§ 9.6 抛物线的性质

9.6.1 相关概念

学习提纲

1、焦半径和焦点弦长公式及其应用

2、中点弦和切线问题

3、彭斯雷定理

1、 焦点弦：设 AB 为抛物线 $y^2=2px$ 的焦点弦，其中 $A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，且 AB 的倾角为 θ，焦点为 F，则

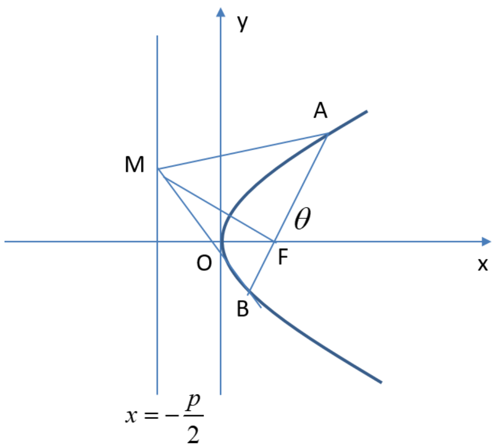
（1） $x_1x_2=\dfrac{p^2}{4}$， $y_1y_2=-p^2$ （2） $|AF|=\dfrac{p}{1-\cos\theta}$，$|BF|=\dfrac{p}{1+\cos\theta}$

（3） $S_{\triangle AOB}=\dfrac{p^2}{2\sin\theta}$ （4） $\dfrac{1}{|AF|}+\dfrac{1}{|BF|}=\dfrac{2}{p}$ （定值）

（5） 以 AB 为直径的圆与准线 $x=-\dfrac{p}{2}$ 相切，以焦半径 FA 或 FB 为直径的圆必与 y 轴相切。

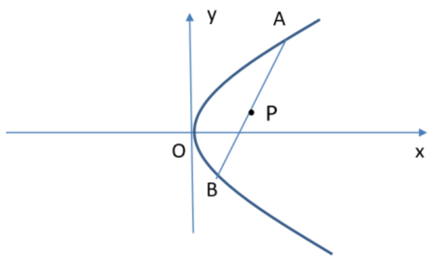
（6） $|AB|=x_1+x_2+p=\dfrac{2p}{\sin^2\theta}$ （其中 θ 为直线 AB 的倾斜角），抛物线的通径长为 $2p$，通径是最短的焦点弦；

（7） M 为准线上任意一点，则：$k_{MA}+k_{MB}=2k_{MF}$



2、 中点弦性质

设 AB 为抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的一条任意弦（不垂直于对称轴），其斜率为 k，$P(x_0,y_0)$ 为 AB 的中点，则 $ky_0=p$

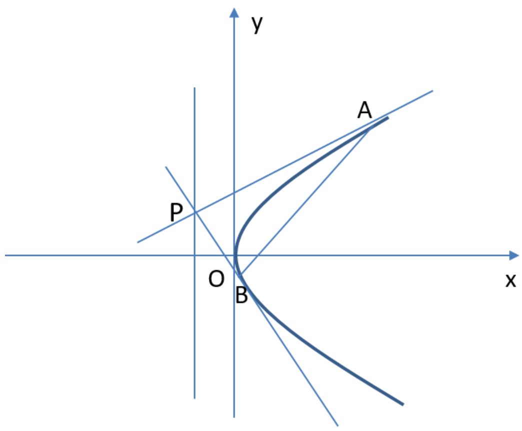


3、 切线问题

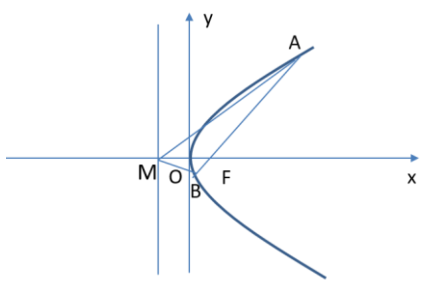
（1）抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上点 $P(x_0,y_0)$ 处的切线方程： $y_0y=p(x+x_0)$

（2）过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 外一点 $P(x_0,y_0)$ 所引两条切线，则切点弦方程为 $y_0y=p(x+x_0)$。

显然，如果 $P(x_0,y_0)$ 在准线上，则切点弦方程为 $y_0y=p(x-\frac{p}{2})$，从而知此时的切点弦恒过焦点 $F(\frac{p}{2},0)$



