



GYMNASÉ AUGUSTE PICCARD

# CHAMP MAGNÉTIQUE ÉMIS PAR UN SOLÉNOÏDE

OPTION SPÉCIFIQUE PHYSIQUE, 3M8

---

Julien Bricka, Romain Blondel

8 octobre 2023

## BUT

Le but de ce travail est de mesurer puis comparer des modèles du champ magnétique créé par le courant parcourant un solénoïde.

## 1 INTRODUCTION

Le solénoïde est un dispositif beaucoup utilisé dans la vie quotidienne, grâce à ces caractéristiques d'électro-aimant. L'exemple le plus simple est le suivant : lorsqu'on insère la clé de contact dans une voiture, le signal du démarrage du moteur est transmis via un solénoïde. On peut le retrouver dans d'autres domaines comme la sécurité à fermeture magnétique, la médecine, l'automobile, dans les enceintes ou amplificateurs audio, etc.

Elle possède des propriétés électromagnétiques car associée à un aimant ou une autre bobine, elle peut servir de transformateur de tension, de mécanisme de moteur, d'interrupteur ou encore de microphones. Ce dispositif peut être couplé ou non avec d'autres composants.

Un solénoïde est plus précisément une bobine allongée constituée d'un fil conducteur enroulé. C'est pourquoi ce dernier peut aussi prendre le terme de bobine. Lorsqu'il est parcouru par un courant électrique, il va créer une force magnétique selon son axe d'enroulement.

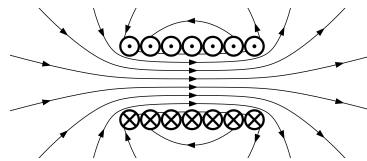


FIGURE 1

Image de Wikipedia "Solénoïde"

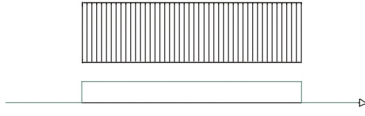
C'est en 1831, que le scientifique britannique Michael Faraday étudie le comportement d'un courant dans un champ magnétique, et s'aperçoit que celui-ci peut produire du travail. Ørsted avait découvert qu'un courant électrique produit un champ magnétique. Suite à cela, Faraday découvre qu'un champ magnétique peut aussi engendrer un courant électrique. Il découvre ainsi le principe du moteur électrique, et donc la conversion du travail mécanique en énergie électrique, inventant ainsi le générateur de courant. Dans un article de 1852, Faraday dévoile l'existence du champ magnétique en décrivant les « lignes de force » le long desquelles s'oriente la limaille de fer au voisinage de l'aimant.

Un solénoïde idéal fait preuve de la propriété suivante : parcouru par un courant, le champ à l'intérieur est homogène, et nul à l'extérieur. Concrètement, ces conditions ne sont qu'atteignables si le solénoïde est de longueur infinie ou pouvant être approximé comme telle. Donc, en ne prenant qu'une portion du solénoïde et le considérant parfait, la loi d'Ampère peut être appliquée :

$$Bl = \mu_0 NI$$

avec  $B$  le champ magnétique,  $l$  la longueur,  $\mu_0$  la perméabilité du vide (également nommée perméabilité magnétique du vide ou constante magnétique),  $I$  l'intensité et  $N$  le nombre de spires.

Sauf que l'idée d'un tube infini n'est pas réel. Cette formule sert d'une approximation de la réalité. En théorie, le comportement d'un solénoïde idéal diffère de la pratique.



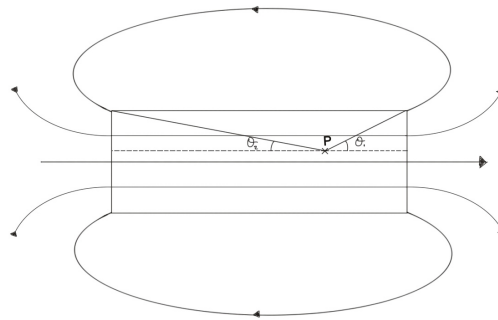
**FIGURE 2**  
Champs d'un solénoïde idéal



**FIGURE 3**  
Champs d'un solénoïde en pratique

Sur l'axe est représentée la force du champ magnétique des solénoïde. En réalité, le champ ne se rompt pas d'un coup aux extrémités de la bobine. Par conséquent, le champ n'est pas identique aux extrémités et au centre. En effet, la force du champs augmente progressivement avant de se stabiliser, puis diminue.

