Solutions : Chapitre 12

Question # 1
Utilisez la technique du retour arrière pour trouver un cycle hamiltonien dans le graphe de la figure 1.

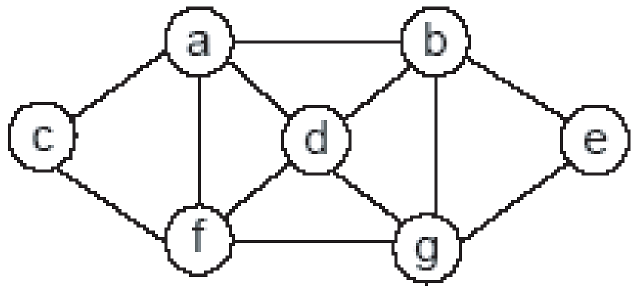

FIGURE 1 – Trouver un cycle hamiltonien sur ce graphe

Solution :
La technique du retour arrière nous donne la solution de la figure 2.

Question # 2
Utilisez la technique du retour arrière pour générer toutes les permutations de $\{1, 2, 3, 4\}$.

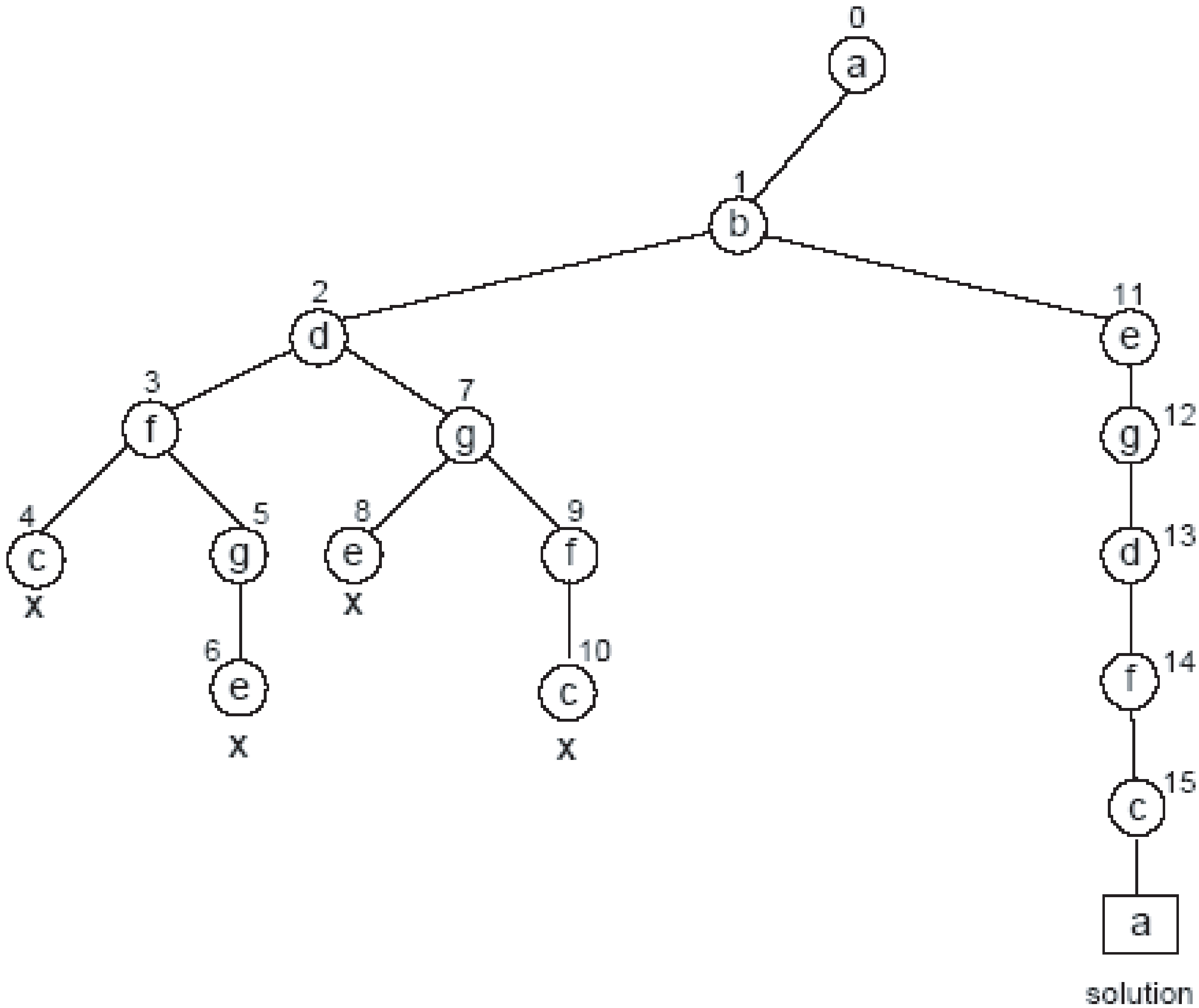

FIGURE 2 – La technique du retour arrière pour trouver un cycle hamiltonien sur le graphe de la figure 1

Solution :
La technique du retour arrière nous donne l'arbre de la figure 3.

