Augmentation du filtrage de la contrainte Sac À Dos Multidimensionnel à l'aide de la relaxation lagrangienne

Frédéric Berthiaume

Université Laval, Québec, Canada

frederic.berthiaume.1@ulaval.ca

4 avril 2025

Qui ? Quoi ? Comment ?

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui :

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui : Frédéric Berthiaume, un étudiant à Claude-Guy Quimper

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui : Frédéric Berthiaume, un étudiant à Claude-Guy Quimper
- Quoi :

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui : Frédéric Berthiaume, un étudiant à Claude-Guy Quimper
- Quoi : Programmation par contraintes

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui : Frédéric Berthiaume, un étudiant à Claude-Guy Quimper
- Quoi : Programmation par contraintes (problèmes combinatoires)

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui : Frédéric Berthiaume, un étudiant à Claude-Guy Quimper
- Quoi : Programmation par contraintes (problèmes combinatoires)
- Comment :

Qui ? Quoi ? Comment ?

- Qui : Frédéric Berthiaume, un étudiant à Claude-Guy Quimper
- Quoi : Programmation par contraintes (problèmes combinatoires)
- Comment : Prochaine diapositive

Exemple i

Exemple i

$$\min_{\vec{x}\in\{0,1\}^9} \; x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_9 - x_6 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 - x_7 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_9 - x_4 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 - x_3 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 - x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_8 - x_2 + x_9 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 - x_1 \geq 1$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_5 - x_2 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1$$

Exemple i

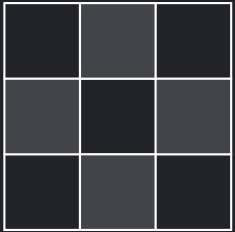
$$\min_{\vec{x}\in\{0,1\}^9} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9 = 1$$

$$\begin{gathered}
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_9-x_6 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8-x_7 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_9-x_4 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8-x_3 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3-x_1+x_4+x_5+x_6+x_8+x_9 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_7+x_8-x_2+x_9 \geq 1\\
x_1+x_2+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9-x_1 \geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_5-x_2+x_6+x_7+x_8+x_9 \geq 1
\end{gathered}$$

Exemple i

$$\min_{\vec{x}\in\{0,1\}^9} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9 = 1$$

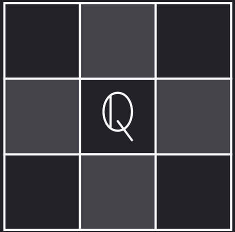
$$\begin{aligned}
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_9-x_6 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8-x_7 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_9-x_4 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8-x_3 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3-x_1+x_4+x_5+x_6+x_8+x_9 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_7+x_8-x_2+x_9 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9-x_1 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_5-x_2+x_6+x_7+x_8+x_9 &\geq 1
\end{aligned}$$



Exemple i

$$\min_{\vec{x}\in\{0,1\}^9} \; x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9 = 1$$

$$\begin{aligned}
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_9-x_6 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8-x_7 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_9-x_4 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8-x_3 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3-x_1+x_4+x_5+x_6+x_8+x_9 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_7+x_8-x_2+x_9 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9-x_1 &\geq 1\\
x_1+x_2+x_3+x_5-x_2+x_6+x_7+x_8+x_9 &\geq 1
\end{aligned}$$



Programmation par contraintes

```
Modèle
```

Programmation par contraintes

```
Modèle
    X[i].dom ← {0,1}
```

Programmation par contraintes

```
Modèle
    X[i].dom ← {0,1}
    Contrainte(X[0],...,X[n-1])
```

Programmation par contraintes

```
Modèle
    X[i].dom ← {0,1}
    Contrainte(X[0],...,X[n-1])
    Heuristique(X[0],...,X[n-1])
```

Programmation par contraintes

```
Modèle
    X[i].dom ← {0,1}
    Contrainte(X[0],...,X[n-1])
    Heuristique(X[0],...,X[n-1])
    Maximise f(X[0],...,X[n-1])
```

Programmation par contraintes

```
Modèle
    X[i].dom $\leftarrow$ {0,1}
    Contrainte(X[0],...,X[n-1])
    Heuristique(X[0],...,X[n-1])
    Maximise f(X[0],...,X[n-1])
Modèle.solve()
```

`Contrainte(X[0],...,X[n-1]).propagate()`

`Contrainte(X[0],...,X[n-1]).propagate()`

- Le sujet de la présentation.

`Contrainte(X[0],...,X[n-1]).propagate()`

- Le sujet de la présentation.
- Algorithme de filtrage.

`Contrainte(X[0],...,X[n-1]).propagate()`

- Le sujet de la présentation.
- Algorithme de filtrage.
- Retire les valeurs incohérentes.

`Contrainte(X[0],...,X[n-1]).propagate()`

- Le sujet de la présentation.
- Algorithme de filtrage.
- Retire les valeurs incohérentes.
- On aimerait qu'il filtre et soit rapide.

Les contraintes imposant des relations linéaires

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).
- Les paramètres

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).
- Les paramètres
  - $\mathrm{A} \in \mathbb{N}^{m\times n}$;

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).
- Les paramètres
  - $\mathrm{A} \in \mathbb{N}^{m \times n}$;
  - $\vec{b} \in \mathbb{N}^{m}$;

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).
- Les paramètres
  - $\mathrm{A} \in \mathbb{N}^{m \times n}$;
  - $\vec{b} \in \mathbb{N}^{m}$;
  - $\vec{c} \in \mathbb{N}^{n}$;

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).
- Les paramètres
  - $\mathrm{A} \in \mathbb{N}^{m \times n}$;
  - $\vec{b} \in \mathbb{N}^{m}$;
  - $\vec{c} \in \mathbb{N}^{n}$;
- Les relations imposées

Les contraintes imposant des relations linéaires

- Les variables $\vec{X}$ (binaires) et M (entière).
- Les paramètres
  - $\mathrm{A} \in \mathbb{N}^{m \times n}$;
  - $\vec{b} \in \mathbb{N}^{m}$;
  - $\vec{c} \in \mathbb{N}^{n}$;
- Les relations imposées
  - $\mathrm{A}\vec{X} \leq \vec{b}$ et $\vec{c}^{\top}\vec{X} \in \mathrm{dom}(M)$.

La contrainte SacÀDosRessources

La contrainte SACÀDOSRESSOURCES

- X_i est un objet ;

La contrainte SacÀDosRessources

- X_i est un objet ;
- a_{ji} est la quantité de la ressource j consommée par l'objet i ;

La contrainte SACÀDOSRESSOURCES

- X_i est un objet ;
- a_{ji} est la quantité de la ressource j consommée par l'objet i ;
- b_j est la quantité en inventaire de la ressource j ;

La contrainte SacÀDosRessources

- X_i est un objet ; $\mathrm{A}\vec{X} \leq \vec{b}$
- a_{ji} est la quantité de la ressource j consommée par l'objet i ;
- b_j est la quantité en inventaire de la ressource j ;

La contrainte SacÀDosRessources

- X_i est un objet ; $\mathrm{A}\vec{X} \leq \vec{b}$
- a_{ji} est la quantité de la ressource j consommée par l'objet i ;
- b_j est la quantité en inventaire de la ressource j ;
- c_i est la valeur \$ de l'objet i ;

La contrainte SACÀDOSRESSOURCES

- X_i est un objet ; $\mathrm{A}\vec{X} \leq \vec{b}$
- a_{ji} est la quantité de la ressource j consommée par l'objet i ;
- b_j est la quantité en inventaire de la ressource j ;
- c_i est la valeur \$ de l'objet i ;
- M est la variable du profit attendu.

La contrainte SACÀDOSRESSOURCES

- X_i est un objet ; $\mathrm{A}\vec{X} \leq \vec{b}$
- a_{ji} est la quantité de la ressource j consommée par l'objet i ;
- b_j est la quantité en inventaire de la ressource j ;
- c_i est la valeur \$ de l'objet i ; $\vec{c}^\top \vec{X}$ [\$] $\in \mathrm{dom}(M)$
- M est la variable du profit attendu.

Algorithme de filtrage

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\}$$

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\} \qquad \longrightarrow$$

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\} \qquad \longrightarrow \qquad x_i \in [0, 1]$$

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\} \qquad \longrightarrow \qquad x_i \in [0, 1]$$

2. On estime la borne supérieure de M par

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\} \qquad \longrightarrow \qquad x_i \in [0, 1]$$

2. On estime la borne supérieure de M par

$$f = \max\left\{\vec{c}^{\top}\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} \quad [\,\$\,]$$

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\} \quad \longrightarrow \quad x_i \in [0, 1]$$

2. On estime la borne supérieure de M par

$$f = \max\left\{\vec{c}^\top \vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} \quad [\,\$\,]$$

3. On filtre à l'aide de

Algorithme de filtrage

1. Relaxation linéaire des variables ;

$$\mathrm{dom}(X_i) = \{0, 1\} \qquad \longrightarrow \qquad x_i \in [0, 1]$$

2. On estime la borne supérieure de M par

$$f = \max\left\{\vec{c}^{\top}\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} \quad [\,\$\,]$$

3. On filtre à l'aide de

$$\min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \leq f$$

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \text{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1 \dots n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\boxed{\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1 \ldots n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \text{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \text{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1...n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \text{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1 \ldots n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1...n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax} \boxed{\left\{ \vec{c}^\top \vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1} \right\}}$
    Si $\vec{c}^\top \vec{x}^\star < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1 \ldots n$ faire
            $\boxed{\texttt{Calcule } f[x_i = 1 - x_i^\star]}$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1 \ldots n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Outline classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
    $\vec{x}^\star \leftarrow \text{argmax}\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \text{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    Si $\vec{c}^\top\vec{x}^\star < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
        return Pas de solution.
    Sinon
        pour $i = 1 \dots n$ faire
            Calcule $f[x_i = 1 - x_i^\star]$
            Si $f[x_i = 1 - x_i^\star] < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
                Filtre $1 - x_i^\star$ de X[i].dom
```

Instance

- Nous avons 4 objets.

Instance

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.

Instance

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.
- Nous avons 5 unités de chaque ressources.

Instance

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.
- Nous avons 5 unités de chaque ressources.

i	r_1	r_2	c
1	1	4	10 $
2	1	3	16 $
3	3	2	20 $
4	3	1	8 $

Instance

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.
- Nous avons 5 unités de chaque ressources.

i	r_1	r_2	c
1	1	4	10 \$
2	1	3	16 \$
3	3	2	20 \$
4	3	1	8 \$

- Nous souhaitons faire un profit entre 35\$ et 50\$.

Trace de l'algorithme

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$$\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

`Le solveur cherche une solution`

$$\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

`Le solveur cherche une solution .`

$$\text{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \text{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

`Le solveur cherche une solution ..`

$$\text{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned} &1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ &4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ &0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ &0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{aligned}$$

`Le solveur cherche une solution ...`

$$\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^{\star} = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

`Le solveur cherche une solution`

$$\text{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$
$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$
$$0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1$$
$$0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1$$

`Le solveur cherche une solution .`

$$\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^{\star} = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

`Le solveur cherche une solution ..`

$$\text{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

`Le solveur cherche une solution ...`

$$\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \text{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

`Le solveur a trouvé une solution!`

$$\text{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

$$\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 50\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

$f = 37\$$ $\qquad$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{c} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution .`

$f = 37\$$ $\qquad \mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution ..`

$f = 37\$$ $\qquad$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution ...`

$f = 37\$$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution`

$f = 37\$$ $\quad$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^{\star} = \text{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^{\star} = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution .`

$f = 37\$$ $\text{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution ..`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur cherche une solution ...`

$f = 37\$$ $\qquad$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

`Le solveur a trouvé une solution!`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

$$\vec{x}^\star = [1.000,\ 0.000,\ 0.500,\ 0.000]$$

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \text{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

$$\vec{x}^\star = [1.000,\ 0.000,\ 0.500,\ 0.000]$$

$$f = 37\$ \quad f[x_1 = 1.00] = 20.0\$ \quad \text{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$x_1 = 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1$$

$$\vec{x}^\star = [1.000,\ 0.000,\ 0.500,\ 0.000]$$

$$f = 37\$ \quad f[x_1 = 1.00] = 20.0\$ \quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$
$$\begin{aligned} &1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ &4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ &0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ &0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{aligned}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1$$

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$
$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0$$
$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1$

`Le solveur cherche une solution`

$f = 37\$$ $\qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$
$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$
$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0$$
$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1$$

`Le solveur cherche une solution .`

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1$

`Le solveur cherche une solution ..`

$f = 37\$$ $\qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$

`Le solveur cherche une solution ...`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$

`Le solveur cherche une solution`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$
$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1$

`Le solveur cherche une solution .`

$f = 37\$$ $\qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1$$

`Le solveur cherche une solution ..`

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned} &1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ &4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ &0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ &0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{aligned}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1$

`Le solveur cherche une solution ...`

$f = 37\$$ $\qquad \mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 &\leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 &\leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad & x_2 = 0 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad & 0 \leq x_4 \leq 1 \end{aligned}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$

`Le solveur a trouvé une solution!`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\begin{aligned} \vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad & 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4 \\ & 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ & 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{aligned}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.636,\ 0.000,\ 1.000,\ 0.455]$$

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\begin{aligned}\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad & 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4 \\ & 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ & 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1\end{aligned}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.636,\ 0.000,\ 1.000,\ 0.455]$$

$$f = 37\$ \quad f[x_2 = 0.00] = 30.0\$ \quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\begin{aligned} \vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad & 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4 \\ & 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad x_2 = 0 \\ & 0 \leq x_3 \leq 1 \quad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{aligned}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$\vec{x}^\star = [0.636,\ 0.000,\ 1.000,\ 0.455]$$

$$f = 37\$ \quad f[x_2 = 0.00] = 30.0\$ \quad \mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{c} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

`Le solveur cherche une solution`

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{ll} \multicolumn{2}{l}{1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5} \\ \multicolumn{2}{l}{4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5} \\ 0 \leq x_1 \leq 1 & 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 & 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

`Le solveur cherche une solution .`

$f = 37\$$ $\qquad$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^{\star} = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^{\star} = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

`Le solveur cherche une solution ..`

$f = 37\$$ $\quad$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{ll} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 & 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 & 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\quad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ...`

$f = 37\$$ $\quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^{\star} = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$\vec{x}^{\star} = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution`

$f = 37\$$ $\qquad \mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution .`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ..`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$
$$\begin{array}{c} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{array}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ...`

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \le 5} \\ \multicolumn{2}{c}{4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \le 5} \\ 0 \le x_1 \le 1 & 0 \le x_2 \le 1 \\ x_3 = 0 & 0 \le x_4 \le 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \ne 1 \quad X_2 \ne 0$$

`Le solveur a trouvé une solution!`

$$f = 37\$ \qquad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

$\vec{x}^\star = [0.250,\ 1.000,\ 0.000,\ 1.000]$

$f = 37\$$ $\qquad \mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$\vec{x}^\star = [0.250,\ 1.000,\ 0.000,\ 1.000]$$

$$f = 37\$ \quad f[x_3 = 0.00] = 26.5\$ \quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_3 = 0 \qquad 0 \leq x_4 \leq 1 \end{gathered}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$\vec{x}^\star = [0.250,\ 1.000,\ 0.000,\ 1.000] \qquad X_3 \neq 0$$

$$f = 37\$ \quad f[x_3 = 0.00] = 26.5\$ \quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned}
&1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5\\
&4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5\\
&0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1\\
&0 \leq x_3 \leq 1 \qquad\quad x_4 = 1
\end{aligned}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$$

$$X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$X_3 \neq 0$$

$$f = 37\$$$

$$\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned}
&1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5\\
&4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5\\
&0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1\\
&0 \leq x_3 \leq 1 \qquad\quad x_4 = 1
\end{aligned}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\quad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution` $\quad X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad x_4 = 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution .` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad x_4 = 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\quad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ..` $\quad X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{gathered} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad x_4 = 1 \end{gathered}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ...` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad x_4 = 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$
$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$
$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$
$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad x_4 = 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution .` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5$$

$$0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \qquad x_4 = 1$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ..` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 &\leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 &\leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad & 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad & x_4 = 1 \end{aligned}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur cherche une solution ...` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{ll} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 & \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 & \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 & \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \qquad x_4 = 1 & \end{array}$$

$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $X_1 \neq 1$ $X_2 \neq 0$

`Le solveur a trouvé une solution!` $X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^{\star} = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{aligned} &1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ &4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ &0 \leq x_1 \leq 1 \qquad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ &0 \leq x_3 \leq 1 \qquad\quad x_4 = 1 \end{aligned}$$

$\vec{x}^{\star} = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375]$ $\qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$

$\vec{x}^{\star} = [0.100,\ 1.000,\ 0.300,\ 1.000]$ $\qquad X_3 \neq 0$

$f = 37\$$ $\qquad \mathrm{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$

Trace de l'algorithme

$$\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4$$

$$\begin{array}{l} 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 \leq x_3 \leq 1 \quad\quad x_4 = 1 \end{array}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$\vec{x}^\star = [0.100,\ 1.000,\ 0.300,\ 1.000] \qquad X_3 \neq 0$$

$$f = 37\$ \quad f[x_4 = 1.00] = 31.0\$ \quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Trace de l'algorithme

$$\begin{aligned}\vec{x}^\star = \operatorname{argmax} \quad & 10x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 8x_4 \\ & 1x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 5 \\ & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 5 \\ & 0 \leq x_1 \leq 1 \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \\ & 0 \leq x_3 \leq 1 \quad\quad x_4 = 1\end{aligned}$$

$$\vec{x}^\star = [0.000,\ 0.875,\ 1.000,\ 0.375] \qquad X_1 \neq 1 \quad X_2 \neq 0$$

$$\vec{x}^\star = [0.100,\ 1.000,\ 0.300,\ 1.000] \qquad X_3 \neq 0 \quad X_4 \neq 1$$

$$f = 37\$ \quad f[x_4 = 1.00] = 31.0\$ \quad \operatorname{dom}(M) = [35\$,\ 37\$]$$

Do or do not, there is not try ... or *relax* ?

- La version originale :

$$f = \max\left\{\vec{c}^\top \vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$$

Do or do not, there is not try ... or *relax* ?

- La version originale :

$$f = \max\left\{\vec{c}^\top\vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \leq \vec{b}, \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$$

- La version relaxée

$$f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\vec{c}^\top\vec{x} + \vec{\lambda}^\top\left(\vec{b} - \mathrm{A}\vec{x}\right) : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$$

Do or do not, there is not try ... or *relax* ?

- La version originale :

$$f = \max \left\{ \vec{c}^\top \vec{x} : \mathrm{A}\vec{x} \le \vec{b}, \vec{0} \le \vec{x} \le \vec{1} \right\}$$

- La version relaxée

$$f'(\vec{\lambda}) = \max \left\{ \vec{c}^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top \left(\vec{b} - \mathrm{A}\vec{x} \right) : \vec{0} \le \vec{x} \le \vec{1} \right\}$$

- $\vec{\lambda} \ge \vec{0}$ génèrent des bornes valides sur M.

Résoudre la relaxation

Résoudre la relaxation

- $f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\left(\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$

Résoudre la relaxation

- $f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\left(\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$
- Si $c_i - \vec{a_{ci}}^\top\vec{\lambda} > 0$ \$,

Résoudre la relaxation

- $f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\left(\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$
- Si $c_i - \vec{a_{ci}}^\top\vec{\lambda} > 0 \$, \text{ alors } x_i = 1$

Résoudre la relaxation

- $f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\left(\vec{c} - \mathrm{A}^{\top}\vec{\lambda}\right)^{\top}\vec{x} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} + \vec{\lambda}^{\top}\vec{b}$
- Si $c_i - \vec{a_{ci}}^{\top}\vec{\lambda} > 0$ \$, alors $x_i = 1$
- Si $c_i - \vec{a_{ci}}^{\top}\vec{\lambda} \leq 0$ \$,

Résoudre la relaxation

- $f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\left(\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$
- Si $c_i - \vec{a_{\mathrm{c}i}}^\top\vec{\lambda} > 0$ \$, alors $x_i = 1$
- Si $c_i - \vec{a_{\mathrm{c}i}}^\top\vec{\lambda} \leq 0$ \$, alors $x_i = 0$

Résoudre la relaxation

- $f'(\vec{\lambda}) = \max\left\{\left(\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\} + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$
- Si $c_i - \vec{a_{ci}}^\top\vec{\lambda} > 0$ \$, alors $x_i = 1$
- Si $c_i - \vec{a_{ci}}^\top\vec{\lambda} \leq 0$ \$, alors $x_i = 0$
- Résoudre $f'(\vec{\lambda})$ est trivial.

Relation d’ordre

$$\min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \;\leq\; f \;\leq\; f'(\vec{\lambda})$$

Le calcul des coûts-réduits

- $f'(\vec{\lambda}) - f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) =$

Le calcul des coûts-réduits

- $f'(\vec{\lambda}) - f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) = \left|(c_i - \vec{a_{\text{c}i}}^\top \vec{\lambda})\right|$

Le calcul des coûts-réduits

- $f'(\vec{\lambda}) - f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) = \left|(c_i - \vec{a_{ci}}^\top \vec{\lambda})\right|$
- $f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) = f'(\vec{\lambda}) - \left|(c_i - \vec{a_{ci}}^\top \vec{\lambda})\right|$

Le calcul des coûts-réduits

- $f'(\vec{\lambda}) - f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) = \left|(c_i - \vec{a_{ci}}^\top \vec{\lambda})\right|$
- $f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) = f'(\vec{\lambda}) - \left|(c_i - \vec{a_{ci}}^\top \vec{\lambda})\right|$
- Calculer les coûts-réduits est trivial.

Jusqu'à maintenant

Jusqu'à maintenant

- Résoudre $f^{'}(\vec{\lambda})$ est trivial. (Cool !)

Jusqu'à maintenant

- Résoudre $f^{'}(\vec{\lambda})$ est trivial. (Cool !)
- Calculer les coûts-réduits est trivial. (Cool !)

Jusqu'à maintenant

- Résoudre $f^{'}(\vec{\lambda})$ est trivial. (Cool !)
- Calculer les coûts-réduits est trivial. (Cool !)
- $\vec{\lambda} \geq \vec{0}$ peut donner une mauvaise estimation de f. (Triste ...)

Jusqu’à maintenant

- Résoudre $f^{'}(\vec{\lambda})$ est trivial. (Cool !)
- Calculer les coûts-réduits est trivial. (Cool !)
- $\vec{\lambda} \geq \vec{0}$ peut donner une mauvaise estimation de f. (Triste ...)
- $\vec{\lambda} \geq \vec{0}$ n’est pas garantie de générer du filtrage. (Très triste ...)

Solution

Solution

$$f'' = \min\left\{f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0}\right\}$$

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - \mathrm{A}^{\top}\vec{\lambda}$  $[\$]$
    $\vec{x}^{\star} \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^{\top}\vec{\lambda}\right)^{\top}\vec{x} + \vec{\lambda}^{\top}\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^{\top}\vec{\lambda}\right)^{\top}\vec{x}^{\star} + \vec{\lambda}^{\top}\vec{b}$  $[\$]$
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a}_{\mathrm{ci}}^{\top}\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^{\star}$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule  $\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}$  $[\$]$
    $\vec{x}^\star \leftarrow \mathrm{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$  $[\$]$
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a_{\mathrm{c}i}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}$   [$]
    $\boxed{\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$   [$]
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a}_{\mathrm{c}i}{}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule  $\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda} \quad [\$]$
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $\boxed{f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b} \quad [\$]}$
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si  $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a}_{\mathrm{ci}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - A^\top\vec{\lambda}$ [\$]
    $\vec{x}^\star \leftarrow \text{argmax}\left\{\left(\vec{v} - A^\top\vec{\lambda}\right)^\top\vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - A^\top\vec{\lambda}\right)^\top\vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$ [\$]
    pour $i = 1 ... n$ faire
        Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a_{ci}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
          Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k\vec{\nabla}f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}$ $[\$]$
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$ $[\$]$
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a_{\mathrm{c}i}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\boxed{\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')}$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}$ $[\$]$
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$ $[\$]$
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a_{\mathrm{ci}}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}$   [$]
    $\vec{x}^\star \leftarrow \operatorname{argmax}\left\{\left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - \mathrm{A}^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$  [$]
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a_{\mathrm{ci}}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

LR classique de filtrage par coûts-réduits (pas la notre)