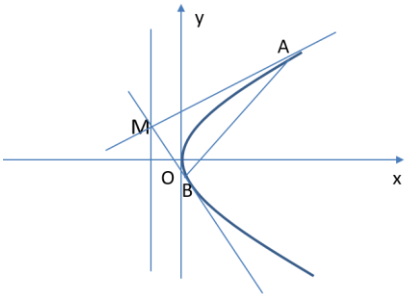
4、 设 M 为抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 准线与 x 轴的交点， F 为抛物线的焦点，AB 为抛物线的任意一条焦点弦，则必有 $\angle AMF=\angle BMF$



5、 设 M 为抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 准线上一点，过 M 作抛物线的两条切线 MA,MB，切点分别为 A,B，则

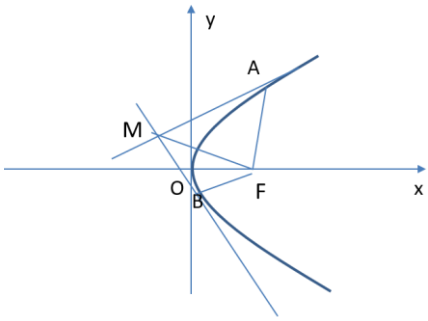
（1） AB 必过焦点　　　（2） $AM\perp BM$ （两切线互相垂直）

反之亦然，即：如果 AB 为抛物线的焦点弦，过 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$ 的两条切线之交点 $M(-\frac{p}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ 必在准线上，且 $AM\perp BM$。



6、 彭斯雷定理

设 M 为抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 外一点，过 M 作抛物线的两条切线 MA,MB，切点分别为 A,B，则 $\angle MFA=\angle MFB$

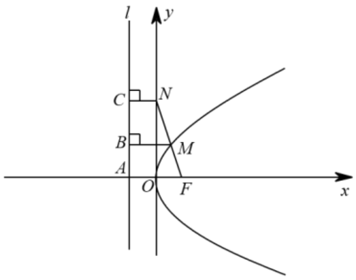


9.6.2 典型例题

例 1． F 是抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点，M 是 C 上一点，FM 的延长线交 y 轴于 N，若 M 为 FN 的中点，则 $|FN|=$（　　　　）

【解】 易知焦点 $F\left(2,0\right)$，M 为 FN 中点，故 $x_M=1$，从而 $|FM|=x_M+\frac{p}{2}=1+2=3$

$\therefore \left|NF\right|=2\left|MF\right|=6$



例 2.已知 A,B,C,D,E 为抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上不同的五个点，焦点为 F ，且 $\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{FE}=\vec{0}$，则 $|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|+|\overrightarrow{FD}|+|\overrightarrow{FE}|=$______

【解】易知 $p=2$ ， $F(0,1)$

由题意知： $F(0,1)$ 为 A,B,C,D,E 五个点的重心，故 $y_F=\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D+y_E}{5}$ ，

从而 $y_A+y_B+y_C+y_D+y_E=5y_F=5$

从而，$|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|+|\overrightarrow{FD}|+|\overrightarrow{FE}|=y_A+y_B+y_C+y_D+y_E+\dfrac{5p}{2}=5+5=10$

例 3.已知 F 为抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，过 F 作两条互相垂直的直线 l_1,l_2 ，直线 l_1 与 C 交于 A,B 两点，直线 l_2 与 C 交于 D,E 两点，则 $|AB|+|DE|$ 的最小值为

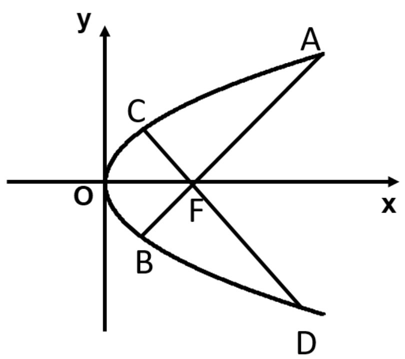
A．16　　　B．14　　　C．12　　　D．10

【解】如图，令 AB 的倾斜角为 θ ，则 CD 的倾斜角为 $\theta+\dfrac{\pi}{2}$ ，

$|AB|=\dfrac{2p}{\sin^2\theta}=\dfrac{4}{\sin^2\theta}$，$|CD|=\dfrac{2p}{\sin^2(\theta+\dfrac{\pi}{2})}=\dfrac{4}{\cos^2\theta}$ ，

