

Exercices du chapitre 8

Question # 1

Réécrivez ce programme linéaire dans sa forme normale.

$$\begin{array}{llllll} \text{minimiser} & -4x_1 & + & 3x_2 & - & 7x_3 \\ \text{sujet à} & 2x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 = 42 \\ & 4x_1 & - & x_2 & - & 8x_3 \geq 12 \\ & x_1 & + & 2x_2 & + & 9x_3 \geq 36 \\ & x_1 & & & & \geq 2 \\ & & & x_2 & & \geq 0 \end{array}$$

Question # 2

Utilisez la méthode du simplexe pour résoudre le problème suivant.

$$\begin{array}{llllll} \text{maximiser} & -2x & + & 3y & + & 4z \\ \text{sujet à} & 2x & - & y & + & 4z \leq 44 \\ & x & + & y & + & z \leq 26 \\ & x & - & y & & \leq 10 \\ & & & x, y, z & & \geq 0 \end{array}$$

Question # 3

Trouvez un coupe de Gomory pour ce programme en nombres entiers. Vous devrez d'abord trouvez une solution optimale réelle en utilisant la méthode du simplexe.

$$\begin{array}{llll} \text{maximiser} & x & + & 2y \\ \text{sujet à} & 3x & + & 5y \leq 17 \\ & x, y & & \in \mathbb{N} \end{array}$$

Question # 4

Considérez n produits alimentaires tous contenant m nutriments. Le produit i contient exactement a_{ji} grammes du nutriment j . Il est recommandé de consommer au moins r_j grammes du nutriment j par semaine. Le produit i coûte c_i dollars.

A) Écrivez un programme linéaire qui détermine la quantité de chaque produit qu'il faut manger pour avoir la ration recommandée de chaque nutriment tout en minimisant la facture d'épicerie.

B) Vous vendez des suppléments alimentaires sous forme de pilules. Vous vendez une pilule pour chaque nutriment. Vous désirez fixer un prix par gramme pour chaque nutriment de sorte à être compétitif avec les produits alimentaires. Ainsi, le coût des pilules pour l'ensemble des nutriments contenus dans un produit ne devrait pas dépasser le coût du produit. Vous désirez maximiser le prix que déboursa un client achetant la ration hebdomadaire recommandée pour chaque nutriment.

Modélisez ce problème sous forme de programme linéaire.

C) Monsieur Poudrier a résolu le programme linéaire en A) et a calculé que son épicerie lui coûtera 50\$. Combien se vendront les pilules équivalentes à la ration recommandée ? Justifiez pleinement votre réponse.

Question # 5

Un physicien prend n lectures sur un instrument et désire représenter ces lectures sous forme de graphique. Il obtient donc n points (x_i, y_i) pour $i = 1..n$. Il désire ensuite trouver les paramètres m et b tels que la fonction $y = mx + b$ minimise le plus grand écart vertical entre la droite et les points de ses lectures.

Modéliser ce problème sous la forme d'un programme linéaire.

Question # 6

Dans un problème, vous avez trois variables binaires $x, y, z \in \{0, 1\}$ et vous voulez imposer la contrainte $z = xy$. Cette contrainte n'est pas linéaire, mais comment peut-elle être modélisée dans un programme à nombres entiers ?

Question # 7

Un problème d'ordonnancement est constitué de n tâches étiquetées de 1 à n . La tâche i a un temps de sortie r_i , une échéance d_i et un temps de traitement p_i . Lorsqu'une tâche s'exécute, elle commence au temps S_i et s'exécute sans interruption pendant p_i unités de temps. La tâche ne doit pas commencer avant sa sortie ($r_i \leq S_i$) et ne doit pas se terminer après son échéance $S_i + p_i \leq d_i$. Les constantes r_i , d_i et p_i sont des entiers et le temps S_i , qui est inconnu, doit aussi être un entier. Finalement, deux tâches ne peuvent pas s'exécuter en même temps. Nous voulons trouver un ordonnancement qui minimise le makespan, c'est-à-dire le moment où la dernière tâche est accomplie. Modélisez ce problème sous la forme d'un programme en nombres entiers.