

METODO DE CONTROL PARA UNA CIERTA CLASE DE PLANTAS NO-LINEALES BASADO EN LINEALIZACIÓN POR TRAMOS

Control Method for a Certain Class of Nonlinear Plants Based on Interval Linearization

Castillo-García F. J.* , Feliu-Batlle V.* , Rivas-Pérez R.** , Ciudad-Sobrinó T.*

*Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad de Castilla-La Mancha, Campus Universitario s/n, Ciudad Real, España, C.P. 13071

** Universidad Politécnica de La Habana (CUJAE)
Calle 114 No 11901, Marianao, C. de la Habana, Cuba

e-mails: fernando.castillo@uclm.es; vicente.feliu@uclm.es; rivas@electronica.cujae.edu.cu;

RESUMEN

En el presente trabajo se propone un nuevo método, para el control de plantas no lineales estables en lazo abierto, el cual se caracteriza por su sencillez y fácil implementación práctica. El método propuesto determina los ensayos prácticos a realizar en la planta para obtener mediante un procedimiento de identificación automática modelos lineales de la misma a través de un proceso de linealización. El método, de igual forma, sintoniza reguladores lineales del tipo PI para cada tramo de la linealización. El último paso del método consiste en añadir una etapa de desfuzzificación para evitar posibles discontinuidades en la señal de control determinada. Finalmente se obtiene una batería de reguladores sencillos que controlan el comportamiento global de la planta no lineal. La bondad del método propuesto se demuestra mediante su aplicación al proceso de aireación de lodos activados de una estación depuradora de aguas residuales, proceso altamente no lineal y de creciente interés dentro de la comunidad científica actual. El método propuesto es fácilmente extendible a planta de órdenes superiores, así como a reguladores avanzados.

Palabras Clave: Planta no lineal; linealización automática; sintonización en frecuencia; desfuzzificación.

ABSTRACT

This work proposes a new systematic and easy

to implement method for control of certain nonlinear processes. The method determines the practical tests to be carried out in the process in order to obtain a linear model through an automated linearization procedure. Our method carries on after the identification of the nonlinear process in an automated way by carrying out approximations of first order linear systems. Then the procedure tunes PI controllers to the obtained first order approximations by employing frequency domain control design techniques. Such proposed control design method is quite robust to errors in the order and structure of the linearized process. This justifies the previous approximations. The last step of the controller design procedure is to include a defuzzification stage in order to avoid discontinuities in the generated control signal. The result of all this procedure is a program, implemented in Matlab, which calculates a set of simple controllers that control the global behaviour of a nonlinear plant. The paper finishes with an application example which shows the goodness of the proposed methodology: the process of wastewater treatment. This process is highly nonlinear and its control is a subject of growing interest in the control scientific community. The method here proposed can be easily generalized to processes with higher order dynamics and more complex controllers.

Keywords: Non-linear systems; automatic linearization; frequency-domain tuning; defuzzification.

1. INTRODUCCIÓN

El control de plantas no lineales constituye un



tema de creciente interés teórico y práctico [1,2,3]. La teoría de control de plantas lineales ha sido ampliamente estudiada y desarrollada y en los últimos años se observan muy pocos aportes teóricos, sin embargo al control de plantas no lineales aún se le dedican numerosos esfuerzos, muchos de ellos dirigidos a intentar generalizar algunas de las soluciones alcanzadas para las plantas lineales [3]. Para el control de plantas no lineales existen numerosos métodos generales entre los que se encuentran: la linealización por realimentación de estado [1], la lógica difusa [2], las redes neuronales [3], etc. Una solución muy extendida en el control de plantas no lineales es la aplicación de técnicas de linealización, las cuales posibilitan utilizar las herramientas desarrolladas para el control de plantas lineales. Sin embargo, estas técnicas de linealización no siempre conducen a resultados satisfactorios, debido a la alta no linealidad que presentan diversas plantas y procesos industriales.

