

当然可以！以下是你提供的考试问题的整理笔记，涵盖了每个主题的定义、性质和例子。

1. CCD与扩展欧几里得算法

- **定义：**扩展欧几里得算法用于求解线性方程 $ax + by = d$ ，其中 $d = \gcd(a, b)$ 。
- **步骤：**
 1. 使用欧几里得算法计算 d 。
 2. 反向替换得到 x 和 y 的值。

2. 群的定义与例子，循环群

- **定义：**群是一个集合 G ，配备一个二元运算，满足封闭性、结合律、存在单位元和逆元。
- **例子：**
 - 加法群 $(\mathbb{Z}, +)$ 。
 - 循环群 $C_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$ 。

3. 环与域的定义与例子

- **环：**一个集合 R ，配备两个运算（加法和乘法），满足环的公理。
- **域：**一个环，其中每个非零元素都有乘法逆元。
- **例子：**
 - 整数环 \mathbb{Z} 。
 - 有理数域 \mathbb{Q} 。

4. 环中的理想，定义与例子，因子环，极大理想

- **理想：**环 R 的子集 I ，使得 $a \in I$ 和 $r \in R$ 时， $ra \in I$ 。
- **极大理想：**在 R 中没有包含其他理想的理想。
- **例子：**整数环中的理想 (p) ，其中 p 是素数。

5. 同余类 \mathbb{Z}_n ：定义与性质

- **定义：** \mathbb{Z}_n 是模 n 的整数集合，元素为同余类。
- **性质：**加法和乘法在 \mathbb{Z}_n 中定义良好。

6. 指数函数与二进制指数算法

- **定义：**指数函数 $f(x) = a^x$ 。
- **二进制指数算法：**通过二进制展开快速计算幂。

7. 离散对数问题与Diffie-Hellman密钥交换协议

- **离散对数问题：**给定 g 和 $g^x \pmod p$ ，求 x 。
- **Diffie-Hellman协议：**一种安全的密钥交换方法。

8. ElGamal加密系统

- **定义：**基于离散对数问题的非对称加密算法。
- **步骤：**密钥生成、加密和解密过程。

9. 欧拉函数：定义与性质

- **定义：**欧拉函数 $\phi(n)$ 表示与 n 互质的正整数数量。
- **性质：**如果 $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \cdots p_m^{k_m}$ ，则 $\phi(n) = n(1 - \frac{1}{p_1})(1 - \frac{1}{p_2}) \cdots (1 - \frac{1}{p_m})$ 。

10. RSA加密系统：加密与解密

- **步骤：**
 1. 选择两个大素数 p 和 q 。
 2. 计算 $n = pq$ 和 $\phi(n)$ 。
 3. 选择公钥 e 和私钥 d 。
 4. 加密： $c \equiv m^e \pmod n$ 。
 5. 解密： $m \equiv c^d \pmod n$ 。

11. 针对RSA的攻击

- **攻击方式：**
 - 因数分解攻击。
 - 选择明文攻击。
 - 侧信道攻击。

12. 勒让德与雅可比符号的计算

- **勒让德符号：** $(\frac{a}{p})$ 表示 a 是否是模 p 的二次剩余。
- **雅可比符号：**扩展到合数的情况。

13. 费马素性测试与卡迈克尔数

- **费马素性测试：**基于费马小定理的素性测试。
- **卡迈克尔数：**合数但通过费马测试。

14. 确定性素性测试，费马数与梅森数

- **确定性测试：**总能正确判断一个数是否为素数。
- **梅森数：**形如 $2^p - 1$ 的数。

15. 概率素性测试，Solovay-Strassen与Miller-Rabin素性测试

- **Solovay-Strassen测试：**基于二次剩余的随机化测试。
- **Miller-Rabin测试：**基于随机化的概率测试。

16. Rabin加密系统

- 定义：基于平方根问题的加密算法。
- 步骤：密钥生成、加密和解密过程。

17. 数字签名：数字签名的一般方案

- 定义：用于验证消息的完整性和来源。
- 步骤：生成密钥、签名和验证。

18. ElGamal签名方案

- 定义：基于离散对数问题的签名算法。
- 步骤：生成密钥、签名和验证。

19. RSA签名方案

- 定义：使用RSA算法的签名方法。
- 步骤：生成密钥、签名和验证。

20. 仿射与射影空间，Weierstrass方程

- 仿射空间：描述平面或空间中的点。
- 射影空间：考虑无穷远点。
- Weierstrass方程：描述椭圆曲线的标准形式。

21. 椭圆曲线与群律

- 定义：椭圆曲线是形如 $y^2 = x^3 + ax + b$ 的方程。
- 群律：椭圆曲线上的点可以定义加法运算。

22. 仿射坐标中的加法公式

- 加法公式：给定两点 P 和 Q ，计算 $P + Q$ 。

23. 射影坐标中的加法公式

- 射影坐标：使用三维坐标简化计算。
- 加法公式：在射影坐标下的点加法。

24. 椭圆曲线数字签名算法 (ECDSA)

- 定义：基于椭圆曲线的数字签名算法。
- 步骤：生成密钥、签名和验证。

25. 域的特征：定义与例子

- 定义：域的特征是最小的正整数 p ，使得 $p \cdot 1 = 0$ 。
- 例子：有理数域 \mathbb{Q} 的特征为 0 。

26. 有限域的性质（元素数量，给定元素数量的域的存在性）

- **性质：**有限域的元素数量为 p^k ，其中 p 是素数， k 是正整数。
- **存在性：**对于每个 p^k ，存在一个有限域。

27. 有限域的构造

- **方法：**通过多项式构造有限域。

28. 有限域上多项式的不可约性测试

- **不可约性：**多项式在有限域上不可约意味着无法分解为低次多项式的乘积。

如果你需要更详细的解释或具体的例子，请告诉我！