Question # 3
Quelle structure de données utiliseriez-vous pour garder la trace des noeuds actif dans un algorithme de "branch-and-bound" pour la version "best-first" ?
Solution :
Un monceau et un monceau inversé pour les problèmes de maximisation et de minimisation respectivement.

Question # 4
Résolvez l'instance suivante du problème du sac à dos avec l'algorithme de "branch-and-bound" pour $W = 16$:

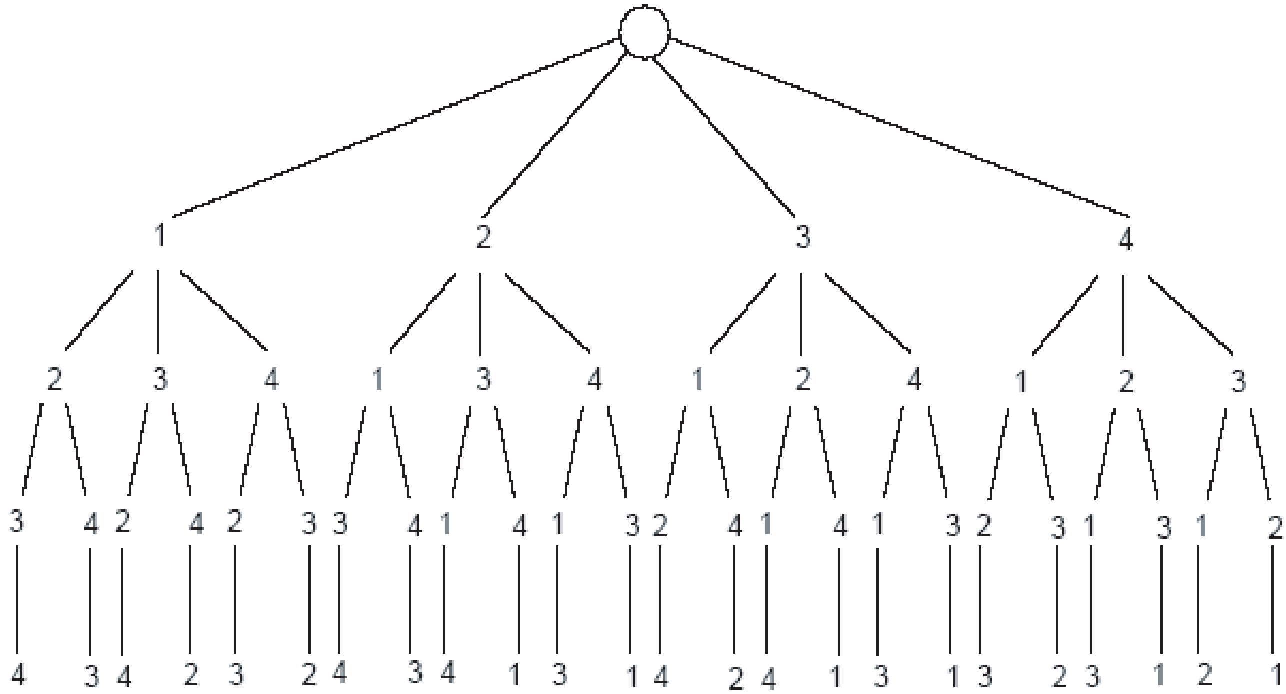

FIGURE 3 – Technique du retour arrière sur les permutations de 1, 2, 3 et 4.

objet	poids	valeur
1	10	100
2	7	63
3	8	56
4	4	12

Solution :

La solution optimale est : $\{$*objet 2, object 3*$\}$ *pour une valeur de 119. Voir la figure 4.*