从而 $|AB|+|CD|=\dfrac{4}{\sin^2\theta}+\dfrac{4}{\cos^2\theta}=\dfrac{16}{\sin^2 2\theta}\geq 16$,

易知等号可取，选 A。



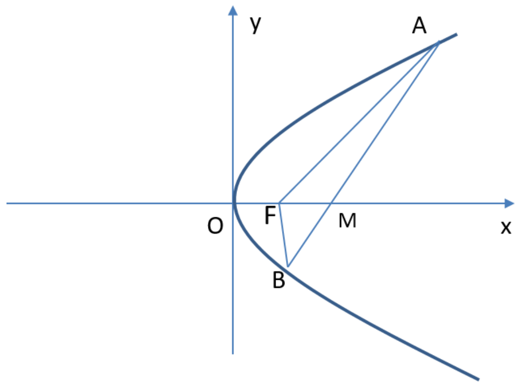
例 4.已知 $M(3,0)$ ，过 M 的直线交抛物线 $y^2=4x$ 于 A,B 两点， F 为抛物线的焦点，且 $|FA|-|FB|=\sqrt{13}$ ，则 $\overrightarrow{FA}\bullet\overrightarrow{FB}=$________

【解】易知 $F(1,0)$ **,** 令 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, 直线 AB 的方程为 $x=ky+3$, 带入抛物线方程，化简得 $y^2-4ky-12=0$ ，故 $y_1y_2=-12$,

进而，由 $(y_1y_2)^2=16x_1x_2=144$ 得 $x_1x_2=9$,;

又，$|FA|-|FB|=\sqrt{13}\Rightarrow x_1-x_2=\sqrt{13}\Rightarrow x_1+x_2=\sqrt{(x_1-x_2)^2+4x_1x_2}=\sqrt{13+36}=7$

故 $\overrightarrow{FA}\bullet\overrightarrow{FB}=(x_1-1,y_1)\bullet(x_2-1,y_2)=x_1x_2-(x_1+x_2)+1+y_1y_2=9-7+1-12=-9$

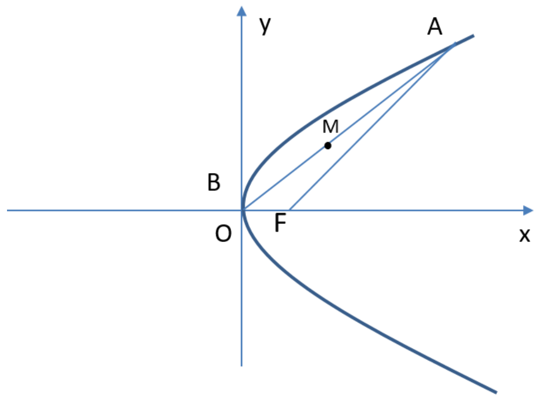


例 5．F 为抛物线 $y^2=4x$ 的焦点，A、B 为抛物线上两点，$M(2,2)$ 为 AB 的中点，则 $S_{\triangle ABF}=$（　　）

【解】 易知，$F(1,0),k_{AB}y_M=p=2$，故 $k_{AB}=1$，

故 AB 所在直线的方程为：$y-2=1\times(x-2)$，即 $y=x$。

因此，AB 过原点，不妨设 $B(0,0)$，则 $A(4,4)$，因此 $S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}\times1\times4=2$。



例 6. 已知抛物线 C：$y^2=2px(0<p<4)$ 的焦点为 F，点 P 为 C 上一动点，$A(4,0),\ B(p,\sqrt{2}p)$，且 $|PA|$ 的最小值为 $\sqrt{15}$，则 $|BF|$ 等于(　　)

A.4　　　　B.$\frac{9}{2}$　　　　C.5　　　　D.$\frac{11}{2}$

【解】 设 $P(x,y)$，则 $|PA|=\sqrt{(x-4)^2+y^2}$，

故 $|PA|^2=(x-4)^2+y^2=(x-4)^2+2px$

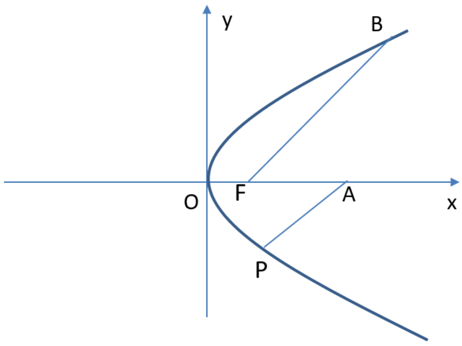
$$=x^2+(2p-8)x+16=[x+(p-4)]^2+16-(p-4)^2$$

其最小值为 $16-(p-4)^2$，由题意知 $16-(p-4)^2=15$，

解得 $p=5$（舍去）或 $p=3$

易知 $B(p,\sqrt{2}p)$ 在抛物线上，

故 $|BF|=x_B+\frac{p}{2}=p+\frac{p}{2}=\frac{3p}{2}=\frac{9}{2}$，选 B.



