第四章 三角函数

§4.1 角、弧度及三角函数的概念

4.1.1 相关概念及公式

学习目标

1、理解角、弧度、象限角的概念

2、理解三角函数（正弦、余弦和正切）的定义及相关运算。

3、掌握特殊角的三角函数值。

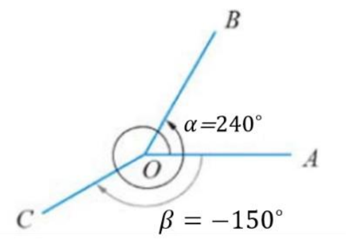
4、掌握诱导公式

1. 角的概念

（1）以 Ox 轴为始边，反时针方向旋转所成的角叫正角、顺时针方向旋转的角叫负角、不旋转所成的角为零角．例如，图中的 $\alpha=240^{\circ}$，$\beta=-150^{\circ}$。

（2）终边位于第几象限，就称该角为第几象限的角，简称象限角。终边在坐标轴上的角称为轴线角。

（3）一般地，与角 α 终边相同的角可写成 $\alpha+k\cdot 360^{\circ}(k\in Z)$．



由上面对角的定义，我们有如下结论

（1）终边落在 x 轴上的角的集合 $\{\beta\,|\,\beta=k\cdot 180^{\circ},k\in Z\}$；

（2）终边落在 y 轴上的角的集合 $\{\beta\,|\,\beta=k\cdot 180^{\circ}+90^{\circ},k\in Z\}$

（3）终边落在坐标轴上的角的集合可以表示为 $\{\beta\,|\,\beta=k\cdot 90^{\circ},k\in Z\}$

2. 弧度

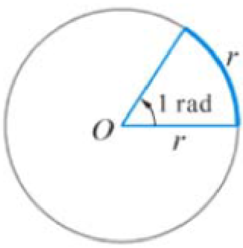
在初中，我们学过角度制，规定周角的 $\dfrac{1}{360}$ 为 1°。下面我们规定：长度等于半径的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，记为 $1rad$，并规定正角的弧度数为正数，负角的弧度数为负数，零角的弧度数为零，在不至引起混淆的情况下，弧度的单位可以省略，比如 $1rad=1$，$2.4\,rad=2.4$ 等等。

很明显，圆心角α，弧长l和圆半径r之间的关系为：$|\alpha|=\frac{l}{r}$

（1）弧度与角度的换算：$360^{\circ}=2\pi$弧度；$180^{\circ}=\pi$弧度；$1^{\circ}=\frac{\pi}{180}(rad)$，$1(rad)=\frac{180^{\circ}}{\pi}$

（2）弧长公式：$l=|\alpha|r$

（3）扇形面积公式：．$S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}|\alpha|r^{2}$



3. 任意角的三角函数

在初中，我们用直角三角形定义了锐角三角函数，比如图一中的直角$\triangle ABC$，相关边长如图所示，则有

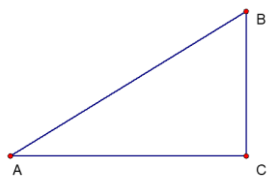
$\sin A=\frac{y}{r}, \cos A=\frac{x}{r}, \tan A=\frac{y}{x}$；$\sin B=\frac{x}{r}, \cos B=\frac{y}{r}, \tan B=\frac{x}{y}$；

显然我们有$\sin A=\cos B$，这是因为$B=\frac{\pi}{2}-A$；

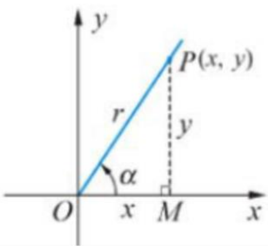
事实上，上面的定义可以作如下推广，同时，对任意的角α，我们都有

$$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha,\ \cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha \qquad \text{（公式一）}$$

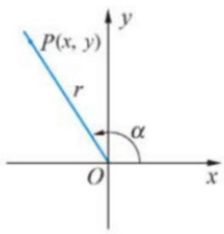
设α是一个任意角，在角α的终边上任取一点$P(x,y)$（异于原点），它到原点的距离记为$r(r>0)$，利用相似三角形的性质：不难发现$\frac{y}{r}, \frac{x}{r}, \frac{y}{x}$三个分数的值不受$P$点位置的影响，



图一



图二



图三

我们分别称其为角α的正弦、余弦和正切，分别用$\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$表示，即：

$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$ 显然，它们都是以角为自变量，以比值为函数值的函数.

