§ 9.3 双曲线的定义及标准方程

9.3.1 相关概念

学习目标

1、掌握双曲线的定义、标准方程及相关概念

2、掌握双曲线的基本性质（一级结论）

1．双曲线的概念

第一定义：平面内与两个定点 F_1, F_2 ($|F_1F_2|$=2c>0)的距离之差的绝对值为常数(小于 $|F_1F_2|$ 且不等于零)的点的轨迹叫做双曲线．这两个定点叫双曲线的焦点，两焦点间的距离叫做焦距．

集合 $P=\{M\,||\,MF_1|-|MF_2\,||=2a\}$，$|F_1F_2|$=2c，其中 a, c 为常数且 $a>0, c>0$；

(1)当 $a<c$ 时，P 表示双曲线；

(2)当 $a=c$ 时，P 表示两条射线；

(3)当 $a>c$ 时，P 为空集，不表示任何图形．

第二定义：平面上，到一定点的距离与其到一条定直线的距离之比为定值 $e(e>1)$ 的点的轨迹叫双曲线。其中的定点叫双曲线的焦点，定直线叫双曲线的准线，定值 e 叫双曲线的离心率。

双曲线的标准方程

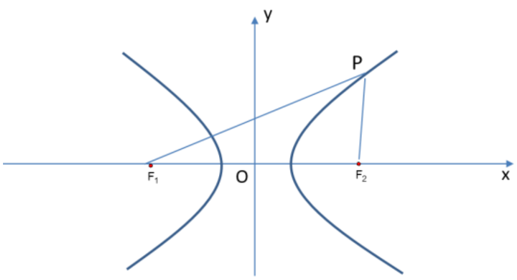
我们以第一定义为例，以 F_1F_2 所在直线为 x 轴，以 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴建立如图所示的平面直角坐标系，并设 $|F_1F_2|$=2c，题中的定值为 $2a$，并设动点 $P(x, y)$，依题意，利用两点间的距离公式，得如下方程

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right|=2a$$

上式化简，并引入参数 $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 后，得到双曲线的标准方程如下

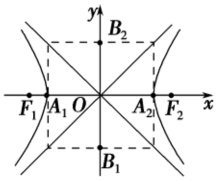
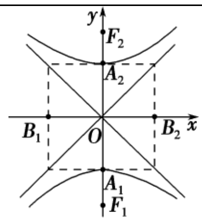
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$$

其图像如图所示。



如果双曲线的焦点在 y 轴上，其标准方程为：$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$

双曲线中的几个概念

标准方程		$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$	$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$
图　形			
性　质	范　围	$x\ge a$ 或 $x\le -a$，$y\in R$	$y\ge a$ 或 $y\le -a$，$x\in R$
	对称性	对称轴：坐标轴 对称中心：原点	
	顶点	$A_1(-a,0),A_2(a,0)$	$A_1(0,-a),A_2(0,a)$
	渐近线	$y=\pm\dfrac{b}{a}x$	$y=\pm\dfrac{a}{b}x$
	离心率	$e=\dfrac{c}{a},e\in(1,+\infty)$，其中 $c=\sqrt{a^2+b^2}$	
	实虚轴	线段 A_1A_2 叫做双曲线的**实轴**，它的长 $\vert A_1A_2\vert=2a$；线段 B_1B_2 叫做双曲线的**虚轴**，它的长 $\vert B_1B_2\vert=2b$；a 叫做双曲线的**实半轴长**，b 叫做双曲线的**虚半轴长**	
a,b,c 的关系		$c^2=a^2+b^2\left(c>a>0,c>b>0\right)$	

双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 中的重要结论

(1) **渐近线方程：** $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，　离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}$