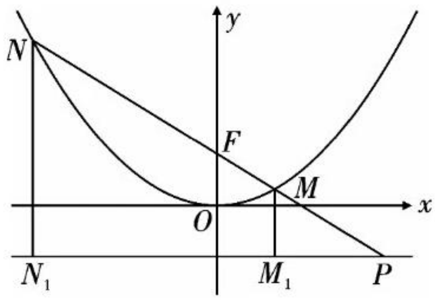
例 7．抛物线 $C:x^2=2y$ 的焦点为 F，过焦点 F 的直线分别交抛物线 C 于 M,N 两点，交抛物线 C 的准线于 P 点，则 $(\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{MF})\cdot(\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{NF})$ 的最小值为（　　）

A．2　　　B.4　　　C.6　　　D. 8

【解】 如图，分别过 M,N 作准线的垂线，垂足分别为 M_1,N_1，记 $\angle PFO=\theta$，则

$MM_1=\frac{p}{1+\cos\theta},NN_1=\frac{p}{1-\cos\theta}$，

$\left(\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{MF}\right)\bullet\left(\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{NF}\right)=\overrightarrow{PM}\bullet\overrightarrow{PN}=\frac{MM_1}{\cos\theta}\cdot\frac{NN_1}{\cos\theta}=\frac{p^2}{\sin^2\theta\cos^2\theta}\geq 4p^2=4$，故选 B。



例 8.等腰直角 $\triangle AOB$ 内接于抛物线 $y^2=2px(p>0)$，O 为抛物线的顶点，$OA\perp OB$，$\triangle AOB$ 的面积是 16，抛物线的焦点为 F，若 M 是抛物线上的动点，则 $\frac{|OM|}{|MF|}$ 的最大值为(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　　D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

【解】 由题意，可设 $A(a,a)$，则 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 2a\times a=16\Rightarrow a=4$，从而 $A(4,4)$

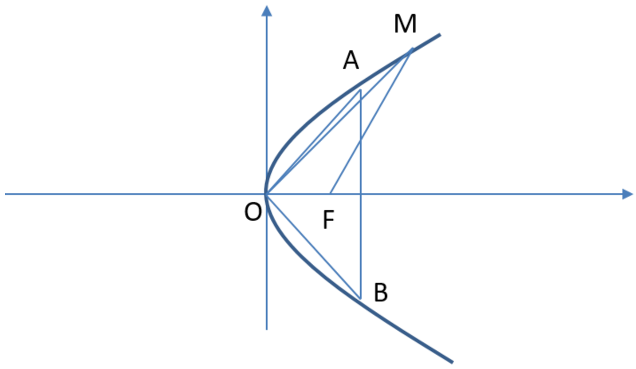
因 A 在抛物线上，故：$4^2=2p\times 4$，故 $p=2$

抛物线的方程为 $y^2=4x$，且 $F(1,0)$，设 $M(x,y)$，

则 $\dfrac{|OM|}{|MF|}=\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+\dfrac{p}{2}}=\dfrac{\sqrt{x^2+4x}}{x+1}=\sqrt{\dfrac{(x+1)^2+2(x+1)-3}{(x+1)^2}}=\sqrt{1+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{3}{(x+1)^2}}$

令 $\dfrac{1}{x+1}=t$，易知 $-3t^2+2t+1$ 在 $t=\dfrac{1}{3}$，也即 $x=2$ 时

取得最大值 $\dfrac{4}{3}$，故 $\dfrac{|OM|}{|MF|}$ 的最大值为 $\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，选 C。



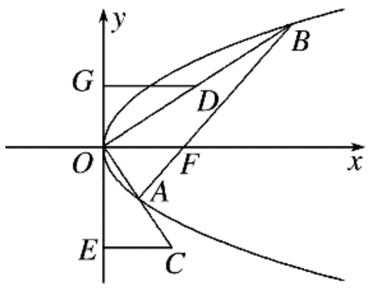
例 9．如图，抛物线 $y^2=4x$ 的一条弦 AB 经过焦点 F，取线段 OB 的中点 D，延长 OA 至点 C，使 $|OA|=|AC|$，过点 C,D 作 y 轴的垂线，垂足分别为 E,G，则 $|EG|$ 的最小值为______.

