| *Autor:* | *Cvičení:* | *Věc:* |
|---|---|---|
| Vojtěch KRÁKORA | Čtvrtek 9:15 | MI-MPI 2. ÚKOL |

## 1. úloha

### a)

Číslo $-\frac{1}{13}$ se nedá zapsat ve tvaru $\frac{n}{2^l}$, kde $n, l \in Z$, bude tedy periodické v binární reprezentaci. Dále budu postupovat dle nápovědy pomocí hladového algoritmu. Znaménko změním jen jedním bitem, proto číslo do binárního kodu převedu jako $\frac{1}{13}$.

Je třeba najít takové $k$, pro které platí $2^{k+1} > \frac{1}{13} \geq 2^k$. To platí pro $k = -4$. Hladový algoritmus:

$$a_{-4} = 1 \qquad r_{-4} = \frac{\frac{1}{13}}{2^{-4}} - a_{-4} = \frac{3}{13}$$

$$a_{-5} = \lfloor 2\frac{3}{13} \rfloor = 0 \qquad r_{-5} = \frac{6}{13}$$

$$a_{-6} = \lfloor 2\frac{6}{13} \rfloor = 0 \qquad r_{-6} = \frac{2}{13}$$

$$a_{-7} = \lfloor 2\frac{12}{13} \rfloor = 1 \qquad r_{-7} = \frac{11}{13}$$

$$a_{-8} = \lfloor 2\frac{11}{13} \rfloor = 1 \qquad r_{-8} = \frac{9}{13}$$

$$a_{-9} = \lfloor 2\frac{9}{13} \rfloor = 1 \qquad r_{-9} = \frac{5}{13}$$

$$a_{-10} = \lfloor 2\frac{5}{13} \rfloor = 0 \qquad r_{-10} = \frac{10}{13}$$

$$a_{-11} = \lfloor 2\frac{10}{13} \rfloor = 1 \qquad r_{-11} = \frac{7}{13}$$

$$a_{-12} = \lfloor 2\frac{7}{13} \rfloor = 1 \qquad r_{-12} = \frac{1}{13}$$

$$a_{-13} = \lfloor 2\frac{1}{13} \rfloor = 0 \qquad r_{-13} = \frac{2}{13}$$

$$a_{-14} = \lfloor 2\frac{2}{13} \rfloor = 0 \qquad r_{-14} = \frac{4}{13}$$

$$a_{-15} = \lfloor 2\frac{4}{13} \rfloor = 0 \qquad r_{-15} = \frac{8}{13}$$

$$a_{-16} = \lfloor 2\frac{8}{13} \rfloor = 1 \qquad r_{-16} = \frac{3}{13} == r_{-4}$$

Protože se $r_{-4}$ rovná $r_{-16}$ našli jsme periodu.
Číslo tedy vyjádříme jako $(-1)^1(1.\overline{001110110001}) * 2^{123-127}$.
Tedy: 1|01111011|00111011000100111011000

## b)

I číslo $\frac{1}{17}$ bude periodické. Postup aplikuji stejný jako v předchozím příkladě.

$$a_{-5} = 1 \qquad r_{-5} = \frac{15}{17}$$

$$a_{-6} = \lfloor 2\frac{15}{17} \rfloor = 1 \qquad r_{-6} = \frac{15}{17}$$

$$a_{-7} = \lfloor 2\frac{15}{17} \rfloor = 1 \qquad r_{-7} = \frac{19}{17}$$

$$a_{-8} = \lfloor 2\frac{19}{17} \rfloor = 1 \qquad r_{-8} = \frac{1}{17}$$

$$a_{-9} = \lfloor 2\frac{1}{17} \rfloor = 0 \qquad r_{-9} = \frac{2}{17}$$

$$a_{-10} = \lfloor 2\frac{2}{17} \rfloor = 0 \qquad r_{-10} = \frac{4}{17}$$

$$a_{-11} = \lfloor 2\frac{4}{17} \rfloor = 0 \qquad r_{-11} = \frac{8}{17}$$

$$a_{-12} = \lfloor 2\frac{8}{17} \rfloor = 0 \qquad r_{-12} = \frac{16}{17}$$

$$a_{-13} = \lfloor 2\frac{16}{17} \rfloor = 1 \qquad r_{-13} = \frac{15}{17} == r_{-5}$$

Výsledek tedy zápíšeme jako 0|01111010|11100001111000011110000.