El presente trabajo se encuentra dirigido al control de una cierta clase de plantas no lineales (estables en lazo abierto) y se encuentra estructurado de la siguiente forma: en la sección 2 se describe el método que se propone de control, en la sección 3 se ofrece un ejemplo de aplicación del método propuesto sobre una planta altamente no lineal, por último, en la sección 4 se presentan las conclusiones del trabajo desarrollado.

2. MÉTODO DE CONTROL PARA UNA CIERTA CLASE DE PLANTAS NO LINEALES

2.1. Prerrequisitos del Sistema a Controlar

En términos generales, el método propuesto es aplicable a plantas lineales de cualquier orden y a plantas no lineales, siempre que sean estables en lazo abierto. Debido a la amplitud de técnicas de control existentes para plantas lineales, se puede decir que la aplicación del método que se propone para esta clase de plantas carece de interés, salvo que las mismas presenten un orden tan elevado, que las técnicas existentes conlleven tediosos desarrollos analíticos. Por otro lado, la aplicación del método a plantas no lineales es más que evidente debido a su elevada efectividad y sencillez.

El procedimiento general del método consta de las siguientes etapas:

- a) Linealización automática;
- b) Identificación automática de tramos;
- c) Sintonización de reguladores por tramos;
- d) Defuzzificación.

El método constituye un procedimiento automáti-

co de control de ciertas plantas no lineales, el cual incorpora como variables de entradas a la sensibilidad de la linealización (ε) y a las especificaciones frecuenciales para la sintonización de los reguladores. Como especificaciones frecuenciales se utilizan la frecuencia de cruce de ganancia (ω_c) y el margen de fase (ϕ_m) ampliamente empleados para la sintonización de reguladores lineales en el dominio de la frecuencia [5].

2.2. Linealización Automática

Esta primera etapa consiste en linealizar la curva de reacción de la planta, la cual se obtiene al excitar su entrada (x) y esperar que su salida (y) alcance un valor estacionario. Repitiendo el ensayo para todo el rango de variación de la señal de entrada (control) se obtiene una curva de reacción que indica como se relacionan la entrada y la salida de la planta en estado estacionario. En la Fig. 1 muestra un ejemplo de una curva de reacción no lineal de una planta industrial. Para explicar el procedimiento de la linealización se empleará dicha curva ejemplo

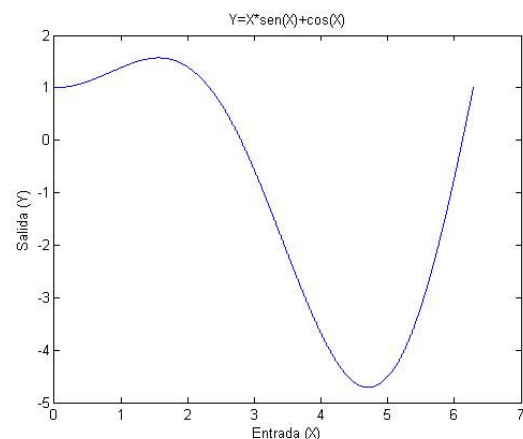


Fig. 1. Ejemplo de curva de reacción no lineal de una planta industrial

El procedimiento de linealización automática comienza en el punto inicial $\{x_0, y_0\}$ de la curva de reacción. A partir de ese punto se traza una recta de longitud L mediante el ajuste de mínimos cuadrados. Se incrementa el valor de L hasta que el ajuste tenga una norma 2 (n_2), inferior a un valor umbral ε .

$$n_2 = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} y_i - \tilde{y}_i} \leq \varepsilon \quad (1)$$

El procedimiento se repite, incrementando el número de tramos hasta alcanzar todo el rango de variación de la señal de entrada x . En la Fig. 2 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo descrito. En la Fig. 3 se muestra un ejemplo del resultado de

linealización automática para un valor $\varepsilon=0.1$.