【解】 设 $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$，则

$$|EG|=|OE|+|OG|=2|y_A|+\frac{1}{2}|y_B|\geq 2\sqrt{2|y_A|\times\frac{1}{2}|y_B|}=2\sqrt{|y_Ay_B|}=2\sqrt{|-p^2|}=4,$$

当且仅当 $2|y_A|=\dfrac{1}{2}|y_B|$，即 $y_A=-1,y_B=4$ 时取等号。

故，$|EG|$ 的最小值为 4.



例 10.若点 P 在曲线 $C_1:y^2=8x$ 上，点 Q 在曲线 $C_2:(x-2)^2+y^2=1$ 上，点 O 为坐标原点，

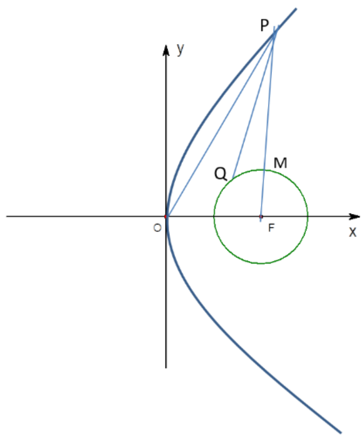
则$\dfrac{|OP|}{|PQ|}$的最大值是________.

【解】: 易知圆C_2的圆心为抛物线的焦点F，如图，连接PF，令其与圆C_2交于M，令$P(x,y)$，显然

$$\frac{|OP|}{|PQ|}\le\frac{|OP|}{|PM|}=\frac{|OP|}{|FP|-1}=\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+\frac{p}{2}-1}=\frac{\sqrt{x^2+8x}}{x+1}=\sqrt{-\frac{7}{(x+1)^2}+\frac{6}{x+1}+1}$$

令$t=\dfrac{1}{x+1}$，易知$t\in(0,1]$，且$-7t^2+6t+1$在$t=\dfrac{3}{7}$处取得最大值$\dfrac{16}{7}$，

故$\dfrac{|OP|}{|PQ|}$的最大值为$\dfrac{4\sqrt{7}}{7}$。



例 11.抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，准线为l，点A,B是抛物线上的两个动点，且满足$\angle AFB=\dfrac{\pi}{3}$，点$A,B$在$l$上的投影分别为点$M,N$，若四边形$ABNM$的面积为$S$ ，则$\dfrac{S}{|AB|^2}$的最大值为（　　）

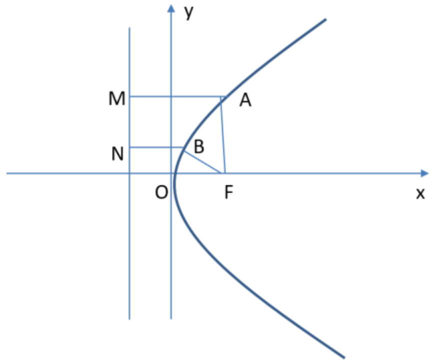
【解】 令$AF=b,BF=a$，由余弦定理得

$$AB^2=a^2+b^2-ab=(a+b)^2-3ab\ge(a+b)^2-3\times(\frac{a+b}{2})^2=\frac{1}{4}(a+b)^2$$

故$|AB|\ge\dfrac{1}{2}(a+b)$，从而

$$\frac{S}{AB^2}=\frac{\frac{1}{2}\times MN\times(a+b)}{AB\times AB}\le\frac{MN}{AB}\times\frac{\frac{1}{2}(a+b)}{\frac{1}{2}(a+b)}=\frac{MN}{AB}\le 1,$$

易验证等号可取，故$\dfrac{S}{AB^2}$的最大值为 1.

