151220129 吴政亿

1. 已知X~g(p)和Y~g(q)

   i. $P(X=Y)=\sum_{i=0}^{\infty}((1-p)(1-q))^{i}pq=\frac{pq}{p+q-pq}$

   ii. $P(min(X,Y)=k)=P(X=k,Y=k)+P(X=k,Y>k)+P(X>k,Y=k)$
   $=(1-p)^{k-1}(1-q)^{k-1}pq+(1-p)^{k-1}p\sum_{i=k}^{\infty}((1-q)^{i}q)$
   $\quad+(1-q)^{k-1}q\sum_{i=k}^{\infty}((1-p)^{i}p)$
   $=(1-p)^{k-1}(1-q)^{k-1}pq+(1-p)^{k-1}p(1-q)^{k}+(1-q)^{k-1}q(1-p)^{k}$
   $=(1-p)^{k-1}(1-q)^{k-1}(p+q-pq)$

   iii. a. $E(X+Y)=E(max(X,Y)+min(X,Y))$
   $E(X)+E(Y)=E(max(X,Y))+E(min(X,Y))=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}$
   $\because min(X,Y)\ g(1-(1-p)(1-q))$
   $\therefore E(min(X,Y))=\frac{1}{p+q-pq}$
   $\therefore E(max(X,Y))=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{p+q-pq}$

   b. $P(max(X,Y)=k))=\sum_{i=1}^{\infty}P(max(X,Y)=k|Y=i)P(Y=i)$
   $=\sum_{i=1}^{k-1}P(X=k)P(Y=i)+P(X\leq k)P(Y=k)$
   $=(1-p)^{k-1}p*[1-(a-q)^{k-1}]+[1-(1-q)^{k}](1-q)^{k-1}q$

   $E[max(X,Y)=k)]=\sum_{i=1}^{\infty}kP(max(X,Y)=k)$
   $=\sum_{i=1}^{\infty}k\{(1-p)^{k-1}p*[1-(a-q)^{k-1}]+[1-(1-q)^{k}](1-q)^{k-1}q\}$
   $=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{p+q-pq}$

   iv. $E[X|X\leq Y]=\sum_{i=1}^{\infty}iP(X=i|X\leq Y)=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{iP(X=i)P(Y\geq i)}{P(X\leq Y)}$
   $\because P(X\leq Y)=\sum_{i=1}^{\infty}P(X\leq Y|X=i)P(X=i)=\frac{p}{p+q-pq}$
   $therefore E[X|X\leq Y]=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{iP(X=i)P(Y\geq i)}{\frac{p}{p+q-pq}}=\frac{1}{p+q-pq}$

2. 令事件A为第一次抛出的点数为6，事件B为第二次抛出的点数为6。
   设事件X为出现一双连续的6的次数。
   $E[X]=E[X|A]P(A)+E[X|\bar{A}]P(\bar{A})$
   $E[X]=\{E[X|AB]P(B)+E[X|A\bar{B}]P(\bar{B})\}P(A)+\{E[X]+1\}P(\bar{A})$
   $E[X]=\frac{1}{6}*(\frac{1}{6}*2+\frac{5}{6}*(E[X]+2))+\frac{5}{6}(E[X]+1)$
   $\frac{1}{36}E[X]=\frac{7}{6}$
   $E[X]=42.$

3. 将0和1分别定义为硬币在一次独立试验中出现了正反和反正，其中每一次试验为连续抛硬币两次，
   那么出现0或1的概率均为$p(1-p)$，如果出现了反反和正正则抛弃这一次实验结果，
   那么出现正反和反正的总概率为$2p(1-p)$，因为要抛两次，
   所以期望为$\frac{1}{p(1-p)}\leq\frac{1}{[p(1-p)]}$