Considérons une bobine de longueur  $l$ , de rayon  $R$ , contenant  $N$  spires et traversée par un courant  $I$ , où l'on cherche à trouver le champs  $\vec{B}$  au point  $P$ . Ce dernier est déterminé par les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .



La relation est définie comme suit :

$$B = \frac{NI\mu_0}{l} \frac{\cos \theta_1 + \cos \theta_2}{2}$$

et afin de la prouver, on doit commencer par regarder le champ magnétique généré par un cercle en un point  $x$  au dessus de son centre.

Sachant que le cercle de rayon  $R$  peut se définir comme suit :

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} R \cdot \sin t \\ R \cdot \cos t \\ 0 \end{pmatrix}$$

et en utilisant la relation issue de la loi de Biot-Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_t \frac{I \frac{d\vec{\ell}}{dt} \times (\vec{r} - \vec{\ell})}{|\vec{r} - \vec{\ell}|^3} dt$$

sur un point respectant la condition énoncée ci-dessus

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$$

nous pouvons effectuer l'intégral via le module *Python* nommé *sympy*, ce qui nous donne le résultat <sup>1</sup>

$$B(x) = \frac{IR^2\mu_0}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

La suite est de considérer un solénoïde de  $2N$  spires et de longueur  $2l$ . Considérons le point  $x$  sur l'axe centrale de ce solénoïde. Le champs magnétiques en ce point peut être approximé par la somme du champs créer par des cercle infinitésimaux sur toute la longueur du solénoïde, que l'on connaît par la formule ci-dessus. Sachant qu'il y a donc des portions de courant proportionnel à la longueur et au nombre de spire  $dI = \frac{dt}{l}NI$  avec  $dt$  une portion de distance. On peut ensuite poser l'intégrale :

$$B(x) = \int \frac{dIR^2\mu_0}{2((t-x)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{INR^2\mu_0}{2l} \int_{-l}^l \frac{1}{((t-x)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} dt$$

car la on veut la somme pour tout  $t$  décalé de  $x$ . Via *sympy* et en simplifiant le résultat, on obtient

$$B(x) = \frac{IN\mu_0}{l} \frac{\frac{(l-x)}{\sqrt{R^2+(l-x)^2}} + \frac{(l+x)}{\sqrt{R^2+(l+x)^2}}}{2}$$

qui peut être simplifiée en posant  $\tan \theta_{1,2} = \frac{R}{l \pm x}$ , par des relations trigonométriques assez simples, permet de retrouver

$$B = \frac{NI\mu_0}{l} \frac{\cos \theta_1 + \cos \theta_2}{2}$$

On voit que, quand la longueur du solénoïde tend à l'infini, on en revient à la première formule évoquée. De plus, il faut noter que cela reste une approximation, et que de plus elle n'est valable que sur l'axe central du solénoïde.

## 2 PRINCIPE DE MESURE ET DESCRIPTION

Au cours de l'expérience, nous allons mesurer le champ magnétique dans un solénoïde en faisant varier le nombre de spires, ainsi qu'en des point décalé du centre de celui-ci afin de voir les variations du champs dans les bords.

1. Code inspiré d'un notebook mis en ligne par Mr. P Solver, vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=1yBPEPhq54M>

## 2.1 MATÉRIEL

Le matériel suivant a été nécessaire a la réalisation de cette expérience :

- Un générateur
- Un teslamètre
- Un solénoïde
- 2 câbles

## 2.2 DÉROULEMENT

Il est nécessaire d'assembler le dispositif d'expérimentation (voir le schéma ci-dessous) avant les manœuvres suivantes.