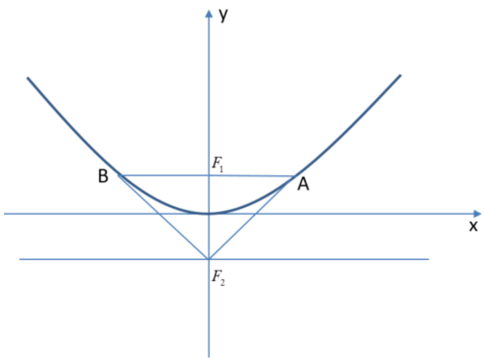


例 12.已知点F_1是抛物线C：$x^2=2py$的焦点，点F_2为抛物线C的对称轴与其准线的交点，过F_2作抛物线C的切线，切点为A，若点A恰好在以F_1，F_2为焦点的双曲线上，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$　　　B．$\sqrt{2}-1$　　　C．$\sqrt{2}+1$　　　D．$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

【解】不妨设A在第一象限，另一条切线为F_2B,由抛物线的几何性质知：$\angle AF_2B=90^\circ$，且AB过F_1。由对称性知：$\triangle AF_2B$为等腰直角三角形，故$\triangle F_1F_2A$也为等腰直角三角形，故$A(p,\dfrac{p}{2})$，$c=\dfrac{p}{2}$；从而$A(2c,c)$；因$A(2c,c)$在双曲线$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$上，

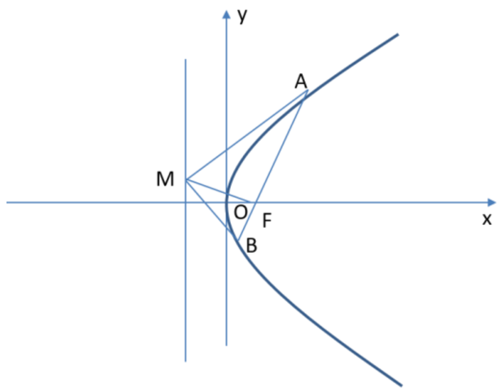
故$\dfrac{c^2}{a^2}-\dfrac{4c^2}{b^2}=1$，解得$e=\sqrt{2}+1$



例 13．已知点$M(-1，1)$和抛物线C：$y^2=4x$，过C的焦点且斜率为k的直线与C交于A，B两点．若$\angle AMB=90^\circ$，则$k=$_______

【解】因$M(-1，1)$在抛物线的准线上，AB过焦点，且$\angle AMB=90^\circ$，由抛物线的光学性质

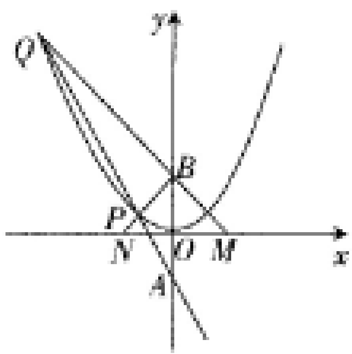
知：MA,MB 必为抛物线的切线；再由**彭斯雷定理**知：$\angle MFB=\angle MFA$，故 $MF\perp AB$，而 $k_{MF}=-\frac{1}{2}$，故 $k_{AB}=2$。



例 14.如图，已知抛物线的方程为 $x^2=2py(p>0)$，过点 $A(0,-1)$ 作直线 l 与抛物线相交于 P,Q 两点，点 B 的坐标为 $(0,1)$，连接 BP,BQ，使 QB,BP 与 x 轴分别相交于 M,N 两点，如果 QB 的斜率与 PB 的斜率之积为 -3，

则 $\angle MBN$ 的大小等于

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{3}$



【解】令 $Q(x_1,y_1),P(x_2,y_2)$，QB，PB 的斜率分别为 k_1,k_2，PA 的斜率为 k，$\angle MBN=\alpha$；易知 PA 的方程为：$y=kx-1$，带入抛物线方程，化简得 $x^2-2pkx+2p=0$，

故 $x_1+x_2=2pk,x_1x_2=2p$

另一方面：

$$k_1k_2=-3\Rightarrow\frac{y_1-1}{x_1}\cdot\frac{y_2-1}{x_2}=-3\Rightarrow(kx_1-2)(kx_2-2)=-3x_1x_2$$

$$\Rightarrow k^2x_1x_2-2k(x_1+x_2)+4=-3x_1x_2\Rightarrow pk^2-3p-2=0,$$

又，$\tan\alpha=\dfrac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}=-\dfrac{1}{2}(k_1-k_2)$

而 $k_1-k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1}-\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{x_2(y_1-1)-x_1(y_2-1)}{x_1x_2}=\dfrac{x_2(kx_1-2)-x_1(kx_2-2)}{2p}=\dfrac{x_1-x_2}{p}$

