

---

# Vitesse de propulsion d'un projectile via la balistique

---



Manon Bruno, Julien Bricka, Romain Blondel  
1M8, Gymnase Auguste Piccard  
30 novembre 2021

# Table des matières

<b>1</b>	<b>But</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Démarche</b>	<b>2</b>
3.1	Matériel . . . . .	2
3.2	Marche à suivre . . . . .	2
3.3	Schéma du montage . . . . .	2
<b>4</b>	<b>Résultats</b>	<b>3</b>
4.1	Tableaux . . . . .	3
4.2	Graphiques . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Analyse des Résultats</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>5</b>

# 1 But

Déterminer la vitesse des balles à la sortie du canon via les formules de la balistique.

# 2 Introduction

Comme dit juste au-dessus, les formules qui vont être utilisées sont celles de la balistique ainsi que de simples conversions d'unités ( $[\circ]$  en  $[rad]$ ,  $[cm]$  en  $[m]$ ). La balistique se fonde sur la théorie du mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) ainsi que sa version "simplifiée" le mouvement rectiligne uniforme (MRU) :

- MRUA
  - $a = \text{constante}$
  - $v(t) = v_0 + a \cdot t$
  - $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- MRU : MRUA à accélération nulle.
  - $v = \text{constante}$
  - $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t$

Où  $a$  est l'accélération en  $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ ,  $v$  ou  $v(t)$  est la vitesse en  $\left[\frac{m}{s}\right]$ ,  $x$  ou  $x(t)$  est la position en  $[m]$  et  $t$  le temps en  $[s]$  ; si rien n'est précisé, les valeurs sont pour l'instant  $t$ , et  $x_0$  ainsi que  $v_0$  sont pour  $t = 0$ . La balistique est une décomposition du mouvement d'une balle sur deux dimension : horizontalement, il y a un MRU et verticalement, un MRUA avec une accélération valant celle de la gravitation terrestre et opposée à la montée, soit  $a = -g \approx -9.81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$ . Pour  $v_0$  pour chaque direction, il suffit de séparer la vitesse initiale à l'aide des formules trigonométriques et de l'angle de départ. Voici les formules concrètes :

- $v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t$
- $y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
- $x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t$
- $v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$
- $v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$

Voilà toutes les formules utilisées dans la suite.

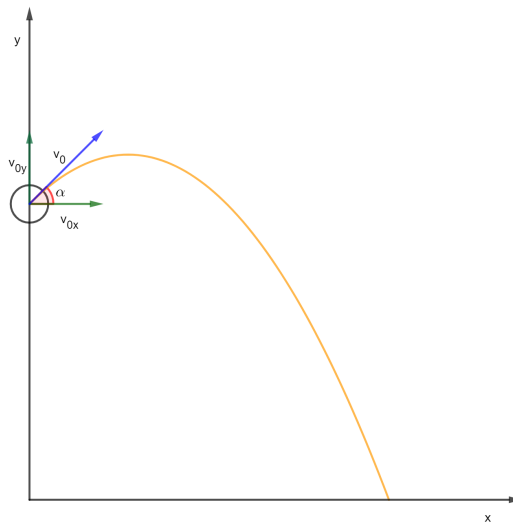


FIGURE 1 – Illustration d'un modèle de balistique

### 3 Démarche

#### 3.1 Matériel

##### Pour l'expérience

- Canon
- Statif
- Fil à plomb
- Manchon
- Balle (en plastique)

##### Pour la mesure

- Scotch (de carrossier)
- Mètre
- Stylo

#### 3.2 Marche à suivre

1. Placer le lanceur aussi bien que possible sur un repère marqué afin de pouvoir mesurer les distances.
2. Mesurer la hauteur entre le bout du canon et le sol ( $y_0 = 26[cm] = 0.26[m]$ ), ainsi que tout autre distance fixe (p.ex. du bout du canon à celui du socle, ...).
3. Régler l'angle de tire du canon à l'aide du fil à plomb, puis charger le projectile avec le manchon jusqu'au cran désiré.
4. Expulser le projectile en tirant sèchement sur la cordelette.
5. Marquer le lieu d'impact en y mettant un bout de scotch (*note : annoter le scotch pour faciliter la mesure*).
6. Mesurer les distances entre le lanceur et l'endroit où la balle a atterri.
7. Répéter l'opération en changeant les paramètres (*cran du canon, angle*).

