

Name: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

---

**Hinweise:**

- Die Klausur besteht aus 10 Seiten und aus 9 Aufgaben. Bitte prüfen Sie Ihr Klausurexemplar auf Vollständigkeit.
- Es können 109 Punkte erreicht werden. Davon sind 9 Bonuspunkte.
- Hilfsmittel: alle Unterlagen – an technischen Hilfsmitteln ist nur ein Taschenrechner zugelassen (Computer/Tablets/Telefone nicht zugelassen).
- Zur Bearbeitung haben Sie 120 Minuten.

Viel Erfolg!

---

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte	12	12	9	14	16
Erreicht					

Aufgabe	6	7	8	9	Summe
Punkte	12	14	10	10	109
Erreicht					

---

**Aufgabe 1**

(12)

Gegeben seien die Ziffern 4, 4, 4, 7, 7, 9, 9.

- (a) Wie viele verschiedene Anordnungen dieser Ziffern gibt es?
- (b) Wie viele dieser Anordnungen beginnen mit einer 9 und enden mit einem 7?
- (c) Wie viele dieser Anordnungen gibt es, bei denen die beiden Neunen direkt nebeneinander stehen?

**Aufgabe 2**

(12)

Ein Polizist steht vor einer Reihe von 13 Autos. Er möchte davon 10 überprüfen.

- (a) Auf wie viele Weisen kann er 10 Autos auswählen?
- (b) Auf wie viele Weisen, wenn er auf jeden Fall die ersten beiden überprüfen möchte?
- (c) Auf wie viele Weisen, wenn er genau 3 der ersten 5 Autos überprüfen möchte?
- (d) Auf wie viele Weisen, wenn er mindestens 3 der ersten 5 Autos überprüfen möchte?

**Aufgabe 3**

(9)

Drei Würfel mit 6 Seiten werden geworfen. Wie viele verschiedene Ergebnisse sind möglich, wenn die Würfel

- (a) nicht unterscheidbar sind?
- (b) sich durch ihre Farbe (rot, gelb, blau) unterscheiden?

**Aufgabe 4**

(14)

Eine unfaire Münze zeigt mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{3}$  Kopf und mit der Wahrscheinlichkeit  $\frac{2}{3}$  Zahl. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach 8 Münzwürfen

- (a) nur Kopf vorkommt?
- (b) genau 4 mal Kopf vorkommt?
- (c) mindestens 2 mal Zahl vorkommt?

**Aufgabe 5**

(16)

Vier unabhängig entschiedene Personen besteigen einen Fahrstuhl, um in eines der drei oberen Stockwerke zu fahren. Die Wahrscheinlichkeiten für das Aussteigen einer bestimmten Person in einem bestimmten Stockwerk seien alle gleich groß. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- (a) alle 4 Personen im selben Stockwerk aussteigen?
- (b) der Fahrstuhl zweimal anhält und jedes Mal zwei Personen aussteigen?
- (c) die erste Person den Fahrstuhl allein verlässt?

**Aufgabe 6**

(12)

Wir nehmen an, dass eine Infektion mit einer Viruserkrankung mit einer Wahrscheinlichkeit von  $10^{-5}$  auftritt. Ein Antikörpertest erkennt eine Infektion mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%. Gesunde erhalten einer Wahrscheinlichkeit von 0,5% ein positives Testergebnis und werden damit irrtümlich als krank eingestuft.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem positivem Testergebnis tatsächlich eine Infektion vorliegt?

**Aufgabe 7**

(14)

- (a) Berechnen Sie mit Hilfe des Eulerschen Theorems schriftlich  $8^{242} \bmod 25$ .
- (b) Bestimmen Sie ganze Zahlen  $x$  und  $y$  mit  $582x + 123y = 6$ . Stellen Sie alle Einzelschritte dar.
- (c) Warum gibt es keine ganzen Zahlen mit  $582x + 123y = 11$ ?



**Aufgabe 8**

(10)

Eine monoalphabetische, monographische Chiffrierung eines deutschen Textes, der nur aus Großbuchstaben  $\mathbf{V} = \{A, B, C, \dots, Z\}$  besteht (Satzzeichen und Wortzwischenräume wurden weggelassen), funktioniere wie folgt:

Den Buchstaben seien wie üblich die Zahlen  $\{0, 1, \dots, 25\}$  zugeordnet, damit man mit ihnen "rechnen" kann. Die Verschlüsselung eines Klartextbuchstaben  $x \rightarrow f(x)$  erfolgt über die Formel

$$f(x) = (ax + b) \mod 26$$

mit ganzen Zahlen  $a, b \in \{0, 1, \dots, 25\}$ . Verlässlichen Quellen ist zu entnehmen, dass bei dieser Verschlüsselung das  $E$  in das  $K$  übergeht und das  $K$  in das  $E$ .

Welche Werte haben  $a$  und  $b$ ? (Die Lösung ist nicht eindeutig, alle Lösungen sind gefragt)

**Aufgabe 9**

(10)

In einem Public-Key-System nach dem RSA Verfahren fangen Sie das Kryptogramm  $c = 10$  ab, das an einen Empfänger gerichtet ist, dessen öffentlicher Schlüssel aus  $e = 5$  und  $m = 35$  (das Modul) besteht. Wie lautet die Klarnachricht zum Kryptogramm  $c$ ?