$=-\dfrac{\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}}{p}=-\dfrac{\sqrt{4p^2k^2-8p}}{p}=-\dfrac{\sqrt{4p(pk^2-2)}}{p}=-\dfrac{\sqrt{12p^2}}{p}=-2\sqrt{3}$，

因此，$\tan\alpha=-\dfrac{1}{2}(k_1-k_2)=\sqrt{3}$，故 $\angle MBN=\alpha=\dfrac{\pi}{3}$

例 15.过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点作两条互相垂直的弦 AB 和 CD，则 $\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|CD|}$ 的值为(　　)

A. $\dfrac{P}{2}$　　B. $\dfrac{2}{P}$　　C. $2p$　　D. $\dfrac{1}{2p}$

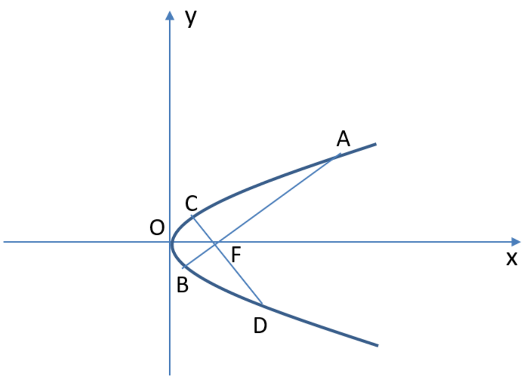
【巧解】取 AB 为通径，此时 CD 就退化成 x 轴了，因此 $|CD|=+\infty$，

故 $\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|CD|}=\dfrac{1}{2p}+0=\dfrac{1}{2p}$，选 D。

【法二】不妨令 AB 的倾斜角为 θ，CD 的倾斜角为 $\theta+\dfrac{\pi}{2}$，

则 $|AB|=\dfrac{2p}{\sin^2\theta},|CD|=\dfrac{2p}{\sin^2(\theta+\frac{\pi}{2})}=\dfrac{2p}{\cos^2\theta}$，

因此 $\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|CD|}=\dfrac{\sin^2\theta}{2p}+\dfrac{\cos^2\theta}{2p}=\dfrac{1}{2p}$



例 16.已知抛物线方程为 $y^2=4x$，直线 l 的方程为 $x-y+4=0$，在抛物线上有一动点 P 到 y 轴的距离为 d_1，P 到直线 l 的距离为 d_2，则 d_1+d_2 的最小值为（　）

A．$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}+2$　　B．$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}+1$　　C．$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-2$　　D．$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-1$

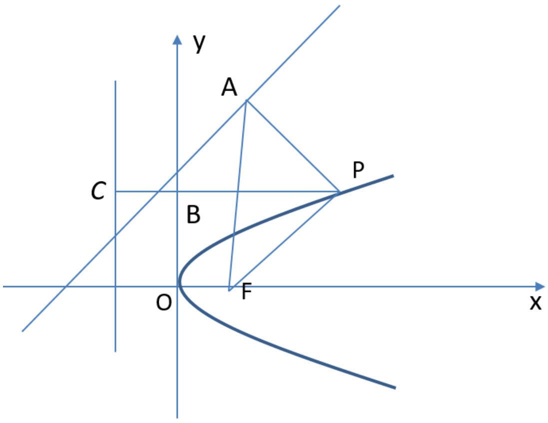
【解】：如图，过点P作$PA\perp l$于点A，作$PB\perp y$轴于点B，PB的延长线交准线$x=-1$于点C，连接PF，故

$d_1+d_2=PA+PB=PA+PC-1=PA+PF-1\geq AF-1$，$A,P,F$三点共线时可取等号

因此只需求出AF的最小值；显然，AF的最小值为$F(1,0)$到直线$l:x-y+4=0$的距离：

$\dfrac{|1-0+4|}{\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$\therefore d_1+d_2$的最小值为$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-1$　故选D．



例17．已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$过点$M(1,-2\sqrt{2})$，直线l经过抛物线的焦点F与抛物线交于A,B两点。

（1）若直线l的方程为$y=x-2$，求$\triangle ABO$的面积；

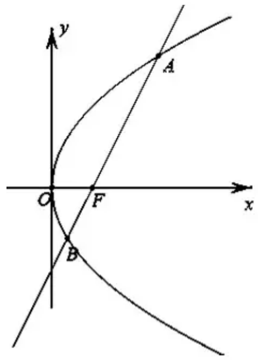
（2）若直线OA,OB的斜率分别为k_1,k_2，且$k_1+k_2=2$，求直线l的方程。