这里的α为锐角，事实上，上面的定义也适用于α为钝角的情况，如图三；

此外，对于轴线角，只要上面的定义有意义（分母不为 0），仍然适用。

很明显，按照上面的定义，我们不难发现：

（1） $\sin\alpha$、$\cos\alpha$的定义域均为R；

（2） $\tan\alpha$的定义域为：$\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in Z)$。

从三角函数的定义知：随着角α的变化，角α的正、余弦和正切与r没有半毛钱关系，只随α终边上的点$P(x,y)$的纵、横坐标x,y而变化，因此，不妨令r为常数。

$$\sin\alpha=\frac{y}{r},\ \cos\alpha=\frac{x}{r},\ \tan\alpha=\frac{y}{x}$$

当α为第一象限角时，随着α的增大，y增大， 从而$\sin\alpha$增大，也即$\sin\alpha$在第一象限是增函数；

同样的分析知：$\cos\alpha$在第一象限为减函数；$\tan\alpha$在第一象限为增函数。

进一步，会发现：

$\sin\alpha$在一、四象限递增；在二、三象限递减；

$\cos\alpha$在一、二象限递减；在三、四象限递增；

4. 特殊角的三角函数值。

按照三角函数的定义，并结合几个特殊的直角三角形模型，我们不难得到下面几个特殊角的三角函数值

α（度）	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
α（弧度）	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	$\dfrac{5\pi}{6}$
$\sin\alpha$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\cos\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	无意义	$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

从上面的定义，我们不难发现：

（1）对任意角α，都有$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\dfrac{x^2+y^2}{r^2}=1$，同时，如果$x\neq 0$，

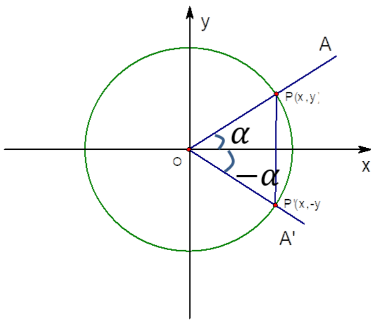
也即$\cos\alpha\neq 0$时，有$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$。

（2）$\sin\alpha$、$\tan\alpha$均为奇函数，$\cos\alpha$是偶函数

事实上，如图，令$P(x,y)$为α的终边OA上任意一点（异于原点），因$-\alpha$的终边OA'与OA关于x轴对称，故$P'(x,-y)$在$-\alpha$的终边OA'上，且$OP=OP'=r$，由三角函数的定义知

$\sin\alpha=\dfrac{y}{r},\cos\alpha=\dfrac{x}{r},\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$；$\sin(-\alpha)=-\dfrac{y}{r},\cos(-\alpha)=\dfrac{x}{r},\tan(-\alpha)=-\dfrac{y}{x}$，即

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$
$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$　　　　（公式二）
$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$

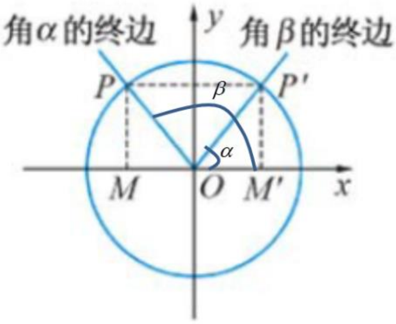


（3）结合角的定义和三角函数的定义，我们不难得到

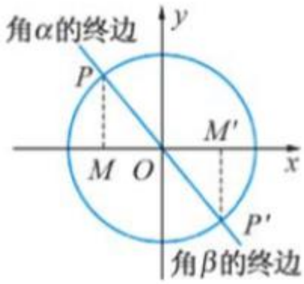
$\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha$，　$(k\in Z)$
$\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha$，　$(k\in Z)$　　　　（公式三）
$\tan(2k\pi+\alpha)=\tan\alpha$，　$(k\in Z)$

