

第十三届蓝桥杯大赛软件赛决赛

Python 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

试题 A：斐波那契与 7

本题总分：5 分

【问题描述】

斐波那契数列的递推公式为： $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ，其中 $F_1 = F_2 = 1$ 。

请问，斐波那契数列的第 1 至 202202011200 项（含）中，有多少项的个位是 7。

【答案提交】

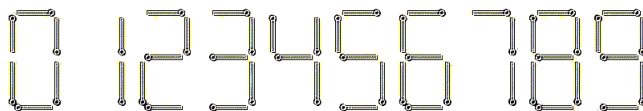
这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 火柴棒数字

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝最近迷上了用火柴棒拼数字字符，方法如下图所示：



他只能拼 0 至 9 这十种数字字符，其中每个数字字符需要的火柴棒的数目依次是：6, 2, 5, 5, 4, 5, 6, 3, 7, 6。他不喜欢重复拼同一个数字字符，所以对于每个数字字符他最多拼十个。小蓝会把拼出来的数字字符组合在一起形成一个整数，例如对于整数 345，需要的火柴棒的数目为 $5 + 4 + 5 = 14$ 根。小蓝有 300 根火柴棒，他想知道自己能拼出的最大整数是多少？可以不使用完这 300 根火柴棒，可以有剩余的火柴棒剩下。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 取模

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

给定 n, m ，问是否存在两个不同的数 x, y 使得 $1 \leq x < y \leq m$ 且 $n \bmod x = n \bmod y$ 。

【输入格式】

输入包含多组独立的询问。

第一行包含一个整数 T 表示询问的组数。

接下来 T 行每行包含两个整数 n, m ，用一个空格分隔，表示一组询问。

【输出格式】

输出 T 行，每行依次对应一组询问的结果。如果存在，输出单词 Yes；如果不存在，输出单词 No。

【样例输入】

```
3
1 2
5 2
999 99
```

【样例输出】

```
No
No
Yes
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $T \leq 100$ ， $n, m \leq 1000$ ；

对于 50% 的评测用例， $T \leq 10000$ ， $n, m \leq 10^5$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 10^5$ ， $1 \leq n \leq 10^9$ ， $2 \leq m \leq 10^9$ 。

试题 D：最大公约数

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

给定一个数组，每次操作可以选择数组中任意两个相邻的元素 x, y 并将其中的一个元素替换为 $\gcd(x, y)$ ，其中 $\gcd(x, y)$ 表示 x 和 y 的最大公约数。

请问最少需要多少次操作才能让整个数组只含 1。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n ，表示数组长度。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻两个整数之间用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数，表示最少操作次数。如果无论怎么操作都无法满足要求，输出 -1。

【样例输入】

```
3
4 6 9
```

【样例输出】

```
4
```

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $n \leq 500$ ， $a_i \leq 1000$ ；

对于 50% 的评测用例， $n \leq 5000$ ， $a_i \leq 10^6$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100000$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ 。

试题 E: 数组个数

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝有一个长度为 n 的数组 $B = (b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$, 数组 B 是由另一个长度为 n 的环形数组 $A = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ 经过一次相邻最大化操作得到的, 其中 a_i 与 a_{i+1} 相邻, a_0 与 a_{n-1} 相邻。

形式化描述为:

$$b_i = \begin{cases} \max(a_{n-1}, a_0, a_1), & (i = 0); \\ \max(a_{i-1}, a_i, a_{i+1}), & (0 < i < n - 1); \\ \max(a_{n-2}, a_{n-1}, a_0), & (i = n - 1). \end{cases}$$

小蓝想知道, 可能有多少个满足条件的数组 A , 经过一次相邻最大化操作后能得到数组 B , 注意 A 中的每个元素都要求为非负整数。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n , 表示数组长度。

第二行包含 n 个整数 b_0, b_1, \dots, b_{n-1} , 相邻两个整数之间用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案, 答案可能很大, 请输出答案除以 1000000007 后的余数。

【样例输入】

