

习题一

$$15. P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 4 * p(AB) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(AB) = \frac{1}{12}$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{P(B)} p = \frac{1}{2} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

$$P(\overline{A} \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

16. 设事件 $A = \{\text{两件次品}\}$, 事件 $B = \{\text{至少有一件次品}\}$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2} - \binom{6}{2}} = \frac{1}{5}$$

20.

$$1. 0.8 + 0.1 * \frac{\binom{19}{4}}{\binom{20}{4}} + 0.1 * \frac{\binom{18}{4}}{\binom{20}{4}} = 0.943$$

$$2. P(\text{无次品}|\text{可出厂}) = \frac{P(\text{无次品} \cap \text{可出厂})}{P(\text{可出厂})} = \frac{P(\text{无次品})}{P(\text{可出厂})} = \frac{0.8}{0.943} = 0.848$$

习题二

1. 设事件 $\Omega = \{\text{从第一次到第十次硬币正反面的所有情况}\}$,

事件 $A = \{\text{正面向上的次数和反面向上次数相等}\}$,

那么得 $|\Omega| = 2^{10}$, $|A| = C_{10}^5$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{63}{256}.$$

2. $\{\text{正面向上的次数和反面向上次数相等}\} + \{\text{正面向上的次数比反面向上次数多}\} + \{\text{正面向上的次数比反面向上次数少}\} = |\Omega|$
 $|\{\text{正面向上的次数比反面向上次数多}\}| = |\{\text{正面向上的次数比反面向上次数少}\}|$

$$P(\text{正面向上的次数比反面向上次数多}) = \frac{1 - P(\text{正面向上的次数和反面向上次数相等})}{2} = \frac{193}{512}.$$

3. 设事件 $B = \text{对于所有的 } i = 1, \dots, 5, \text{ 第 } i \text{ 次抛硬币结果与第 } 11 - i \text{ 次抛硬币结果相同}$

$$|B| = 2^5,$$

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}.$$

4.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main(){
    int count=0;
    for(int i=14;i<1024;i++){
        for(int j=0;j<10;j++){
            int temp=i>>j;
            if(temp){
                if((temp % 15)==0){
                    count++;
                    break;
                }
            }
        }
    }
    cout<<count;
}
```

$$P(\text{出现连续四个或以上的正面向上}) = P(\text{第一次是正面的情况}) + P(\text{第一次是背面的情况}) = \frac{2^6 + C}{2^6}$$

习题三

- $n = 3$ 时，白球数目等于1或2取决于最后一次，故成立。
- 假设 $n = k$ 时成立，当 $n = k + 1$ 时，已知前 k 个球有1至 $k - 1$ 个的概率均为 $\frac{1}{k-1}$ ，

P_i 为 $n = k + 1$ 时白球数为 i 的概率， P'_i 为 $n = k$ 时白球数为 i 的概率

$$\text{则有 } P_1 = P'_1 * \frac{k-1}{k} = \frac{1}{k}, P_k = P'_{k-1} * \frac{k-1}{k} = \frac{1}{k}$$

$$P_i = P'_{i-1} * \frac{i-1}{k} + P'_i * \frac{k-i}{k} = \frac{1}{k},$$

假设成立。

习题四

点数是6的倍数则为点数和%6等于0，应用推迟决定原则，可知前九次的点数和%6等于{0,1,2,3,4,5}，第九次点数和模6的值相加等于6，即可被6整除，故其概率取决于最后一次的点数，因此为 $\frac{1}{6}$ 。

习题五

设事件A,B,C分别为A,B,C被释放，定义事件W为牢头告诉B被处决，则所求为 $P(A|W)$ 。

$$P(W) = P(A)P(W|A) + P(B)P(W|B) + P(C)P(W|C) = \frac{1}{3} * P + \frac{1}{3} * 0 + \frac{1}{3} * 1 = \frac{1+P}{3}$$

$$P(A|W) = \frac{P(A)P(W|A)}{P(W)} = \frac{p}{1+p}$$