```
propagate()
  répète
    Calcule $\vec{c} - A^\top\vec{\lambda}$   [$]
    $\vec{x}^\star \leftarrow \text{argmax}\left\{\left(\vec{v} - A^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x} + \vec{\lambda}^\top\vec{b} : \vec{0} \leq \vec{x} \leq \vec{1}\right\}$
    $f'(\vec{\lambda}) \leftarrow \left(\vec{v} - A^\top\vec{\lambda}\right)^\top \vec{x}^\star + \vec{\lambda}^\top\vec{b}$  [$]
    pour $i = 1 \ldots n$ faire
      Si $f'(\vec{\lambda}) - \left|c_i - \vec{a_{ci}}^\top\vec{\lambda}\right| < \min\left(\text{dom}(M)\right)$
        Marque $1 - x_i^\star$ à filtrer.
    $\vec{\lambda} \leftarrow \max(\vec{0}, \vec{\lambda} - \alpha_k \vec{\nabla} f')$
  jusqu'à condition
  Filtre les valeurs détectées.
```

Instance : rappel

- Nous avons 4 objets.

Instance : rappel

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.

Instance : rappel

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.
- Nous avons 5 unités de chaque ressources.

Instance : rappel

- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.
- Nous avons 5 unités de chaque ressources.

i	r_1	r_2	c
1	1	4	10 $
2	1	3	16 $
3	3	2	20 $
4	3	1	8 $

Instance : rappel

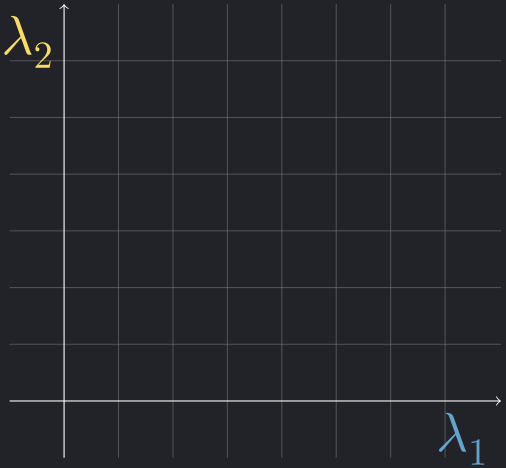
- Nous avons 4 objets.
- Il y a deux ressources.
- Nous avons 5 unités de chaque ressources.

i	r_1	r_2	c
1	1	4	10 $
2	1	3	16 $
3	3	2	20 $
4	3	1	8 $

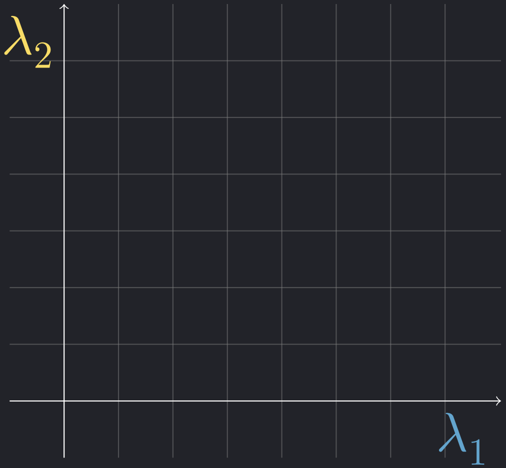
- Nous souhaitons faire un profit entre 35$ et 50$.

Les lignes de décisions

Les lignes de décisions

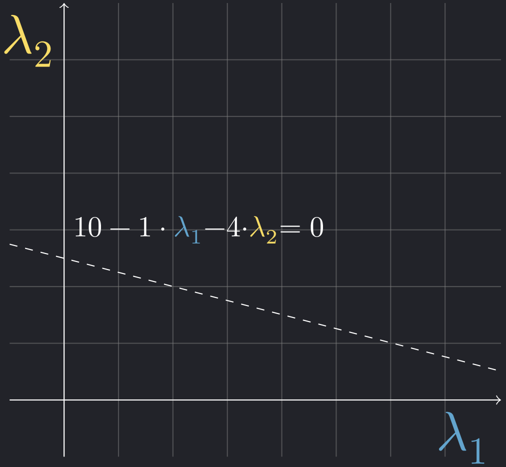


Les lignes de décisions



$$\begin{aligned}
\max \quad & (10 - 1 \cdot \lambda_1 \; -4 \cdot \lambda_2)x_1 \\
& +(16 - 1 \cdot \lambda_1 \; -3 \cdot \lambda_2)x_2 \\
& +(20 - 3 \cdot \lambda_1 \; -2 \cdot \lambda_2)x_3 \\
& +(\;8 - 3 \cdot \lambda_1 \; -1 \cdot \lambda_2)x_4 \\
& \qquad +5 \cdot \lambda_1 \; +5 \cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0,1\}^4
\end{aligned}$$

Les lignes de décisions



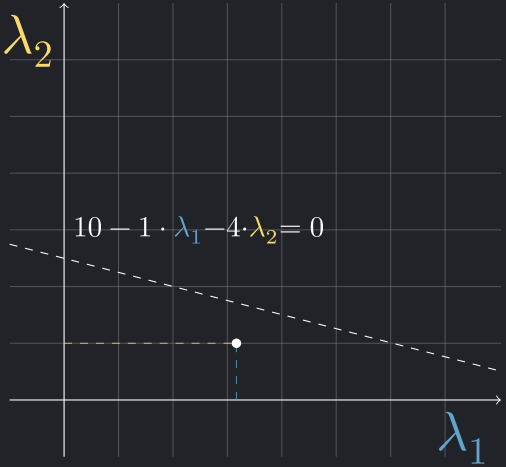
$$
\begin{aligned}
\max\ & \boxed{(10 - 1 \cdot \lambda_1 - 4 \cdot \lambda_2)} x_1 \\
& + (16 - 1 \cdot \lambda_1 - 3 \cdot \lambda_2) x_2 \\
& + (20 - 3 \cdot \lambda_1 - 2 \cdot \lambda_2) x_3 \\
& + (\ 8 - 3 \cdot \lambda_1 - 1 \cdot \lambda_2) x_4 \\
& + 5 \cdot \lambda_1 + 5 \cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.}\ & \vec{x} \in \{0, 1\}^4
\end{aligned}
$$

Les lignes de décisions

$$\begin{aligned}
\max\ & \boxed{(10 - 1 \cdot \lambda_1 - 4 \cdot \lambda_2)} x_1 \\
& + (16 - 1 \cdot \lambda_1 - 3 \cdot \lambda_2) x_2 \\
& + (20 - 3 \cdot \lambda_1 - 2 \cdot \lambda_2) x_3 \\
& + (\ 8 - 3 \cdot \lambda_1 - 1 \cdot \lambda_2) x_4 \\
& \qquad + 5 \cdot \lambda_1 + 5 \cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.}\ & \quad \vec{x} \in \{0, 1\}^4
\end{aligned}$$

Valeur rapportée = 0 $

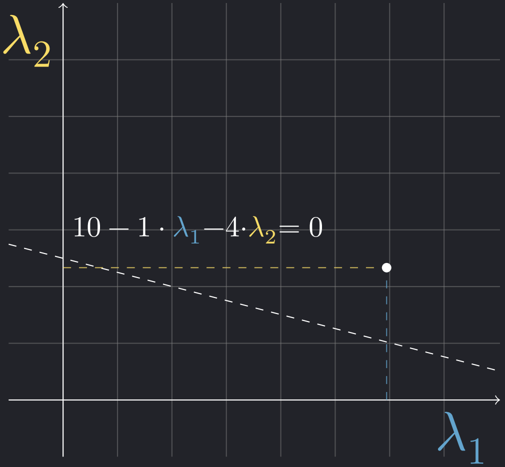
Les lignes de décisions



$$\begin{aligned} \max \quad & \boxed{(10 - 1 \cdot \lambda_1 \; - 4 \cdot \lambda_2 \;)} x_1 \\ & + (16 - 1 \cdot \lambda_1 \; - 3 \cdot \lambda_2 \;) x_2 \\ & + (20 - 3 \cdot \lambda_1 \; - 2 \cdot \lambda_2 \;) x_3 \\ & + (\;8 - 3 \cdot \lambda_1 \; - 1 \cdot \lambda_2 \;) x_4 \\ & \qquad + 5 \cdot \lambda_1 \; + 5 \cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

Valeur rapportée > 0 \$

Les lignes de décisions



$$\begin{aligned} \max\ & \boxed{(10 - 1 \cdot \lambda_1 - 4 \cdot \lambda_2)}x_1 \\ & +(16 - 1 \cdot \lambda_1 - 3 \cdot \lambda_2)x_2 \\ & +(20 - 3 \cdot \lambda_1 - 2 \cdot \lambda_2)x_3 \\ & +(8 - 3 \cdot \lambda_1 - 1 \cdot \lambda_2)x_4 \\ & +5 \cdot \lambda_1 + 5 \cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.}\ & \vec{x} \in \{0,1\}^4 \end{aligned}$$

Valeur rapportée < 0 $

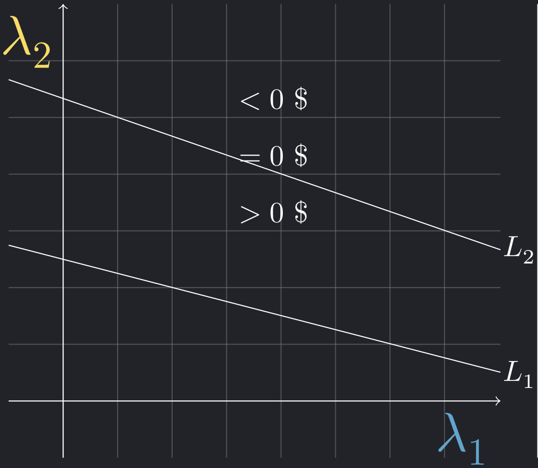
Les lignes de décisions

$$\begin{aligned} \max \quad & (10 - 1 \cdot \lambda_1 - 4 \cdot \lambda_2)x_1 \\ & +(16 - 1 \cdot \lambda_1 - 3 \cdot \lambda_2)x_2 \\ & +(20 - 3 \cdot \lambda_1 - 2 \cdot \lambda_2)x_3 \\ & +(8 - 3 \cdot \lambda_1 - 1 \cdot \lambda_2)x_4 \\ & + 5 \cdot \lambda_1 + 5 \cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0, 1\}^4 \end{aligned}$$

Les lignes de décisions

$$\begin{aligned} \max\ & (10 - 1\cdot \lambda_1 - 4\cdot \lambda_2)x_1 \\ & + \boxed{(16 - 1\cdot \lambda_1 - 3\cdot \lambda_2)} x_2 \\ & + (20 - 3\cdot \lambda_1 - 2\cdot \lambda_2)x_3 \\ & + (\ 8 - 3\cdot \lambda_1 - 1\cdot \lambda_2)x_4 \\ & \quad + 5\cdot \lambda_1 + 5\cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.}\quad & \vec{x} \in \{0,1\}^4 \end{aligned}$$

Les lignes de décisions

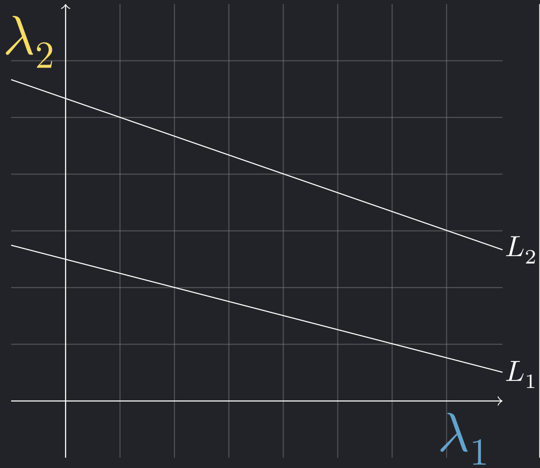


$$
\begin{aligned}
\max \quad & (10 - 1 \cdot \lambda_1 - 4 \cdot \lambda_2) x_1 \\
& + \boxed{(16 - 1 \cdot \lambda_1 - 3 \cdot \lambda_2)} x_2 \\
& + (20 - 3 \cdot \lambda_1 - 2 \cdot \lambda_2) x_3 \\
& + (\ 8 - 3 \cdot \lambda_1 - 1 \cdot \lambda_2) x_4 \\
& + 5 \cdot \lambda_1 + 5 \cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0, 1\}^4
\end{aligned}
$$

Les lignes de décisions

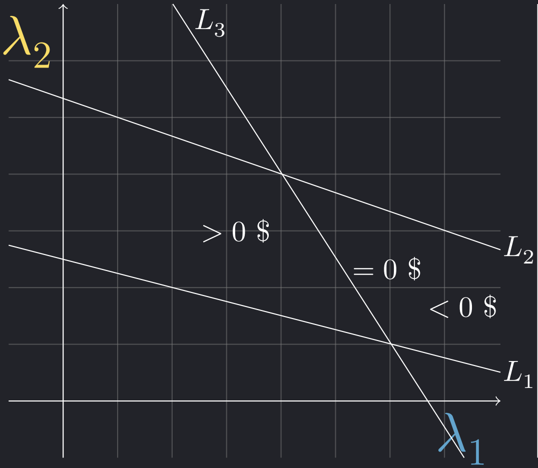
$$\begin{aligned} \max \quad & (10 - 1\cdot \lambda_1 - 4\cdot \lambda_2)x_1 \\ & +(16 - 1\cdot \lambda_1 - 3\cdot \lambda_2)x_2 \\ & +(20 - 3\cdot \lambda_1 - 2\cdot \lambda_2)x_3 \\ & +(\ 8 - 3\cdot \lambda_1 - 1\cdot \lambda_2)x_4 \\ & \quad + 5\cdot \lambda_1 + 5\cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0,1\}^4 \end{aligned}$$

Les lignes de décisions



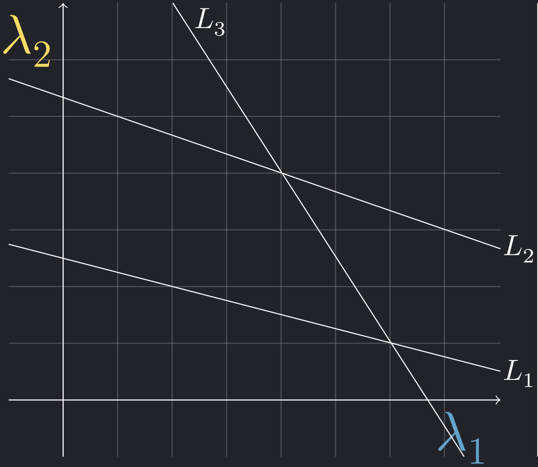