(2) **通径：** $\dfrac{2b^2}{a}$（过焦点垂直 F_1F_2 的弦）

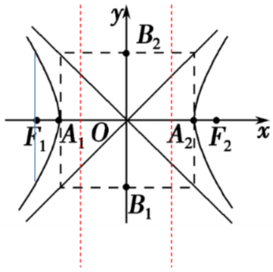
(3) **准线方程：** $x=\pm\dfrac{a^2}{c}$

(4) 焦点到渐近线的距离总为 b

(5) **焦半径公式：** P 在左边：$\boxed{F_1P=-ex-a}$，$F_2P=-ex+a$

P 在右边：$F_1P = ex + a$，$\boxed{F_2P = ex - a}$

记忆方式：记短不记长，长径用定义。



（6）焦点三角形的面积: $S_{\Delta F_1PF_2} = b^2 \cot \dfrac{\angle F_1PF_2}{2}$

（7）若某双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \dfrac{b}{a}x$ 或 $\dfrac{x}{a} \pm \dfrac{y}{b} = 0$，可设双曲线方程为 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = \lambda$

（8）若某双曲线与 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 有公共渐近线，可设其方程为 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = \lambda$（$\lambda > 0$，焦点在 x 轴上，$\lambda < 0$，焦点在 y 轴上）

（9）双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 上一点 $P(x_0, y_0)$ 处的切线方程是 $\dfrac{x_0x}{a^2} - \dfrac{y_0y}{b^2} = 1$

（10）过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 外一点 $P(x_0, y_0)$ 所引两条切线的切点弦方程是 $\dfrac{x_0x}{a^2} - \dfrac{y_0y}{b^2} = 1$

（11）双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 与直线 $Ax + By + C = 0$ 相切 $\Leftrightarrow (Aa)^2 - (Bb)^2 = C^2$

9.3.2 典型例题

例 1. 设 P 是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ 上一点，双曲线的一条渐近线方程为 $3x - 2y = 0$，F_1, F_2 分别是双曲线的左、右焦点，若 $|PF_1| = 3$，则 $|PF_2| =$ ________

【解】 由渐近线方程 $y = \dfrac{3}{2}x$ 知 $\dfrac{b}{a} = \dfrac{3}{2}$，

又 $b = 3$，得 $a = 2$，由双曲线的定义得 $||PF_2| - |PF_1|| = 2a = 4$，得 $|PF_2| = 7$ 或 $|PF_2| = -1$（舍去），故 $|PF_2| = 7$。

例 2. 设双曲线的一个焦点为 F，虚轴的一个端点为 B，如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直，那么此双曲线的离心率为(　　).

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

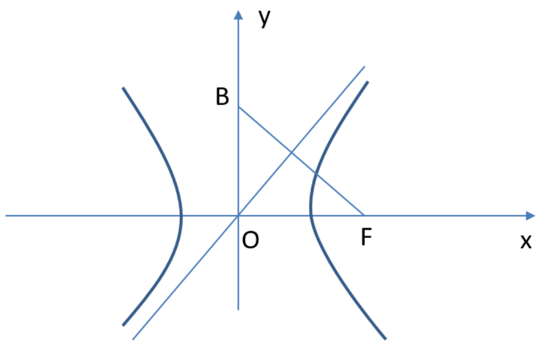
【解】设双曲线的方程为$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$, $F(c,0)$，$B(0,b)$，则$k_{BF}=-\dfrac{b}{c}$，

图中渐近线的方程为$y=\dfrac{b}{a}x$，

由题意：$-\dfrac{b}{c}\times\dfrac{b}{a}=-1\Rightarrow b^2=ac\Rightarrow c^2-a^2=ac$

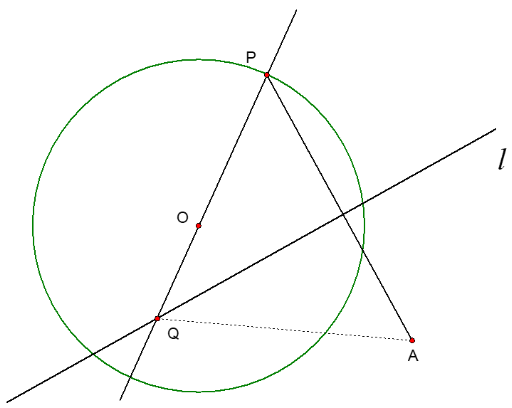
即$e^2-e-1=0$，解得$e=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

考虑到$e>0$，得$e=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，选 D。



例 3：如图，圆O的半径为定长r，A是圆O外的一个定点，P是圆上任意一点，线段AP的垂直平分线l和直线OP相交于点Q，当P在圆上运动时，点Q的轨迹是什么？为什么？