```
5
8 6 1 8 8
```

【样例输出】

7

【样例说明】

可能的 A 数组有 7 个：(6, 0, 0, 1, 8)、(6, 0, 1, 0, 8)、(6, 0, 1, 1, 8)、(6, 1, 0, 0, 8)、(6, 1, 0, 1, 8)、(6, 1, 1, 0, 8)、(6, 1, 1, 1, 8)。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $3 \leq n \leq 10$ ；

对于 60% 的评测用例， $3 \leq n \leq 100$ ；

对于所有评测用例， $3 \leq n \leq 1000$ ， $0 \leq b_i \leq 10$ 。

试题 F：六六大顺

时间限制：10.0s 内存限制：512.0MB 本题总分：15 分

【问题描述】

六六大顺，本指农历六月初六。多用于祝福中年人士家庭幸福，工作顺利，事业有成，身体健康。源自《左传》“君义，臣行，父慈，子孝，兄爱，弟敬，此数者累谓六顺也。”

6 在我国自古以来是一个吉祥的数字，定义数列 $A = (a_1, a_2, \dots, a_i, \dots)$ ，其中 $a_1 = 6$ ， $a_2 = 66$ ， \dots ， $a_i = 10 \cdot a_{i-1} + 6$ 。

定义一个数列 $B = (b_1, b_2, \dots, b_i, \dots)$ ，其中 $b_1 = 6 \times 6$ ， $b_2 = 66 \times 66$ ， \dots ， $b_i = a_i \cdot a_i$ 。

现在小蓝想知道数列 B 的前 n 项的和是多少，你能帮帮小蓝吗？

【输入格式】

输入一行包含一个正整数 n 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示数列 B 前 n 项的和。

【样例输入】

3

【样例输出】

447948

【样例说明】

$b_1 = 6 \times 6 = 36$ ， $b_2 = 66 \times 66 = 4356$ ， $b_3 = 666 \times 666 = 443556$ ，所以前三项的和为 $36 + 4356 + 443556 = 447948$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 100$ ；

对于 50% 的评测用例， $1 \leq n \leq 100000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10000000$ 。

试题 G: 环境治理

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

LQ 国拥有 n 个城市，从 0 到 $n-1$ 编号，这 n 个城市两两之间都有且仅有一条双向道路连接，这意味着任意两个城市之间都是可达的。每条道路都有一个属性 D ，表示这条道路的灰尘度。当从一个城市 A 前往另一个城市 B 时，可能存在多条路线，每条路线的灰尘度定义为这条路线所经过的所有道路的灰尘度之和，LQ 国的人都很讨厌灰尘，所以他们总会优先选择灰尘度最小的路线。

LQ 国很看重居民的出行环境，他们用一个指标 P 来衡量 LQ 国的出行环境， P 定义为：

$$P = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} d(i, j)$$

其中 $d(i, j)$ 表示城市 i 到城市 j 之间灰尘度最小的路线对应的灰尘度的值。

为了改善出行环境，每个城市都要有所作为，当某个城市进行道路改善时，会将与这个城市直接相连的所有道路的灰尘度都减少 1，但每条道路都有一个灰尘度的下限值 L ，当灰尘度达到道路的下限值时，无论再怎么改善，道路的灰尘度也不会再减小了。

具体的计划是这样的：

第 1 天，0 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

第 2 天，1 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

...

第 n 天， $n-1$ 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

第 $n+1$ 天，0 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

第 $n+2$ 天，1 号城市对与其直接相连的道路环境进行改善；

...

LQ 国想要使得 P 指标满足 $P \leq Q$ 。请问最少要经过多少天之后, P 指标可以满足 $P \leq Q$ 。如果在初始时就已经满足条件, 则输出 0 ; 如果永远不可能满足, 则输出 -1。

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 n, Q , 用一个空格分隔, 分别表示城市个数和期望达到的 P 指标。

接下来 n 行, 每行包含 n 个整数, 相邻两个整数之间用一个空格分隔, 其中第 i 行第 j 列的值 D_{ij} ($D_{ij} = D_{ji}, D_{ii} = 0$) 表示城市 i 与城市 j 之间直接相连的那条道路的灰尘度。

接下来 n 行, 每行包含 n 个整数, 相邻两个整数之间用一个空格分隔, 其中第 i 行第 j 列的值 L_{ij} ($L_{ij} = L_{ji}, L_{ii} = 0$) 表示城市 i 与城市 j 之间直接相连的那条道路的灰尘度的下限值。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

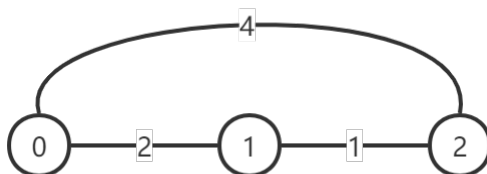
```
3 10
0 2 4
2 0 1
4 1 0
0 2 2
2 0 0
2 0 0
```

【样例输出】