## c)

Součet čísel v desítkové soustavě je:

$$-\frac{1}{13} + \frac{1}{17} = -\frac{4}{221}$$

Hledáme $2^{k+1} > \frac{4}{221} \geq 2^k$. To platí pro $k = -6$. Opět stejným postupem jako v předešlích případech jsem postupoval dále. Pro kontrolu uvedenu některé řádky algoritmu:

$$a_{-6} = 1 \qquad r_{-6} = \frac{35}{221}$$

$$\dots$$

$$a_{-17} = 0 \qquad r_{-17} = \frac{76}{221}$$

$$\dots$$

$$a_{-29} = 1 \qquad r_{-29} = \frac{103}{221}$$

Výsledkem součtu čísel z příkladu **a)** a **b)** je: 1|01111001|00101000100010110000001.

## 2. úloha

### a)

Nejprve algoritmus udělám tak, že se ženy budou dvořit mužům.

| Ženské priority | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $\cancel{2}$ | $\cancel{2}$ | $\cancel{2}$ | $\cancel{1}$ | $\cancel{1}$ |
| $\cancel{3}$ | $\cancel{3}$ | 1 | 2 | $\cancel{2}$ |
| 4 | 5 | 3 | 3 | 3 |
| 5 | 4 | 5 | 4 | 4 |
| 1 | 1 | 4 | 5 | 5 |

Z tabulky vyplynulu stabilní párování:

$$(z_1, m_4), (z_2, m_5), (z_3, m_1), (z_4, m_2), (z_5, m_3)$$

Nyní otočíme „dvořitele“ a budou se muži dvořit ženám. Jejich úspěšnost vystihuje tabulka:

| Mužské priority | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 4 | $\cancel{4}$ | $\cancel{4}$ | $\cancel{4}$ |
| 2 | 5 | 5 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 4 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 3 | 3 | 5 | 2 |

Z této tabulky vyplynulo druhé stabilní párování:

$$(z_1, m_1), (z_2, m_4), (z_3, m_5), (z_4, m_2), (z_5, m_3)$$

**b)**

Využiji toho, že když se dvoří muži dosáhnou nejlepší možné partnerky, tak aby bylo párování ještě stabilní a ženy v tomto případě dostanou nejhorší „stabilní“ partnery. Když se dvoří ženy, tak jde o ten samí příklad, tedy nejlepší možnosti pro partnerky a nejhorší pro partnery.

Tím jsme schopni udělat tabulku možných stabilních partnerů pro všechny ženy:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $z_1$ | $m_4$ | $m_5$ | $m_1$ |
| $z_2$ | $m_4$ | $m_5$ | |
| $z_3$ | $m_5$ | $m_1$ | |
| $z_4$ | $m_2$ | | |
| $z_5$ | $m_3$ | | |

Z tabulky a různých možných kombinací dostáváme následující tři párování:

$$(z_1, m_4), (z_2, m_5), (z_3, m_1), (z_4, m_2), (z_5, m_3)$$

$$(z_1, m_1), (z_2, m_4), (z_3, m_5), (z_4, m_2), (z_5, m_3)$$

$$(z_1, m_5), (z_2, m_4), (z_3, m_1), (z_4, m_2), (z_5, m_3)$$

## 3.úloha

Pro najití extrémů se pokusím najít body podezřelé z extrému, tedy takové, kde se derivace původní funkce rovná 0.

### a)

Postup derivace:

$$ln(x + \sqrt{1 + x^2})dx$$

Nejdříve zderivuji podvýraz $\sqrt{1 + x^2}dx$ jakožto $2x\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ jde o derivaci složené funkce. Stejným stylem zderivuji celý původní výraz.

$$(1 + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}})\frac{1}{x + \sqrt{1 + x^2}} = (\frac{\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 + x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}})\frac{1}{x + \sqrt{1 + x^2}}$$

$$= (\frac{x + \sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 + x^2}})\frac{1}{x + \sqrt{1 + x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

Z výsledného výrazu je vidět, že se rovnat nule nikdy nebude, není tedy žádný bod podezřelí z extrému.

## b)

Postup derivace:

$$x + \sqrt{1-x}dx$$

Opět nejdříve zderivuji podvýraz $\sqrt{1-x}dx$. Výsledkem bude: $-1(\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1-x}}) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}}$.

$$1 - \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$$

Zde už nejspíš dokážu najít výraz derivace roven nule a tím bod podezřelý z extrému. Potřebuji aby se výraz $2\sqrt{1-x}$ rovnal jedné.

$$2\sqrt{1-x} = 1$$

$$\sqrt{1-x} = \frac{1}{2}$$

$$1 - x = \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{4} = x$$

$$\frac{3}{4} = x$$