【解】显然，$||QA|-|QO||=||QP|-|QO||=r$（定值），又，$A$在圆外，故$r<|OA|$,根据双曲线的定义知：$Q$的轨迹是“以$O,A$为焦点，$r$为实轴长的双曲线”。



例 4．.求到定点$F(c,0)(c>0)$和它到定直线l：$x=\dfrac{a^2}{c}$距离之比是$\dfrac{c}{a}(\dfrac{c}{a}>1)$的点$M$的轨迹

方程。

【解】令 $M(x,y)$，由题意得方程 $\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\frac{c}{a}|x-\frac{a^2}{c}|$，两边平方、化简，并令 $b=\sqrt{c^2-a^2}$，得 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$

【注意】: 本题就是双曲线的第二定义，题中的定直线叫双曲线的准线，定值 $\frac{c}{a}$ 叫双曲线的离心率。

例 5.已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$，过点 $P(1,1)$ 能否作一条直线 l，与双曲线交于 A,B 两点，且点 P 是线段 AB 的中点?

【解】假设能作，令 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则有 $x_1{}^2-\frac{y_1{}^2}{2}=1,\ x_2{}^2-\frac{y_2{}^2}{2}=1$，

两式相减得 $(x_1{}^2-x_2{}^2)-(\frac{y_1{}^2}{2}-\frac{y_2{}^2}{2})=0$

即 $(x_1+x_2)(x_1-x_2)-\frac{1}{2}(y_1+y_2)(y_1-y_2)=0$

由题意知: $\frac{x_1+x_2}{2}=1,\frac{y_1+y_2}{2}=1$，故上式变为 $(x_1-x_2)-\frac{1}{2}(y_1-y_2)=0$

显然，$x_1\neq x_2$（否则 $y_1=y_2$，P,A,B 重合，矛盾）

故 $k_{AB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=2$，从而，直线 AB 的方程为: $y-1=2(x-1)$，

也即 $y=2x-1$，将其带入双曲线方程，化简并整理得: $2x^2-4x+3=0$

而此方程的判别式 $\Delta=4^2-24=-8<0$，

即直线 $y=2x-1$ 与双曲线不相交，矛盾。

综上，过点 $P(1,1)$ 不能作一条直线 l，与双曲线交于 A,B 两点，且点 P 是线段 AB 的中点。

例 6．双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线被圆 $(x-2)^2+y^2=4$ 所截得的弦长为 2，则 C 的离心率为（　　）

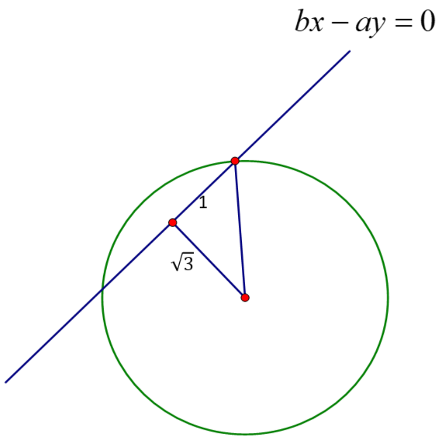
A、2　　B、$\sqrt{3}$　　C、$\sqrt{2}$　　D、$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【解】取渐近线 $y=\frac{b}{a}x$，即 $bx-ay=0$，

圆心$(2,0)$到直线距离为$\dfrac{|2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{3}$

得$3c^2=4(c^2-a^2)$，即$c^2=4a^2$

故，$\dfrac{c}{a}=2$，即$e=2$.



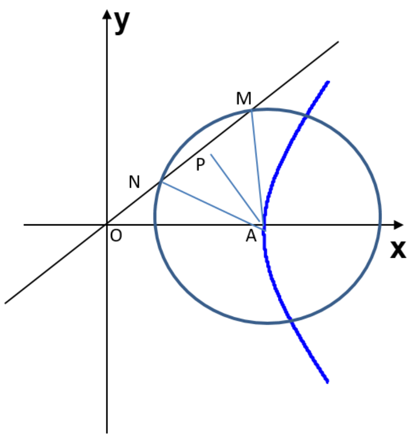
例 7.已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右顶点为$A$，以$A$为圆心，$b$为半径做圆$A$，圆$A$与双曲线$C$的一条渐近线交于$M,N$两点。若$\angle MAN=60^\circ$，则$C$的离心率为_____