Il est important d'insérer le teslamètre dans le solénoïde, et s'assurer que le bout de ce dernier soit au centre (marqueur sur le solénoïde aligné avec le 0 sur la règle du teslamètre). De plus, il faut paramétrer le teslamètre pour que le bruit ne soit pas présent dans la mesure, soit qu'il affiche 0 [T].

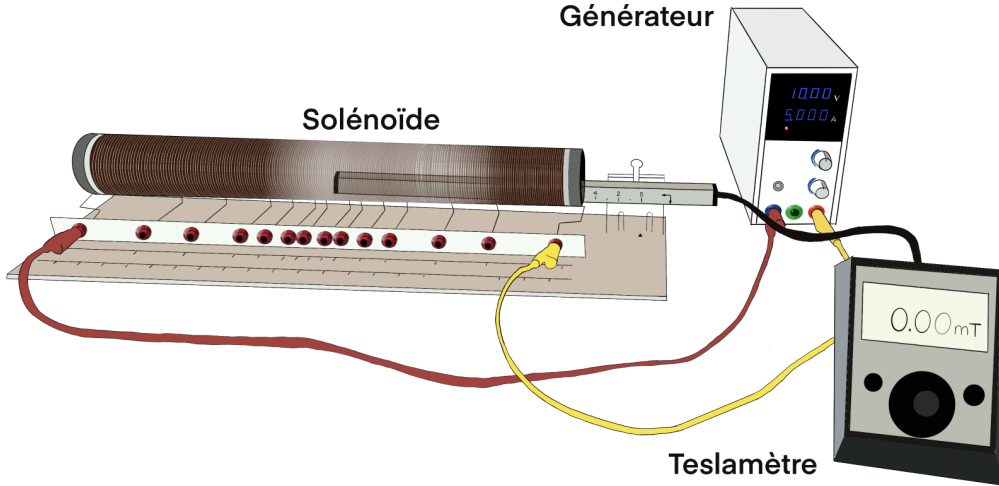
### PREMIÈRE EXPÉRIENCE :

- Mesurer le champ en augmentant le nombre de spires (5, 10, 20, 30, 50, 70, puis 100 spires). Cela se fait en augmentant la distance parcouru par le courant dans la bobine.
- Prendre note de la puissance du champ.

### DEUXIÈME EXPÉRIENCE :

- On commence par utiliser 20 spires.
- Tirer le teslamètre de 1 en 1 [cm] jusqu'à l'extrémité du solénoïde en prenant note de la puissance du champ en chaque point.
- Faire de même avec 50 et 100 spires.

### 2.3 SCHÉMA



## 3 RÉSULTATS ET CALCULS

Tout d'abord, la table ci-dessous présente les spécifications du fabricant du solénoïde, soit sur le nombre de spire et la longueur qui leur correspond. Notons que c'est uniquement pour un des deux côtés, et que concrètement il y a deux fois plus de spire sur une longueur deux fois plus longues, mais sur la première approximation par la loi d'Ampère, cela ne change rien car ces facteurs se compensent, et sur la seconde cela se voit uniquement dans le calcul des angles.

nombre de spires	longueur [mm]
5	10.3
10	20.6
20	40.3
30	60.9
50	101.2
70	141.6
100	202.5

**TABLE 1**  
Demi-longueur associée au demi-nombre de spires

**PREMIÈRE EXPÉRIENCE.** Nous avons mesuré le champs magnétique au centre de la bobine. Il est à noter un bruit du teslamètre qui donne une incertitude de  $\pm 0.01 [mT]$  sur les mesures, ce qui peut être un peu gênant sur les résultats faibles.

Via la loi d'Ampère, nous avons calculé

$$B_{approx} = \frac{NI\mu_0}{l}$$

en utilisant les divers valeurs adaptées ( $N$  est le nombre de spires,  $I$  est l'intensité et  $l$  la longueur du solénoïde).

