC,内部点为 D,E,则 AB,AC,BC,DE 都可行,假设直线 DE 和 AB,AC 有交,那么 AE 和 AD 可行,BD 和 CE 也可行,所以是 8 种

接下来就是计算了,首先答案的基础是 $5C_n^5$,接下来凸包为 4 的算 1 种,三角形的算 3 种就够了

凸包为 4 的话可以枚举一个三角形,然后剩下两个点一个在三角形内一个在三角形外,这样构成的图形凸包为 3 或者 4,两个内部点的话凸包就为 3,反正这部分就是个讨论

所以剩下的核心问题就是: 计算每个三角形内部有几个点

方法一:考虑 x 在 ABC 内部的条件是,在 AB,BC,CA 的同侧,所以对每条直线预处理出他一侧的点是哪些,然后 bitset 一下,时间复杂度: $O(n^4/w)$

方法二:由多边形的面积计算得到启发,计算 ABC 内部点个数可以转成计算 OAB, OAC, OBC 内部点的个数,这样的三角形只有 $O(n^2)$ 个,时间复杂度: $O(n^3)$

C. swap

考虑交换头尾是交换了 p[i], p[j] (i < j, p[i] > p[j]),那么要先花 i + n - j 步将他们移到头尾并交换,考虑操作完后对逆序对的影响,首先要先减去他们原来所产生的逆序对个数,这个可以预处理,之后到了头尾后逆序对就只跟数的大小有关了,用个树状数组维护下最小值就好了

时间复杂度: $O(n \log n)$