

Name: _____ Matrikelnummer: _____

Hinweise:

- Die Klausur besteht aus 9 Seiten und aus 8 Aufgaben. Bitte prüfen Sie Ihr Klausurexemplar auf Vollständigkeit.
- Sie müssen die Ereignisse / Modelle exakt definieren. Die vollständige Darstellung der Rechenschritte ist ein wesentlicher Bestandteil Ihrer Lösung und für die volle Punktzahl notwendig.
- Es können 110 Punkte erreicht werden. Davon sind 10 Bonuspunkte.
- Hilfsmittel: Alle Hilfsmittel außer Kommunikationsmitteln.
- Zur Bearbeitung haben Sie 120 Minuten.

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte	12	14	18	16	10
Erreicht					

Aufgabe	6	7	8		Summe
Punkte	12	10	18		110
Erreicht					

Aufgabe 1

(12)

Gegeben seien die Buchstaben A, T, T, T, E, E .

- (a) Wie viele unterscheidbare Anordnungen dieser Buchstaben gibt es?
- (b) Wie viele Anordnungen dieser Buchstaben gibt es?
- (c) Wie viele dieser Buchstabenfolgen beginnen mit einem E und enden mit einem T ?
- (d) Wie viele dieser Buchstabenfolgen gibt es, bei denen die drei T direkt nebeneinander stehen?

Aufgabe 2

(14)

In einer Klausur können Sie sich aus 10 Aufgaben 7 aussuchen (und dann versuchen zu lösen). Wie viele Wahlmöglichkeiten haben Sie, falls

- (a) keine Einschränkungen vorliegen?
- (b) auf jeden Fall die ersten beiden Aufgaben ausgewählt werden müssen?
- (c) entweder die erste oder die zweite ausgewählt werden müssen (aber nicht beide)?
- (d) von den ersten 5 Aufgaben genau 3 ausgewählt werden müssen?

Aufgabe 3

(18)

Drei Personen A,B und C besteigen im Erdgeschoss den Fahrstuhl eines Hauses mit vier Obergeschossen (OG), um ins 1., 2. oder 3. OG zu fahren.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- (a) der Fahrstuhl nur einmal anhält?
- (b) der Fahrstuhl dreimal anhält?
- (c) die Personen A und B gemeinsam aussteigen, egal wo C aussteigt?
- (d) die Person A den Fahrstuhl allein verlässt?

Aufgabe 4

(16)

Drei Sportschützen A, B und C treffen die Zielscheibe mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5, 0,3 bzw. 0,2.

- (a) Wenn der Schütze B dreimal schießt, wie groß ist Wahrscheinlichkeit, dass er die Zielscheibe genau zweimal trifft?
- (b) Wenn alle gleichzeitig einmal schießen, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zielscheibe getroffen wird?

Aufgabe 5

(10)

An einer Prüfstelle werden Produkte getestet. Man weiß, dass 3% aller erzeugten Produkte einen Fehler haben. Beim Prüfen wird bei 90% der defekten Teile der Fehler festgestellt – diese Produkte werden aussortiert. Leider werden auch 2% der fehlerfreien Produkte fälschlich aussortiert.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein aussortiertes Produkt in Wirklichkeit fehlerfrei?

Aufgabe 6

(12)

Sie werfen zwei faire Würfel (mit sechs Seiten). X sei die Zufallsvariable, die dem Wert der niedrigeren der beiden gewürfelten Augenzahlen entspricht (bei gleichen Augenzahlen wird die Augenzahl von irgendeinem der Würfel genommen).

- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X .
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .
- (c) Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung von X .

Aufgabe 7

(10)

- (a) Berechnen Sie per Hand mit Hilfe des Eulerschen Theorems schriftlich $8^{243} \bmod 25$.
- (b) Zeigen Sie, dass für jede natürliche Zahl a gilt: $a^5 - a$ durch 5 teilbar ist.

Aufgabe 8

(18)

Sie hören die Kommunikation zwischen Alice und Bob ab. Sie wissen, dass Bob das Modul $m = 91$ für seinen RSA Schlüssel verwendet. Den Exponenten des öffentlichen Schlüssels haben Sie auf Papier und können den Wert nicht genau lesen, es könnte sich um 12, 15 oder 17 handeln. Sie fangen ein Kryptogramm $C = 10$ von Alice an Bob ab.

(a) Wie lautet der öffentliche Exponent von Bob?

(b) Wie lautet der private Schlüssel von Bob?

Stellen Sie alle Rechenschritte des erweiterten Euklidischen Algorithmus nachvollziehbar dar.

(c) Wie lautet die Klarnachricht zum Kryptogramm C ?