151220129 计科 吴政亿

一

习题一

第36题

本题满足泊松分布，其中$\lambda = np = 100 * 5\% = 5$，
通过查表得当$k = 7$时$P_7 = 0.867 < 0.9$，
当$k = 8$时$P_8 = 0.932 > 0.9$，故答案为8条。

习题二

第7题

1. $\frac{1}{\binom{8}{4}} = \frac{1}{70}$
2. $\binom{10}{3} * \frac{1}{70}^3 * \frac{69}{70}^7 = 3.163 * 10^{-4}$，由于概率过小，所以的确有区分能力

第8题

1. $1 - P_0 - P_1 - P_2 - P_3 = 1 - 0.7565 = 0.2424$。
2. $P_0 = 0.0821, P_1 = 0.2052, P_2 = 0.2565, P_3 = 0.2138,$
   故一天中最大可能油船数为2条，概率为0.2565。
3. 查表得，当四只时概率为0.8912，五只时概率为0.9580，故为五只。

第19题

Y	-4	-1	0	1	8
P	1/8	1/4	1/8	1/6	1/3

Y	0	1/4	4	16
P	1/8	5/12	1/8	1/3

Y	$-\sqrt{2}/2$	0	$\sqrt{2}/2$
P	1/4	7/12	1/6

习题三

第3题

$$P(X + Y = 2) = P(X = 1, Y = 1) + P(X = 2, Y = 0) + P(X = 3, Y = -1)$$
$$= \frac{1}{4} * \frac{1}{4} + \frac{1}{8} * \frac{1}{2} + \frac{1}{8} * \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$$

二

负二项分布的分布律为：$P_r(X=t)=\binom{t-1}{k-1}*p^k*(1-p)^{t-k}$

X	k	k+1	......	t	......
P	p^k	$kp^k(1-p)$	......	$\binom{t-1}{k-1}p^k(1-p)^{t-k}$	......

三

1. 假设当k等于n时该算法成立，那么当k等于n+1时，
   选择最后一个数据的概率为$\frac{1}{1+n}$,
   选择前n个中的任一个的概率为$\frac{n}{1+n}*\frac{1}{n}=\frac{1}{1+n}$，假设成立。
2. 假设有n个数据，第一个数据被留下来的概率为$\frac{1}{2}^{n-1}$，
   第k个数据被留下来的概率为$(\frac{1}{2})^{n-k+1}(n\geq 2,k\geq 2)$

X_k	1	2	......	k	......	n
P	$\frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^{n-1}}$	......	$\frac{1}{2^{n-k+1}}$	......	$\frac{1}{2}$

四

$E(X)=\sum_{i=1}^{\infty}i*P(X=i)=\sum_{i=1}^{\infty}i*\frac{6}{\pi^2}i^{-2}=\frac{6}{\pi^2}\sum_{i=1}^{\infty}i^{-1}$ ，故X值发散。

五

对于每一轮游戏，我们成环的个数为0或1个，每轮比少两只手。
当为第i轮时，成环的概率为$\frac{n-i+1}{\binom{2n-2(i-1)}{2}}$
故环的个数期望$E(X)=\sum_{i=1}^{n}\frac{n-i+1}{\binom{2n-2(i-1)}{2}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2n-2i+1}=H(2n)-\frac{1}{2}H(n)$。

六

设$x_1,x_2,\ldots,x_n$为离散型随机变量，下用数学归纳法证明：

1. 当n=2时，$E[f(X)]=P_1f(x_1)+P_2f(x_2)\geq f(P_1x_1+P_2x_2)=f(E[X])$，成立。
2. 假设n=k-1成立，当n=k时，有
   $E[f(X)]=P_1f(x_1)+P_2f(x_2)+\ldots+P_nf(x_n)=(1-P_n)\sum_{i=1}^{n-1}\frac{P_if(x_i)}{1-P_n}+P_nf(x_n)\geq($
   ，故成立，问题得证。