

## Exercices du chapitre 2

### Question # 1

Considérez le problème avec les trois variables  $X_1$ ,  $X_2$  et  $X_3$  et les domaines  $\text{dom}(X_1) = \{1, 2\}$ ,  $\text{dom}(X_2) = \{1, 2\}$ ,  $\text{dom}(X_3) = \{1, 2, 3\}$ . L'algorithme de fouille en profondeur (voir l'algorithme 1 FOUILLEENPROFONDEURCOMPLÈTE dans les diapositives du Chapitre 2) demande de choisir une variable et choisir une valeur pour effectuer un branchement dans l'arbre de recherche. Plutôt que de choisir une variable et une valeur de façon arbitraire, utilisez l'algorithme 1 HEURISTIQUEMYSTÈRE ci-dessous pour effectuer ce choix. Vous devez explorer au complet l'arbre de recherche. Dessinez l'arbre de recherche qui énumère toutes les affectations possibles. Votre arbre doit être tracé de sorte que l'enfant de gauche est visité avant l'enfant de droite. Chaque noeud doit correspondre à un appel à la fonction FOUILLEENPROFONDEUR. Indiquez pour chaque noeud la solution partielle, c'est-à-dire l'ensemble des variable ne possédant qu'une seule valeur dans leur domaine.

---

**Algorithm 1:** HEURISTIQUEMYSTÈRE( $\text{dom}(X_1)$ ,  $\text{dom}(X_2)$ ,  $\text{dom}(X_3)$ )

---

```
// Cet algorithme prend en entrée les domaines des variables et retourne une paire (variable, valeur)
// qui sera instanciée;
 $T \leftarrow [(X_1, 2), (X_2, 1), (X_3, 1), (X_2, 2), (X_3, 3), (X_1, 1), (X_3, 2)];$ 
pour  $i = 1..|T|$  faire
     $(X_k, v) \leftarrow T[i];$ 
    si  $|\text{dom}(X_k)| > 1 \wedge v \in \text{dom}(X_k)$  alors
        retourner  $(X_k, v);$ 
```

---

### Question # 2

Appliquez la vérification anticipée sur le problème suivant. Indiquez dans quel ordre les valeurs sont retirées des domaines.

$$BC - 8B - C + 8 = 0$$

$$B + D \leq 1$$

$$A + B \leq 1$$

$$A + C + D \geq 10$$

$$\text{dom}(A) = \{1\}$$

$$\text{dom}(B) = \{0, 1\}$$

$$\text{dom}(C) = \{0, 2, 8, 9\}$$

$$\text{dom}(D) = \{0, 1, 2\}$$

### Question # 3

Appliquez la cohérence de bornes sur le domaine des variables suivants.

A)

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 4$$

$$\text{dom}(X_1) = [1, 3]$$

$$\text{dom}(X_2) = [2, 3]$$

$$\text{dom}(X_3) = [1, 5]$$

B)

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 5$$

$$\text{dom}(X_1) = [1, 3]$$

$$\text{dom}(X_2) = [2, 3]$$

$$\text{dom}(X_3) = [1, 5]$$

#### Question # 4

Appliquez la cohérence de bornes et la cohérence de domaine sur la contrainte suivante.

$$(A, B, C) \in \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (3, 2, 1), (2, 1, 3)\}$$

$$\text{dom}(A) = \{1, 3\}$$

$$\text{dom}(B) = \{1, 3\}$$

$$\text{dom}(C) = \{1, 2, 3\}$$

#### Question # 5

Appliquez la cohérence de bornes, la cohérence d'intervalle et la cohérence de domaine sur la contrainte suivante.

$$\text{AllDifferent}(A, B, C, D, E)$$

$$\text{dom}(A) = \{3, 5\}$$

$$\text{dom}(B) = \{3, 5\}$$

$$\text{dom}(C) = \{3, 5\}$$

$$\text{dom}(D) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{dom}(E) = \{2, 3, 4\}$$

#### Question # 6

Appliquez la propagation de contraintes au problème suivant. Supposez que la variable  $E$  vient d'être instanciée. Donnez votre réponse sous la forme d'un tableau avec une colonne indiquant la contrainte qui est filtrée, une colonne par domaine et une colonne indiquant quelles contraintes restent à filtrer.

$$A < B$$

$$B < C$$

$$C = DE$$

$$D \leq A$$

$$\text{dom}(A) = [0, 7]$$

$$\text{dom}(B) = [1, 8]$$

$$\text{dom}(C) = [2, 9]$$

$$\text{dom}(D) = [0, 7]$$

$$\text{dom}(E) = [2, 2]$$

#### Question # 7

Donnez l'état des domaines des variables après avoir appliqué la cohérence de singleton sur le problème suivant.

$$A \neq B$$

$$A \neq C$$

$$A \neq D$$

$$B \neq C$$

$$B \neq D$$

$$C \neq D$$

$$\text{dom}(A) = \{1, 3\}$$

$$\text{dom}(B) = \{2, 3\}$$

$$\text{dom}(C) = \{2, 3\}$$

$$\text{dom}(D) = \{1, 2, 3, 4\}$$

#### Question # 8

Dessinez le graphe pour appliquer la cohérence de chemin sur le problème suivant<sup>1</sup>. Trouvez deux arêtes qui seront retirées lors de l'application de la cohérence de chemin.

1. Prenez une feuille assez grande car il y aura plusieurs arêtes.

$$|A - B| \geq 2$$

$$B \neq C$$

$$A \neq C$$

$$\text{dom}(A) = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{dom}(B) = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{dom}(C) = \{1, 2, 3, 4\}$$

### Question # 9

Soit le problème suivant<sup>2</sup> :

$$\text{ALL-DIFFERENT}([x_1, x_2, x_3, x_4])$$

$$x_2 \leq x_5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 9$$

$$\text{dom}(x_1) = \text{dom}(x_2) = \text{dom}(x_3) = \text{dom}(x_4) = \text{dom}(x_5) = \{1, 2, 3, 4\}$$

1. Donnez le graphe d'implications menant à un échec après avoir fait les branchements  $x_1 = 1$  et  $x_5 = 2$ .
  - (a) Dans votre graphe d'implication, indiquez sur les arêtes quelle contrainte a mené à cette implication.
  - (b) Vous n'avez pas à indiquer sur les arêtes les contraintes implicites.
  - (c) Identifiez les deux noeuds des branchements.
2. Tracez la coupe 1UIP (first unique implication point).
3. Donnez la clause associée à votre coupe.

---

2. Ce problème est tiré de la présentation *Lazy Clause Generation : A powerful hybrid solving approach combining SAT and finite domain propagation* donnée par Peter Stuckey à l'école d'été de l'ACP en 2011.