Ce qui est plus intéressant est par le résultat analytique qui est

$$B_{anal} = \frac{NI\mu_0}{l} \frac{\cos \theta_1 + \cos \theta_2}{2}$$

dont les valeurs  $\theta_{1,2}$  sont les angles entre le point sur l'axe du solénoïde et les bords extérieurs de celui-ci. Dans ce cas, posant  $r$  le rayon du solénoïde, nous pouvons poser  $\tan \theta = \frac{r}{l}$  par la symétrie de l'expérience, car les deux angles sont les mêmes, et nous obtenons ainsi

$$B_{anal} = \frac{NI\mu_0}{l} \cos \left( \arctan \left( \frac{r}{l} \right) \right)$$

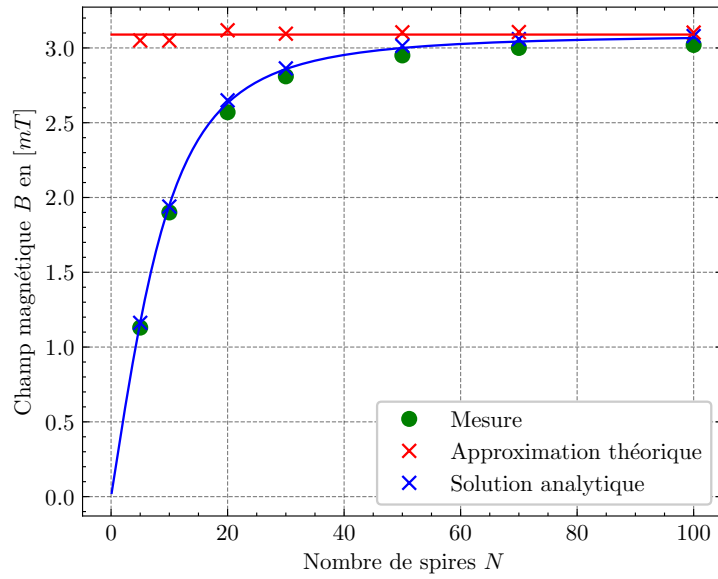
comme la somme des deux cosinus font tomber le 2 au dénominateur.

Finalement, nous avons aussi consigné les erreurs absolues  $\Delta x = |x_{mesure} - x_{theorie}|$  et celles relatives  $\frac{\Delta x}{x} = \frac{|x_{mesure} - x_{theorie}|}{x_{mesure}}$

nombre de spire	$B$ [mT]	$B_{approx}$ [mT]	$\Delta B_{approx}$ [mT]	$\frac{\Delta B_{approx}}{B}$ [%]	$B_{anal}$ [mT]	$\Delta B_{anal}$ [mT]	$\frac{\Delta B_{anal}}{B}$ [%]
5	1.13	3.050	1.920	169.92	1.162	0.032	2.82
10	1.90	3.050	1.150	60.53	1.940	0.040	2.09
20	2.57	3.118	0.548	21.33	2.650	0.080	3.10
30	2.81	3.095	0.285	10.15	2.863	0.053	1.90
50	2.95	3.104	0.154	5.23	3.014	0.064	2.16
70	3.00	3.106	0.106	3.54	3.059	0.059	1.96
100	3.02	3.103	0.083	2.74	3.079	0.059	1.97