```
2
```

【样例说明】

初始时的图如下所示, 每条边上的数字表示这条道路的灰尘度:

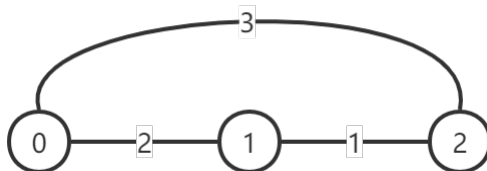


此时每对顶点之间的灰尘度最小的路线对应的灰尘度为：

$$\begin{aligned} d(0,0) &= 0, & d(0,1) &= 2, & d(0,2) &= 3, \\ d(1,0) &= 2, & d(1,1) &= 0, & d(1,2) &= 1, \\ d(2,0) &= 3, & d(2,1) &= 1, & d(2,2) &= 0. \end{aligned}$$

初始时的 P 指标为 $(2 + 3 + 1) \times 2 = 12$ ，不满足 $P \leq Q = 10$ ；

第一天，0 号城市进行道路改善，改善后的图示如下：

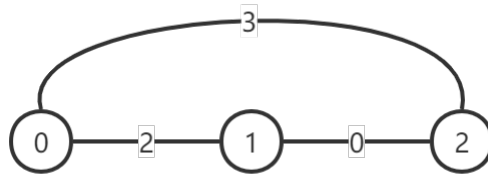


注意到边 $(0,2)$ 的值减小了 1，但 $(0,1)$ 并没有减小，因为 $L_{0,1} = 2$ ，所以 $(0,1)$ 的值不可以再减小了。此时每对顶点之间的灰尘度最小的路线对应的灰尘度为：

$$\begin{aligned} d(0,0) &= 0, & d(0,1) &= 2, & d(0,2) &= 3, \\ d(1,0) &= 2, & d(1,1) &= 0, & d(1,2) &= 1, \\ d(2,0) &= 3, & d(2,1) &= 1, & d(2,2) &= 0. \end{aligned}$$

此时 P 仍为 12。

第二天，1 号城市进行道路改善，改善后的图示如下：



此时每对顶点之间的灰尘度最小的路线对应的灰尘度为：

$$\begin{aligned}
 d(0,0) &= 0, & d(0,1) &= 2, & d(0,2) &= 2, \\
 d(1,0) &= 2, & d(1,1) &= 0, & d(1,2) &= 0, \\
 d(2,0) &= 2, & d(2,1) &= 0, & d(2,2) &= 0.
 \end{aligned}$$

此时的 P 指标为 $(2+2) \times 2 = 8 < Q$ ，此时已经满足条件。

所以答案是 2。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10$ ， $0 \leq L_{ij} \leq D_{ij} \leq 10$ ；

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 50$ ， $0 \leq L_{ij} \leq D_{ij} \leq 100000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100$ ， $0 \leq L_{ij} \leq D_{ij} \leq 100000$ ， $0 \leq Q \leq 2^{31} - 1$ 。

试题 H: 宝石收集

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝最近迷上了一款收集宝石的游戏，在游戏中给出了一幅藏宝图，藏宝图可以看做是由 n 个顶点组成的一个有向图，顶点编号为 $0, 1, 2, \dots, n-1$ 。每个顶点有且仅有一颗宝石，可能是红宝石或蓝宝石。

小蓝有一次收集宝石的机会，他可以任意选择一个顶点当做起点，沿着有向边前进，经过的顶点上的宝石都会被自动收集（包括起点和终点），直到前方无路可走或者小蓝想退出时停止本次收集。小蓝可以多次经过同一个顶点，但只会在第一次到达顶点时获得宝石，后面再次到达时不会再获得宝石。

收集结束后，小蓝可以用手中的宝石合成紫晶宝石：一颗红宝石加一颗蓝宝石就可以合成一颗紫晶宝石。

小蓝想在收集结束后合成尽可能多的紫晶宝石，请帮他规划出一条最优路径，告诉他最多可以合成多少颗紫晶宝石。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n ，表示有顶点的个数。

第二行包含一个由 0、1 组成的长度为 n 的字符串，从左至右依次表示第 0 至 $n-1$ 个顶点处宝石的种类，0 表示红宝石，1 表示蓝宝石。

第三行包含一个整数 m ，表示图中有 m 条有向边。

接下来 m 行，每行包含两个整数 s, t ，用一个空格分隔，表示一条从 s 到 t 的有向边。

【输出格式】

输出一行包含一个整数，表示小蓝最多能合成几颗紫晶宝石。

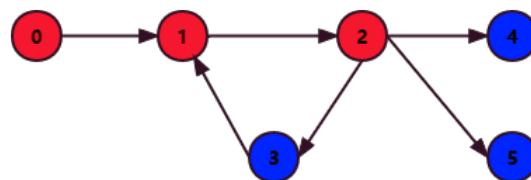
【样例输入】