【解】$\triangle AMN$为等边三角形，令$AP\perp MN$于P

则$|AP|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}b$，$|OP|=\sqrt{|OA|^2-|PA|^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{3}{4}b^2}$，

$\tan\theta=\dfrac{|AP|}{|OP|}=\dfrac{b}{a}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}b}{\sqrt{a^2-\dfrac{3}{4}b^2}}$，即$a^2=3b^2$，

故$e^2-1=\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{1}{3}$，解得$e=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$



例 8．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线方程为$y=\dfrac{\sqrt{5}}{2}x$，且与椭圆$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$有公共焦点．则$C$的方程为（　　）

A．$\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{10}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$

【解】由题意知：$\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　①

$c=3$，则$a^2+b^2=c^2=9$　　②

由①②解得$a=2,b=\sqrt{5}$，

则双曲线C的方程为$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$，故选B.

例 9.已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线均和圆$C$: $x^2+y^2-6x+5=0$相切，且双曲线的右焦点为圆C的圆心，则该双曲线的方程为(　　).

A. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{6}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$

【解】由题意知：圆心$C(3,0)$，半径$r=2$，从而$c=3$

又因焦点到渐近线的距离为b，由题意：$b=2$，故$a^2=c^2-b^2=5$，

故，双曲线的方程为：$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$

故所求的双曲线方程是$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

例 10.已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线$C_2:x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$有公共的焦点，$C_2$的一条渐近线与以$C_1$的长轴为直径的圆相交于$A,B$两点．若$C_1$恰好将线段$AB$三等分，则(　　).

A．$a^2=\dfrac{13}{2}$　　B．$a^2=13$　　C．$b^2=\dfrac{1}{2}$　　D．$b^2=2$

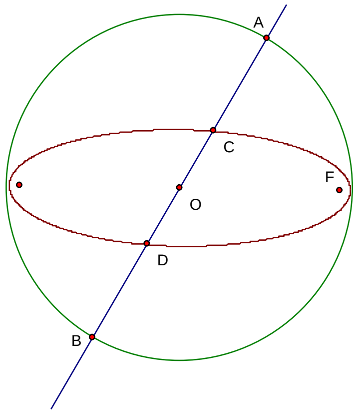
【解】如图，易知椭圆的焦点$F(\sqrt{5},0),|AB|=2a$，$|CD|=\dfrac{2a}{3}$，

不妨取一条渐近线$y=2x$，由$\begin{cases}y=2x\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$解得$x_{1,2}=\pm\dfrac{ab}{\sqrt{4a^2+b^2}}$，

故$|CD|=\sqrt{1+k^2}\,|x_2-x_1|=\dfrac{2\sqrt{5}ab}{\sqrt{4a^2+b^2}}$

由$\dfrac{2\sqrt{5}ab}{\sqrt{4a^2+b^2}}=\dfrac{2a}{3}$两边平方并整理得$a^2=11b^2$，

将其与$a^2-b^2=5$联立，解得$b^2=\dfrac{1}{2}$，选 C。



例 11：直线$y=2x+m$与双曲线$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$相离，则$m$的取值范围为（　　　）