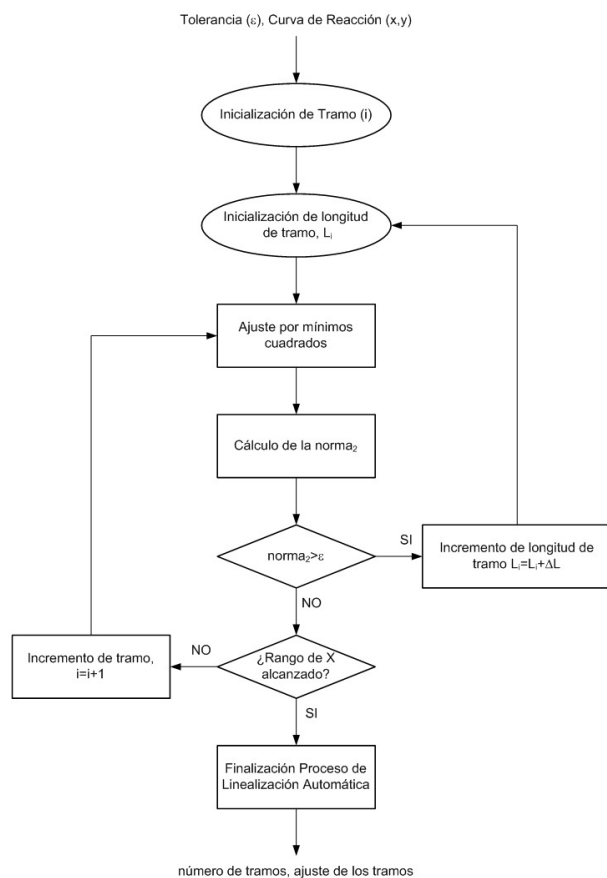


Fig. 2. Algoritmo de linealización automática

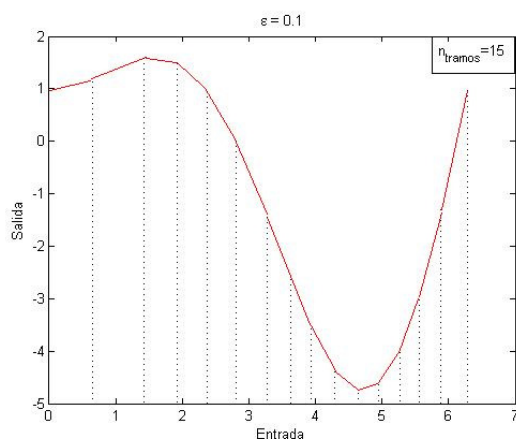


Fig. 3. Ejemplo de linealización automática

2.3. Identificación Automática de Tramos Lineales

En el procedimiento de identificación automática de los tramos lo primero es determinar el orden de la función de transferencia con el cual se identificará

el tramo. A modo de ejemplo, se explica el procedimiento de identificación de los tramos mediante una planta de primer orden.

La función de transferencia de la planta $G(s)$ se describe de modo general mediante la expresión [6]:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (2)$$

donde K , es la ganancia de la planta, y T la constante de tiempo.

El procedimiento de identificación determina ambos parámetros dinámicos de la expresión (2) para cada tramo resultante de la linealización automática.

Excitando la planta con una señal de entrada escalón de amplitud E , conociendo que la misma es estable en lazo abierto y aplicando el teorema del valor final [6] se obtiene:

$$\frac{y(\text{estacionario})}{E} = \frac{K}{T} \quad (3)$$

La parte derecha de la expresión (3) coincide con la pendiente del tramo.

Por otro lado, para una planta de primer orden, es conocida la relación que existe entre su constante de tiempo (T) y su tiempo de establecimiento (t_s) en la banda del 5% [6]:

$$T = \frac{t_s}{3} \quad (4)$$

La figura 4 muestra la respuesta temporal característica de una planta de primer orden.