$$\begin{aligned}\max\ & (10 - 1\cdot \lambda_1 - 4\cdot \lambda_2)x_1 \\ & +(16 - 1\cdot \lambda_1 - 3\cdot \lambda_2)x_2 \\ & +\boxed{(20 - 3\cdot \lambda_1 - 2\cdot \lambda_2)}x_3 \\ & +(\ 8 - 3\cdot \lambda_1 - 1\cdot \lambda_2)x_4 \\ & +5\cdot \lambda_1 + 5\cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.}\ & \vec{x} \in \{0,1\}^4\end{aligned}$$

Les lignes de décisions



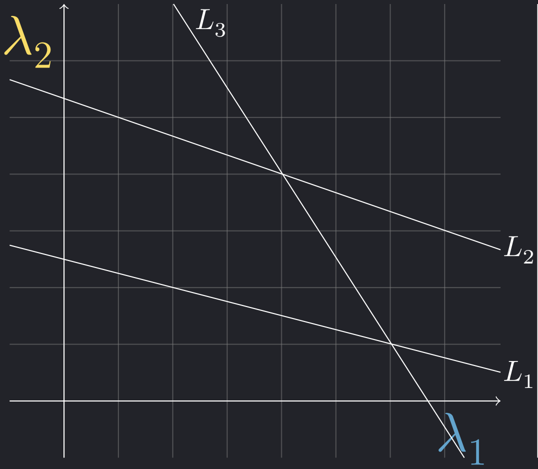
$$\begin{aligned} \max\ & (10 - 1\cdot \lambda_1 \ -4\cdot \lambda_2)x_1 \\ & +(16 - 1\cdot \lambda_1 \ -3\cdot \lambda_2)x_2 \\ & +\boxed{(20 - 3\cdot \lambda_1 \ -2\cdot \lambda_2)}x_3 \\ & +(\ 8 - 3\cdot \lambda_1 \ -1\cdot \lambda_2)x_4 \\ & \qquad +5\cdot \lambda_1 \ +5\cdot \lambda_2 \\ \text{s.t.}\ & \vec{x} \in \{0,1\}^4 \end{aligned}$$

Les lignes de décisions



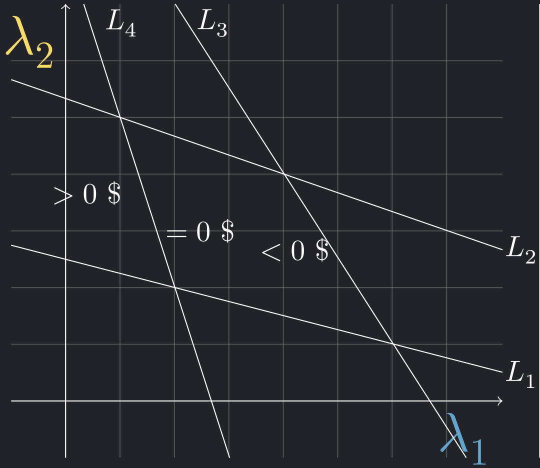
$$\begin{aligned}
\max \quad & (10 - 1 \cdot \lambda_1 \; -4\cdot \lambda_2)x_1 \\
& +(16 - 1 \cdot \lambda_1 \; -3\cdot \lambda_2)x_2 \\
& +(20 - 3 \cdot \lambda_1 \; -2\cdot \lambda_2)x_3 \\
& +(\ 8 - 3 \cdot \lambda_1 \; -1\cdot \lambda_2)x_4 \\
& +5 \cdot \lambda_1 \; +5\cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0,1\}^4
\end{aligned}$$

Les lignes de décisions



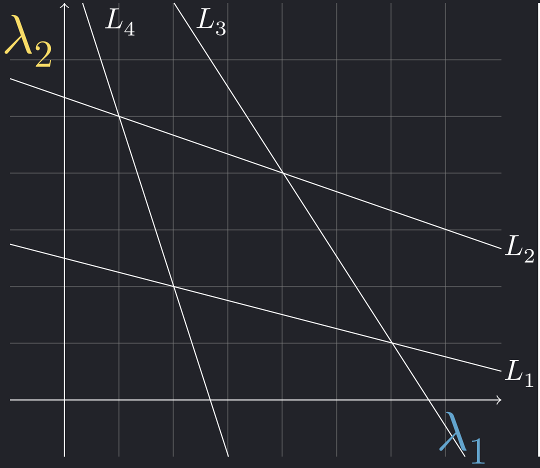
$$\begin{aligned}
\max \quad & (10 - 1\cdot \lambda_1 \; -4\cdot \lambda_2)x_1 \\
& +(16 - 1\cdot \lambda_1 \; -3\cdot \lambda_2)x_2 \\
& +(20 - 3\cdot \lambda_1 \; -2\cdot \lambda_2)x_3 \\
& +\boxed{(\;8 - 3\cdot \lambda_1 \; -1\cdot \lambda_2)}x_4 \\
& \qquad +5\cdot \lambda_1 \; +5\cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.} \quad & \vec{x} \in \{0,1\}^4
\end{aligned}$$

Les lignes de décisions



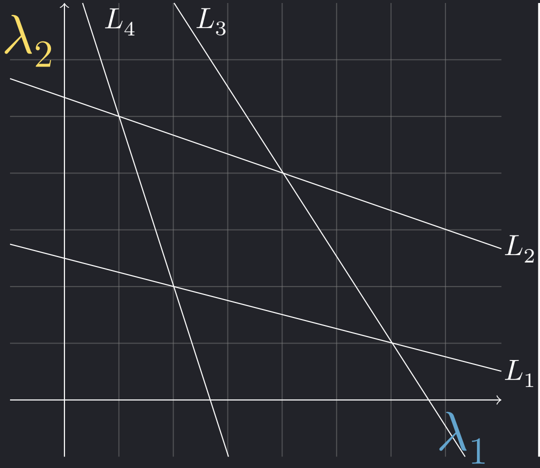
$$
\begin{aligned}
\max\ & (10 - 1\cdot \lambda_1 \ -4\cdot \lambda_2\ )x_1 \\
& +(16 - 1\cdot \lambda_1 \ -3\cdot \lambda_2\ )x_2 \\
& +(20 - 3\cdot \lambda_1 \ -2\cdot \lambda_2\ )x_3 \\
& +\boxed{(\ 8 - 3\cdot \lambda_1 \ -1\cdot \lambda_2\ )}x_4 \\
& \quad +5\cdot \lambda_1 \ +5\cdot \lambda_2 \\
\text{s.t.}\ & \vec{x} \in \{0,1\}^4
\end{aligned}
$$

Trace de l'algorithme



Itérations =

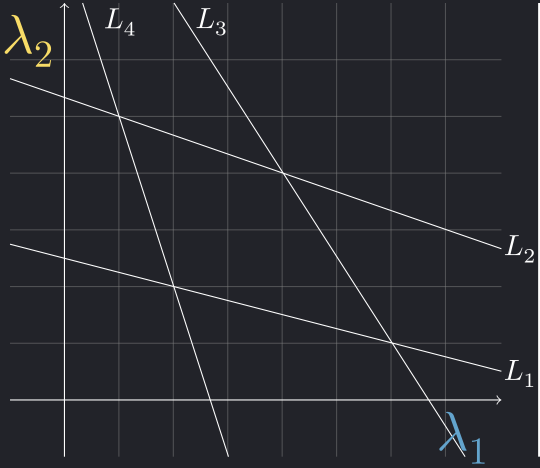
Trace de l'algorithme



$\# \text{ Itérations} =$

$[0,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 0,\ 1,\ 0]$

Trace de l'algorithme

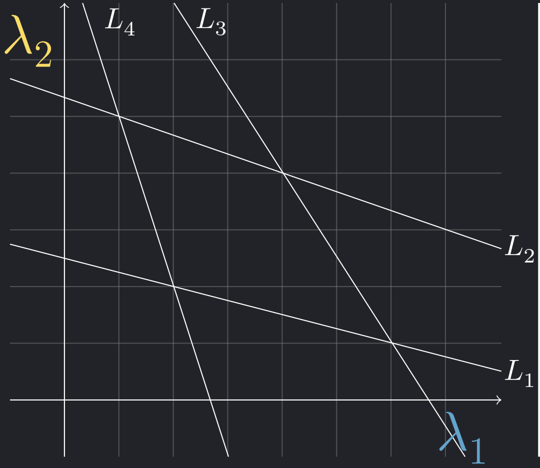


\# Itérations =

$[0,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 0,\ 1,\ 0]$

$[0,\ 0,\ 0,\ 1]$ $[1,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 1,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 1]$

Trace de l'algorithme



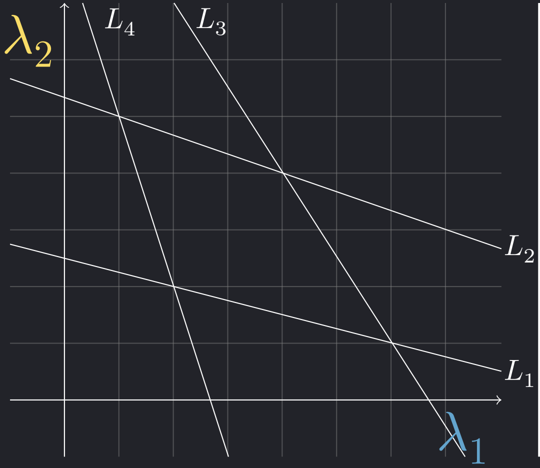
Itérations =

$[0,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 0,\ 1,\ 0]$

$[0,\ 0,\ 0,\ 1]$ $[1,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 1,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 1]$

$[0,\ 1,\ 1,\ 0]$ $[0,\ 1,\ 0,\ 1]$ $[0,\ 0,\ 1,\ 1]$ $[1,\ 1,\ 1,\ 0]$

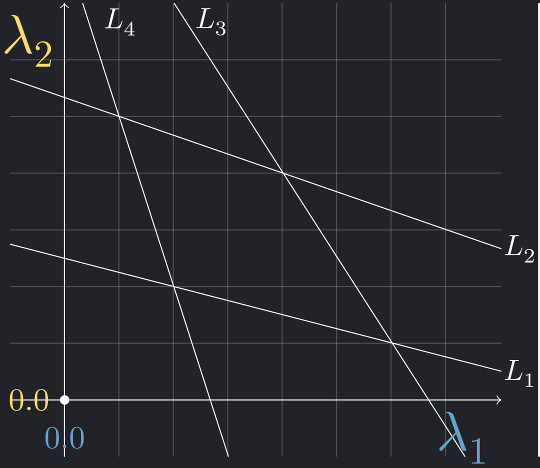
Trace de l'algorithme



Itérations =

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

Trace de l'algorithme



Itérations = 1

$[0,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[0,\ 0,\ 1,\ 0]$

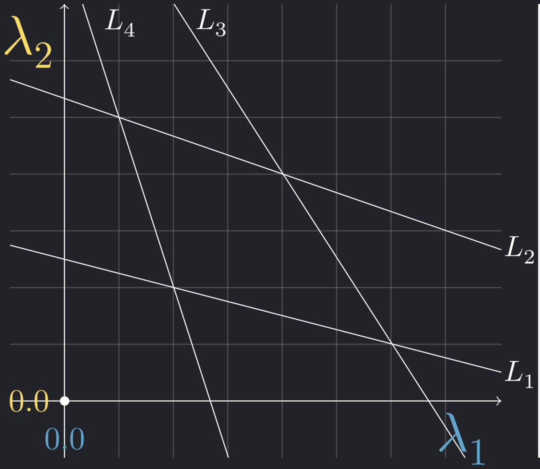
$[0,\ 0,\ 0,\ 1]$ $[1,\ 1,\ 0,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 1,\ 0]$ $[1,\ 0,\ 0,\ 1]$

$[0,\ 1,\ 1,\ 0]$ $[0,\ 1,\ 0,\ 1]$ $[0,\ 0,\ 1,\ 1]$ $[1,\ 1,\ 1,\ 0]$

$[1,\ 1,\ 0,\ 1]$ $[1,\ 0,\ 1,\ 1]$ $[0,\ 1,\ 1,\ 1]$ $[1,\ 1,\ 1,\ 1]$

$$f'(\vec{\lambda}) = 54.00\ \$$$

Trace de l'algorithme

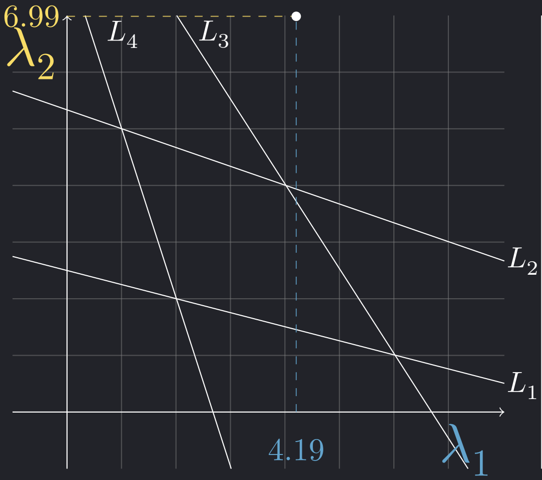


Itérations = 1

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 54.00\ \$$$

Trace de l'algorithme

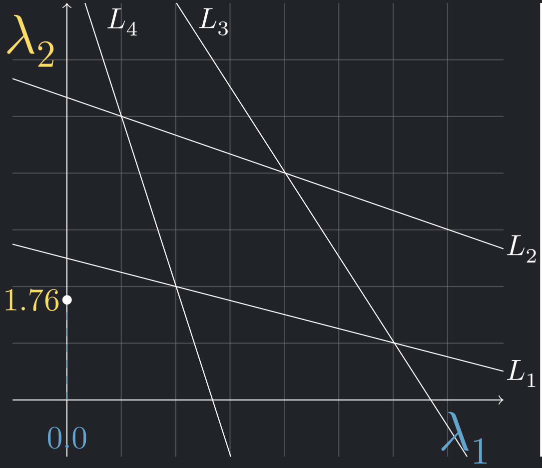


$\#\ \text{Itérations} = 2$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 55.88\ \$$

Trace de l'algorithme

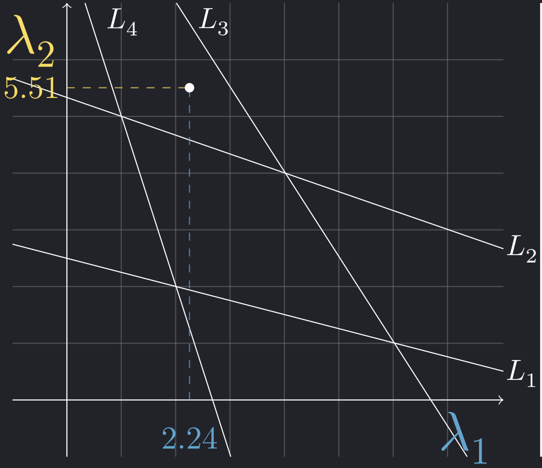


$\#\ \text{Itérations} = 3$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 45.18\ \$$$

Trace de l'algorithme

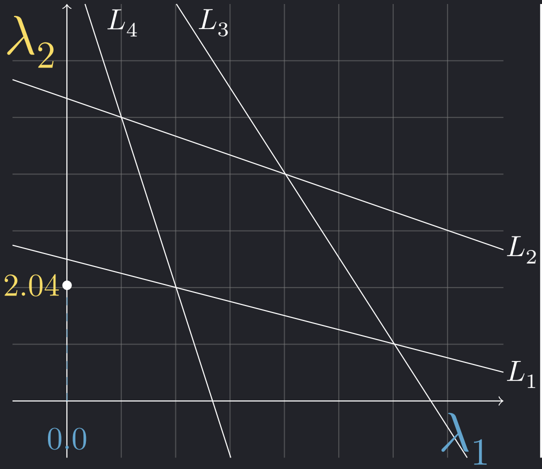


$$\# \text{ Itérations } = \ 4$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = \ 41.01 \ \$$$

Trace de l'algorithme

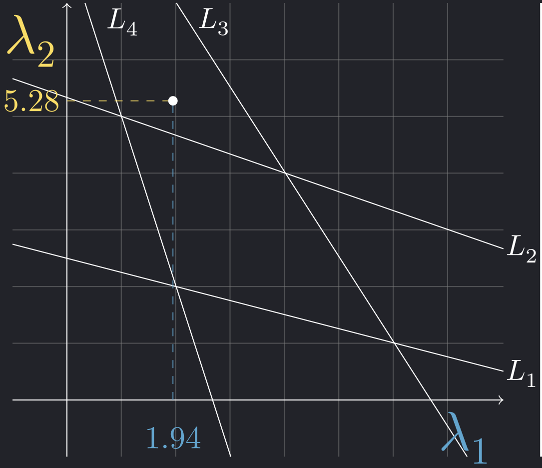


$\# \text{ Itérations } = 5$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 43.80 \ \$$$

Trace de l'algorithme

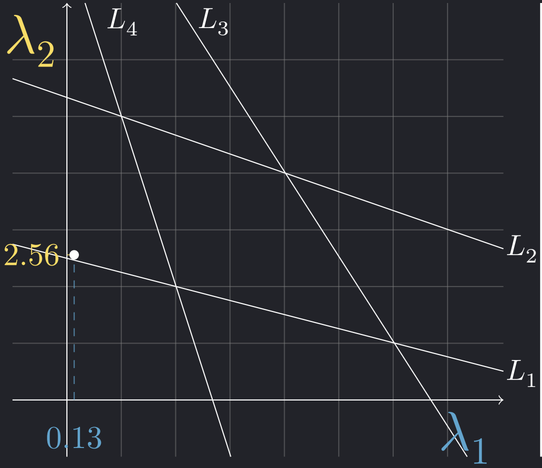


$$\# \text{ Itérations } = 6$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 39.71 \$$$

Trace de l'algorithme

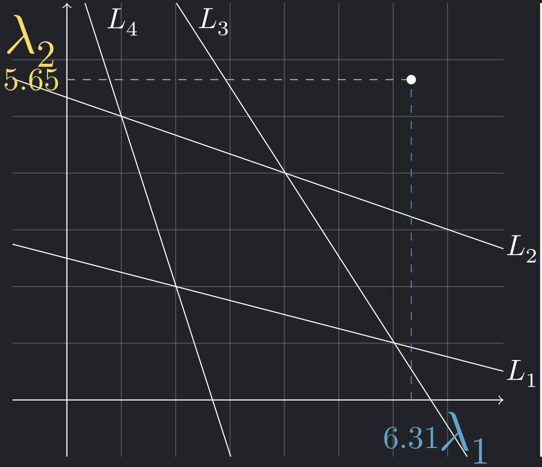


Itérations = 7

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 41.18\ \$$$

Trace de l'algorithme

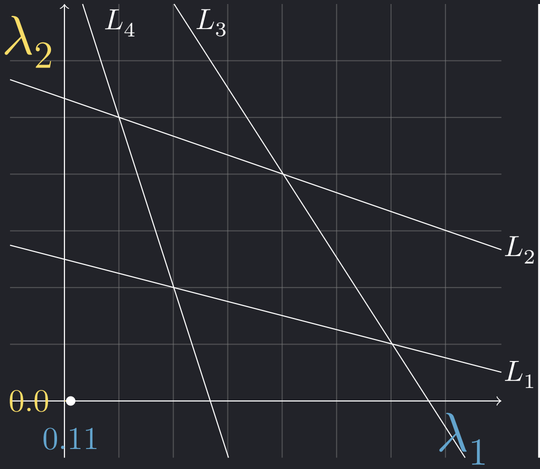


$$\# \text{ Itérations} = 8$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 59.80 \$$$

Trace de l'algorithme

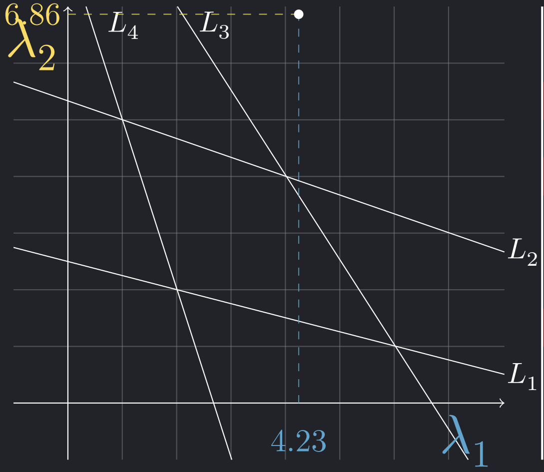


$\# \text{ Itérations} = 9$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 53.67\ \$$

Trace de l'algorithme

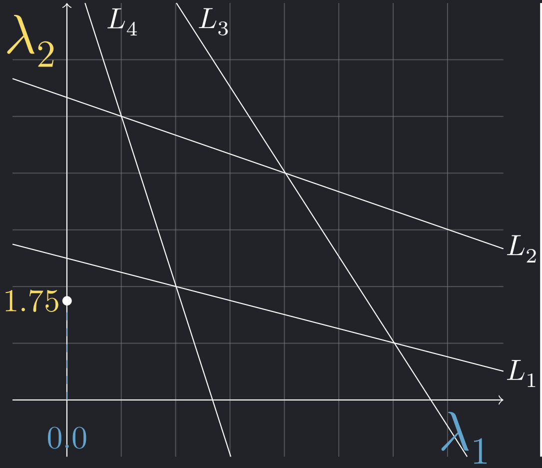


$\# \text{ Itérations} = 10$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 55.46\ \$$$

Trace de l'algorithme

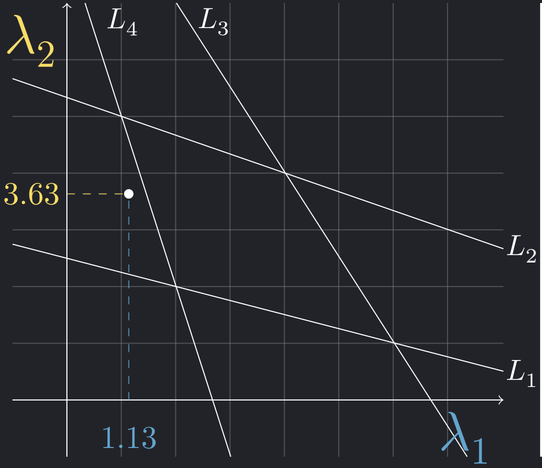


Itérations = 11

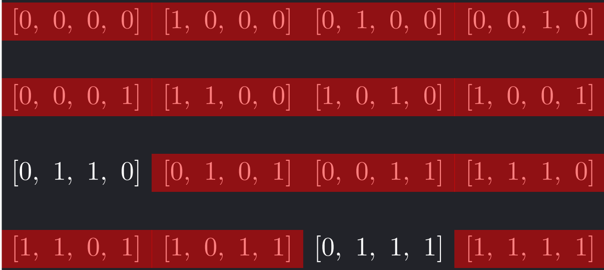
[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 45.26\ \$$$

Trace de l'algorithme



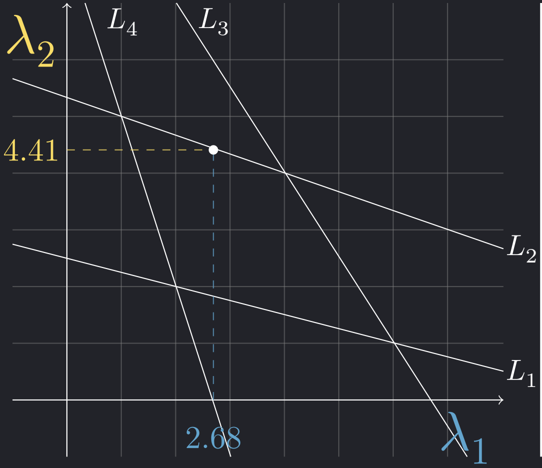
$\#$ Itérations $= 12$



[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 38.10\ \$$$