（4）参看下图，如果角α和β的终边关于y轴对称，设$P'(x,y)$为α终边上的点，则$P(-x,y)$为β终边上的点，且$\beta=\pi-\alpha$，于是我们到（公式四）

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$
$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$　　　　（公式四）
$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$



（5）**参看下图**，若角α和β的终边关于原点对称，设$P(x,y)$为α终边上的点，则$P'(-x,-y)$为β终边上的点，且$\beta=\pi+\alpha$，于是我们到下面的（**公式五**）



$$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha \qquad \text{（公式五）}$$
$$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$$

利用这些公式，以及$\sin\alpha$是奇函数，$\cos\alpha$是偶函数的事实，我们有

$$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\sin(\frac{\pi}{2}-(-\alpha))=\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos(\frac{\pi}{2}-(-\alpha))=\sin(-\alpha)=-\sin\alpha,$$

因此，我们得到如下的（公式六）

$$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$$
$$\qquad \text{（公式六）}$$
$$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$$

公式一到六均称为**诱导公式。**

4.1.2 典型例题

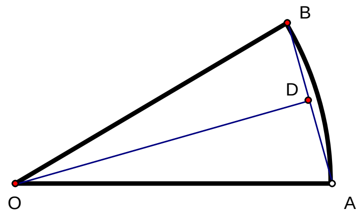
例 1.如果1弧度的圆心角所对的弦长为2，那么这个圆心角所对的弧长为（　　）

A．$\dfrac{1}{\sin 0.5}$　　　B．$\sin 0.5$　　　C．$2\sin 0.5$　　　D．$\tan 0.5$

【解析】如图，设半径为r，则$AD=1,\angle AOD=0.5$

由$AD=AO\sin\angle AOD\Rightarrow 1=r\sin 0.5\Rightarrow r=\dfrac{1}{\sin 0.5}$，

故，1弧度的圆心角所对的弧长为$l=\theta r=1\times\dfrac{1}{\sin 0.5}=\dfrac{1}{\sin 0.5}$，选A。



例2.已知半径为10的圆O中，弦AB的长为10.

(1)求弦AB所对的圆心角α的大小;

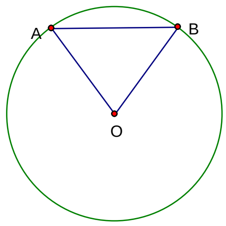
(2)求α所在的扇形的弧长l及弧所在的弓形的面积S

【解析】(1)由$\odot O$的半径$r=10=AB$，知$\triangle AOB$是等边三角形，$\therefore\ \alpha=\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$

(2)由(1)可知$\alpha=\dfrac{\pi}{3},r=10$，$\therefore$弧长$l=\alpha r=\dfrac{\pi}{3}\times 10=\dfrac{10\pi}{3}$，

所以，$S_{扇形}=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{10\pi}{3}\times 10=\dfrac{50\pi}{3}$

而$S_{\triangle AOB}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}$，故$S_{弓形}=S_{扇形}-S_{\triangle AOB}=\dfrac{50\pi}{3}-25\sqrt{3}$



例3.已知扇形周长为40，当它的半径和圆心角取何值时，才使扇形面积最大?

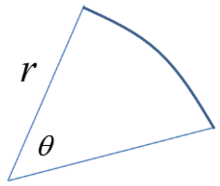
【解析】设圆心角是θ，半径是r，则，$2r+r\theta=40$

$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}\theta r\cdot r=\dfrac{1}{2}r(40-2r)=r(20-r)\le(\dfrac{20}{2})^2=100$

当且仅当$r=20-r$，即$r=10$时，$S_{\max}=100$

$\therefore$当$r=10,\theta=2$时，扇形面积最大，

即半径为 10，圆心角为 2 弧度时，扇形面积最大.



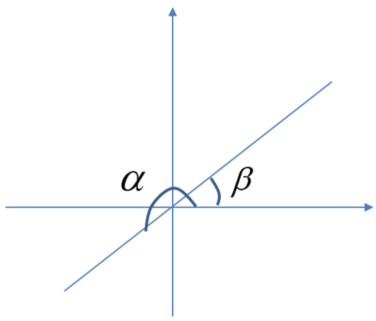
【注意】本题中，我们用到了如下的基本不等式： $ab \le (\frac{a+b}{2})^2$

例 4. 角 α 与角 β 的终边互为反向延长线，则(　　).