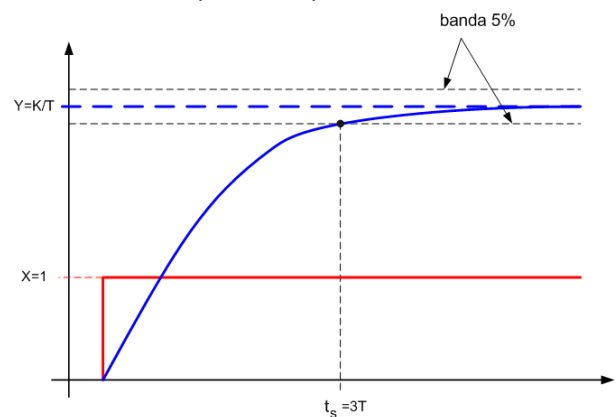


Fig. 4. Respuesta temporal de una planta de primer orden

Mediante la respuesta temporal de la planta en el centro de su tramo de linealización, se puede determinar su constante de tiempo (T) a través de la expresión (4) y considerando la expresión (3) se calcula su ganancia (K). Es necesario mencionar que este procedimiento se aplica especificando un



punto de operación de la planta.

2.4. Sintonización Automática en el Dominio de la Frecuencia de Reguladores PI

Una vez identificados los tramos de la planta como sistemas de primer orden, se realiza la sintonización de un regulador PI para cada tramo. Un sistema de primer orden controlado mediante un regulador PI, si el sistema controlado resulta estable, presenta error en régimen permanente nulo.

La función de transferencia del regulador PI es:

$$R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (5)$$

La sintonización del regulador y determinación de sus parámetros (K_p y K_i) en cada uno de los tramos se desarrolla en el dominio de la frecuencia con la ayuda de las especificaciones de cruce de ganancia (ω_c), la cual garantiza la velocidad de respuesta del sistema controlado, y de margen de fase, (φ_m), el cual determina la sobreoscilación de la respuesta.

La ecuación compleja que relaciona los parámetros del regulador con las especificaciones frecuenciales es:

$$R(j\omega_c)G(j\omega_c) = e^{-(\pi - \varphi_m)j} \quad (6)$$

De la ecuación (6) se obtienen los parámetros del regulador, para cada tramo de la planta, en función de sus parámetros dinámicos, anteriormente identificados, mediante las expresiones:

$$K_p = \frac{1}{K} [T\omega_c \sin(\varphi_m) - \cos(\varphi_m)] \quad (7)$$

$$K_i = \frac{\omega_c}{K} [T\omega_c \cos(\varphi_m) + \sin(\varphi_m)] \quad (8)$$

La sintonización debe recibir como señal de entradas las especificaciones frecuenciales (ω_c) y (φ_m), las cuales se encuentran estrechamente relacionadas con las especificaciones temporales.

2.5. Defuzzificación

Con el objeto de evitar discontinuidades en la señal de control que se origina como consecuencia de la selección del tramo de linealización, se ha añadido una etapa de defuzzificación lineal. En la Fig. 5 se muestra la forma del defuzzificador.

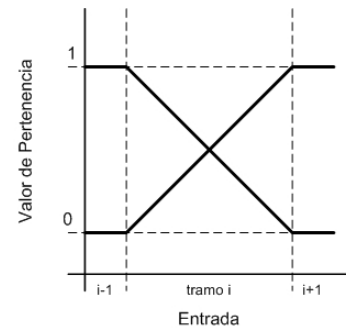


Fig. 5. Defuzzificador lineal

De esta forma, a través de la medida de la señal de entrada, se obtiene su tramo de linealización y su función de pertenencia a los tramos adyacentes. La señal de control resultante constituye la suma de las señales de control para los tramos adyacentes por el valor de pertenencia que devuelva el defuzzificador.

2.6. Resumen del Método Propuesto

A continuación se resumen los elementos fundamentales del método de control propuesto para ciertas plantas no-lineales (estables en lazo abierto):

- Linealización automática:** A través de la curva de reacción que relaciona las señales de entrada y salida de la planta se obtienen los tramos lineales que ajustan todo el rango de variación de la señal de entrada con un error medido en norma 2 inferior a ε .
- Identificación de tramos:** Cada tramo de la planta se identifica mediante un sistema de primer orden, donde su ganancia (K) y constante de tiempo (T) se determinan mediante su pendiente y el tiempo de establecimiento (t_s) de la respuesta temporal en el centro del tramo, empleando las expresiones (3) y (4).
- Sintonización de reguladores:** La sintonización del regulador de cada tramo se realiza sobre la base de las especificaciones frecuenciales (ω_c) y (φ_m) y mediante las expresiones (7) y (8).
- Defuzzificación:** Para evitar posibles saltos en la señal de control, se obtiene su valor a través de la función de pertenencia de la señal de entrada del tramo mediante un defuzzificador lineal.