**TABLE 2**  
Mesures et calculs de la première expérience

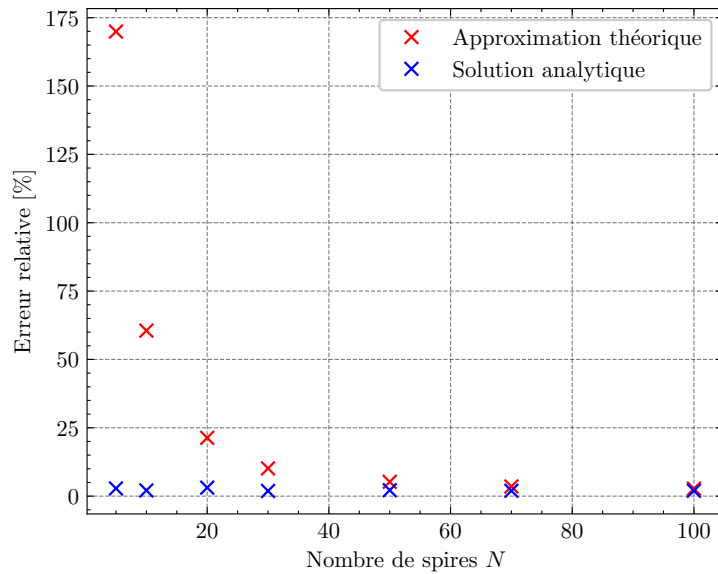
Les résultats peuvent être comparé via la figure suivante, présentant sur un même graphe les mesures et les valeurs théorique. On y a également ajouté une courbe pour chaque modèle, considérant la longueur comme proportionnel au nombre de spires, ce qui explique la différence entre ces courbes et les points sensé leur appartenir qui sont légèrement décalés.



**FIGURE 4**

Comparaison entre la mesure et les différents modèles sur la première expérience

Afin de bien se rendre compte du moment dès lequel l'approximation par la loi d'Ampère du solénoïde parfait fonctionne, nous avons tracer l'erreur relative des deux modèles afin de les comparer.



**FIGURE 5**

Erreur relative selon la taille du solénoïde

**SECONDE EXPÉRIENCE.** Les mesures de celle-ci se résument dans le décalage dénommé  $x$  dans les équations, ainsi que le champs magnétique à cette position, ordonné selon le nombre de spire utilisé.

Le calcul du champs de manière théorique est un peu plus compliqué, car il faut se rendre compte



via de la trigonométrie élémentaire que  $\tan \theta_{1,2} = \frac{r}{l \pm x}$ . On obtient alors

$$B_{anal} = \frac{NI\mu_0}{l} \frac{\cos\left(\arctan\left(\frac{r}{l+x}\right)\right) + \cos\left(\arctan\left(\frac{r}{l-x}\right)\right)}{2}$$

pour lequel on utilise la valeur de l'arc tangente sur les quatre quadrants.

Les différentes erreurs sont également consignées dans la table ci-dessous.