Trace de l'algorithme

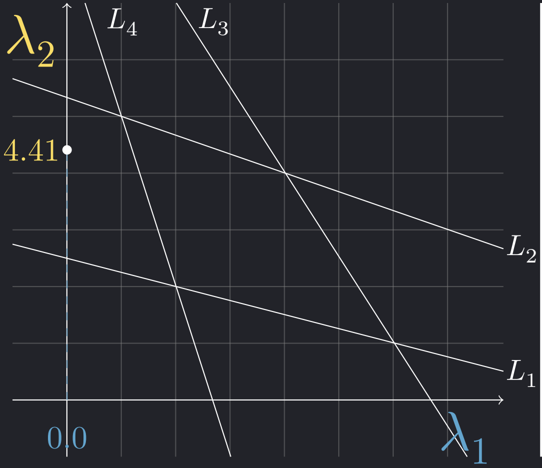


\# Itérations = 13

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 38.68\ \$$$

Trace de l'algorithme

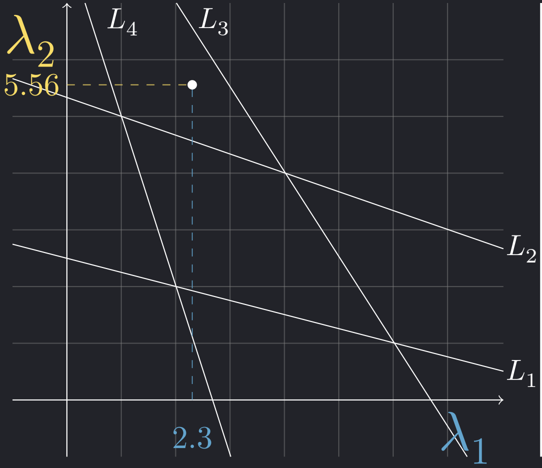


Itérations = 14

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 39.59 \$$$

Trace de l'algorithme

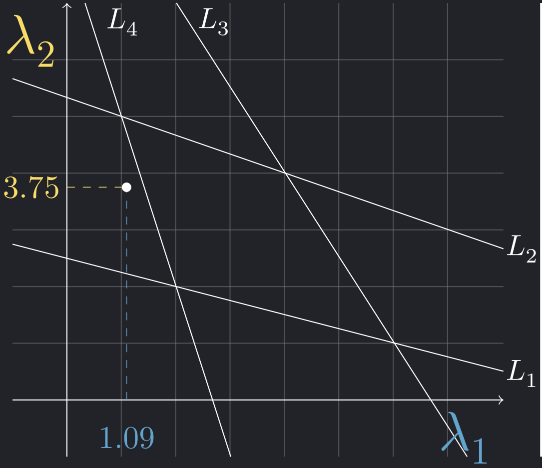


$\# \text{ Itérations} = 15$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 41.26 \, \$$$

Trace de l'algorithme

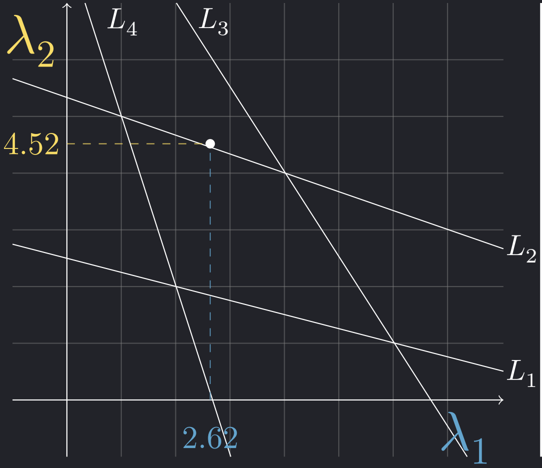


$\# \text{ Itérations} = 16$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 38.07 \text{ \$}$$

Trace de l'algorithme

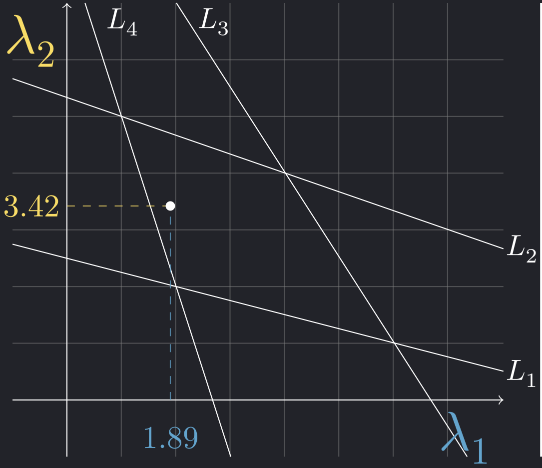


$$\# \text{ Itérations} = 17$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 38.80 \$$$

Trace de l'algorithme

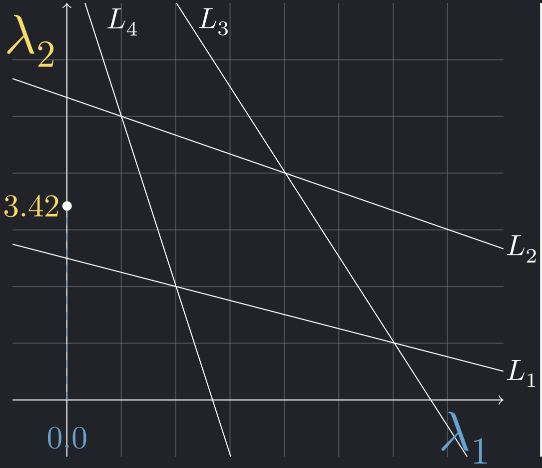


$\# \text{ Itérations} = 18$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 37.89 \$$

Trace de l'algorithme

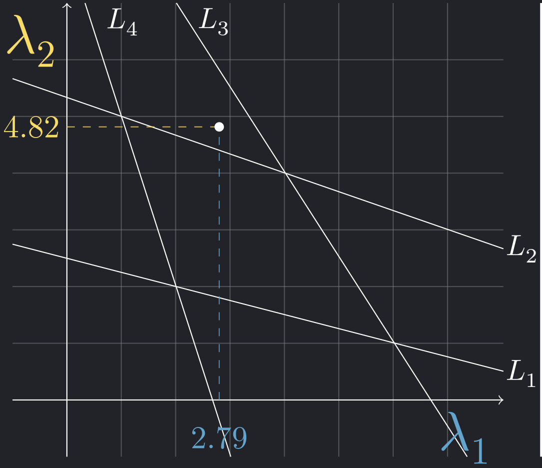


$\#$ Itérations $= 19$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 40.58\ \$$$

Trace de l'algorithme

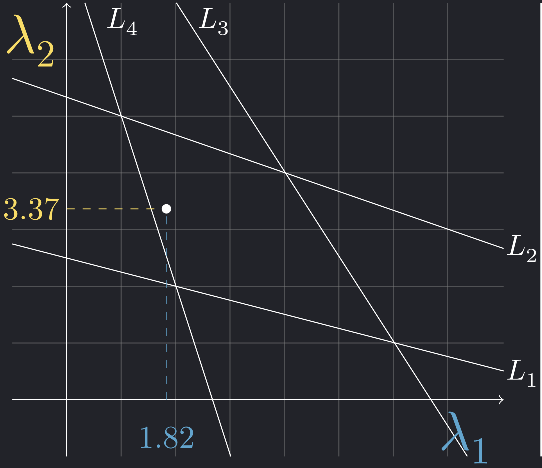


$$\# \text{ Itérations} = 20$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 40.03 \text{ \$}$$

Trace de l'algorithme

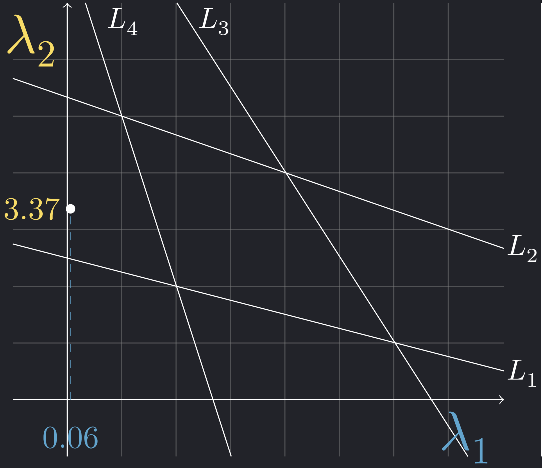


$\# \text{ Itérations} = 21$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.82 \, \$$$

Trace de l'algorithme

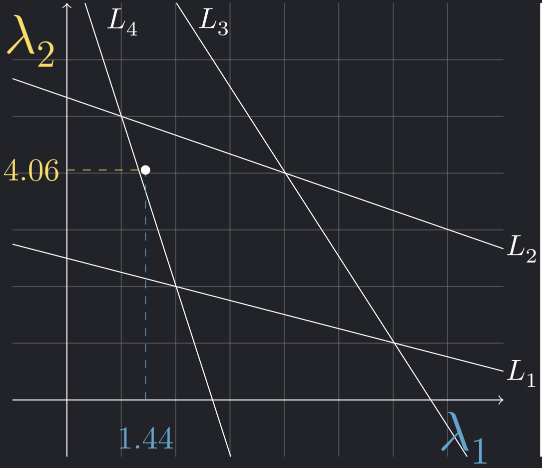


$\# \text{ Itérations} = 22$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 40.52\ \$$

Trace de l'algorithme

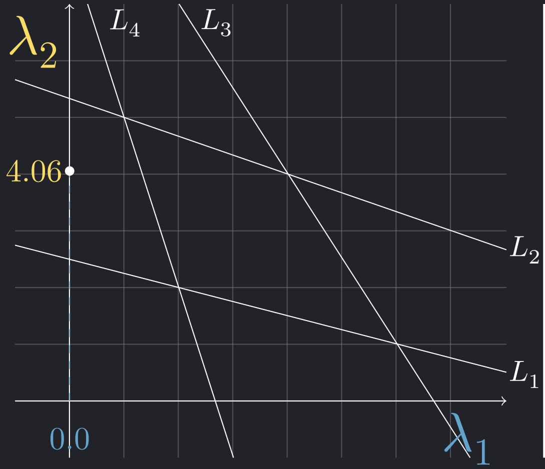


$\# \text{ Itérations} = 23$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 37.44\ \$$

Trace de l'algorithme

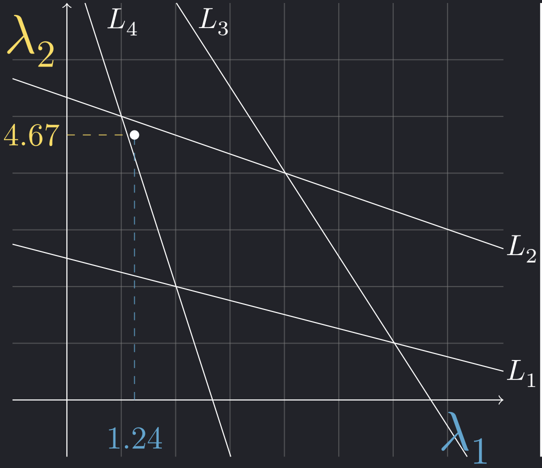


$$\# \text{ Itérations} = 24$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 39.94 \text{ \$}$$

Trace de l'algorithme

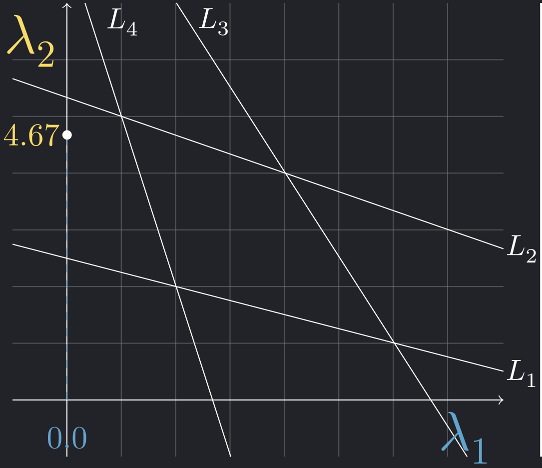


$\# \text{ Itérations} = 25$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.24 \,\$$$

Trace de l'algorithme

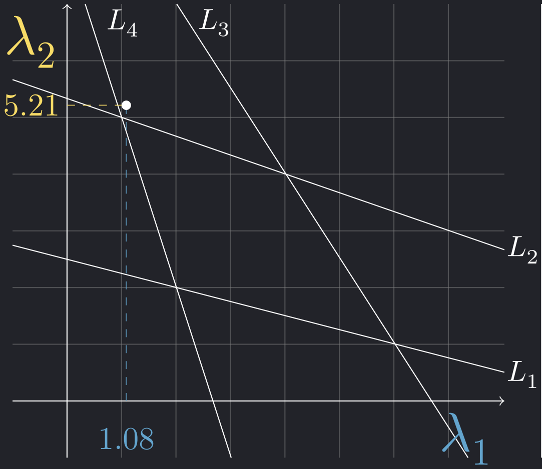


$$\# \text{ Itérations} = 26$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 39.33 \ \$$$

Trace de l'algorithme

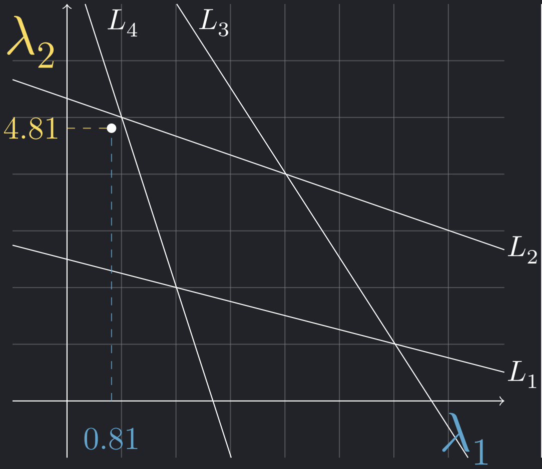


$\# \text{ Itérations} = 27$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.81 \ \$$$

Trace de l'algorithme

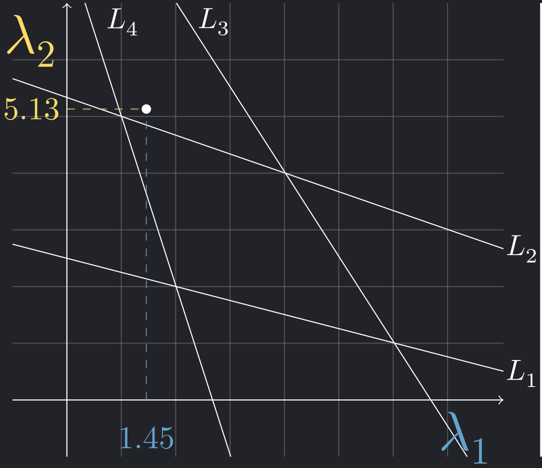


Itérations = 28

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.57\ \$$$

Trace de l'algorithme

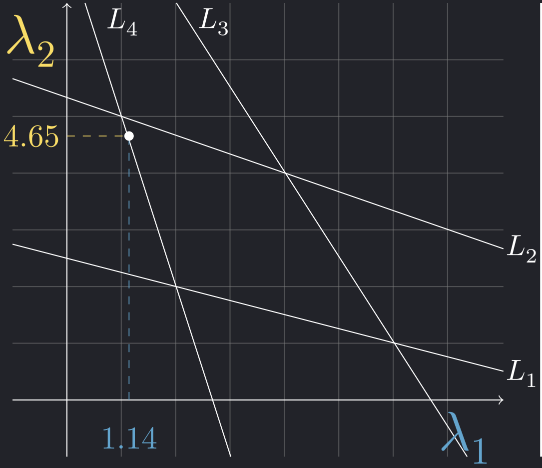


$\# \text{ Itérations} = 29$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 38.30 \$$

Trace de l'algorithme

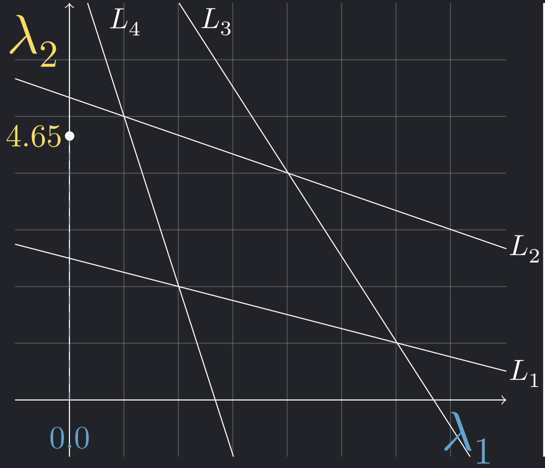


$$\# \text{ Itérations} = 30$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.14 \$$$

Trace de l'algorithme

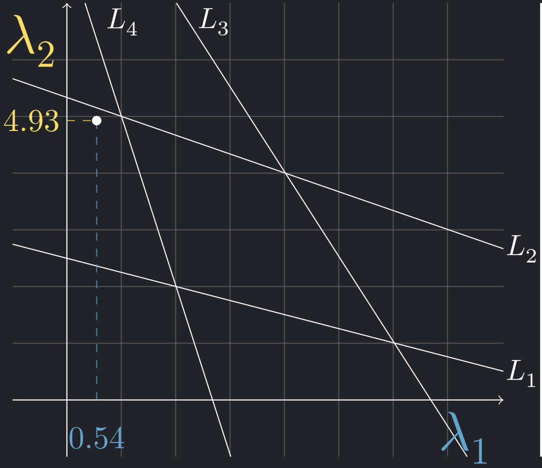


$\# \text{ Itérations} = 31$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 39.35 \,\$$$

Trace de l'algorithme

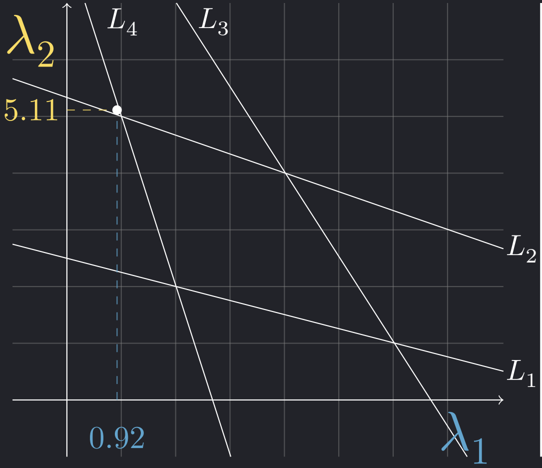


$\# \text{ Itérations} = 32$

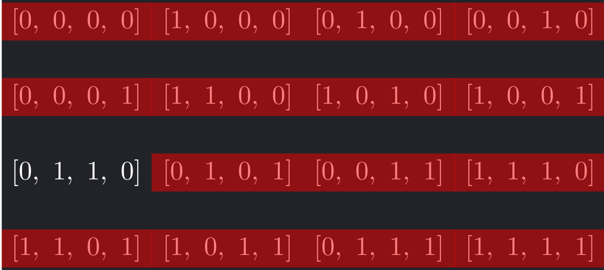
[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.99\ \$$$

Trace de l'algorithme



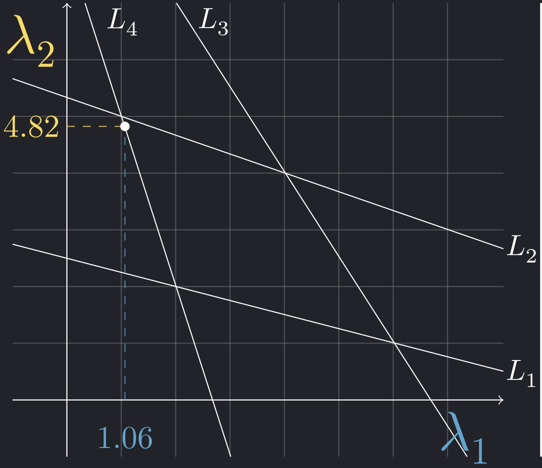
$\# \text{ Itérations} = 33$



[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 37.31 \$$

Trace de l'algorithme

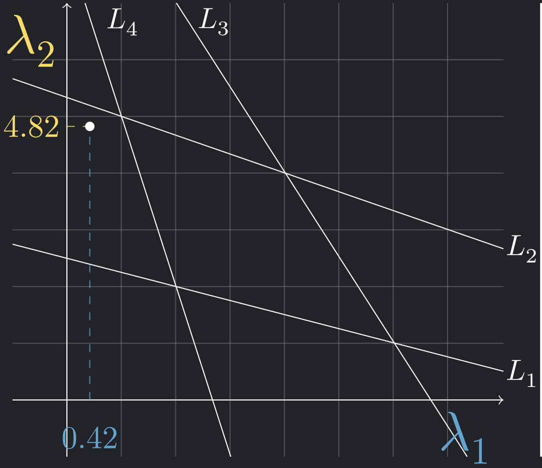


$\# \text{ Itérations} = 34$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.06\ \$$$

Trace de l'algorithme

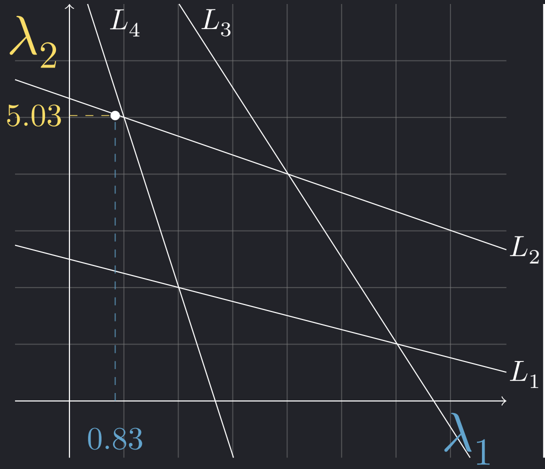


\# Itérations = 35

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 38.34\ \$$$

Trace de l'algorithme

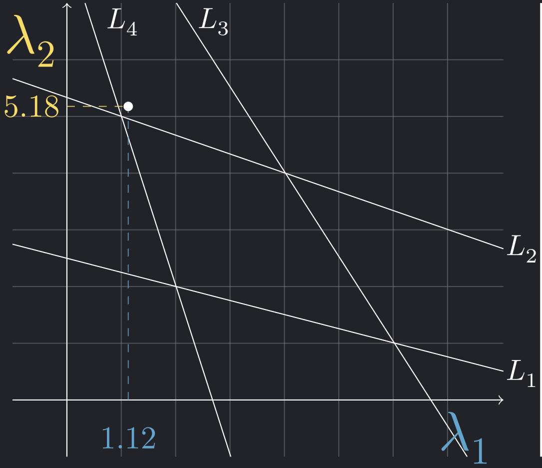


$$\# \text{ Itérations} = 36$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.30 \text{ \$}$$

Trace de l'algorithme

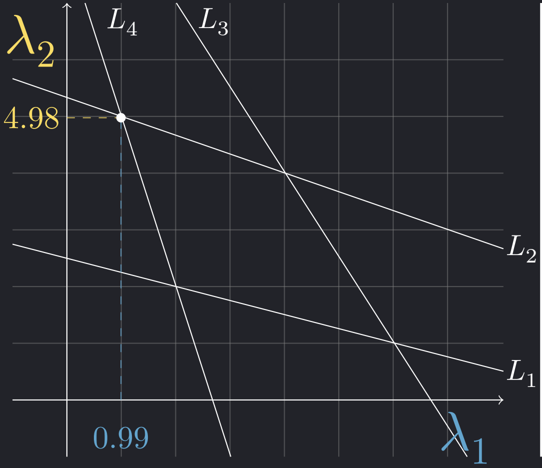


Itérations = 37

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.77\ \$$$

Trace de l'algorithme

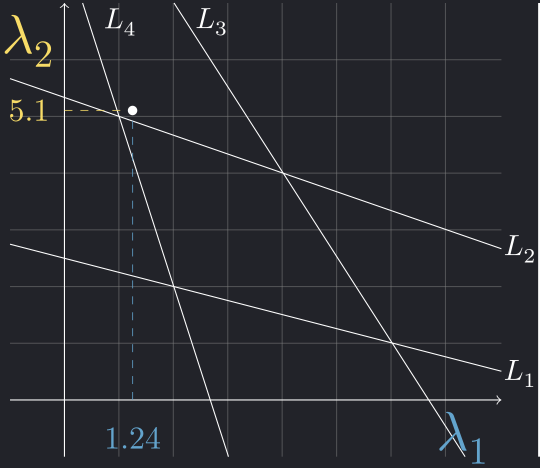


$\# \text{ Itérations} = 38$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 37.05 \$$

Trace de l'algorithme

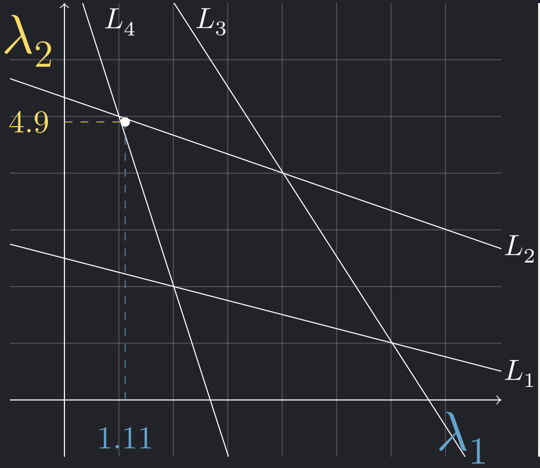


$\# \text{ Itérations} = 39$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = \ 37.80\ \$$

Trace de l'algorithme

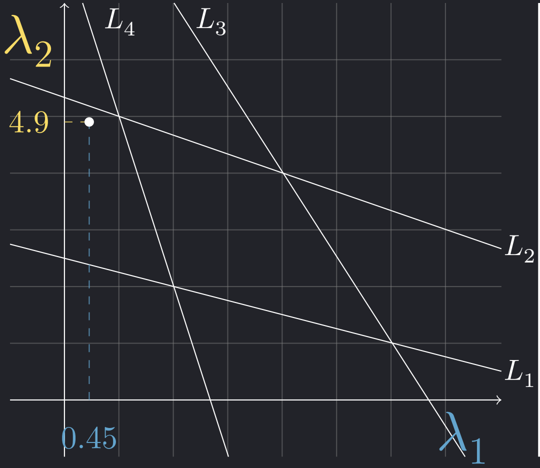


$$\# \text{ Itérations} = 40$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.11 \$$$

Trace de l'algorithme

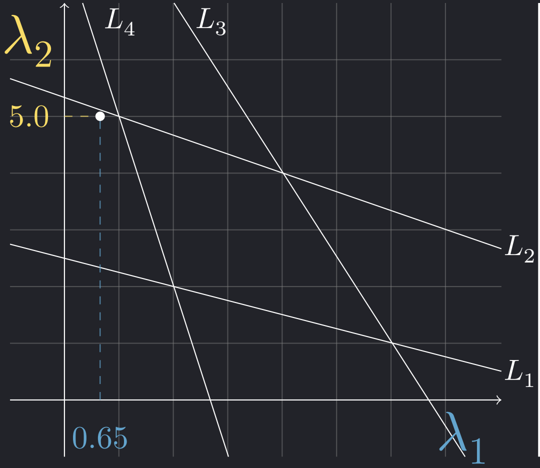


Itérations = 41

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 38.20 \$$$

Trace de l'algorithme

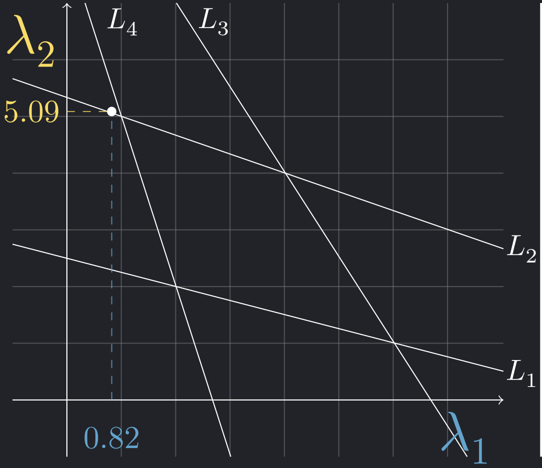


$\#$ Itérations $= 42$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = $ **37.70 \$**

Trace de l'algorithme

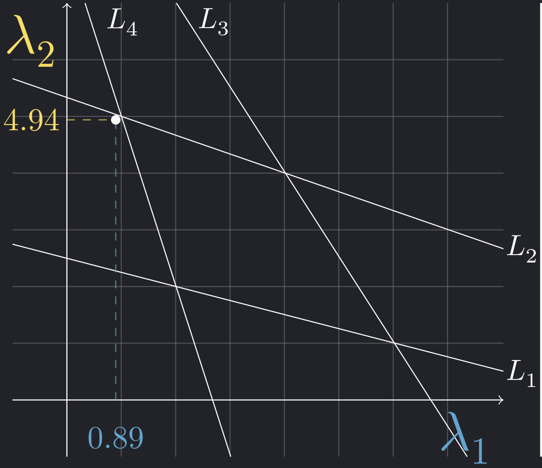


Itérations = 43

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.35\ \$$$

Trace de l'algorithme

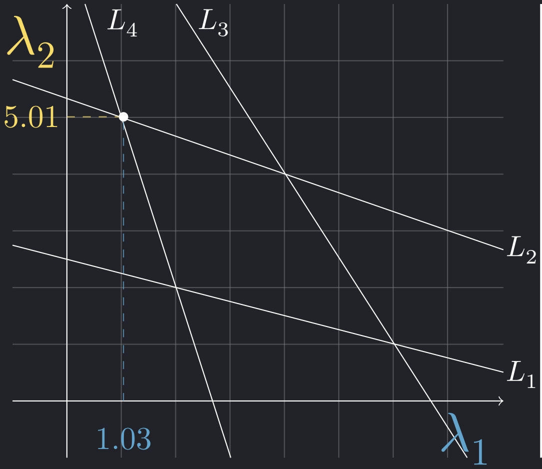


$\#\ \text{Itérations} = 44$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.28\ \$$$

Trace de l'algorithme

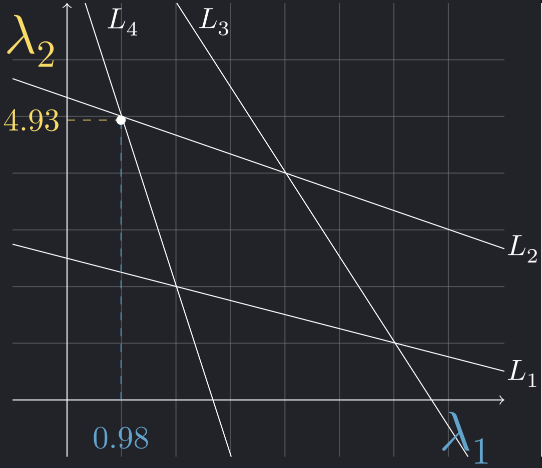


$$\# \text{ Itérations} = 45$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.10 \; \$$$

Trace de l'algorithme

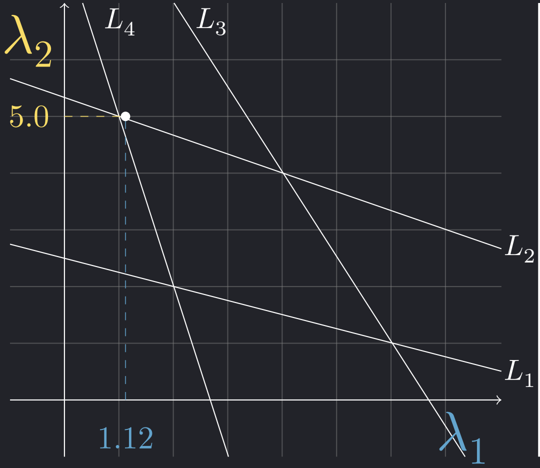


$\#\ \text{Itérations} = 46$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.10\ \$$$

Trace de l'algorithme

