## 算算算

本题的做法很多,这里介绍一种比较好写做法。

考虑从第 i 位的答案去推到第 i+1 位的答案。首先考虑对于每个位置维护其 0-k 次方的  $\sum F(j,i)$ ,这样从 i 推到 i+1 的时候,可以用二项式定理维护出新的位置的 0-k 次方的值。这样的复杂度是  $O(nk^2)$  的,难以通过本题。

上面这个作法的瓶颈在于维护形如从  $a^k$  推到  $(a+b)^k$  的时候,需要应用二项式定理在 O(k) 的时间内得出。考虑本题每个位置的值都是 0-9 的数字,考虑如何高效维护形如  $(a+1)^k$  的值。注意到  $x^k = \sum_{i=0}^k S(k,i) \binom{x}{i} * i!$ , 其中 S(k,i) 是第二类斯特林数。那么只要考虑维护  $\binom{x+1}{k}$  的值就行了,因为  $\binom{x+1}{k} = \binom{x}{k} + \binom{x}{k-1}$ ,这个可以在 O(1) 的时间内完成更新。因此只要每次从 i 推到 i+1 的时候,进行  $A_{i+1}$  次 "加一"操作就行了。每次 "加一"操作的时间复杂度为 O(k)。最后再用斯特林数计算出答案即可。

总的时间复杂度为 O(Ank), A 是每个数位平均的大小,在数据随机的情况下为 4.5。