20 spires						50 spires						100 spires					
décalage [cm]	B [mT]	B <sub>anal</sub> [mT]	ΔB <sub>anal</sub> [mT]	$\frac{\Delta B_{anal}}{B}$ [%]		décalage [cm]	B [mT]	B <sub>anal</sub> [mT]	ΔB <sub>anal</sub> [mT]	$\frac{\Delta B_{anal}}{B}$ [%]		décalage [cm]	B [mT]	B <sub>anal</sub> [mT]	ΔB <sub>anal</sub> [mT]	$\frac{\Delta B_{anal}}{B}$ [%]	
0.0	2.58	2.65	0.07	2.7		0.0	2.97	3.014	0.044	1.47		0.0	3.00	3.079	0.079	2.65	
1.0	2.57	2.599	0.029	1.12		1.0	2.97	3.011	0.041	1.39		1.0	3.00	3.079	0.079	2.64	
2.0	2.44	2.423	0.017	0.7		2.0	2.96	3.004	0.044	1.47		2.0	3.00	3.079	0.079	2.63	
3.0	2.15	2.063	0.087	4.05		3.0	2.95	2.989	0.039	1.33		3.0	3.00	3.078	0.078	2.60	
4.0	1.66	1.507	0.153	9.2		4.0	2.93	2.965	0.035	1.2		4.0	3.01	3.077	0.067	2.21	
5.0	1.07	0.939	0.131	12.28		5.0	2.9	2.926	0.026	0.9		5.0	3.01	3.075	0.065	2.15	
6.0	0.63	0.548	0.082	13.04		6.0	2.85	2.861	0.011	0.38		6.0	3.01	3.072	0.062	2.08	
7.0	0.38	0.328	0.052	13.75		7.0	2.76	2.747	0.013	0.47		7.0	3.01	3.069	0.059	1.97	
8.0	0.24	0.207	0.033	13.67		8.0	2.58	2.541	0.039	1.49		8.0	3.01	3.065	0.055	1.84	
9.0	0.16	0.138	0.022	13.53		9.0	2.28	2.174	0.106	4.66		9.0	3.01	3.060	0.050	1.67	
10.0	0.11	0.097	0.013	11.98		10.0	1.8	1.615	0.185	10.29		10.0	3.00	3.053	0.053	1.78	
11.0	0.09	0.07	0.02	21.76		11.0	1.2	1.026	0.174	14.5		11.0	3.00	3.044	0.044	1.47	
12.0	0.06	0.053	0.007	11.92		12.0	0.72	0.609	0.111	15.35		12.0	3.00	3.031	0.031	1.05	
13.0	0.05	0.041	0.009	18.59		13.0	0.44	0.371	0.069	15.68		13.0	2.98	3.014	0.034	1.13	
14.0	0.04	0.032	0.008	19.89		14.0	0.3	0.239	0.061	20.29		14.0	2.96	2.988	0.028	0.94	
15.0	0.04	0.026	0.014	35.77		15.0	0.21	0.163	0.047	22.33		15.0	2.92	2.948	0.028	0.97	
16.0	0.03	0.021	0.009	30.24		16.0	0.15	0.117	0.033	22.21		16.0	2.86	2.885	0.025	0.87	
17.0	0.03	0.017	0.013	42.4		17.0	0.12	0.087	0.033	27.69		17.0	2.77	2.778	0.008	0.27	
18.0	0.03	0.014	0.016	51.87		18.0	0.1	0.067	0.033	33.42		18.0	2.62	2.586	0.034	1.30	
19.0	0.03	0.012	0.018	59.36		19.0	0.08	0.052	0.028	34.51		19.0	2.36	2.242	0.118	5.00	
20.0	0.02	0.01	0.01	48.05		20.0	0.07	0.042	0.028	39.85		20.0	1.89	1.703	0.187	9.91	
						21.0	0.07	0.034	0.036	50.8		21.0	1.28	1.103	0.177	13.85	
						22.0	0.06	0.029	0.031	52.36		22.0	0.78	0.659	0.121	15.51	
						23.0	0.06	0.024	0.036	59.94		23.0	0.46	0.401	0.059	12.85	
												24.0	0.30	0.258	0.042	13.97	
												25.0	0.20	0.176	0.024	11.91	
												26.0	0.16	0.126	0.034	21.00	

**TABLE 3**  
Mesures et calculs de la seconde expérience

Nous avons également comparés les mesures au modèle via des graphes. Celui en haut de la figure suivante correspond aux résultats liés aux 20 spires, celui du milieu aux 50 et le derniers aux 100.