Si bien el método propuesto arroja como resultado una batería de reguladores similar a la que puede ofrecer el método de ganancia programada [7], su principal diferencia con este método estriba en que el método de ganancia programada se emplea sobre plantas lineales, donde la batería de reguladores selecciona el controlador para ajustarse a las variaciones en los parámetros de la planta, mientras que el método propuesto se aplica sobre plantas no lineales y su batería de reguladores selecciona el controlador en función del tramo de linealización donde se encuentre la planta.

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN: PROCESO DE LODOS ACTIVADOS

4.1. Descripción del Sistema

En este caso el sistema no lineal a controlar consiste en el subproceso de aireación de lodos activados, que se enmarca dentro del proceso global de tratamiento de aguas residuales. El subproceso de aireación de lodos es de vital importancia para controlar la calidad de las aguas depuradas, estando presente en más del 95% de las estaciones depuradoras. Debido a su alta no linealidad, sólo ha sido tratado en profundidad durante los últimos años [7,8,9].

La señal de entrada al sistema es el flujo de oxígeno entrante (W) y la señal de salida es la disolución de oxígeno disuelto a la salida (DO). A través de la dotación de oxígeno a la entrada se pretende activar la actividad biológica dentro del tanque de aireación con objeto de disminuir la materia orgánica o biomasa del agua. Un indicador directo de esta materia orgánica es la disolución de oxígeno (DO).

En la Fig. 6 se muestra un esquema simplificado del proceso objeto de estudio:

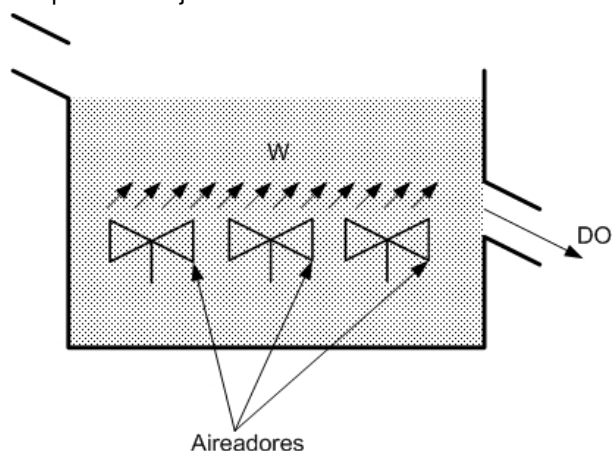


Fig. 6. Diagrama simplificado del proceso de aireación de lodos activados.

4.2. Modelo No-Lineal del Sistema

Uno de los trabajos más relevantes sobre el control del proceso objeto de estudio se ofrece en [9]. En el mismo se muestran las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de este proceso:

$$\begin{cases} \mu = \mu_{\max} \frac{S}{k_s + S} \frac{DO}{K_{DO} + DO} \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{Y} X - D(1+r)S + DS_{in} \\ \frac{dX}{dt} = \mu X - D(1+r)X + rDX_r \\ \frac{dDO}{dt} = -K_0 \frac{\mu}{Y} X - D(1+r)DO + \alpha W(DO_{\max} - DO) + DDO_{in} \\ \frac{dX_r(t)}{dt} = D(1+r)X - D(\beta+r)X_r(t) \end{cases} \quad (9)$$

donde:

μ :	Índice de crecimiento celular;
μ_{\max} :	Valor máximo de crecimiento de la biomasa;
DO :	Disolución de Oxígeno;
DO_{\max} :	Concentración máxima de Oxígeno;
S :	Cantidad de Sustratos;
k_s :	Constante de Saturación;
K_{DO} :	Constante de saturación de oxígeno;
Y :	Rendimiento de la biomasa;
X :	Flujo de lodos;
D :	Ratio flujo de entrada/volumen del tanque;
r :	Ratio de agua reciclada;
X_r :	Flujo de lodo reciclado;
α :	Ratio de transferencia de oxígeno;
β :	Ratio de lodos que salen del reactor.