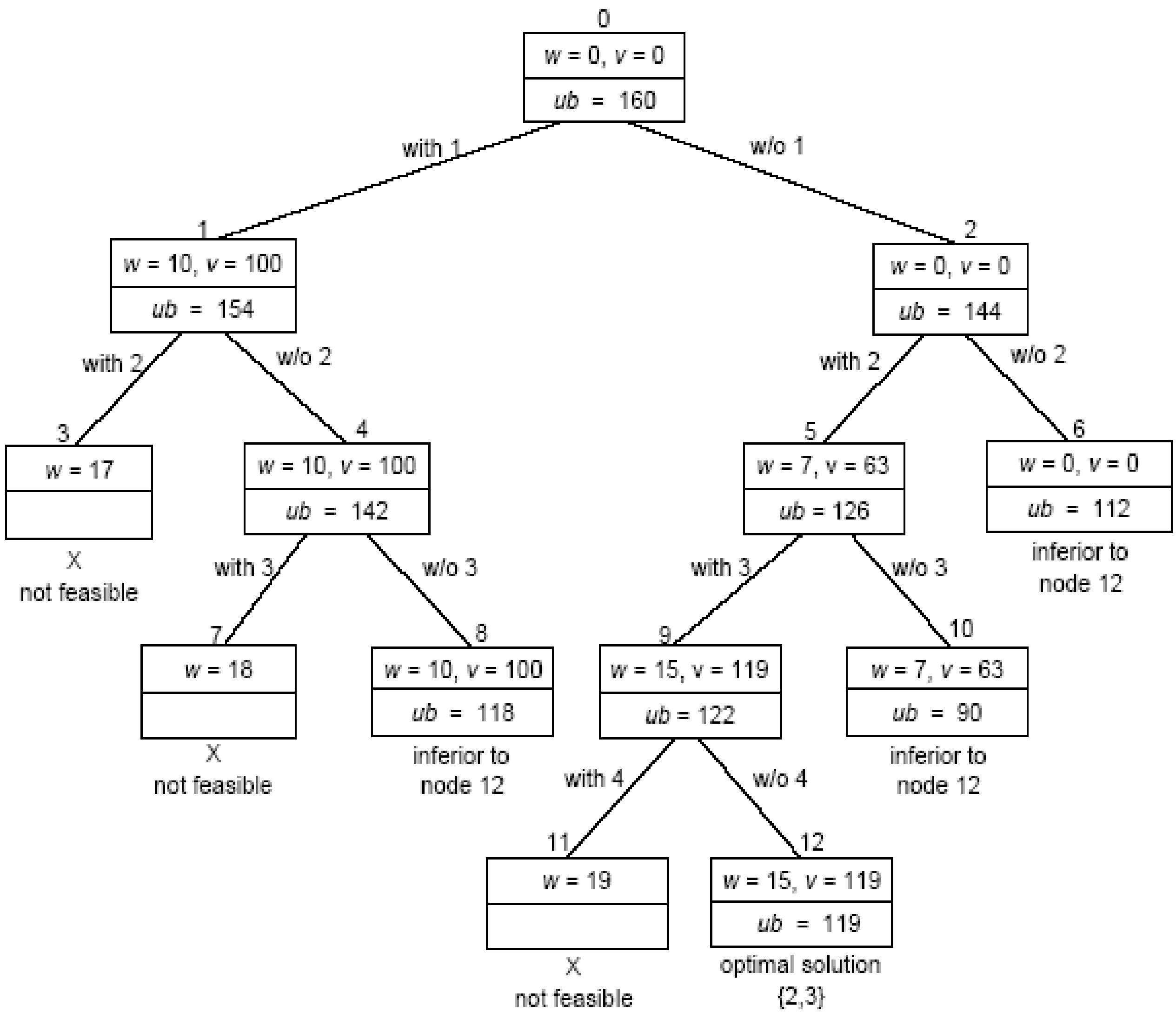

FIGURE 4 – Branch-and-bound sur le problème du sac à dos

Question # 5

A) *Pour le problème du sac à dos, élaborez une façon de calculer les bornes qui est meilleure que celle utilisée au Chapitre 11.*

Solution :

On suppose que les objets sont triés en ordre décroissant de leur rapport : $v_1/w_1 \geq v_2/w_2 \ldots \geq v_n/w_n$ *et on considère les objets dans cet ordre lors de la sélection. Soit un sous-ensemble* $S = \{i_1, \ldots, i_k\}$ *représenté par un noeud dans l'arbre de "branch-and-bound"; le poids et la valeur de* S *sont* $w(S) = w_1 + \ldots + w_k$ *et* $v(S) = v_1 + \ldots v_k$ *respectivement. On peut calculer la borne supérieure* $Ub(S)$ *de n'importe quel sous-ensemble obtenu en ajoutant un objet aux objets de* S *de la façon suivante. On ajoute à* $v(S)$ *la valeur des objets suivants* i_k *tant que le poids total ne dépasse pas la capacité du sac. Lorsqu'on rencontre un objet qui viole cette condition, on détermine la fraction* f *requise de cet objet pour remplir le sac et on ajoute la valeur de cette fraction de l'objet à notre borne supérieur. Ex. :* $Ub(S) = v(S) + v_{k+1} + v_{k+2} + \frac{1}{2}v_{k+3}$.