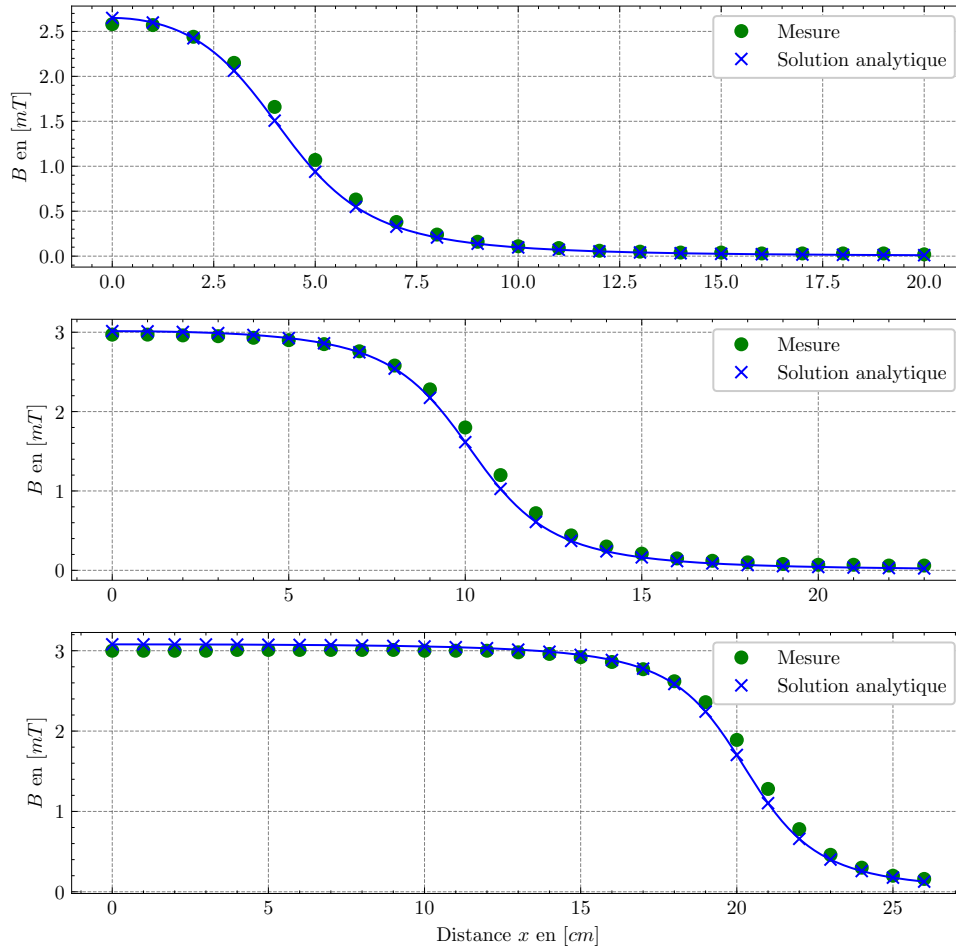


FIGURE 6

Comparaison entre les mesures et le modèle pour la seconde expérience

## 4 DISCUSSION DES RÉSULTATS

Tout au long des expérience, nos résultats sont pertinents et intéressants. Notons avant d'entrer dans une analyse plus fine une bonne précision dans la mesure, malgré quelques sources d'incertitudes. La première est le bruit du teslamètre mentionné au début de la section précédente. De plus, nous avons considéré les mesures propres au solénoïde comme acquise et ne les avons pas vérifiées, ni pris garde à leur précision. Finalement, le dispositif n'est pas parfait non plus, la bobine qui chauffe par exemple peut modifier certaines propriétés, et la présence de beaucoup de matériel produisant un champ électromagnétique dans le laboratoire induit un peu d'erreur en plus.

Par la première expérience, nous constatons que le modèle issu de l'analyse différentielle du problème est très proche des mesures, quoiqu'un peu au-dessus, qui peut s'expliquer par un petit décalage du teslamètre vis à vis du centre du solénoïde entre autres hypothèses. Celle-ci découle des résultats de la seconde expérience montrant la diminution du champ magnétique avec le décalage.

De plus, la version simplifiée fonctionne bien quand on s'approche du solénoïde parfait, mais dès que l'on est plus proche d'une petite bobine, cela ne donne plus de résultat pertinent. Dans le cas de notre expérience, on peut poser une limite autour de 50 spires, au-dessus de laquelle l'erreur est inférieure à 5 [%] et devient une excellente approximation. Nous voyons la différence entre les deux versions, ainsi

que les variables pour lequel elles se valent sur le graphe comparant leurs erreurs relatives.

En étudiant la différence entre la droite représentant le calcul du champs par l'approximation sur les points considérant les mesures fournies par le fabriquant, et ceux considérant le nombre de spires proportionnel à la distance, on peut soit supposer une incertitude dans les données, ou une fabrication du solénoïde qui n'est pas parfaitement régulière.

Sur la seconde expérience, nous pouvons supposer un champs magnétique ambiant ou des spécifications du solénoïde menant à des points de mesures plus faibles que la théorie, ainsi qu'à une diminution plus tardive de celui-ci. Ce deuxième effet peut aussi s'expliquer par un décentrage du teslamètre dans le solénoïde.