En la Fig. 7 se representa un diagrama de bloques del proceso de lodos activados con sus variables.

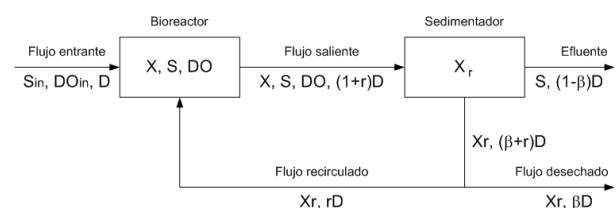


Fig. 7. Diagrama del bloque del proceso de aireación de lodos activados.

De las ecuaciones diferenciales mostradas en (9) se observa que el proceso es altamente no lineal. A modo de ejemplo, para la construcción del modelo se utilizaron los parámetros determinados en [10] y se comprobó la bondad del modelo obtenido mediante su comparación con los resultados alcanzados en [10]. Los parámetros del modelo, así como los valores iniciales empleados se presentan



en la Tabla 1. La evolución de las variables de estado de la planta tras la simulación en lazo abierto se muestra en la Fig. 8.

Como resultado de la simulación del modelo en lazo abierto en todo el rango de la variable de entrada a la planta se obtiene la curva de reacción que se muestra en la Fig. 9.

Tabla 1. Parámetros empleados para la construcción del modelo

Parámetros de la planta			
$Y=0.65$	$\beta=0.2$	$\alpha=0.018$	$K_{DO}=2 \text{ mg/l}$
$K_0=0.5$	$\mu_{\max}=0.15 \text{ h}^{-1}$	$K_s=100 \text{ mg/l}$	$DO_{\max}=10 \text{ mg/l}$
$r=0.6$	$S_{in}=200 \text{ mg/l}$	$DO_{in}=0.5 \text{ mg/l}$	
Valores iniciales			
$X(0)=200 \text{ mg/l}$	$S(0)=88 \text{ mg/l}$	$DO(0)=5 \text{ mg/l}$	$X_r(0)=320 \text{ mg/l}$
Entrada		Perturbación	
$W=80 \text{ h}^{-1}$		$D=1/10 \text{ h}^{-1}$	

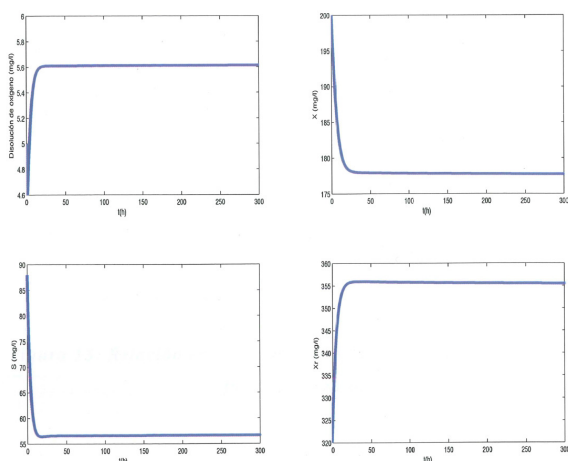


Fig. 8. Ejemplo de simulación en lazo abierto. Evolución de las variables de estado.

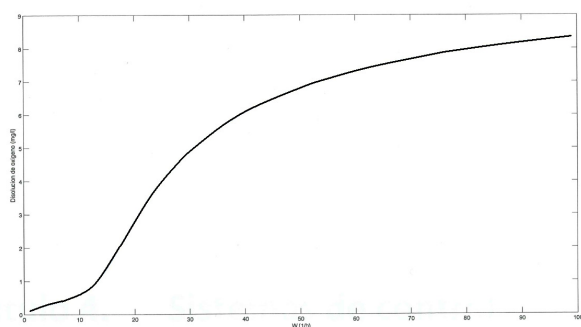


Fig. 9. Curva de reacción.

A la vista de los resultados se observa como la planta es estable en lazo abierto en todo el rango de la variable de entrada, presentando un comportamiento altamente no lineal.