```
6
000111
6
0 1
1 2
3 1
2 3
2 4
2 5
```

【样例输出】

```
2
```

【样例说明】



样例如上图所示，选择 0 号顶点作为起点，按照 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ 的行进路线，可以获得 3 颗红宝石和 2 颗蓝宝石，最终可以合成 2 颗紫晶宝石；他也可以按照 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ 行进，结果也是 2。找不到比 2 更大的答案了。

【评测用例规模与约定】

对于所有的评测用例， $1 \leq n \leq 2000$ ， $0 \leq m \leq 10^5$ ， $0 \leq s \leq n - 1$ ， $0 \leq t \leq n - 1$ 。

试题 I: 图书借阅

时间限制: 30.0s 内存限制: 1.0GB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小蓝是一所图书馆的管理员，图书馆中目前有 n 种书，第 i 种书有 a_i 本。

小蓝目前有 m 条未来若干天中用户的预约借阅记录，每个借阅记录由 b_i, l_i, r_i 组成，表示在 l_i 日要借用一本书 b_i ， r_i 日归还， r_i 日结束后图书馆才可以将这本书重新借出。

小蓝分析了一下预约借阅记录，发现现有的书不一定能满足所有人的预约请求，于是小蓝打算额外购买一些书加入到图书馆。小蓝的预算有限，请问如果额外添加不超过 x 本书，最多有多少条预约记录能得到满足？小蓝可以选取一部分记录使其满足，不一定需要按借阅或预定的时间顺序满足。

【输入格式】

输入的第一行包含三个整数 n, m, x ，相邻两个整数之间用一个空格分隔。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻两个整数之间用一个空格分隔，表示目前拥有的每种书的本数。

接下来 m 行，每行包含 3 个整数 b_i, l_i, r_i ，相邻两个整数之间用一个空格分隔，表示一条预约借阅记录。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示给定条件下最多能满足预约借阅的记录数。

【样例输入】

```
3 11 3
1 0 2
1 2 4
1 1 2
```

1 4 5
1 3 5
1 1 3
2 1 1
2 2 2
2 3 3
2 1 2
2 3 4
3 1 5

【样例输出】

10

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $n, m \leq 10$ ， $l_i \leq r_i \leq 10$ ；

对于 50% 的评测用例， $n, m \leq 2000$ ， $l_i \leq r_i \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100000$ ， $1 \leq x \leq m \leq 200000$ ， $1 \leq b_i \leq n$ ， $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^6$ ， $0 \leq a_i \leq 10^5$ 。

试题 J：替换字符

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定一个仅含小写英文字母的字符串 s ，每次操作选择一个区间 $[l_i, r_i]$ 将 s 的该区间中的所有字母 x_i 全部替换成字母 y_i ，问所有操作做完后，得到的字符串是什么。

【输入格式】

输入的第一行包含一个字符串 s 。

第二行包含一个整数 m 。

接下来 m 行，每行包含 4 个参数 l_i, r_i, x_i, y_i ，相邻两个参数之间用一个空格分隔，其中 l_i, r_i 为整数， x_i, y_i 为小写字母。

【输出格式】

输出一行包含一个字符串表示答案。

【样例输入】

```
abcaaea
4
1 7 c e
3 3 e b
3 6 b e
1 4 a c
```

【样例输出】

```
cbe caea
```

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $|s|, m \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq |s|, m \leq 10^5$ ， $1 \leq l_i \leq r_i \leq |s|$ ， $x_i \neq y_i$ ，其中 $|s|$ 表示字符串 s 的长度。