A． $\alpha = -\beta$　　　　　　　　　B． $\alpha = 180^\circ + \beta$

C． $\alpha = k \cdot 360^\circ + \beta (k \in Z)$　　　　D． $\alpha = k \cdot 360^\circ \pm 180^\circ + \beta (k \in Z)$

【解析】角 α 与角 β 的终边互为反向延长线，则从基础角 $[0^\circ, 360^\circ]$ 范围来看，α 与 β 相差 180°，故 $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ \pm 180^\circ (k \in Z)$，$\therefore$ $\alpha = k \cdot 360^\circ \pm 180^\circ + \beta (k \in Z)$



例 5（1）点 $A(\sin 2011^\circ, \cos 2011^\circ)$ 在直角坐标平面上位于(　　).

A．第一象限　　　　B．第二象限　　　　C．第三象限　　　　D．第四象限

（2）已知角 α 是第二象限角，试确定 $2\alpha, \frac{\alpha}{2}$ 所在的象限.

【解析】(1) $2011^\circ = 5 \times 360^\circ + (180^\circ + 31^\circ)$，$\therefore$ $\sin 2011^\circ = \sin(180^\circ + 31^\circ) = -\sin 31^\circ < 0$ $\cos 2011^\circ = \cos(180^\circ + 31^\circ) = -\cos 31^\circ < 0$，

$\therefore$ 点 A 位于第三象限.

（2）$\because \alpha$ 是第二象限角，$\therefore$ $k \cdot 360^\circ + 90^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in Z$

$\therefore$ $2k \cdot 360^\circ + 180^\circ < 2\alpha < 2k \cdot 360^\circ + 360^\circ, k \in Z$

$\therefore 2\alpha$ 是第三、第四象限角或角的终边在 y 轴非正半轴上.

因 $k \cdot 180^\circ + 45^\circ < \frac{\alpha}{2} < k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in Z$，

故，当 $k = 2m (m \in Z)$ 时，$m \cdot 360^\circ + 45^\circ < \frac{\alpha}{2} < m \cdot 360^\circ + 90^\circ$，$\frac{\alpha}{2}$ 为第一象限角。

当$k=2m+1(m\in Z)$时，$m\cdot 360^\circ+225^\circ<\frac{\alpha}{2}<m\cdot 360^\circ+270^\circ$，$\frac{\alpha}{2}$为第三象限角。

例 6.下面 4 项:①$\sin(-1000^0)$;②$\cos(-2200^0)$;③$\tan(-10)$;④$(\sin\frac{7\pi}{10}\cos\pi)/\tan\frac{17\pi}{9}$。其中符号为负的有（　　）

A．①　　　　B．②　　　　C．③　　　　D．④

【解析】注意角α与$\alpha+n\times 360^\circ$（或$\alpha+n\times 2\pi$）终边相同，其中$n\in Z$。

-1000°与$-1000^\circ+3\times 360^\circ=80^\circ$终边相同，为第一象限角，正弦为正

-2200°与$-2200^\circ+6\times 360^\circ=-40^\circ$终边相同，为第四象限角，余弦为正。

-10与$-10+4\pi\in(\frac{\pi}{2},\pi)$终边相同，为第二象限角，正切为负。

$\frac{7\pi}{10}$在第二象限；$\frac{17\pi}{9}$与$-2\pi+\frac{17\pi}{9}=-\frac{\pi}{9}$终边相同，为第四象限角，其正切为负，而$\cos\pi=-1$

综上，选 C。

例 7、下列与$\frac{9\pi}{4}$的终边相同的角的表达式中正确的是(　　).