Como se menciona en [10], el empleo de estrategias de control convencional no proporciona las prestaciones deseadas del sistema controlado.

4.3. Aplicación del Método de Control

Las entradas del método de control propuesto, además de la curva de reacción, son: la precisión de la linealización automática (ε), la frecuencia de cruce de ganancia (ω_c) y el margen de fase (φ_m).

Estableciendo $\varepsilon=0.1$, la linealización automática devuelve un total de 8 tramos, como se muestra en la Fig. 10.

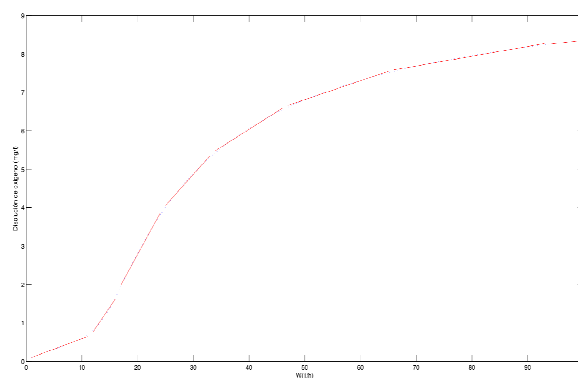


Fig. 10. Linealización de la curva de reacción con $\varepsilon=0.1$

Los valores de entrada para los tramos que devuelve la linealización, así como los valores de los parámetros K y T de las plantas de primer orden identificadas para cada tramo se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Rango de los tramos obtenidos y parámetros dinámicos de las plantas identificadas para cada tramo.

Tramo	Xmin	Xmax	K	T
1	0	0.3886	0.0453	100
2	0.3886	0.9430	0.2154	
3	0.9430	2.5896	0.2678	
4	2.5896	4.7066	0.1607	
5	4.7066	6.0406	0.0909	
6	6.0406	7.1039	0.0486	
7	7.1039	7.8714	0.0249	
8	7.8714	8.2559	0.0171	

Seleccionando las especificaciones de diseño del controlador: $\omega_c=1.3 \text{ rad/s}$ (representa a la rapidez de la dinámica del sistema controlado), y $\varphi_m=90^\circ$ (para evitar sobreoscilaciones de la respuesta temporal), los parámetros de la batería de reguladores PI obtenidos para cada tramo se ofrecen en la Tabla 3.



Tabla 3. Parámetros de los reguladores PI para cada tramo.

Tramo	K_p	K_i
1	2.8715e3	28.7154
2	0.6036e3	6.0364
3	0.4855e3	4.8546
4	0.8088e3	8.0877
5	1.4297e3	14.2973
6	2.6748e3	26.7480
7	5.2212e3	52.2121
8	7.5934e3	75.9341

Los resultados de la simulación del sistema diseñado de control de la disolución de oxígeno (DO) se ofrecen en la Fig. 11, donde se estableció una señal de referencia de seguimiento de la disolución de oxígeno, variable en todo el rango de funcionamiento de la planta. De la figura se observa que la disolución de oxígeno sigue fielmente la referencia indicada. En la Fig. 12 se muestra una ampliación de la zona inicial del seguimiento del sistema de control mostrada en la de la Fig. 11.

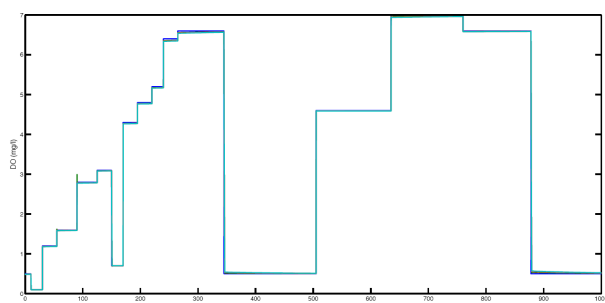


Fig. 11. Resultados de la simulación del sistema de control de la disolución de oxígeno del agua tratada en un proceso de lodos activados.