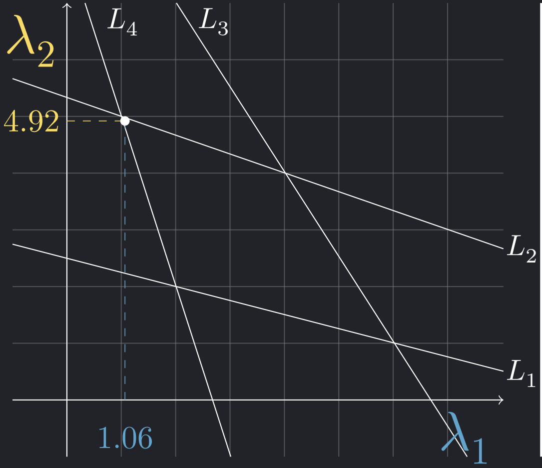


$\# \text{ Itérations} = 47$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$f'(\vec{\lambda}) = 37.23 \$$

Trace de l'algorithme

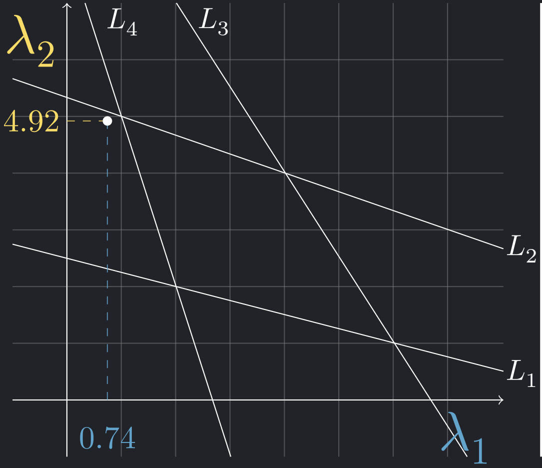


$$\# \text{ Itérations} = 48$$

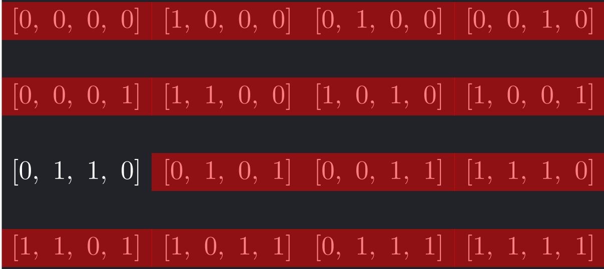
[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.06 \ \$$$

Trace de l'algorithme



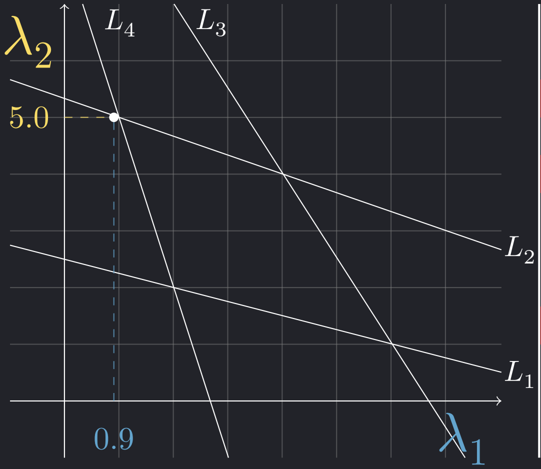
$\# \text{ Itérations} = 49$



[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.60 \$$$

Trace de l'algorithme

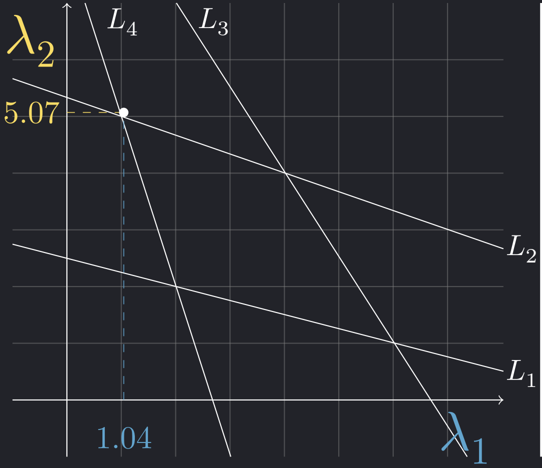


$$\# \text{ Itérations} = 50$$

[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.19\ \$$$

Trace de l'algorithme

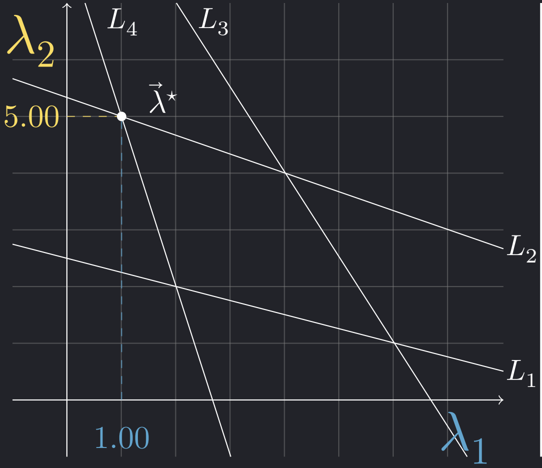


$\# \text{ Itérations} = 51$

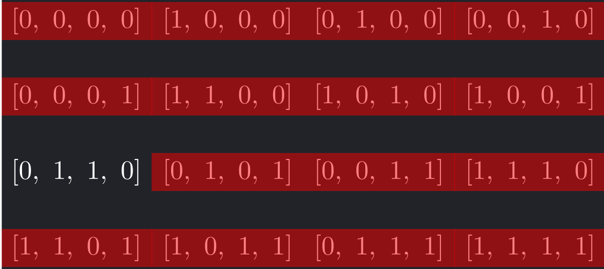
[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}) = 37.29 \ \$$$

Trace de l'algorithme



$\#$ Itérations $= \infty$



[0, 0, 0, 0]	[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 0]
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 0, 0]	[1, 0, 1, 0]	[1, 0, 0, 1]
[0, 1, 1, 0]	[0, 1, 0, 1]	[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 0]
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 1, 1]	[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 1, 1]

$$f'(\vec{\lambda}^\star) = 37.00\ \$$$

Ce qu'on a fait

Ce qu'on a fait

1. Rajouter des descentes de gradients sur $f^{\prime}[x_i = 1 - x_i^{\star}](\vec{\lambda})$.

Ce qu'on a fait

1. Rajouter des descentes de gradients sur $f^{'}[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda})$.
2. Améliorer notre choix d'objet pour le point précédent.

Ce qu'on a fait

1. Rajouter des descentes de gradients sur $f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda})$.
2. Améliorer notre choix d'objet pour le point précédent.
3. Améliorer significativement les performances du solveur.

Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{ f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0} \right\}$

Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{ f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0} \right\}$ est

Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

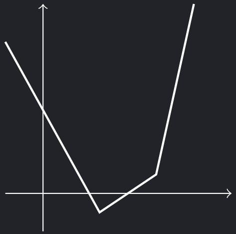
- Minimiser $\left\{ f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0} \right\}$ est FACILE !

Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{f^{'}(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0}\right\}$ est FACILE !
- $f^{'}(\vec{\lambda})$ est *convexe* :

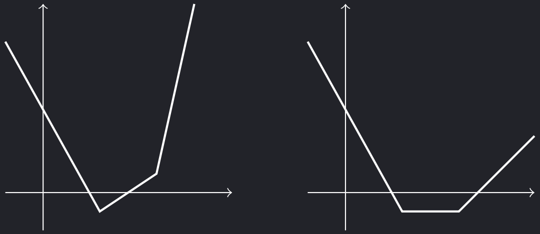
Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{ f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0} \right\}$ est FACILE !
- $f'(\vec{\lambda})$ est *convexe* :



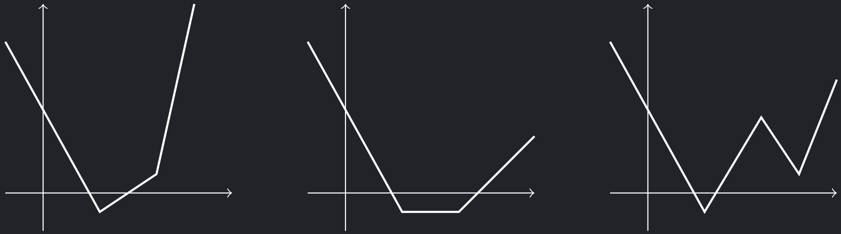
Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{ f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0} \right\}$ est FACILE !
- $f'(\vec{\lambda})$ est *convexe* :



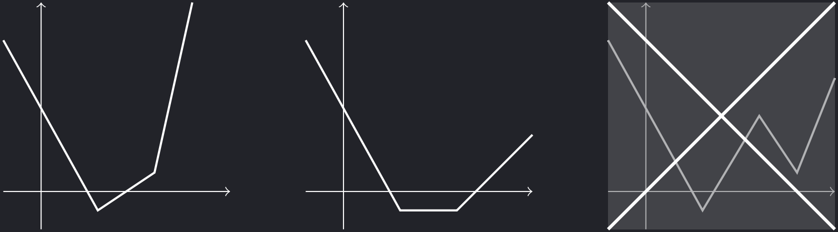
Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0}\right\}$ est FACILE !
- $f'(\vec{\lambda})$ est *convexe* :



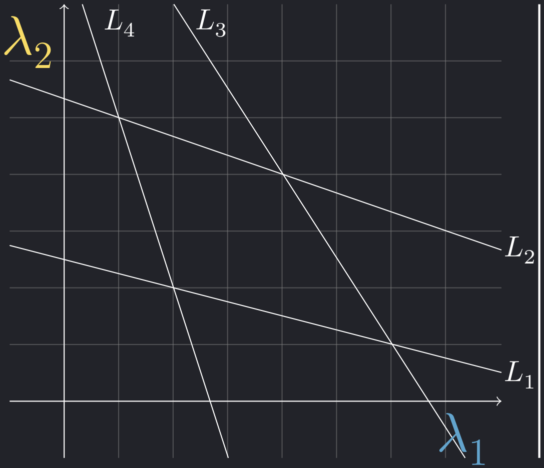
Pourquoi ajouter des descentes de gradients ?

- Minimiser $\left\{ f'(\vec{\lambda}) : \vec{\lambda} \geq \vec{0} \right\}$ est FACILE !
- $f'(\vec{\lambda})$ est *convexe* :

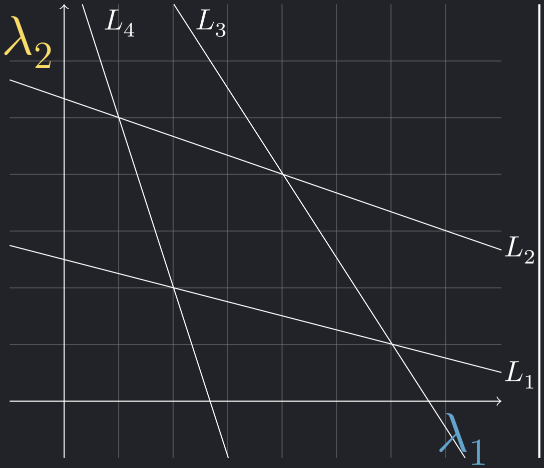


Où sont les optimaux ?

Où sont les optimaux ?

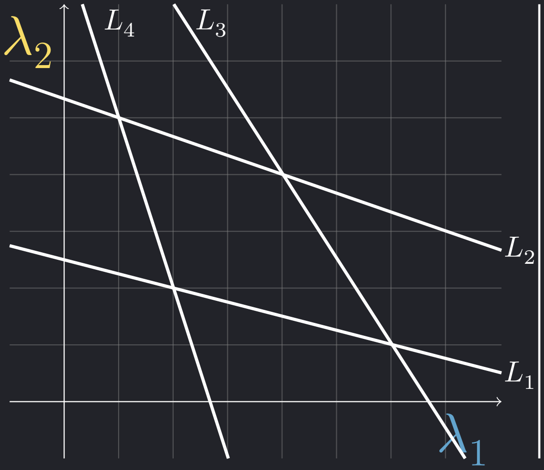


Où sont les optimaux ?



Partout !

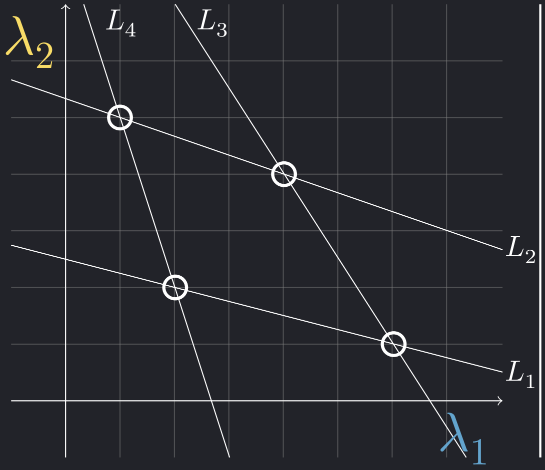
Où sont les optimaux ?



Partout !

Les lignes de décisions

Où sont les optimaux ?

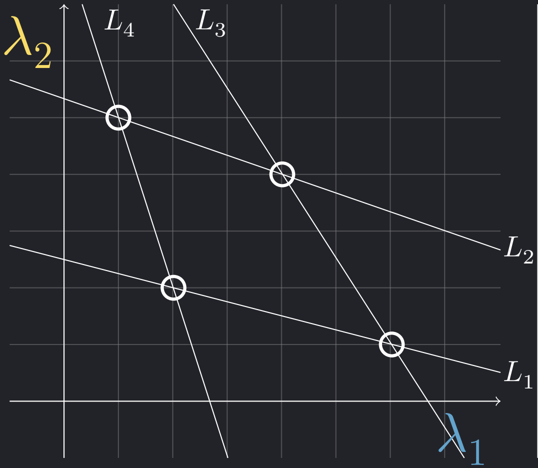


Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

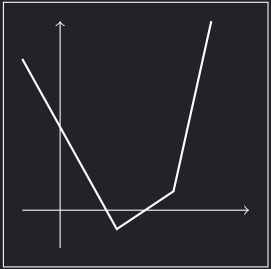
Où sont les optimaux ?



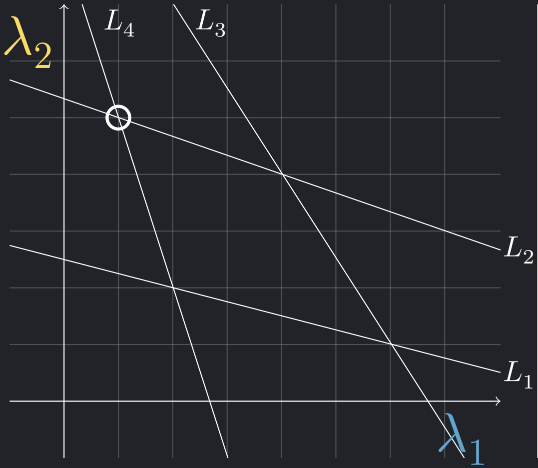
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections



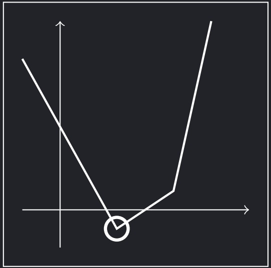
Où sont les optimaux ?



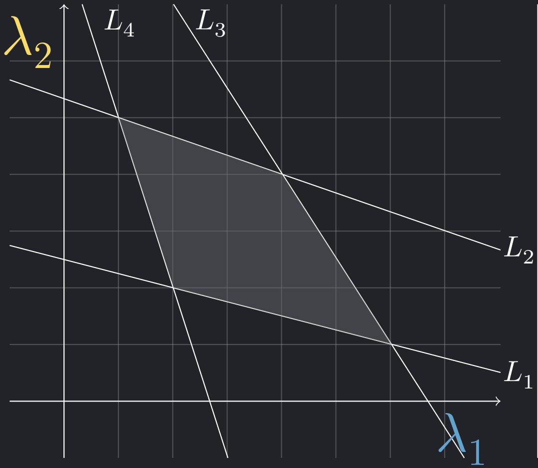
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections



Où sont les optimaux ?

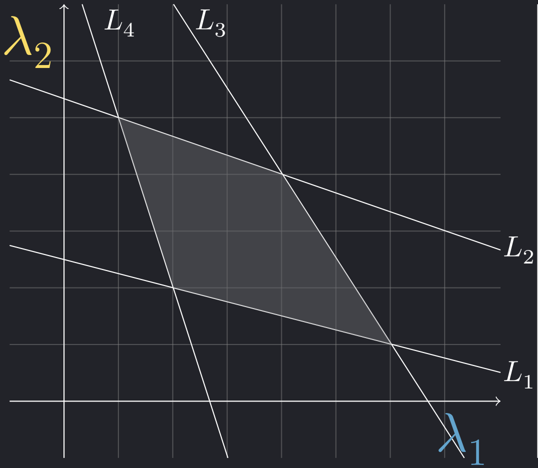


Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

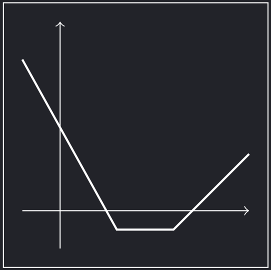
Où sont les optimaux ?



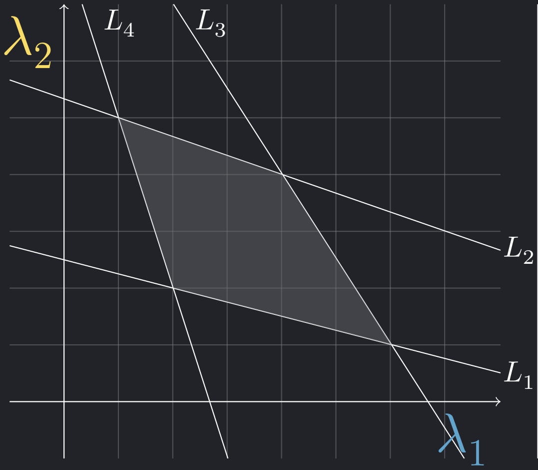
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections



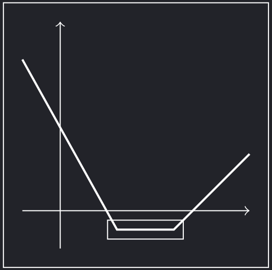
Où sont les optimaux ?



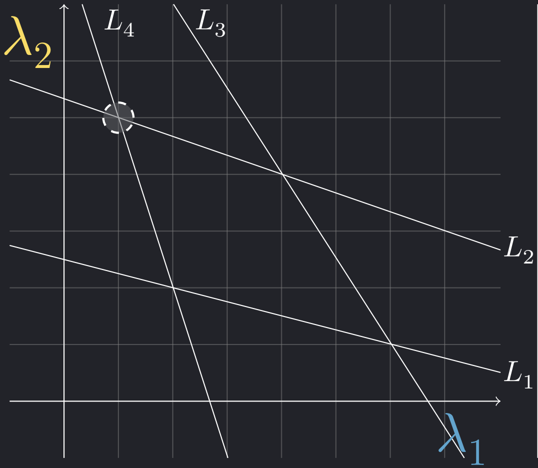
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections



Où sont les optimaux ?

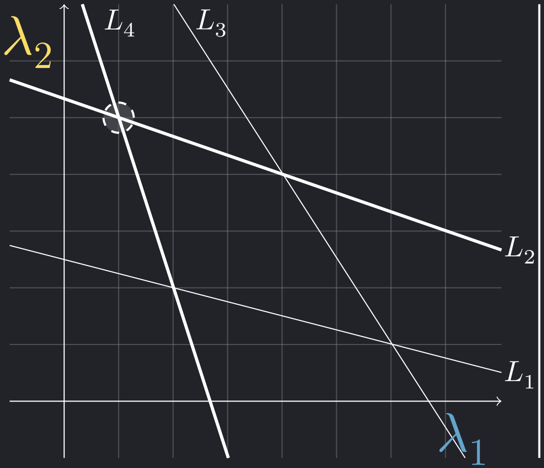


Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

Où sont les optimaux ?

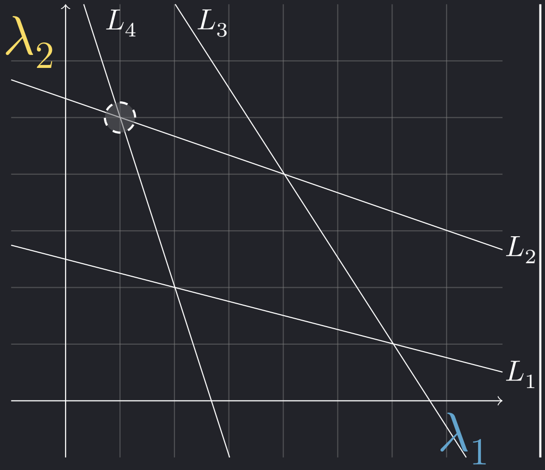


Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

Où sont les optimaux ?



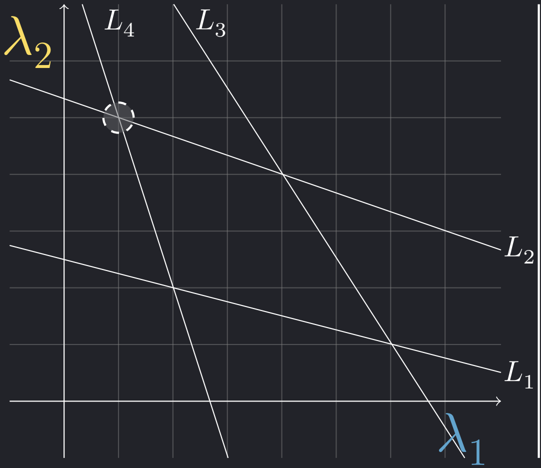
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, 1.0, 0.375]$

Où sont les optimaux ?



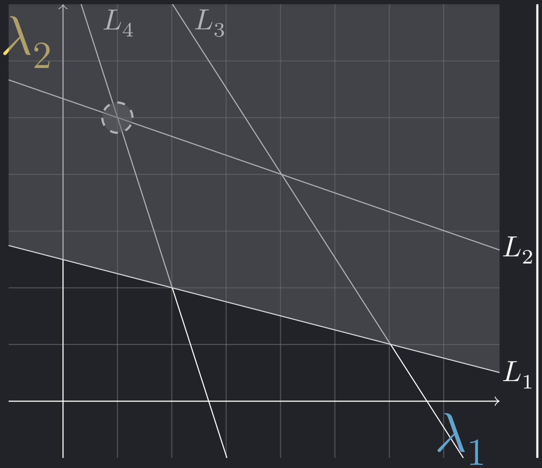
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$\vec{x}^\star = \boxed{[0.0}, 0.875, 1.0, 0.375]$

Où sont les optimaux ?



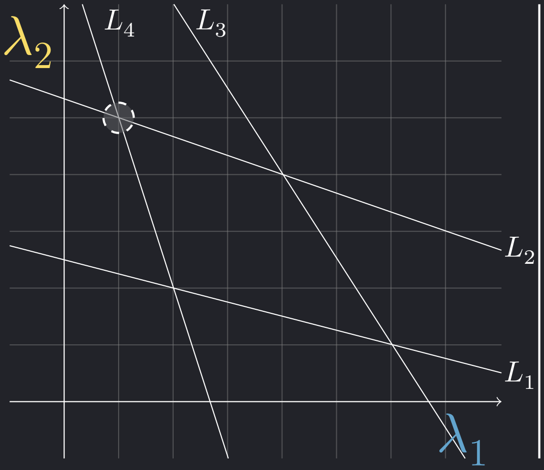
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$$\vec{x}^\star = \boxed{[0.0}, 0.875, 1.0, 0.375]$$

Où sont les optimaux ?



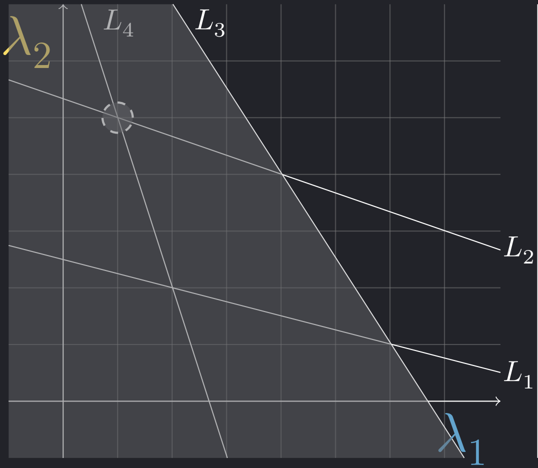
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, \boxed{1.0,} 0.375]$$

Où sont les optimaux ?