B) Utilisez votre nouveau calcul de borne pour résoudre l'instance de la question 4.
Solution :
La solution optimale est : $\{$*objet 2, object 3*$\}$ *pour une valeur de 119. Voir la figure 5.*

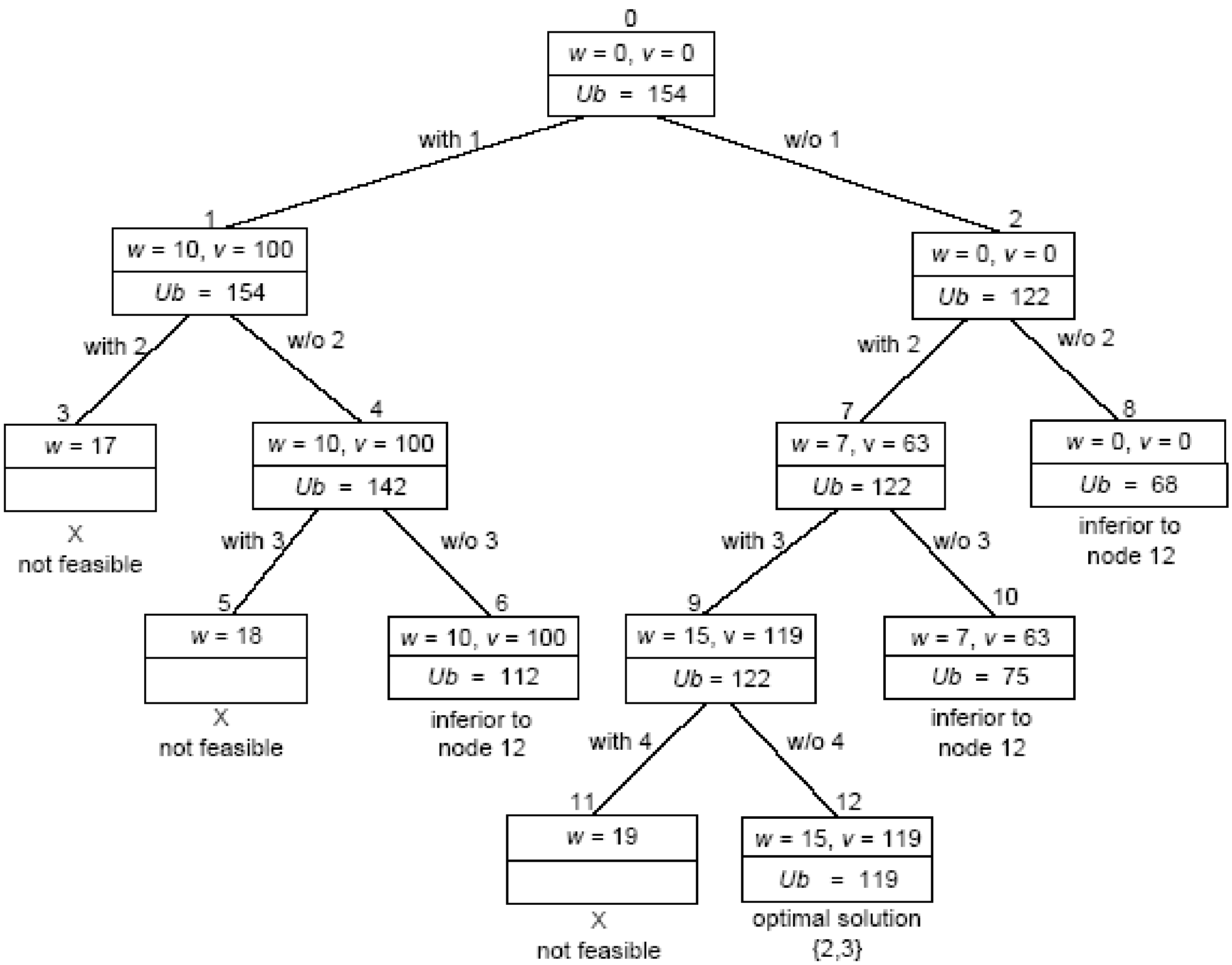

FIGURE 5 – Branch-and-bound avec une borne améliorée sur le problème du sac à dos