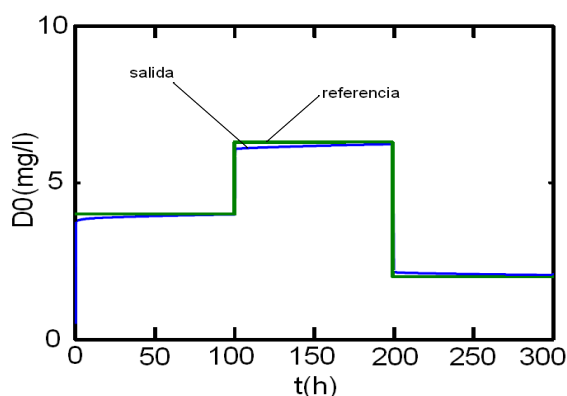


Fig. 12. Ampliación de la zona inicial del seguimiento del sistema de control de disolución de oxígeno del agua tratada en un proceso de lodos activados.

De las Fig. 11 y Fig. 12 se observa que los resultados obtenidos del sistema de control diseñado son altamente satisfactorios, posibilitando controlar

la disolución de oxígeno del agua tratada con una elevada efectividad.

Comparando los resultados obtenidos mediante la aplicación del método propuesto con los resultados que se ofrecen en [8 y 9] para la misma planta [11], se observan prestaciones similares en cuanto a comportamiento nominal y robustez. Sin embargo, es necesario destacar que los métodos utilizados en los trabajos de referencia requieren tediosos cálculos analíticos, los cuales son muy difíciles de implantar en un autómata programable comercial.

5. CONCLUSIONES

Se propuso un método para el control de ciertas plantas no lineales estables en lazo abierto.

La estrategia de control propuesta se automatizó con el objeto de conseguir una aplicación cerrada independiente de la planta. Sus etapas son:

- Linealización automática.
- Identificación automática de tramos.
- Sintonización de reguladores por tramos.
- Defuzzificación

El resultado es una batería de reguladores PI, uno por tramo resultante de la linealización, que junto con la etapa de defuzzificación genera una señal de control capaz de controlar la planta no lineal en todo su rango de funcionamiento.

La aplicación del método propuesto al control de plantas industriales no lineales es amplia debido a la facilidad de programación que presenta sobre un autómata comercial.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Khalil H.K. Nonlinear Systems (1996), 2nd edition. NY: Prentice Hall.
- [2] J.H. Park, S.J. Seo, G.T. Park. Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear system using estimation of bounds for approximation errors. (2003) Fuzzy Sets and Systems. Volume 133, Issue 1.
- [3] Sira-Ramírez H., et al. Control de sistemas no lineales, Pearson Educación, 2005.
- [4] T. Cheng, F.L. Lewis, M. Abu-Khalaf. A neural network solution for fixed-final time optimal control of nonlinear systems. (2007) Automatica: A journal of IFAC the International Federation of Automatic Control, ISSN 0005-1098, Vol. 43, Nº. 3, pags. 482-490
- [5] K. Ogata. Modern Control Engineering, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall (1990).
- [6] R.A. Gabel, R.A. Roberts. Signal and Linear Systems (1987). J. Wiley, (3ra. Ed.).
- [7] D.J. Leith, W.E. Leithead (2000). Survey of gain-scheduling analysis and design. International.



Journal of Control 73(11), 1001-1025.

[8] M.Barbu, S.Caraman, E.Ceanga. Qft Robust Control of a Wastewater treatment Process. IFAC (2005).

[9] J.X. Ostolaza, M. Garcia-Sanz. QFT-robust control of a wastewater treatment plant. (1998) Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications. Vol. 1, pp 21-25.

[10] S.Caraman, M.Sbarciog, M. Barbu. Predictive Control of a Wastewater Treatment Process. (2007) International Journal of Computers, Communications & Control. Vol. II, No. 2, pp. 132-142.

[11] T. Ciudad. Nueva Estrategia de Control para Plantas No Lineales Aplicada al Proceso de Aireación de Lodos Activados. (2008). Proyecto Final de Carrera de la E.T.S. Ing. Industriales de Ciudad Real - UCLM.