#### 3.3 Schéma du montage

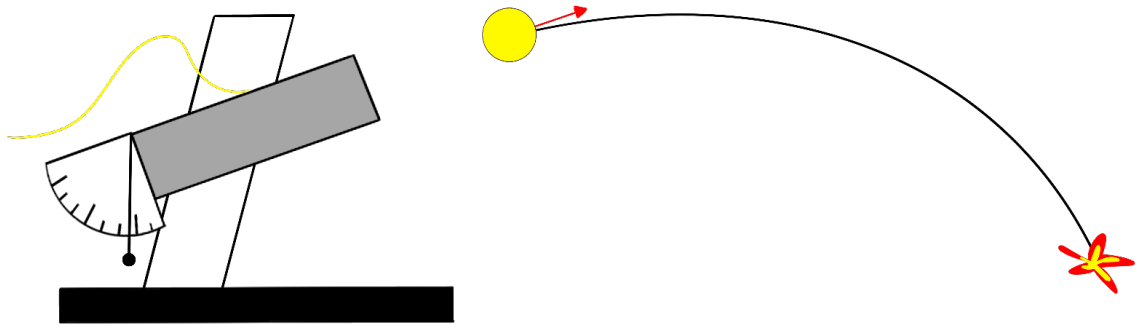


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience

## 4 Résultats

### 4.1 Tableaux

TABLE 1 – Mesure d'angle ( $\alpha$ ) et de distance ( $x(t)$ ) pour chaque cran

mesure n°	angle [°]	cran 1 [cm]	cran 2 [cm]	cran 3 [cm]
1	30.00	109.50	227.50	425.00
2	45.00	112.00	251.00	454.00
3	60.00	88.00	215.00	383.00

TABLE 2 – Mesure d'angle et de distance en unité du système international

mesure n°	angle [rad]	cran 1 [m]	cran 2 [m]	cran 3 [m]
1	0.52	1.09	2.27	4.25
2	0.79	1.12	2.51	4.54
3	1.05	0.88	2.15	3.83

TABLE 3 –  $v_0$  pour chaque cran

mesure n°	$v_0$ au cran 1 [ $\frac{m}{s}$ ]	$v_0$ au cran 2 [ $\frac{m}{s}$ ]	$v_0$ au cran 3 [ $\frac{m}{s}$ ]
1	2.96	4.64	6.60
2	2.99	4.72	6.49
3	2.92	4.77	6.46
Moyenne	2.96	4.71	6.52

TABLE 4 –  $t_{final}$  pour chaque cran

mesure n°	$t_f$ au cran 1 [s]	$t_f$ au cran 2 [s]	$t_f$ au cran 3 [s]
1	0.43	0.57	0.74
2	0.53	0.75	0.99
3	0.60	0.90	1.19