A．$2k\pi+45^\circ(k\in Z)$　　　　B．$k\cdot 360^\circ+\frac{9\pi}{4}(k\in Z)$

C．$k\cdot 360^\circ-315^\circ(k\in Z)$　　　　D．$k\pi+\frac{5\pi}{4}(k\in Z)$

【解析】与$\frac{9\pi}{4}$的终边相同的角可以写成$2k\pi+\frac{9\pi}{4}(k\in Z)$，但是**角度制与弧度制不能混用**，所以只有答案 C 正确。

例 8（1）若α是第四象限的角，则$\pi-\alpha$是（　　）

A.第一象限的角　　B.第二象限的角　　C.第三象限的角　　D.第四象限的角

（2）已知α是第二象限角，$\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，则$\cos\alpha=$________.

【解析】（1）由题意知$2k\pi-\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi\Rightarrow -2k\pi<-\alpha<-2k\pi+\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow\pi-2k\pi<\pi-\alpha<-2k\pi+\frac{3\pi}{2}$属于第三象限

（2）由题意及 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，可令 $y=1,x=-2$，则 $r=\sqrt{5}$，故 $\cos\alpha=\frac{x}{r}=-\frac{2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

例 9.设 α 角属于第二象限，且 $\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|=-\cos\frac{\alpha}{2}$，则 $\frac{\alpha}{2}$ 角属于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

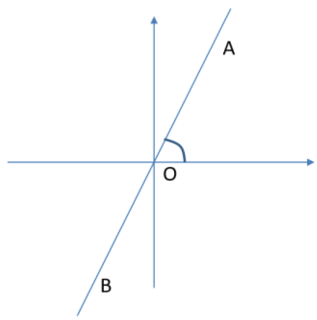
【解析】：α 角属于第二象限 $\frac{\pi}{2}+2k\pi<\alpha<2k\pi+\pi \Rightarrow \frac{\pi}{4}+k\pi<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{2}$

易知：$\frac{\alpha}{2}$ 位于第一、三象限。

考虑到 $\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|=-\cos\frac{\alpha}{2}$，知 $\cos\frac{\alpha}{2}\le 0$，故 $\frac{\alpha}{2}$ 角属于第三象限，选 C。

例 10.写出终边在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上的角的集合；

【解析】特别注意：题目只说了终边在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，由于直线没有方向，所以如图所示，终边可以是射线 OA，也可以是射线 OB，∴终边在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上的角的集合为 $\left\{\alpha \mid \alpha=k\pi+\frac{\pi}{3},k\in Z\right\}$



例 11. 若角 θ 的终边与 $\frac{6\pi}{7}$ 角的终边相同，求在 $[0,2\pi)$ 内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角；

【解析】∵ $\theta=\frac{6\pi}{7}+2k\pi(k\in Z)$，∴ $\frac{\theta}{3}=\frac{2\pi}{7}+\frac{2k\pi}{3}(k\in Z)$。

依题意得 $0\le\frac{2\pi}{7}+\frac{2k\pi}{3}<2\pi \Rightarrow -\frac{3}{7}\le k<\frac{18}{7}(k\in Z)$

∴ $k=0,1,2$，即在 $[0,2\pi)$ 内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 相同的角为 $\frac{2\pi}{7},\frac{20\pi}{21},\frac{34\pi}{21}$。

例 12（1）已知 $\sin\alpha=m,(|m|<1)$，$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，那么 $\tan\alpha=$（　　）.

A．$\frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$　　B．$-\frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$　　C．$\pm\frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$　　D．$\pm\frac{\sqrt{1-m^2}}{m}$

（2）已知角α的终边过点$(-1,2)$，则$\cos\alpha$的值为(　　).

A．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$-\frac{1}{2}$

【解析】（1）由题意知α在第二象限，故$\sin\alpha>0$，从而知$m>0$

又因α在第二象限，故$\tan\alpha<0$，只能选 B。

（2）由三角函数的定义可知，$r=\sqrt{5}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{-1}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

例 13（1）已知角θ的顶点为坐标原点，始边为x轴非负半轴，若$P(4,y)$是角θ终边上一点，且$\sin\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则$y=$_______

（2）已知角θ的终边经过点$P(-\sqrt{3},m)(m\neq 0)$且$\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{4}m$，试判断角$\theta$所在的象限，并求$\cos\theta$和$\tan\theta$的值.