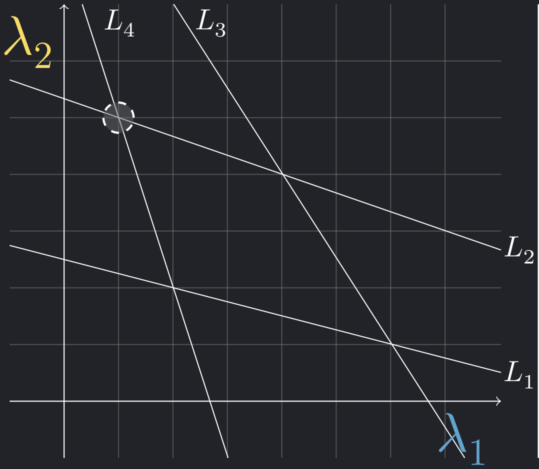
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, \boxed{1.0,} 0.375]$

Où sont les optimaux ?



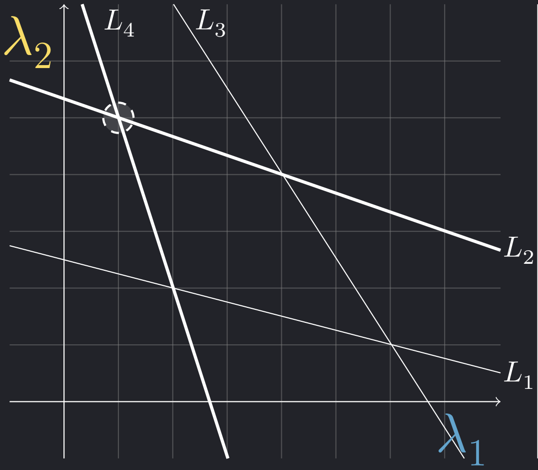
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$$\vec{x}^\star = [0.0\boxed{, 0.875,}1.0,\boxed{0.375]}$$

Où sont les optimaux ?



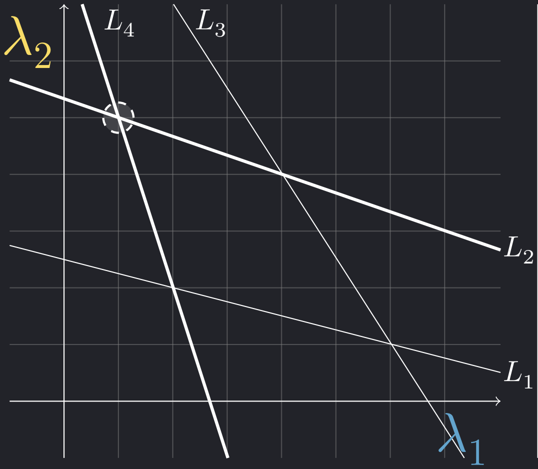
Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$\vec{x}^\star = [0.0\boxed{, 0.875,} 1.0,\boxed{0.375]}$

Où sont les optimaux ?



Partout !

Les lignes de décisions

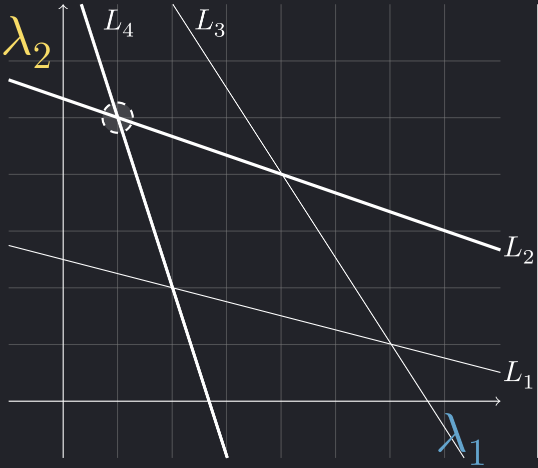
Aux intersections

$$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, 1.0, 0.375]$$

$$f'(\vec{\lambda}^\star) - |c_2 - \vec{a_{c2}}^\top \vec{\lambda}^\star| =$$

$$f'(\vec{\lambda}^\star) - |c_4 - \vec{a_{c4}}^\top \vec{\lambda}^\star| =$$

Où sont les optimaux ?



Partout !

Les lignes de décisions

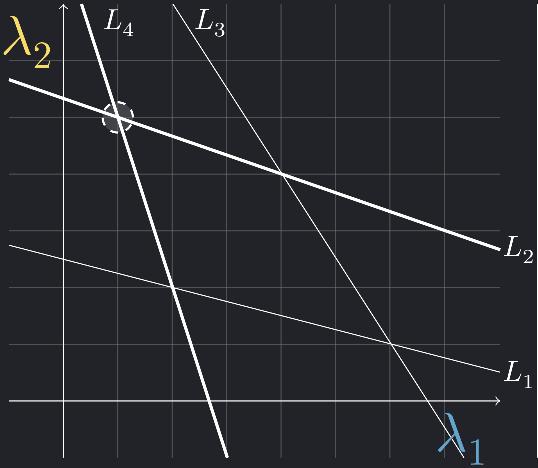
Aux intersections

$$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, 1.0, 0.375]$$

$$f'(\vec{\lambda}^\star) - |c_2 - \vec{a}_{c2}{}^\top \vec{\lambda}^\star| = 37 - 0 \ \$$$

$$f'(\vec{\lambda}^\star) - |c_4 - \vec{a}_{c4}{}^\top \vec{\lambda}^\star| = 37 - 0 \ \$$$

Où sont les optimaux ?



Partout !

Les lignes de décisions

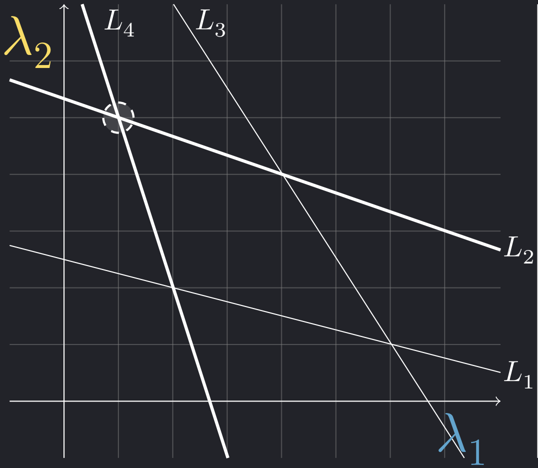
Aux intersections

$$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, 1.0, 0.375]$$

$$f'(\vec{\lambda}^\star) - |c_2 - \vec{a}_{c2}^\top \vec{\lambda}^\star| = 37 - 0 \ \$ \geq 35\$$$

$$f'(\vec{\lambda}^\star) - |c_4 - \vec{a}_{c4}^\top \vec{\lambda}^\star| = 37 - 0 \ \$ \geq 35\$$$

Où sont les optimaux ?



Partout !

Les lignes de décisions

Aux intersections

$\vec{x}^\star = [0.0, 0.875, 1.0, 0.375]$

$\vec{\lambda}^\star \not\Longrightarrow$ bon filtrage !

Exploration de l’espace

Exploration de l'espace

- Très petit sous-ensemble de l'espace a été exploré.

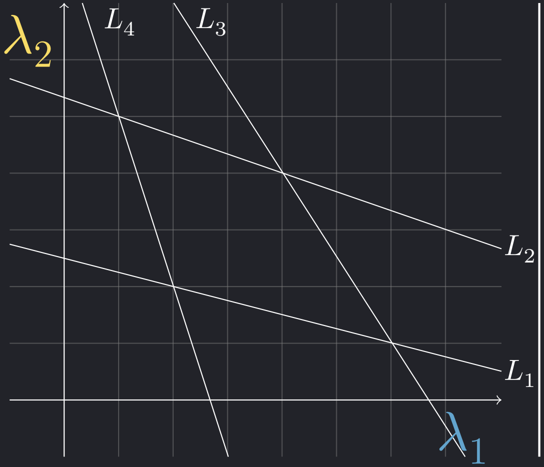
Exploration de l’espace

- Très petit sous-ensemble de l’espace a été exploré.
- Il y a potentiellement du filtrage qui a été manqué !

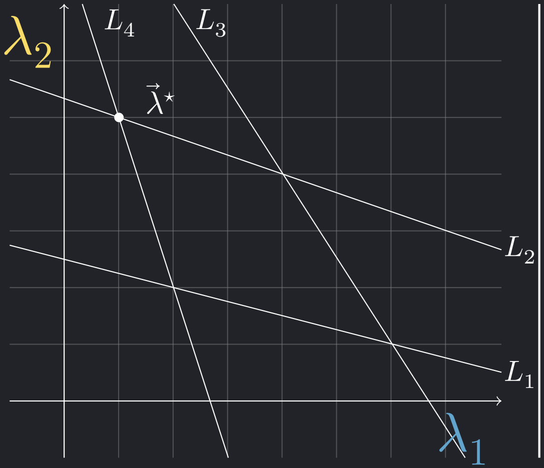
Exploration de l'espace

- Très petit sous-ensemble de l'espace a été exploré.
- Il y a potentiellement du filtrage qui a été manqué !
- Solution : explorons plus l'espace !

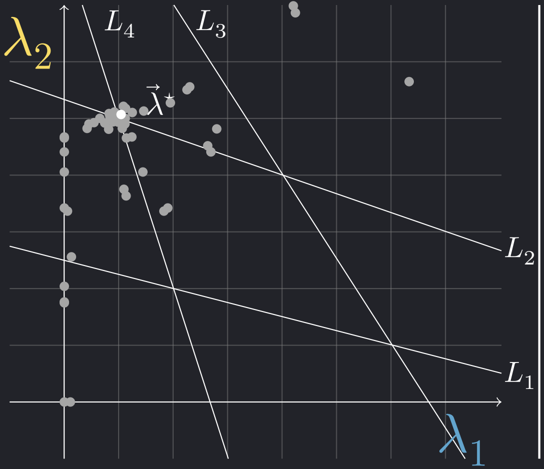
Explorations additionnelles



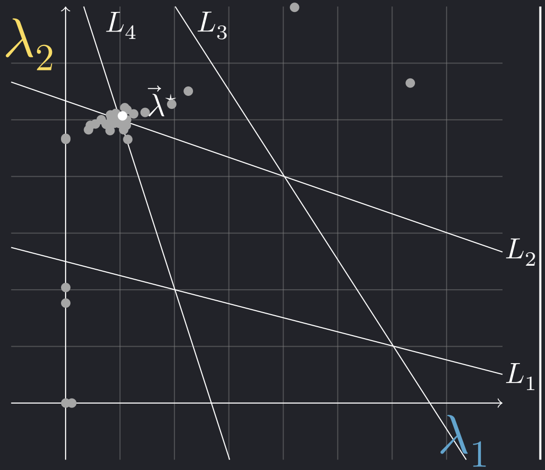
Explorations additionnelles



Explorations additionnelles



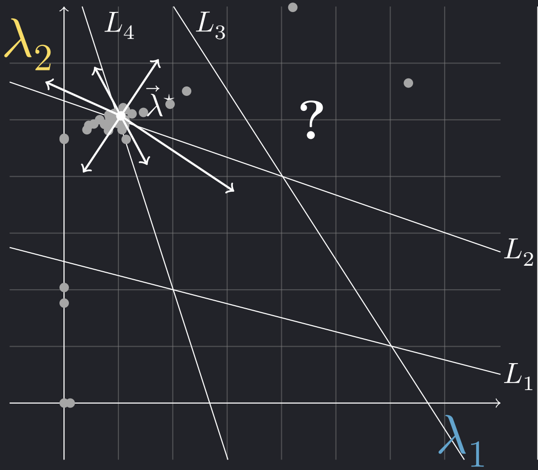
Explorations additionnelles



$X_1 \neq 1$

$X_3 \neq 0$

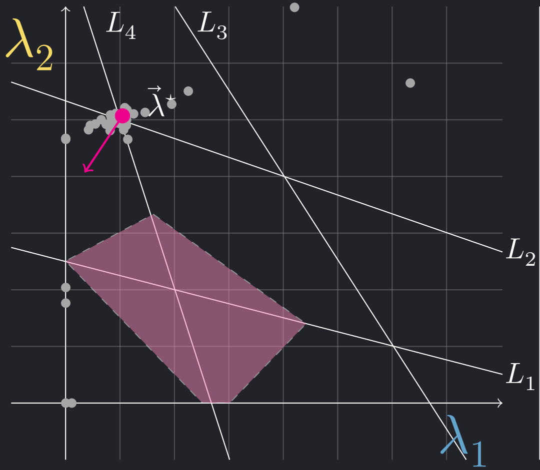
Explorations additionnelles



$X_1 \neq 1$

$X_3 \neq 0$

Explorations additionnelles

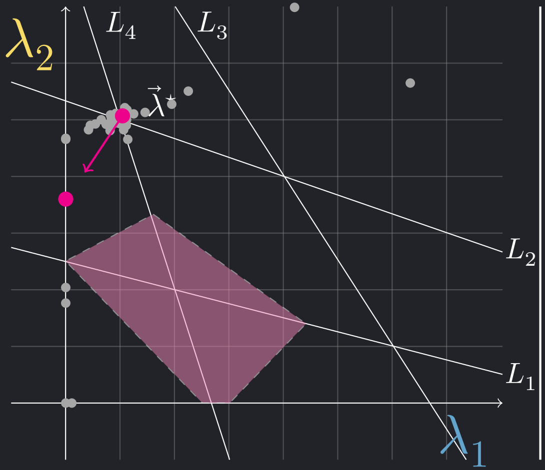


$X_1 \neq 1$

$X_3 \neq 0$

$$\min\{f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

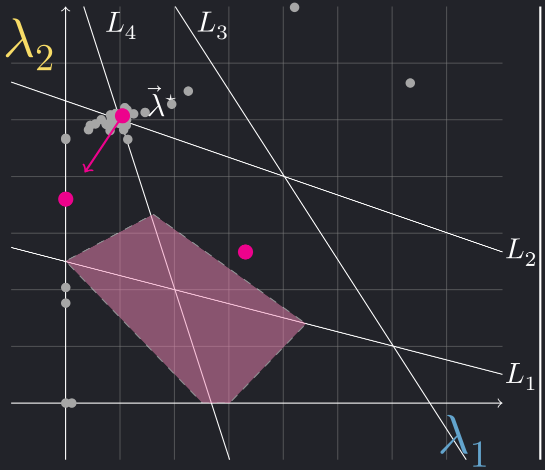
Explorations additionnelles



$X_1 \neq 1$ $X_3 \neq 0$

$$\min\{f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\vec{\lambda})\colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

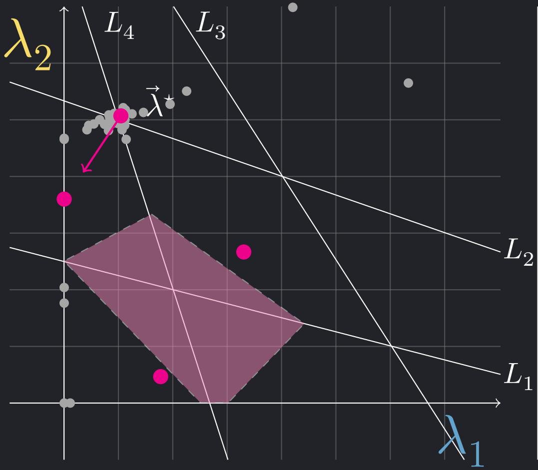
Explorations additionnelles



$X_1 \neq 1$ $X_3 \neq 0$

$$\min\{f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles

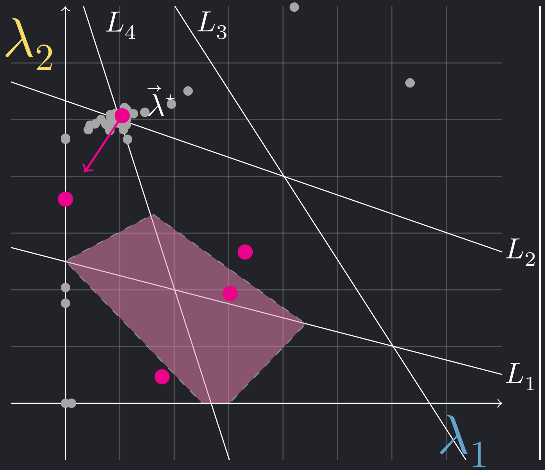


$X_1 \neq 1$

$X_3 \neq 0$

$$\min\{f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\vec{\lambda})\colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles



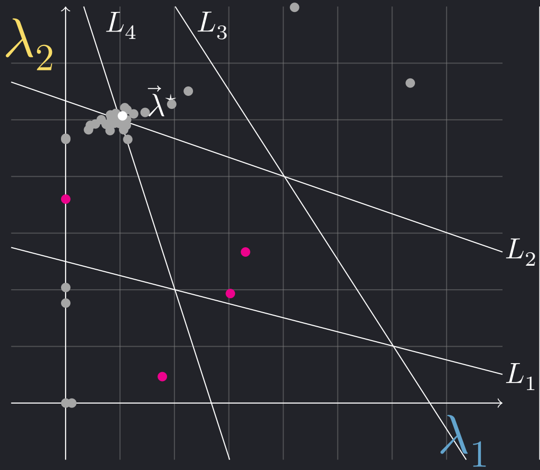
$X_1 \neq 1$

$X_2 \neq 0$

$X_3 \neq 0$

$$\min\{f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles

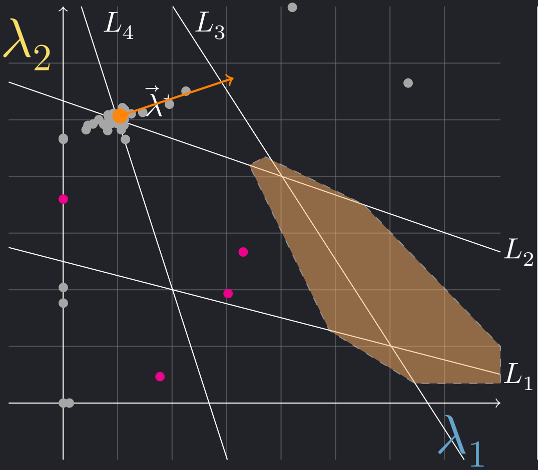


$X_1 \neq 1$

$X_2 \neq 0$

$X_3 \neq 0$

Explorations additionnelles

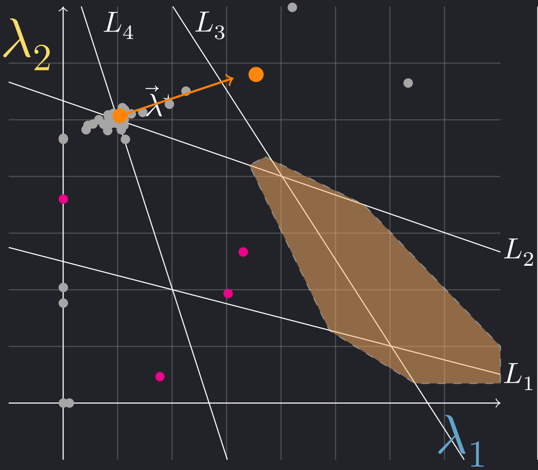


$X_1 \neq 1$ $X_3 \neq 0$

$X_2 \neq 0$

$$\min\{f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles

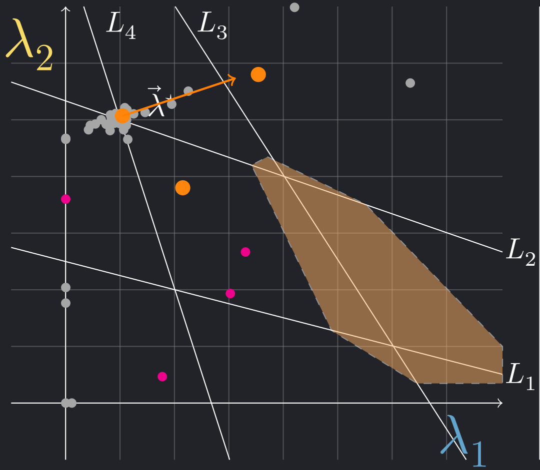


$X_1 \neq 1$ $X_3 \neq 0$

$X_2 \neq 0$

$$\min\{f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles

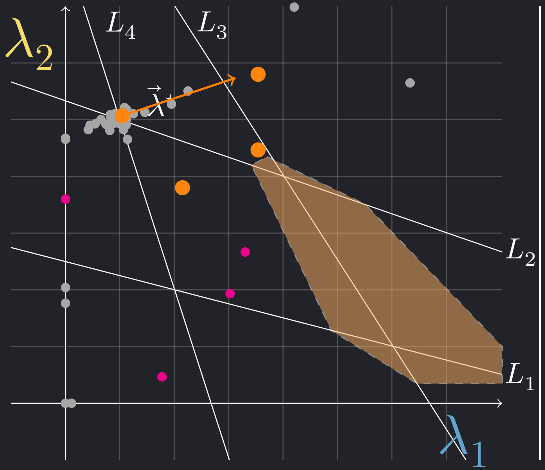


$X_1 \neq 1$ $X_3 \neq 0$

$X_2 \neq 0$

$$\min\{f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles



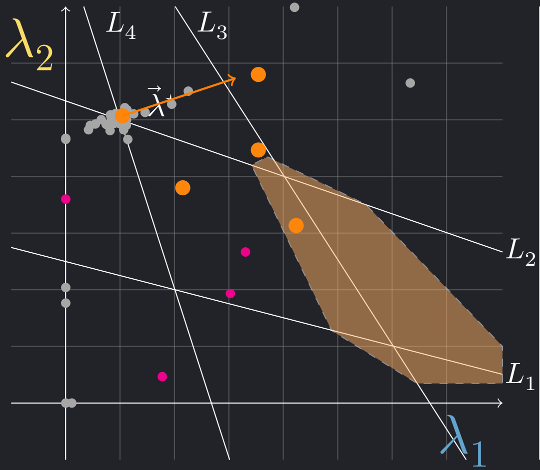
$X_1 \neq 1$

$X_3 \neq 0$

$X_2 \neq 0$

$$\min\{f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda})\colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles



$X_1 \neq 1$

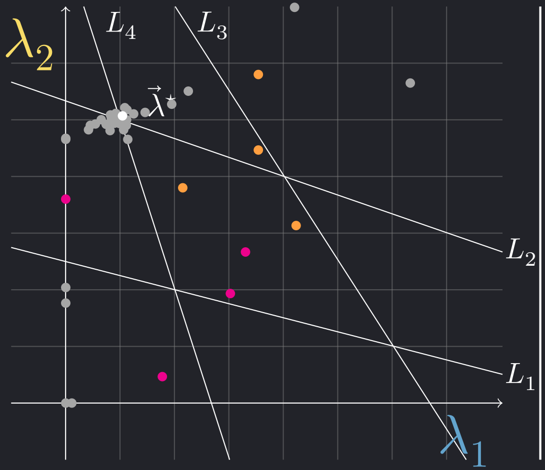
$X_3 \neq 0$

$X_2 \neq 0$

$X_4 \neq 1$

$$\min\{f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}) \colon \vec{\lambda} \geq \vec{0}\}$$

Explorations additionnelles



$X_1 \neq 1$

$X_2 \neq 0$

$X_3 \neq 0$

$X_4 \neq 1$

Peut-on faire cette technique pour tous les objets ?

Peut-on faire cette technique pour tous les objets ?

- Non !

Peut-on faire cette technique pour tous les objets ?

- Non !
- Il y a des cas où l'on ne peut pas filtrer.

Peut-on faire cette technique pour tous les objets ?

- Non !
- Il y a des cas où l'on ne peut pas filtrer.
- On va lancer l'algorithme lorsqu'on est *proche* de filtrer :

Peut-on faire cette technique pour tous les objets ?

- Non !
- Il y a des cas où l'on ne peut pas filtrer.
- On va lancer l'algorithme lorsqu'on est *proche* de filtrer :

$$\left| f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \right| < \tau.$$

Le test du seuil

- $\left| f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \right| < \tau$

Le test du seuil