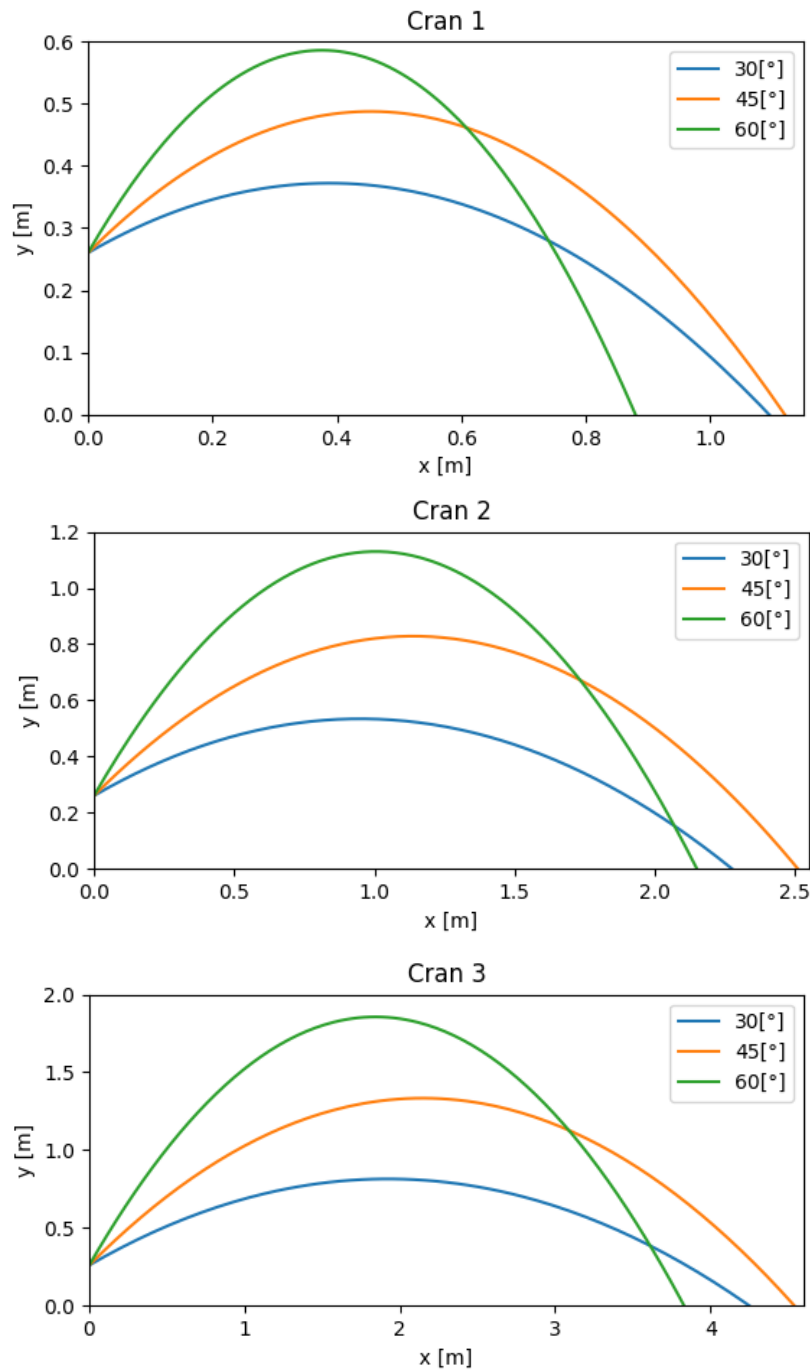
TABLE 5 – Flèche pour chaque cran

mesure n°	$f$ au cran 1 [m]	$f$ au cran 2 [m]	$f$ au cran 3 [m]
1	0.37	0.53	0.81
2	0.49	0.83	1.33
3	0.59	1.13	1.86

*Note : les formules utilisées pour obtenir  $v_0$ ,  $t_{final}$  et les flèches seront développées dans la section suivante.*

## 4.2 Graphiques

FIGURE 3 – Trajectoires théoriques de la balle à chaque cran



*Note : les graphes ci-dessus sont faits via les résultats obtenus précédemment en se basant toujours sur la balistique et demeurent de fait très théoriques, ne prenant pas en compte de nombreux paramètres.*

## 5 Analyse des Résultats

### Comment trouver $v_0$ ?

À partir de ce que l'on connaît ( $x(t)$ ,  $\alpha$ ,  $y_0$ ), et en tenant compte de ce que l'on ne connaît pas ( $t$ ), comment manipuler les formule de balistique pour obtenir une formule pour  $v_0$  (cf. Table 3)(note : le calcul est fait au moment où la balle touche le sol, soit avec  $y(t) = 0$  et  $x_0$  nulle) :

$$\begin{aligned}
 x(t) &= x_0 + v_{0x} \cdot t = v_{0x} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{x(t)}{v_{0x}} \\
 y(t) &= y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Leftrightarrow 0 = y_0 + v_{0y} \cdot \frac{x(t)}{v_{0x}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{x(t)}{v_{0x}} \right)^2 = \\
 &= y_0 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos\alpha} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x(t)^2}{(v_0 \cdot \cos\alpha)^2} = y_0 + x(t) \cdot \tan\alpha - \frac{g \cdot x(t)^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \\
 &\Leftrightarrow \frac{g \cdot x(t)^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = y_0 + x(t) \cdot \tan\alpha \Leftrightarrow \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{g \cdot x(t)^2} = \frac{1}{y_0 + x(t) \cdot \tan\alpha} \\
 &\Leftrightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot x(t)^2}{2 \cdot \cos^2\alpha \cdot (y_0 + x(t) \cdot \tan\alpha)} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x(t)^2}{2 \cdot \cos^2\alpha \cdot (y_0 + x(t) \cdot \tan\alpha)}}
 \end{aligned}$$

### Que peut-on en faire ?

Avec  $v_0$ , on a tout les paramètres pour établir les équations horaires des projectiles. De celle-ci, on peut faire des graphes de la trajectoire théorique des balles (cf. Figure 3), ainsi que pour n'importe quel autre angle ; obtenir le temps de vol de la balle via  $t = \frac{x(t)}{v_{0x}} \Leftrightarrow t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos\alpha}$  (cf. Table 4) ; la flèche (point le plus haut) de la trajectoire de la balle : quand  $v_y(t) = 0$ , soit  $v_y(t) = 0 = v_{0y} - g \cdot t \Leftrightarrow v_{0y} = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v_{0y}}{g}$ , donc  $f = y\left(\frac{v_{0y}}{g}\right) = y_0 + v_{0y} \cdot \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0y}^2}{g} = y_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0y}^2}{g} = y_0 + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2 \cdot g}$  (cf. Table 5).

## 6 Conclusion

En conclusion, l'expérience s'est bien passée mais manque énormément de précision au moment où il faut déterminer l'endroit où a atterri la balle ainsi qu'au moment des mesures au sol, le scotch étant large. Il serait donc possible d'améliorer la mesure à l'aide de marques plus fine ou d'une caméra. De plus, le modèle de la balistique omet certains paramètres comme les frottements de l'air, donc quelques mesures supplémentaires permettraient d'utiliser des calculs de force afin d'avoir des résultats plus réalistes.