【解】将$y=2x+m$带入双曲线方程，化简得$13x^2+16mx+4m^2+12=0$，

由题意知：上述方程的判别式$\Delta=(16m)^2-4\times13(4m^2+12)<0$

即$m^2<13$，解得$-\sqrt{13}<m<\sqrt{13}$。

【巧解】用公式。$A=2,B=-1,C=m,a=2,b=\sqrt{3}$；因直线与双曲线相离，应有

$(aA)^2-(bB)^2>C^2$，即$(2\times2)^2-\left(-1\times\sqrt{3}\right)^2>m^2$，

解得$-\sqrt{13}<m<\sqrt{13}$

【注意】直线$Ax+By+C=0$与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的位置关系判断如下

$(aA)^2-(bB)^2=C^2$，相切

$(aA)^2-(bB)^2>C^2$，相离

$(aA)^2-(bB)^2<C^2$，相交

例 12．已知A,B为双曲线E的左、右顶点，点M在E上，$\triangle ABM$为等腰三角形，且顶角为 120° ，则E的离心率为

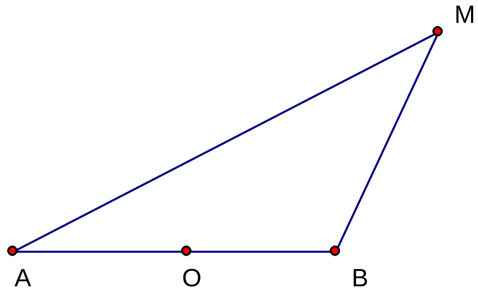
（A） $\sqrt{5}$　　　　　　（B） 2　　　　　　　（C） $\sqrt{3}$　　　　　　（D） $\sqrt{2}$

【解】不妨假设M在双曲线的右支上，则顶角只能是$\angle ABM$，从而有$BM=AB=2a$，知$M\left(2a,\sqrt{3}a\right)$，代入双曲线方程$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$化简得$a=b$，从而$e=\sqrt{2}$，选 D

【巧解】易知$k_{MA}=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3},k_{MB}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

由$k_{MA}\cdot k_{MB}=e^2-1\Rightarrow e^2-1=1\Rightarrow e=\sqrt{2}$

【注意】如A,B是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$上关于原点对称的两个点，$M$在双曲线上，且$k_{MA}$，$k_{MB}$存在，则有$k_{MA}\cdot k_{MB}=e^2-1=\frac{b^2}{a^2}$



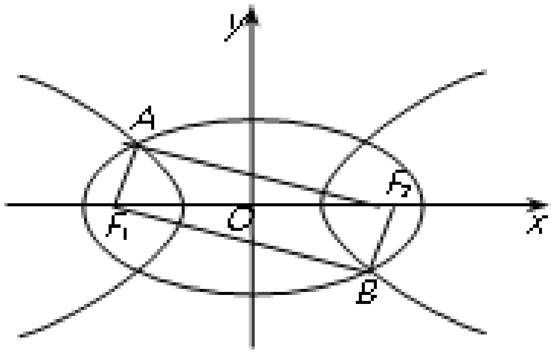
例 13．如图，F_1,F_2是椭圆$C_1:\frac{x^2}{4}+y^2=1$与双曲线C_2的公共焦点，A,B分别是C_1，C_2在第二、四象限的公共点。若四边形AF_1BF_2为矩形，则C_2的离心率是（　　）

A. $\sqrt{2}$　　　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　　　C. $\frac{3}{2}$　　　　　　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

【解】设$C_2:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，由题意有$c=\sqrt{3}$。

考虑焦点$\triangle AF_1F_2$的面积，有$b^2\cot\frac{90^\circ}{2}=1\times\tan\frac{90^\circ}{2}$，

解得$b=1$，从而$a=\sqrt{2}$，故$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$



例 14.根据下列条件，分别求出双曲线的标准方程：

(1)与双曲线$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$有共同的渐近线，且过点$\left(-3,2\sqrt{3}\right)$；

(2)与双曲线$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$有公共焦点，且过点$\left(3\sqrt{2},2\right)$。

【解】(1) 设所求双曲线的方程为$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=\lambda\left(\lambda\neq 0\right)$，将点$\left(-3,2\sqrt{3}\right)$代入得$\lambda=\dfrac{1}{4}$，

故所求双曲线的方程为$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=\dfrac{1}{4}$，即$\dfrac{x^2}{\frac{9}{4}}-\dfrac{y^2}{4}=1$。

(2)设所求双曲线的方程为$\dfrac{x^2}{16-k}-\dfrac{y^2}{4+k}=1\left(-4<k<16\right)$，将点$\left(3\sqrt{2},2\right)$代入得$k=4$，

所以所求双曲线的方程为$\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{8}=1$。

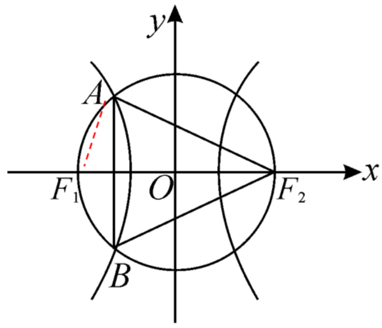
例 15. 如图，F_1和F_2分别是双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的两个焦点，$A$和$B$是以$O$为圆心，以$\left|OF_1\right|$为半径的圆与该双曲线左支的两个交点，且$\triangle F_2AB$是等边三角形，则双曲线的离心率为(　　)