- $\left| f' [x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\text{dom}(M)\right) \right| < \tau$
- τ grand :

Le test du seuil

- $\left|f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)\right| < \tau$
- τ grand : beaucoup d'objets sont testés.

Le test du seuil

- $\left| f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \right| < \tau$
- τ grand : beaucoup d'objets sont testés.
- τ petit :

Le test du seuil

- $\left| f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \right| < \tau$
- τ grand : beaucoup d'objets sont testés.
- τ petit : moins d'objets sont testés.

Le test du seuil

- $\left|f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right)\right| < \tau$
- τ grand : beaucoup d'objets sont testés.
- τ petit : moins d'objets sont testés.
- Est-ce un bon test ?

Le test du seuil

- $\left| f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \right| < \tau$
- τ grand : beaucoup d'objets sont testés.
- τ petit : moins d'objets sont testés.
- Est-ce un bon test ? Oui et non...

Pourquoi non ?

Pourquoi non ?

- $\vec{\lambda}^{\star}$ est proche des lignes de décisions.

Pourquoi non ?

- $\vec{\lambda}^\star$ est proche des lignes de décisions.
- Pour certains objets on a

Pourquoi non ?

- $\vec{\lambda}^\star$ est proche des lignes de décisions.
- Pour certains objets on a

$$\begin{aligned} f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}^\star) &= f'(\vec{\lambda}^\star) - \left| c_i - a_{\mathrm{c}i}^\top \vec{\lambda}^\star \right| \\ &\approx f'(\vec{\lambda}^\star). \end{aligned}$$

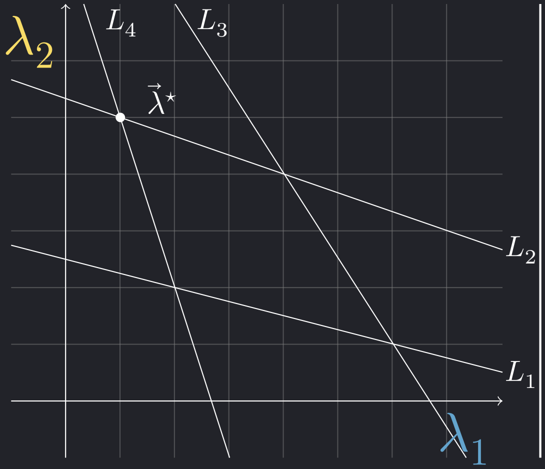
Pourquoi non ?

- $\vec{\lambda}^\star$ est proche des lignes de décisions.
- Pour certains objets on a

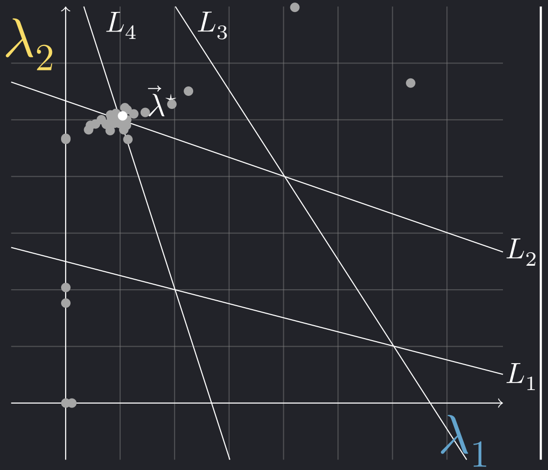
$$\begin{aligned} f'[x_i = 1 - x_i^\star](\vec{\lambda}^\star) &= f'(\vec{\lambda}^\star) - \left| c_i - a_{\mathrm{c}i}^\top \vec{\lambda}^\star \right| \\ &\approx f'(\vec{\lambda}^\star). \end{aligned}$$

- Il est probable que $\left| f'(\vec{\lambda}^\star) - \min\left(\mathrm{dom}(M)\right) \right| \geq \tau$.

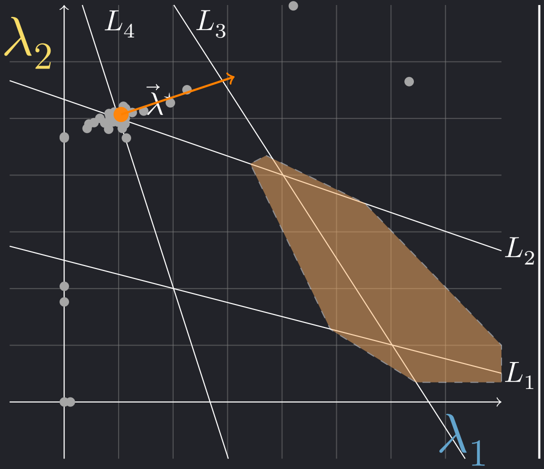
Solution



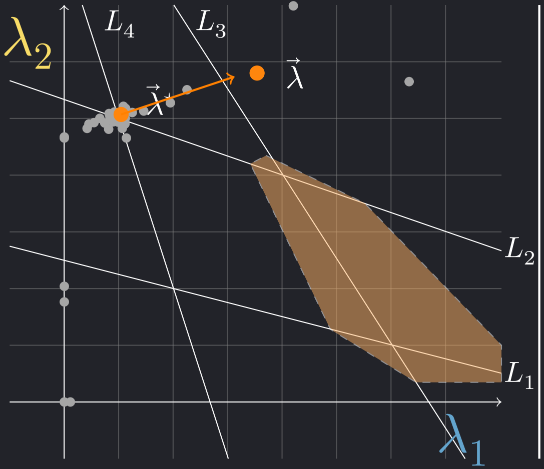
Solution



Solution

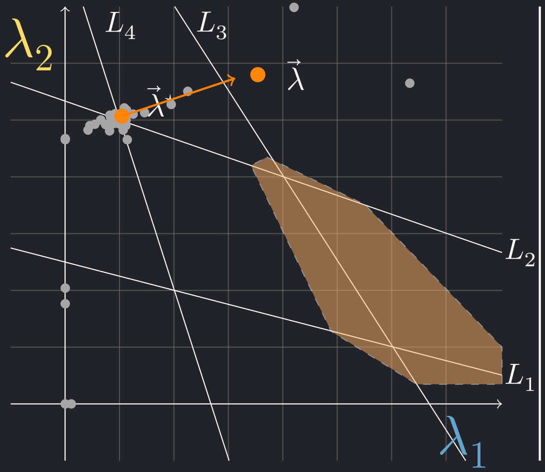


Solution



$$f'(\vec{\lambda}) > f'(\vec{\lambda}^{\star})$$

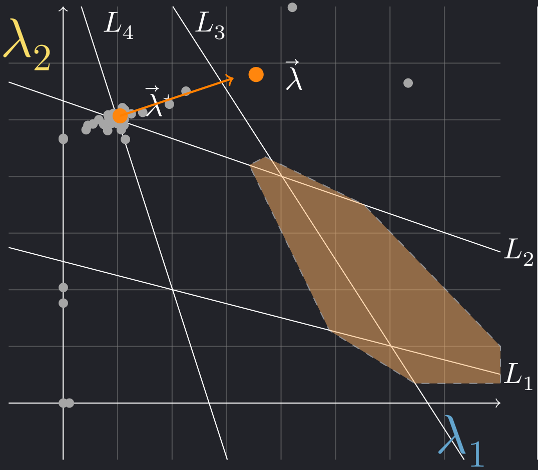
Solution



$$f'(\vec{\lambda}) > f'(\vec{\lambda}^\star)$$

$$\left|c_4 - a_{c4}^\top \vec{\lambda}\right| > \left|c_4 - a_{c4}^\top \vec{\lambda}^\star\right| = 0\$$$

Solution

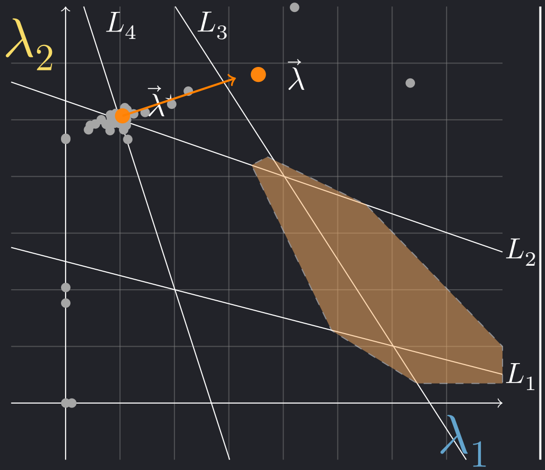


$$f'(\vec{\lambda}) > f'(\vec{\lambda}^\star)$$

$$\left|c_4 - a_{c4}^\top \vec{\lambda}\right| > \left|c_4 - a_{c4}^\top \vec{\lambda}^\star\right| = 0\$$$

$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}) < f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}^\star)$$

Solution



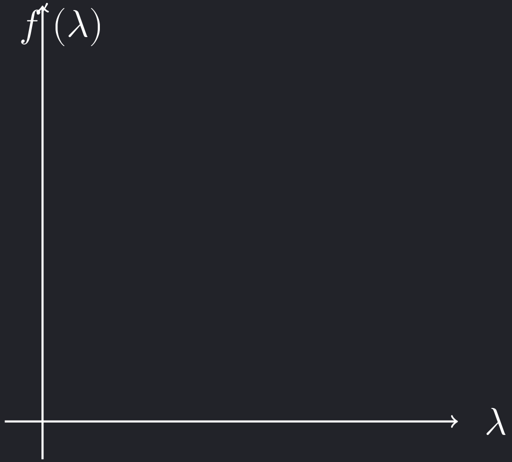
$$f'(\vec{\lambda}) > f'(\vec{\lambda}^\star)$$

$$\left|c_4 - a_{c4}^\top \vec{\lambda}\right| > \left|c_4 - a_{c4}^\top \vec{\lambda}^\star\right| = 0\$$$

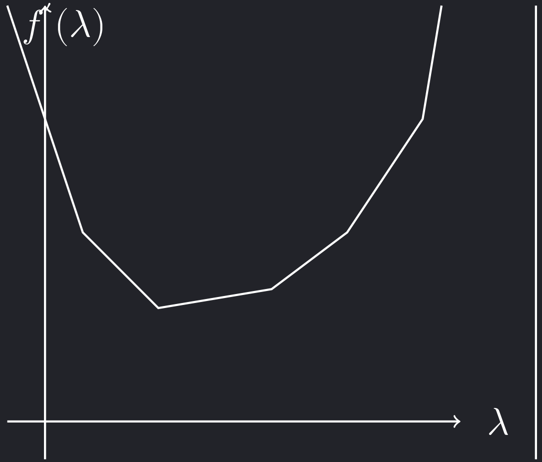
$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}) < f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\vec{\lambda}^\star)$$

Le test du seuil plus parlant !

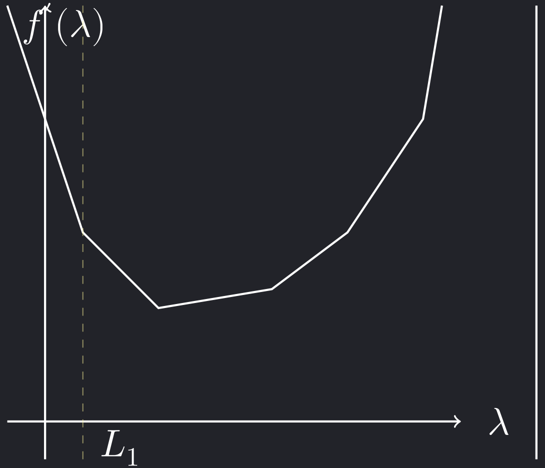
Souci de convexité



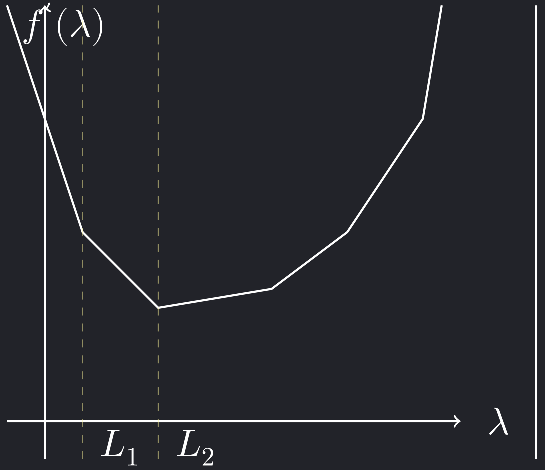
Souci de convexité



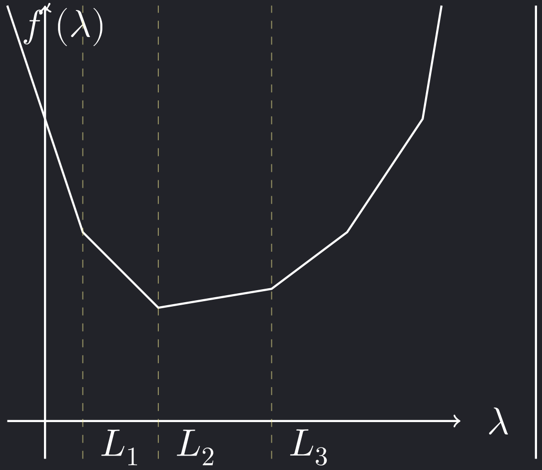
Souci de convexité



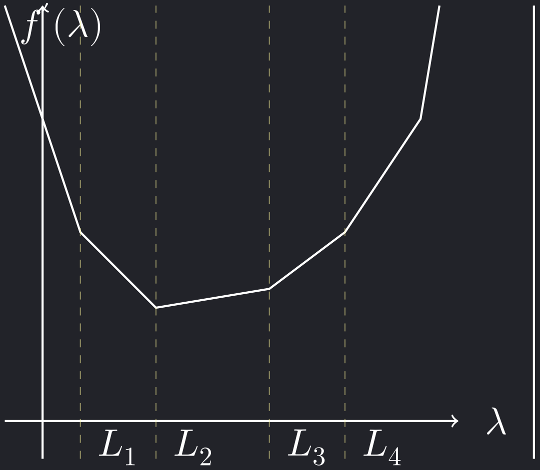
Souci de convexité



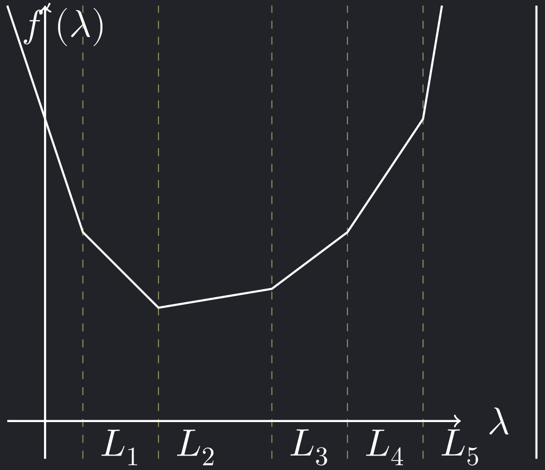
Souci de convexité



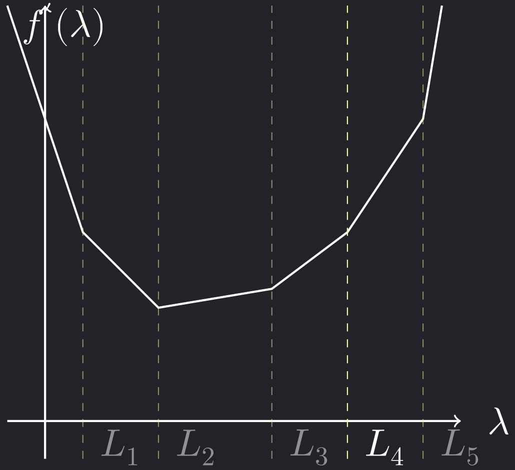
Souci de convexité



Souci de convexité

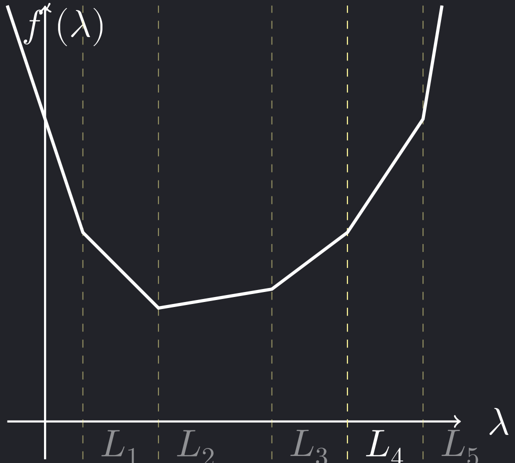


Souci de convexité



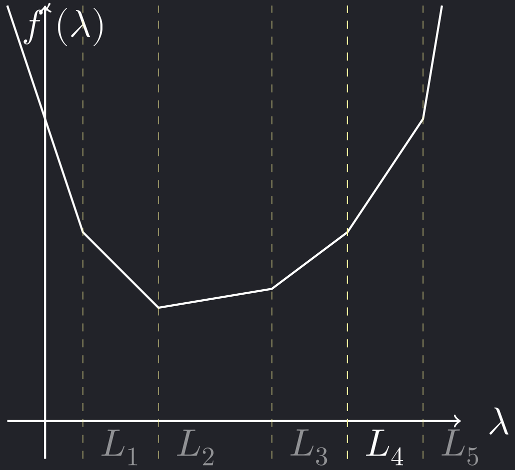
$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) =$$

Souci de convexité



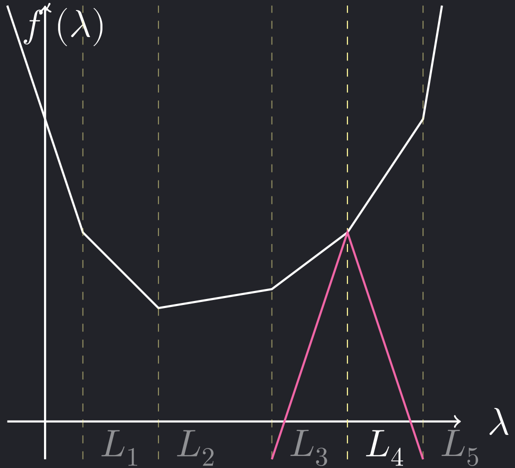
$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$

Souci de convexité



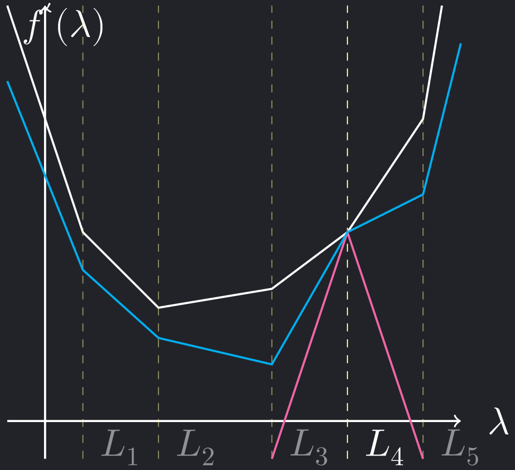
$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_4 - a_4\lambda|$$

Souci de convexité



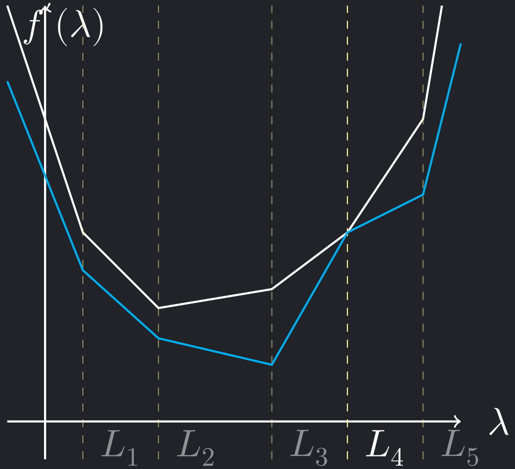
$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_4 - a_4\lambda|$$

Souci de convexité



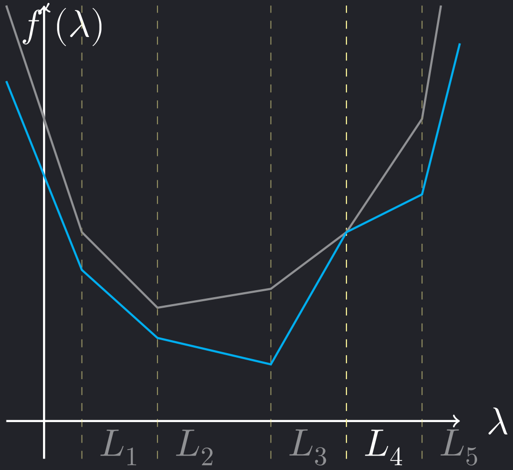
$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_4 - a_4\lambda|$$

Souci de convexité



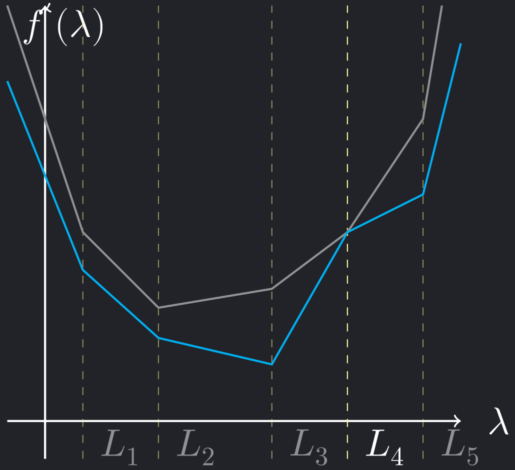
$$f^{\prime}[x_4 = 1 - x_4^{\star}](\lambda) = f^{\prime}(\lambda)$$
$$-|c_4 - a_4\lambda|$$

Souci de convexité



$$\begin{aligned} f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda) \\ -|c_4 - a_4\lambda| \end{aligned}$$

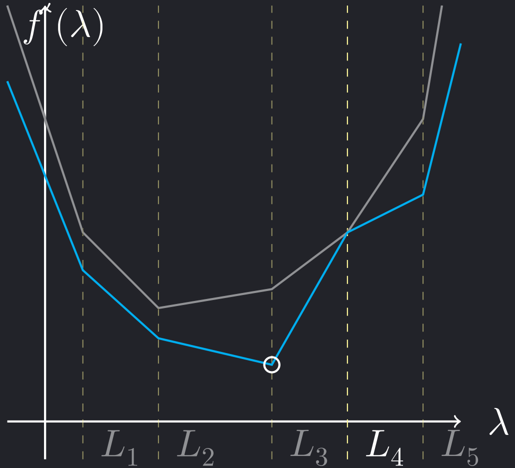
Souci de convexité



$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda) - |c_4 - a_4\lambda|$$

Non-convexe !

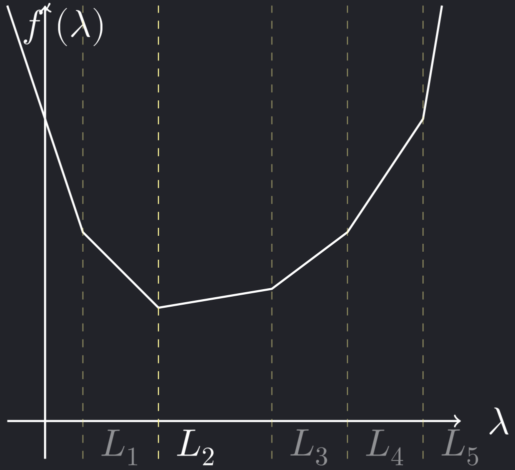
Souci de convexité



$$f'[x_4 = 1 - x_4^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_4 - a_4\lambda|$$

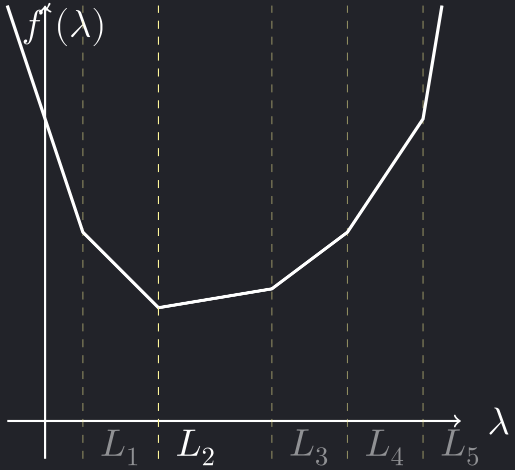
Non-convexe !

Souci de convexité



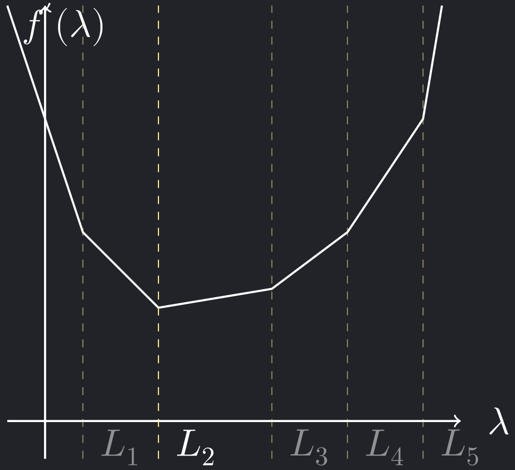
$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) =$$

Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$

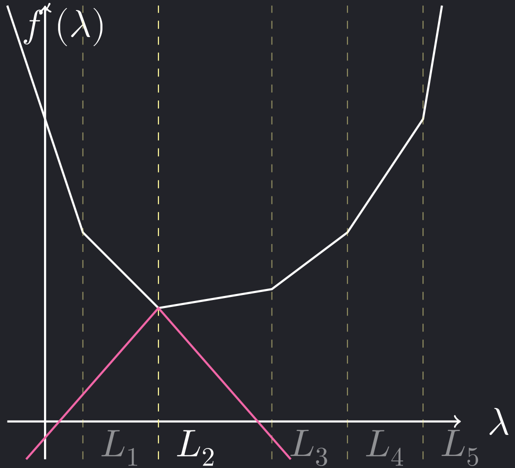
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$

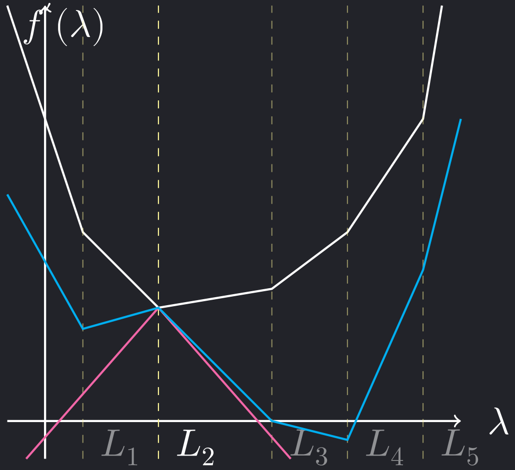
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

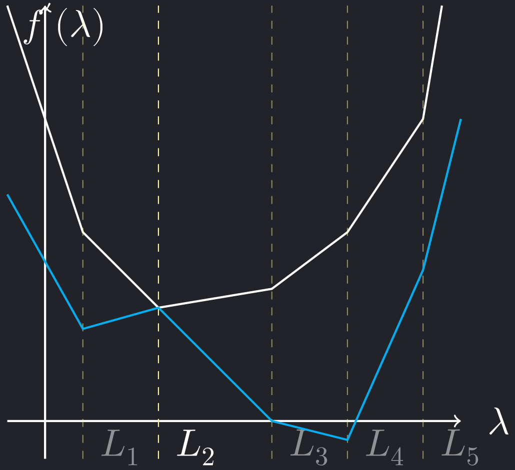
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$

$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