Entre les deux expérience, nous observons que le modèle analytique du problème permet de décrire très fidèlement la réalité avec une erreur relative inférieure à 3 [%] pour les valeurs assez grandes, et sinon on observe malgré tout une erreur absolue de l'ordre de grandeur du bruit apparaissant sur le teslamètre et cela apparaît donc comme une grande proportion mais ce sont plutôt des mesures pour lequel le matériel n'est pas tout à fait adapter.

Mais on peut se dire que le résultat n'est pas exacte. En effet, on a considéré pour produire le résultat analytique en considérant le solénoïde comme une somme de cercle infinitésimaux, or c'est une courbe plus complexe et chaque enroulement crée une légère déformation du champs, visible sur la figure ci-dessous, que l'on ne prend pas en compte par ce calcul. Nous observons malgré tout que pour le centre de la bobine, c'est tellement proche de la réalité que l'on peut considérer cela comme exacte.

La simulation du champs magnétique d'un solénoïde présentée ci-dessous a été réalisée numériquement via la loi de Biot-Savart de laquelle on tire la relation suivante :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{l})}{|\vec{r} - \vec{l}|^3}$$

avec  $C$  la courbe que l'on considère,  $\vec{l}$  la direction sur la courbe et  $\vec{r}$  le vecteur position.

Sachant qu'un solénoïde peut être décrit par la courbe paramétrique suivante :

$$\vec{l}(t) = \begin{pmatrix} R \cdot \sin t \\ R \cdot \cos t \\ \alpha t \end{pmatrix}$$

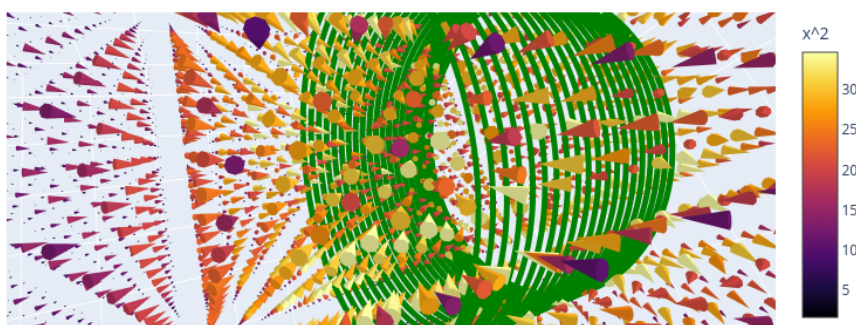
avec  $R$  le rayon et  $\alpha$  un scalaire réglant l'espace entre deux révolution.

On peut donc faire  $n$  rotations en prenant  $t \in [0; 2n\pi]$ , puis obtenir le champs via une intégration numérique assez aisée sur ordinateur<sup>2</sup> :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \int_0^{2n\pi} \frac{d\vec{l}/dt \times (\vec{r} - \vec{l})}{|\vec{r} - \vec{l}|^3} dt$$

2. Code inspiré d'un notebook mis en ligne par Mr. P Solver, vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=srk2YZKMn-E>

Champ magnétique dans un solénoïde



**FIGURE 7**

Simulation du champs magnétique produit par un solénoïde

## 5 CONCLUSION

En conclusion, les résultats obtenus sont très satisfaisants. Ils montrent les limites des différents modèles considéré et dans quel mesure l'un est avantageux par sa simplicité, et l'autre par son réalisme. De plus, il ouvre la voie à des jolis outils d'analyse d'un problème. L'expérience en elle-même est très instructive malgré différentes sources d'incertitudes énumérées durant ce rapport. Elle pourrait être améliorée en isolant le système de l'extérieur, avec des outils de mesure plus fins, ou une bobine différente, par exemple l'utilisation d'un matériau qui chauffe moins permettrait une mesure continue pour avoir une description plus précise du système. Cela demeure assez secondaire et l'expérience ouvre sur des résultats très bons au vu de nos moyens.