

Exercices du chapitre 1

Question # 1

Un carré magique est une matrice de dimension $n \times n$ contenant exactement une instance de chaque nombre entre 1 et n^2 . De plus, la somme des nombres est la même sur chaque ligne et chaque colonne. Vous devez modéliser ce problème avec les contraintes \neq et $X_1 + X_2 + \dots + X_n = k$. Dites, en utilisant la notation Θ , combien il y a de variables, de valeurs dans les domaines et de contraintes dans votre modèle.

Question # 2

Vous devez modéliser le problème de placer n reines sur un échiquier de dimension $n \times n$ de sorte qu'aucune reine n'en attaque une autre. Deux reines ne doivent donc pas se trouver sur une même colonne, une même rangée ou une même diagonale. Vous devez modéliser ce problème en une instance SAT en n'utilisant que des contraintes de la forme $a \vee \neg b \vee \neg c \vee \dots$ où chaque littéral est une variable booléenne ou sa négation. Dites, en utilisant la notation Θ , combien il y a de variables, de valeurs dans les domaines et de contraintes dans votre modèle.

Question # 3

Pour chaque expression logique, écrivez un modèle SAT qui a une solution si et seulement si l'expression logique est satisfaite. Par exemple, le modèle SAT pour l'expression $A \rightarrow B$ est tout simplement la clause $\neg A \vee B$. Vos solutions peuvent avoir plus d'une clause et plus de variables que l'expression présentée.

A) $A \iff B \vee C$

B) $A \iff B \wedge C$

C) $A \vee B \iff C \wedge D$

Question # 4

Dans certains problèmes combinatoires, une séquence de variables doit respecter un patron, comme par exemple, une expression régulière. Nous avons donc une séquence de variables X_1, \dots, X_n dont le domaine est $\text{dom}(X_i) = \{\text{vrai}, \text{faux}\}$. Nous désirons que cette séquence adopte le patron $\text{faux}^* \text{vrai}^* \text{faux}^*$, c'est-à-dire une séquence (possiblement vide) de variables fausses, suivie d'une séquence (possiblement vide) de variables vraies, suivie d'une séquence (possiblement vide) de variables fausses. Vous devez modéliser ce patron en n'utilisant que des clauses SAT, c'est-à-dire des disjonctions de littéraux (un littéral est une variable ou sa négation). Il existe plusieurs façons de modéliser ce problème. Généralement, l'ajout de nouvelles variables au modèle permet de diminuer le nombre de contraintes. Essayez de trouver une solution avec $\Theta(n)$ contraintes et $\Theta(n)$ variables.