【解析】（1）根据正弦值为负数且不为－1，判断角在第三、四象限，再加上横坐标为正，断定该角为第四象限角，

$\therefore y<0,\sin\theta=\frac{y}{\sqrt{16+y^2}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$，解得$y=-8$。

（2）由题意得，$r=\sqrt{3+m^2}$，$\therefore\frac{m}{\sqrt{3+m^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}m$；

$\because m\neq 0$，$\therefore m=\pm\sqrt{5}$

当$m=\sqrt{5}$时，$r=2\sqrt{2}$，点P的坐标为$(-\sqrt{3},\sqrt{5})$，故θ是第二象限角，

$\therefore\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{6}}{4}$，$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{5}}{-\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{15}}{3}$

当$m=-\sqrt{5}$时，$r=2\sqrt{2}$，点P的坐标为$(-\sqrt{3},-\sqrt{5})$，故θ是第三象限角.

$\therefore\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{6}}{4}$，$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{-\sqrt{5}}{-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$。.

例 14.已知角α终边经过点$P(x,-\sqrt{2})(x\neq 0)$，且$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{6}x$，求$\sin\alpha,\tan\alpha$的值.

【解析】 $\because P(x,-\sqrt{2})(x\neq 0)$，$\therefore P$ 到原点的距离 $r=\sqrt{x^2+2}$，

又 $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$，　$\therefore \cos\alpha=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x$，解得：$x=\pm\sqrt{10}, r=2\sqrt{3}$。.

当 $x=\sqrt{10}$ 时，P 点坐标为 $(\sqrt{10},-\sqrt{2})$，故 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{6}}{6},\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$；

当 $x=-\sqrt{10}$ 时，P 点坐标为 $(-\sqrt{10},-\sqrt{2})$，故 $\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{6}}{6},\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

例 15. 已知 $\tan\alpha=\sqrt{3}$，$\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$，那么 $\cos\alpha-\sin\alpha$ 的值是（　　）.

A．$-\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$　　B．$\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$　　D．$\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

【解析】因 α 在第三象限，从而由 $\tan\alpha=\sqrt{3}$ 知 $\alpha=240^\circ$，故

$$\cos\alpha-\sin\alpha=\cos 240^\circ-\sin 240^\circ=\cos(180^\circ+60^\circ)-\sin(180^\circ+60^\circ)$$

$$=-\cos 60^\circ+\sin 60^\circ=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$$，选 B。

例 16.函数 $f(x)=\lg(\sin^2 x-\cos^2 x)$ 的定义域是（　　）

A. $\left\{x\middle|2k\pi-\dfrac{3\pi}{4}<x<2k\pi+\dfrac{\pi}{4},k\in Z\right\}$　　B. $\left\{x\middle|2k\pi+\dfrac{\pi}{4}<x<2k\pi+\dfrac{5\pi}{4},k\in Z\right\}$

C. $\left\{x\middle|k\pi-\dfrac{\pi}{4}<x<k\pi+\dfrac{\pi}{4},k\in Z\right\}$　　D. $\left\{x\middle|k\pi+\dfrac{\pi}{4}<x<k\pi+\dfrac{3\pi}{4},k\in Z\right\}$

【解析】由 $\sin^2 x-\cos^2 x>0$ 知 $|\sin x|>|\cos x|$，故 $k\pi+\dfrac{\pi}{4}<x<k\pi+\dfrac{3\pi}{4}(k\in Z)$，选 D.

【巧解】取 $k=0$，只有 D 选项 $\left\{x\middle|\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{3\pi}{4}\right\}$ 合适，故选 D.

例 17.若关于 x 的函数 $f(x)=\dfrac{tx^2+2x+t^2+x^2\sin x}{x^2+t}(t>0)$ 的最大值为 M，最小值为 N，且 $M+N=4$，则实数 t 的值为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【解析】：$f(x)=\dfrac{t(x^2+t)+2x+x^2\sin x}{x^2+t}=t+\dfrac{2x+x^2\sin x}{x^2+t}$，因 $\dfrac{2x+x^2\sin x}{x^2+t}$ 为奇函数，故 $f(x)$ 图像关于点 $(0,t)$ 中心对称，故 $M+N=2t$，从而 $t=2$，选 B。