【解】（1）将点$M(1,-2\sqrt{2})$代入抛物线方程，可得$p=4$，则抛物线方程为$y^2=8x$。

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立$\begin{cases}y^2=8x\\ y=x-2\end{cases}$可得$x^2-12x+4=0$，

$\therefore x_1+x_2=12$，则$|AB|=x_1+x_2+4=16$。

又点O到直线AB的距离为$\sqrt{2}$，$\therefore S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times16=8\sqrt{2}$



⑵ 由题意知直线 l 的斜率村子且不为 0，设直线 l 方程为 $y=k\left(x-2\right)$，$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，

联立 $\begin{cases} y^2=8x \\ y=k\left(x-2\right) \end{cases}$，可得 $k^2x^2-\left(4k^2+8\right)x+4k^2=0$，

显然 $\Delta>0$，从而 $x_1+x_2=\dfrac{4k^2+8}{k_2},x_1x_2=4$，

$$\therefore k_1+k_2=\frac{y_1}{x_1}+\frac{y_2}{x_2}=\frac{k\left(x_1-2\right)}{x_1}+\frac{k\left(x_2-2\right)}{x_2}=2k-\left(\frac{2k}{x_1}+\frac{2k}{x_2}\right)=2k-\frac{2k\left(x_1+x_2\right)}{x_1x_2}$$

$$=2k-2k\frac{\frac{4k^2+8}{k^2}}{4}=-\frac{4}{k}=2，\ \therefore k=-2$$

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $2x+y-4=0$

例 18．已知抛物线 $C:y^2=3x$ 的焦点为 F，斜率为 $\dfrac{3}{2}$ 的直线 l 与 C 的交点为 A,B，与 x 轴的交点为 P．

（1）若 $\left|AF\right|+\left|BF\right|=4$，求 l 的方程；　　（2）若 $\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$，求 $\left|AB\right|$．

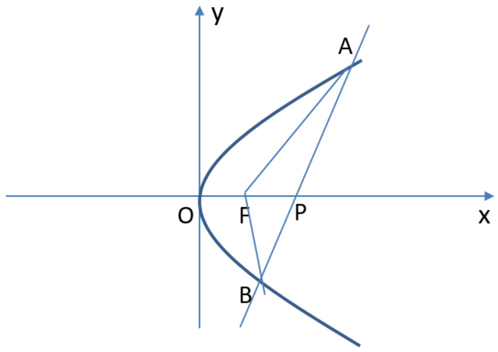
【解】（1）设直线 l 方程为：$y=\dfrac{3}{2}x+m$，设 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$。由抛物线焦半径公式可知 $\left|AF\right|+\left|BF\right|=x_1+x_2+\dfrac{3}{2}=4$，$\therefore x_1+x_2=\dfrac{5}{2}$

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{3}{2}x+m \\ y^2=3x \end{cases}$ 得：$9x^2+\left(12m-12\right)x+4m^2=0$

则 $\Delta=\left(12m-12\right)^2-144m^2>0$　　$\therefore m<\dfrac{1}{2}$

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{12m-12}{9}=\dfrac{5}{2}$，解得：$m=-\dfrac{7}{8}$

$\therefore$直线l的方程为：$y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{7}{8}$，即：$12x-8y-7=0$



（2）设$P(t,0)$，则可设直线l方程为：$x=\dfrac{2}{3}y+t$

联立$\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}y+t\\ y^2=3x\end{cases}$得：$y^2-2y-3t=0$

则$\Delta=4+12t>0$　　$\therefore t>-\dfrac{1}{3}$

$\therefore y_1+y_2=2$，$y_1y_2=-3t$

易知$\overrightarrow{AP}=(t-x_1,-y_1),\overrightarrow{PB}=(x_2-t,y_2)$

$\because \overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$　　$\therefore y_1=-3y_2$

$\therefore y_2=-1$，$y_1=3$　　$\therefore y_1y_2=-3$

则$|AB|=\sqrt{1+\dfrac{1}{k^2}}\cdot|y_1-y_2|=\sqrt{1+\dfrac{4}{9}}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\dfrac{\sqrt{13}}{3}\cdot\sqrt{4+12}=\dfrac{4\sqrt{13}}{3}$