A. $\sqrt{3}$　　　　B. $\sqrt{5}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　　　D．$1+\sqrt{3}$

【解】连接AF_1,由题意知$\angle F_1AF_2=90^\circ,\angle AF_2F_1=30^\circ$，则双曲线的离心率为

$$e=\frac{2c}{2a}=\frac{F_1F_2}{AF_2-AF_1}=\frac{\sin\angle F_1AF_2}{\sin\angle AF_1F_2-\sin\angle AF_2F_1}=\frac{\sin 90^\circ}{\sin 60^\circ-\sin 30^\circ}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}}=\sqrt{3}+1,$$

故选 D.



例 16．双曲线的中心为原点O，焦点在x轴上，两条渐近线分别为l_1,l_2，经过右焦点F垂直于l_1的直线分别交l_1,l_2于A,B两点．已知$|\overrightarrow{OA}|$、$|\overrightarrow{AB}|$、$|\overrightarrow{OB}|$成等差数列，且$\overrightarrow{BF}$与$\overrightarrow{FA}$同向．

（Ⅰ）求双曲线的离心率；

（Ⅱ）设AB被双曲线所截得的线段的长为 4，求双曲线的方程．

【解】（Ⅰ）设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，右焦点为$F(c,0)(c>0)$，则$c^2=a^2+b^2$；不妨设$l_1:bx-ay=0$，$l_2:bx+ay=0$

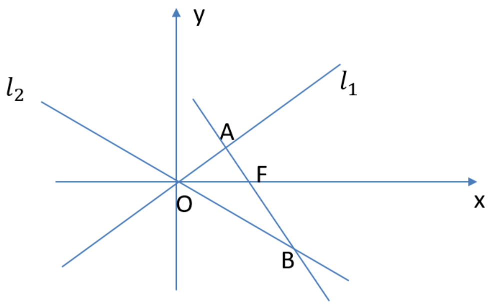
则$|\overrightarrow{FA}|=\frac{|b\times c-a\times 0|}{\sqrt{a^2+b^2}}=b$，$|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{OF^2-AF^2}=a$．

因$|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{OA}|^2=|\overrightarrow{OB}|^2$，且$|\overrightarrow{OB}|=2|\overrightarrow{AB}|-|\overrightarrow{OA}|$，

故$|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{OA}|^2=(2|\overrightarrow{AB}|-|\overrightarrow{OA}|)^2\Rightarrow 3|\overrightarrow{AB}|=4|\overrightarrow{OA}|$，

于是得$\tan\angle AOB=\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\frac{4}{3}$，

又$\overrightarrow{BF}$与$\overrightarrow{FA}$同向，故$\angle AOF=\frac{1}{2}\angle AOB$，



所以$\frac{2\tan\angle AOF}{1-\tan^2\angle AOF}=\frac{4}{3}$．解得$\tan\angle AOF=\frac{1}{2}$，或$\tan\angle AOF=-2$（舍去）．

因此$\frac{b}{a}=\frac{1}{2},a=2b,c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}b$．

所以双曲线的离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

（Ⅱ）由$a=2b$知，双曲线方程可化为$x^2-4y^2=4b^2$ ①

由l_1的斜率为$\frac{1}{2}$， $c=\sqrt{5}b$知，直线AB的方程为$y=-2(x-\sqrt{5}b)$ ②

将②代入①并化简，得$15x^2-32\sqrt{5}bx+84b^2=0$.

设AB与双曲线的两交点为$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，则

$x_1+x_2=\frac{32\sqrt{5}b}{15},x_1x_2=\frac{84b^2}{15}$ ③

AB被双曲线所截得的线段长

$|PQ|=\sqrt{1+(-2)^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{5}\times\sqrt{[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$ ④

将③代入④并化简得$|PQ|=\frac{4b}{3}$，

而由有已知$|PQ|=4$，故$b=3,a=6$.

所以双曲线方程为：$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{9}=1$。