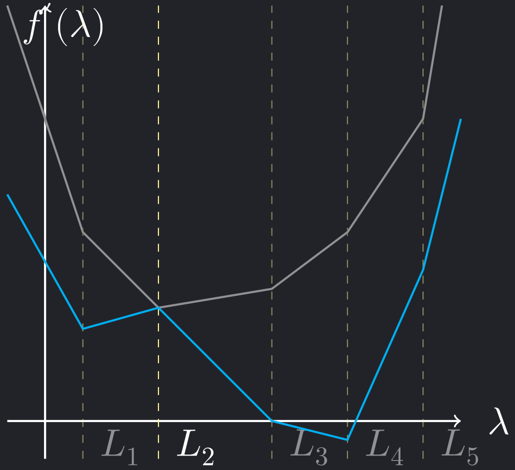
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

Non-convexe !

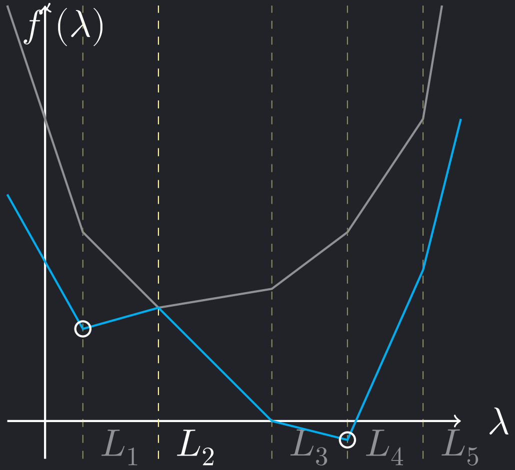
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda) - |c_2 - a_2\lambda|$$

Non-convexe !

Souci de convexité

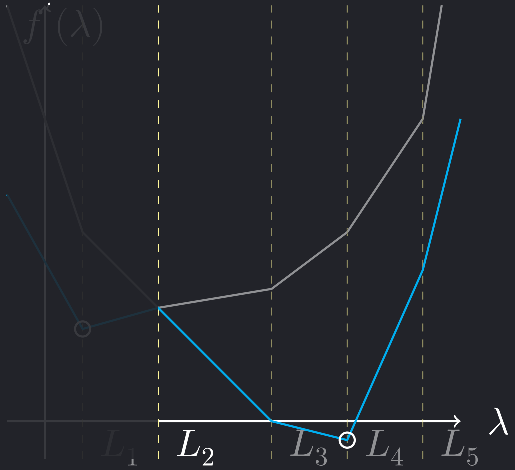


$$f^{\prime}[x_2 = 1 - x_2^{\star}](\lambda) = f^{\prime}(\lambda)$$

$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

Non-convexe !

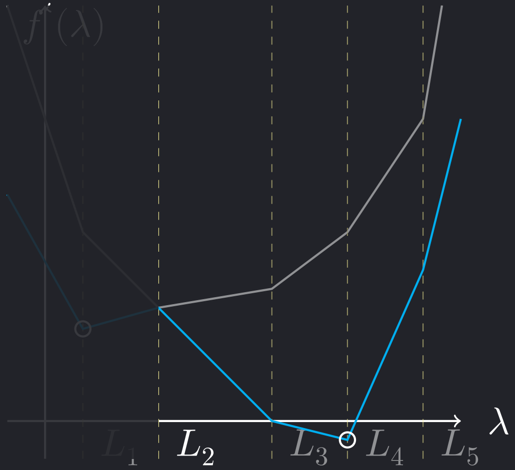
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

Non-convexe !

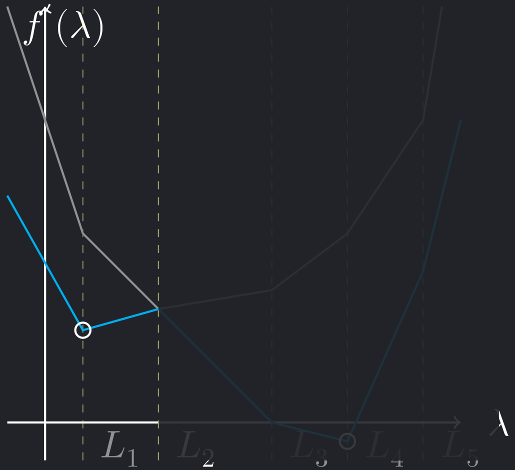
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

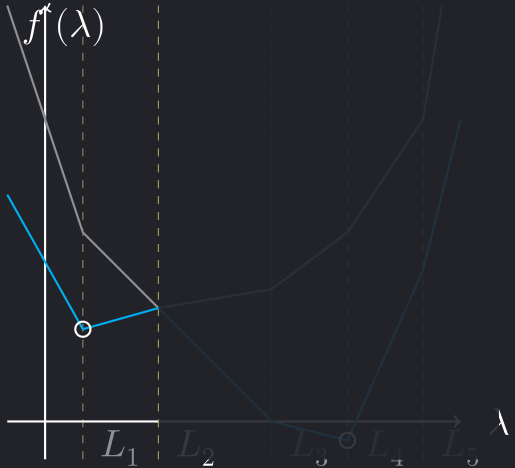
Convexe !

Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

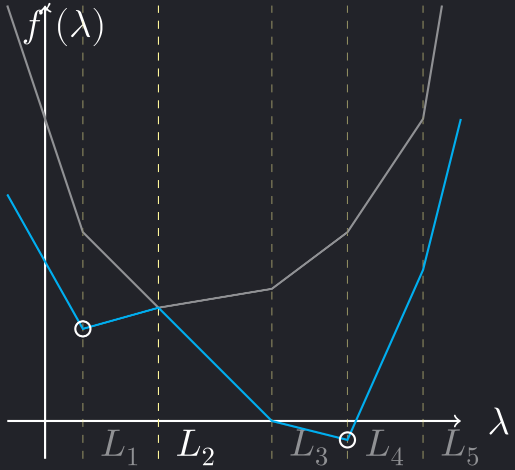
Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda) - |c_2 - a_2\lambda|$$

Convexe !

Souci de convexité



$$f'[x_2 = 1 - x_2^\star](\lambda) = f'(\lambda)$$
$$-|c_2 - a_2\lambda|$$

Procédure des deux côtés !

Bancs d'essaies

Bancs d'essaies

- Deux bancs d'essaies de `OR-tools Library`.

Bancs d'essaies

- Deux bancs d'essaies de `OR-tools Library`.
- Le premier 48 instances.

Bancs d'essaies

- Deux bancs d'essaies de `OR-tools Library`.
- Le premier 48 instances.
- Le deuxième 9 classes de 30 instances.

Les modèles testés

Les modèles testés

Linéaire

Les modèles testés

Linéaire

Les modèles testés

$$a_{1,1}X_1 + ... + a_{1,n}X_n \leq b_1$$

Linéaire

Les modèles testés

$$a_{1,1}X_1 + ... + a_{1,n}X_n \leq b_1$$

$$a_{2,1}X_1 + ... + a_{2,n}X_n \leq b_2$$

Linéaire

Les modèles testés

$$\begin{array}{ccccc}
a_{1,1}X_1 + \ldots + a_{1,n}X_n \leq b_1 \\
a_{2,1}X_1 + \ldots + a_{2,n}X_n \leq b_2 \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
a_{m,1}X_1 + \ldots + a_{m,n}X_n \leq b_m
\end{array}$$

Linéaire

Les modèles testés

$$
\begin{array}{l}
a_{1,1}X_1 + \ldots + a_{1,n}X_n \leq b_1 \\
a_{2,1}X_1 + \ldots + a_{2,n}X_n \leq b_2 \\
\quad \vdots \qquad \ddots \qquad \vdots \qquad \vdots \\
a_{m,1}X_1 + \ldots + a_{m,n}X_n \leq b_m \\
c_1X_1 + \ldots + c_nX_n = M
\end{array}
$$

Linéaire

Les modèles testés

$$
\begin{array}{ccccc}
a_{1,1}X_1 & + \ldots + & a_{1,n}X_n & \leq & b_1 \\
a_{2,1}X_1 & + \ldots + & a_{2,n}X_n & \leq & b_2 \\
\vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\
a_{m,1}X_1 & + \ldots + & a_{m,n}X_n & \leq & b_m
\end{array}
$$

$$c_1X_1 + \ldots + c_nX_n = M$$

$$\max \; M$$

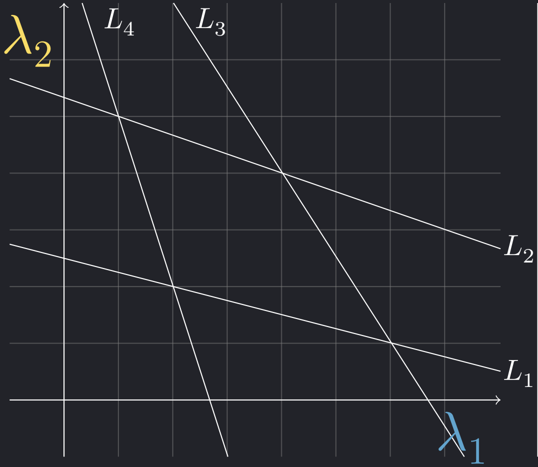
Linéaire

Les modèles testés

Linéaire

Relaxation lagrangienne

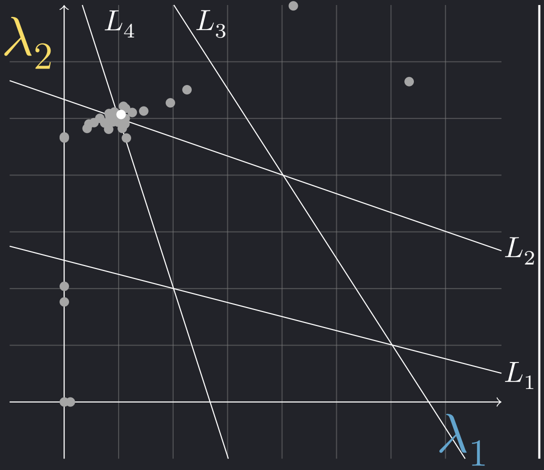
Les modèles testés



Linéaire

Relaxation lagrangienne

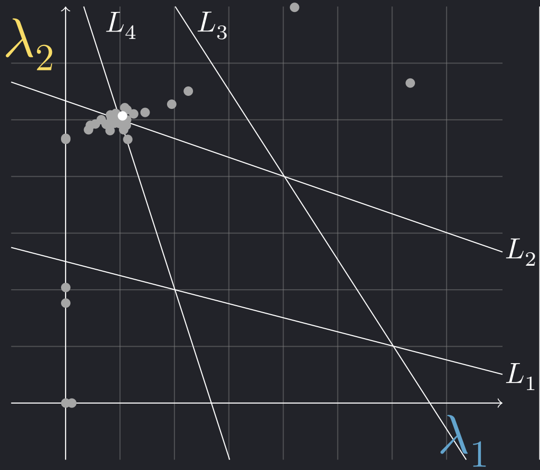
Les modèles testés



Linéaire

Relaxation lagrangienne

Les modèles testés

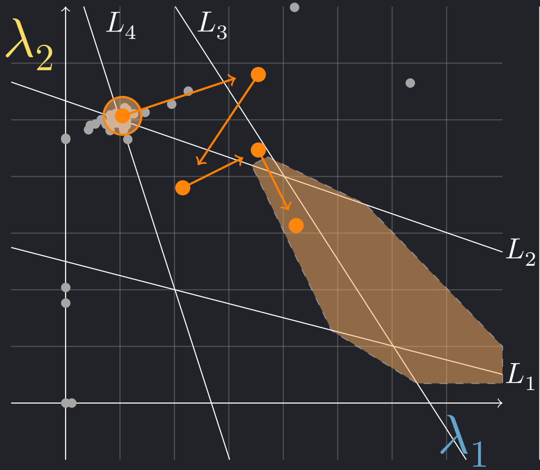


Linéaire

Relaxation lagrangienne

Relaxation lagrangienne+

Les modèles testés

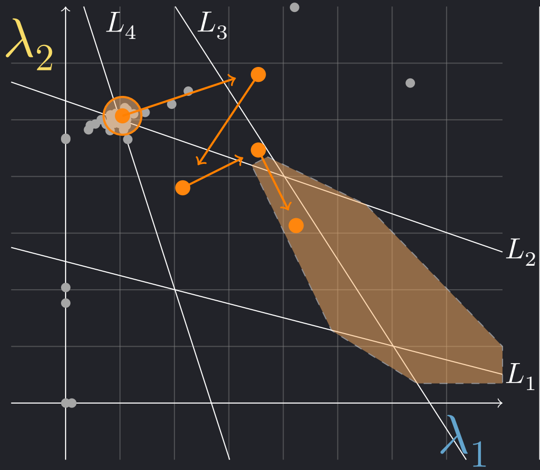


Linéaire

Relaxation lagrangienne

Relaxation lagrangienne+

Les modèles testés



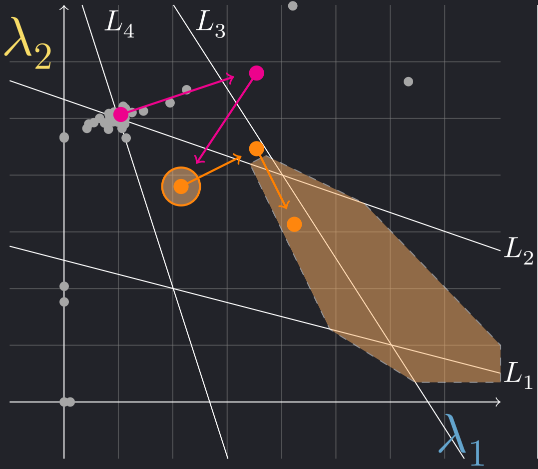
Linéaire

Relaxation lagrangienne

Relaxation lagrangienne+

Relaxation lagrangienne+k
$k \in \{1, 2, 3\}$

Les modèles testés



Linéaire

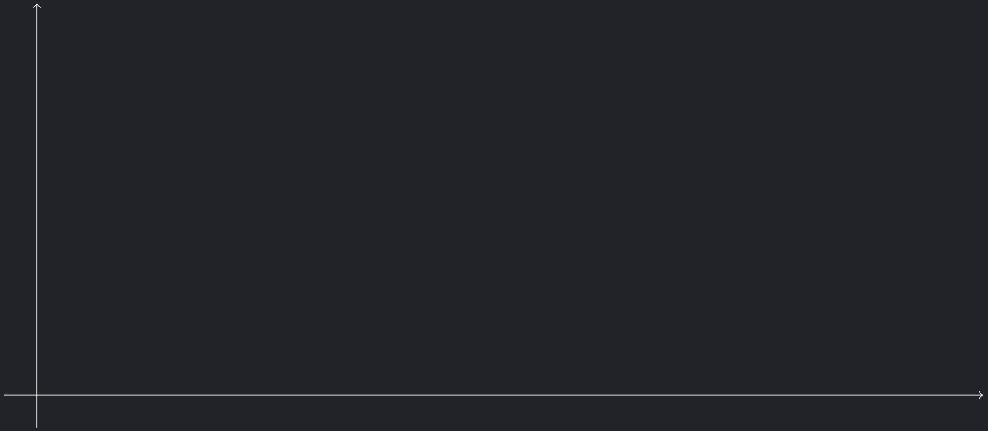
Relaxation lagrangienne

Relaxation lagrangienne+

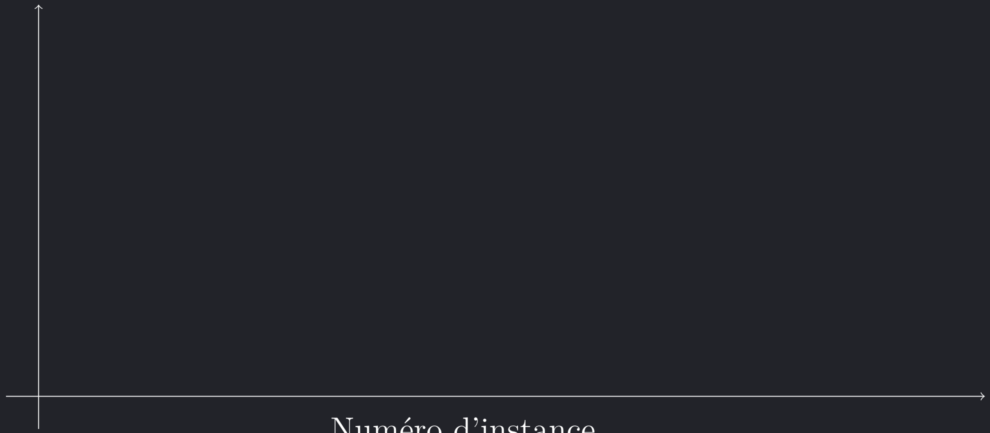
Relaxation lagrangienne+k
$k \in \{1, 2, 3\}$

Résultats sur le premier banc d’essaies

Résultats sur le premier banc d'essaies



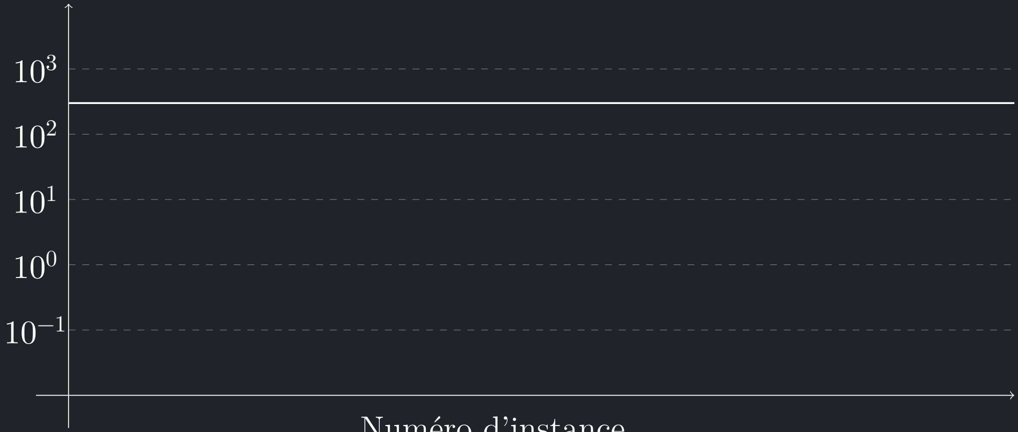
Résultats sur le premier banc d'essaies



Numéro d'instance

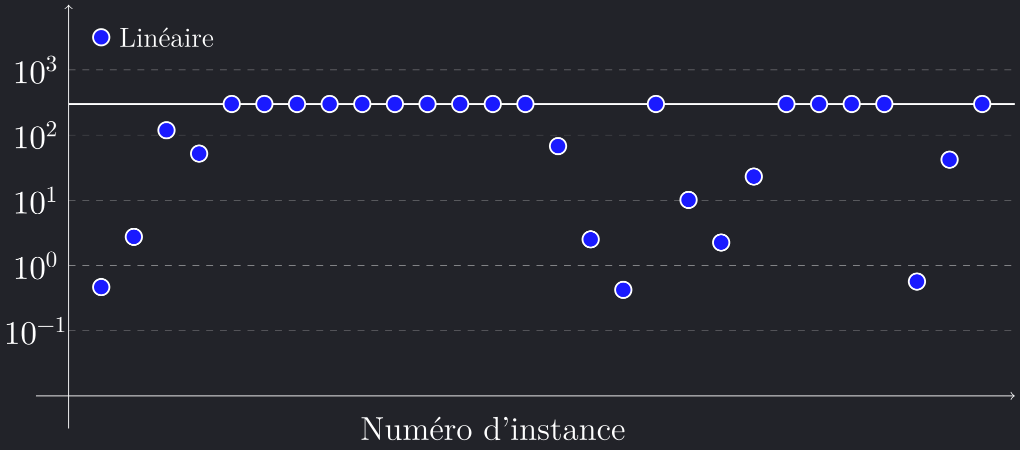
Résultats sur le premier banc d'essaies

Résultats sur le premier banc d'essaies

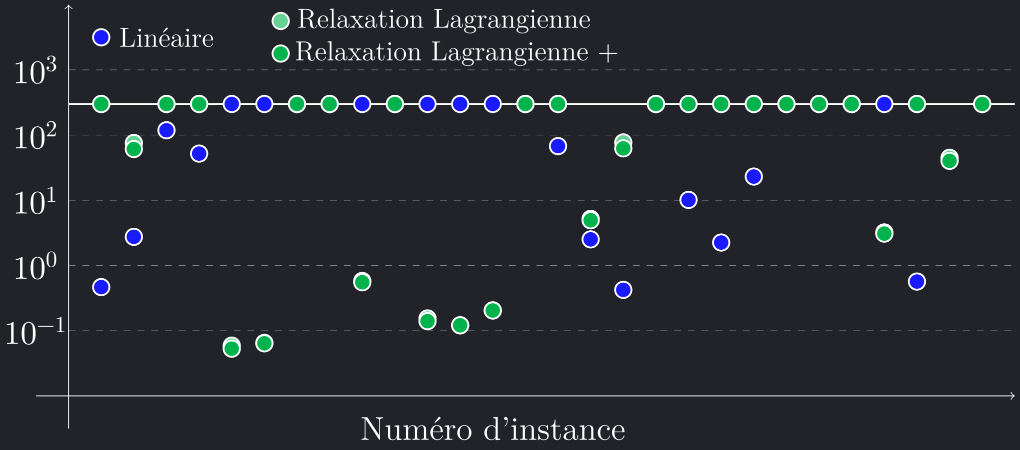


Numéro d'instance

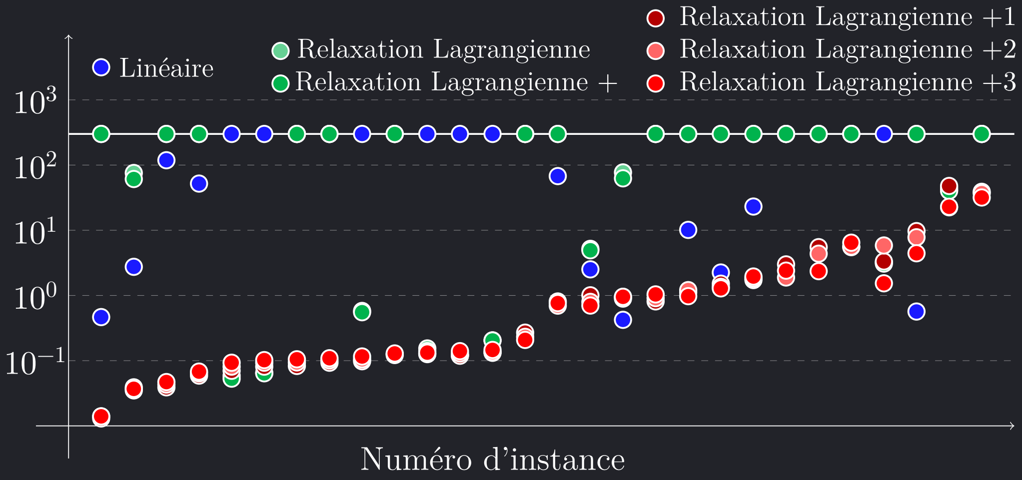
Résultats sur le premier banc d'essaies



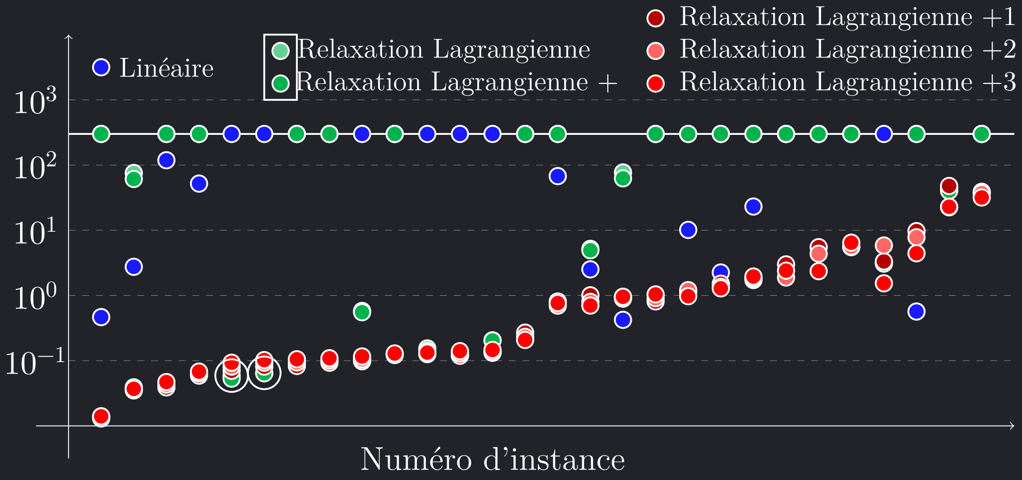
Résultats sur le premier banc d'essaies



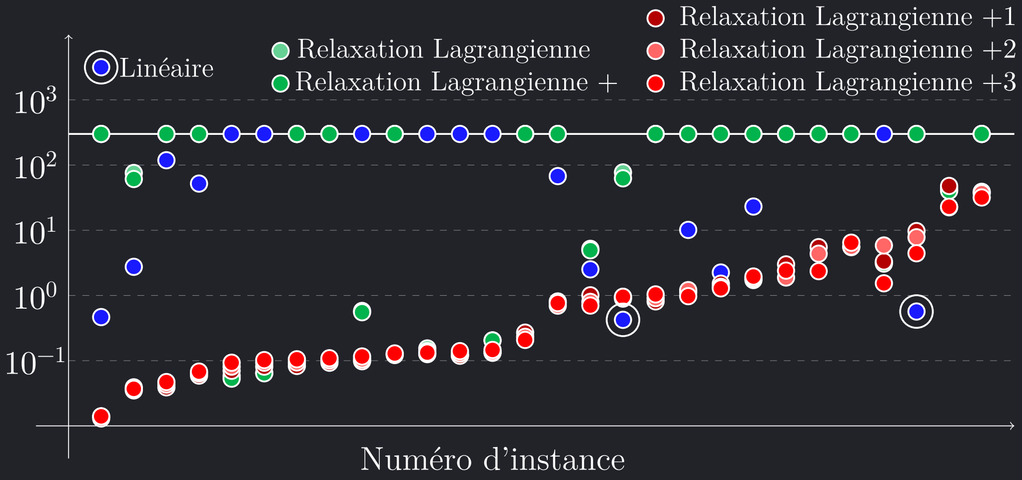
Résultats sur le premier banc d'essaies



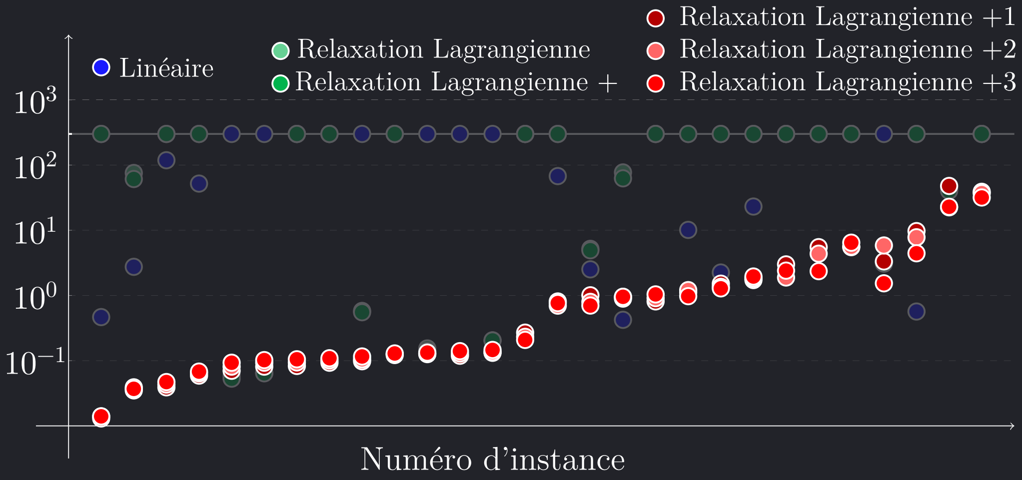
Résultats sur le premier banc d'essaies



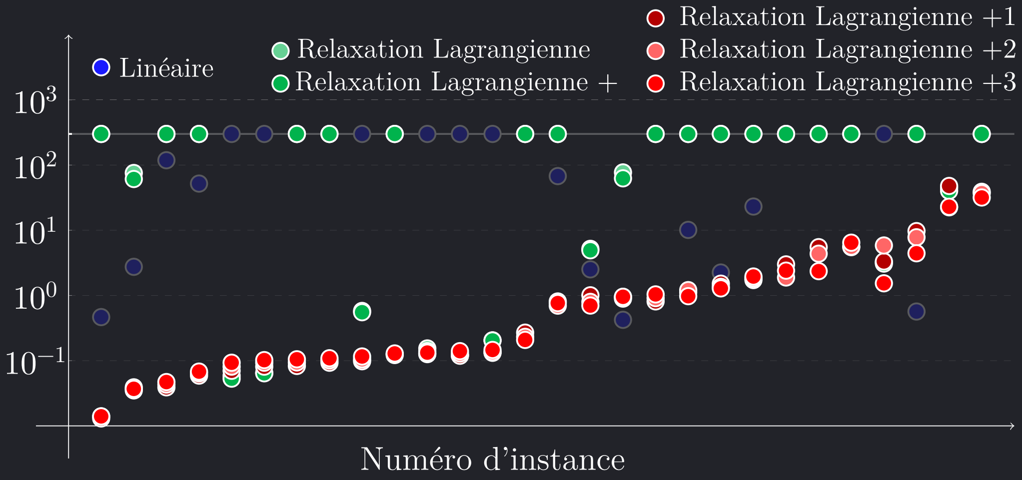
Résultats sur le premier banc d'essaies



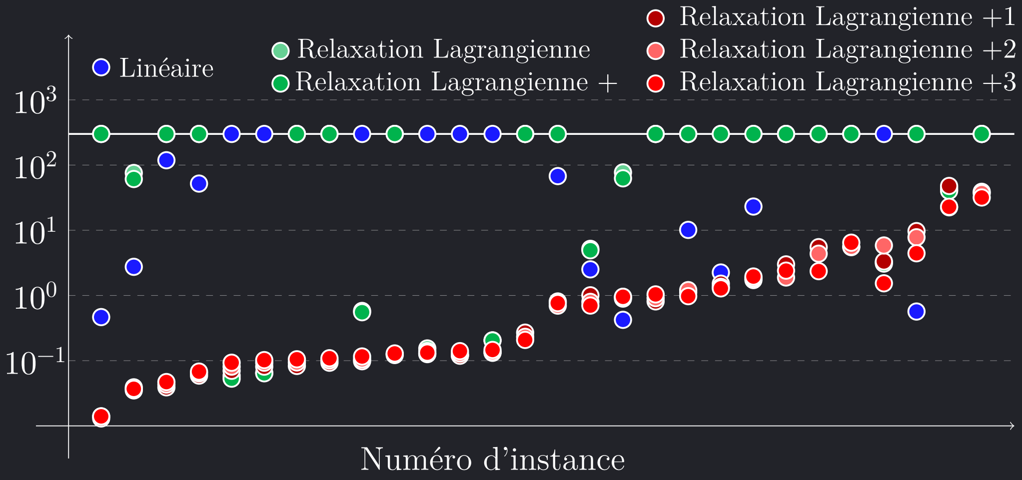
Résultats sur le premier banc d'essaies



Résultats sur le premier banc d'essaies



Résultats sur le premier banc d'essaies



Résultats sur le deuxième banc d'essaies

# Res.	# items	LIN	LR	LR+0	LR+1	LR+2	LR+3
5	100	0	26	25	**30**	**30**	**30**
5	250	0	**12**	4	6	9	7
5	500	1	11	3	**14**	11	8
10	100	0	5	3	16	17	**18**
10	250	1	6	5	12	**17**	**17**
10	500	3	6	3	**14**	12	12
30	100	1	5	7	19	**23**	19
30	250	4	10	8	**19**	17	18
30	500	4	10	9	**19**	17	17

Table – Nombre de fois où une méthode donnée fournit la meilleure limite inférieure dans un délai de cinq minutes.

Conclusion

Conclusion

- La procédure d'explorations additionnelles aide le filtrage.

Conclusion

- La procédure d'explorations additionnelles aide le filtrage.
- $\vec{\lambda}^{\star}$ n'est pas idéal pour le test du seuil.

Conclusion

- La procédure d'explorations additionnelles aide le filtrage.
- $\vec{\lambda}^{\star}$ n'est pas idéal pour le test du seuil.
- Nous obtenons de meilleures bornes dans un délai donné.

Conclusion

- La procédure d'explorations additionnelles aide le filtrage.
- $\vec{\lambda}^{\star}$ n'est pas idéal pour le test du seuil.
- Nous obtenons de meilleures bornes dans un délai donné.
- Merci !