



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO, DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENG. DE CONTROLE, AUTOMAÇÃO E COMPUTAÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Cláudio Lourenço Moreira

Título do trabalho: subtítulo (se houver)

Cláudio Lourenço Moreira

Título do trabalho: subtítulo (se houver)

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação do Centro Tecnológico, de Ciências Exatas e Educação da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.
Orientador: Prof. Dr. Maiquel de Brito

Ficha de identificação da obra

A ficha de identificação é elaborada pelo próprio autor.

Orientações em:

<http://portalbu.ufsc.br/ficha>

Cláudio Lourenço Moreira

Título do trabalho: subtítulo (se houver)

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Engenheiro de Controle e Automação” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação.

Blumenau, dia de mês de 2025.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Maiquel de Brito
Instituição xxxx

Prof. Segundo, Dr.
Instituição xxxx

Prof. Terceiro, Dr.
Instituição xxxx

Este trabalho é dedicado a todos que me ajudaram,
orientaram e contribuíram para a minha graduação, em
especial meus pais, amigos e professores.

AGRADECIMENTOS

Inserir os agradecimentos aos colaboradores à execução do trabalho.

Texto da Epígrafe. Citação relativa ao tema do trabalho. É opcional. A epígrafe pode também aparecer na abertura de cada seção ou capítulo. Deve ser elaborada de acordo com a NBR 10520. (SOBRENOME do autor da epígrafe, ano)

RESUMO

No resumo são ressaltados o objetivo da pesquisa, o método utilizado, as discussões e os resultados com destaque apenas para os pontos principais. O resumo deve ser significativo, composto de uma sequência de frases concisas, afirmativas, e não de uma enumeração de tópicos. Não deve conter citações. Deve usar o verbo na voz ativa e na terceira pessoa do singular. O texto do resumo deve ser digitado, em um único bloco, sem espaço de parágrafo. O espaçamento entre linhas é simples e o tamanho da fonte é 12. Abaixo do resumo, informar as palavras-chave (palavras ou expressões significativas retiradas do texto) ou, termos retirados de thesaurus da área. Deve conter de 150 a 500 palavras. O resumo é elaborado de acordo com a NBR 6028.

Palavras-chave: palavra-chave 1; palavra-chave 2; palavra-chave 3.

ABSTRACT

Resumo traduzido para outros idiomas, neste caso, inglês. Segue o formato do resumo feito na língua vernácula. As palavras-chave traduzidas, versão em língua estrangeira, são colocadas abaixo do texto precedidas pela expressão “Keywords”, separadas por ponto e vírgula.

Keywords: keyword 1; keyword 2; keyword 3.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Relação entre o índice de felicidade e expectativa de vida.	18
Figura 2 – Diferentes correlações entre variáveis.	19
Figura 3 – Interpretação de uma regressão linear	21
Figura 4 – Situações de inadequação da RLS	22
Figura 5 – Passo 1 da regressão linear pelo método MQO.	25
Figura 6 – Passo 2 da regressão linear pelo método MQO.	26
Figura 7 – Passo 3 da regressão linear pelo método MQO.	27
Figura 8 – Iterações da aplicação do método MQO	28
Figura 9 – Passo 10 da regressão linear pelo método MQO.	29

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de Valores Ordenados: Variável Independente vs. Variável Dependente	24
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	Objetivo Geral	15
1.1.2	Objetivos Específicos	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	AS MUDANÇAS CLIMÁTICAS E AS CATÁSTROFES NATURAIS .	16
2.1.1	Cenário de enchentes no sul do Brasil	16
2.1.2	Dinâmica do Rio Guaíba	16
2.2	APRENDIZADO DE MÁQUINA	17
2.2.1	Categorias de aprendizado de máquina	17
2.3	REGRESSÃO	18
2.4	REGRESSÃO LINEAR	19
2.5	MÉTODO DOS QUADRADOS ORDINÁRIOS	22
3	SEÇÃO	30
4	CONCLUSÃO	31
	REFERÊNCIAS	32
	APÊNDICE A – Descrição	34
	ANEXO A – Descrição	35

1 INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS

Nas seções abaixo estão descritos o objetivo geral e os objetivos específicos deste TCC.

1.1.1 Objetivo Geral

Descrição...

1.1.2 Objetivos Específicos

Descrição...

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Explicar brevemente o que será tratado como fundamentação teórica para o entendimento do contexto em que o modelo de aprendizagem de máquina será aplicado.

2.1 AS MUDANÇAS CLIMÁTICAS E AS CATÁSTROFES NATURAIS

As grandes cidades brasileiras enfrentam desafios mais frequentes relacionados às mudanças climáticas, que agravam problemas como enchentes, inundações e deslizamentos. Projeções indicam que, até 2030, a mancha urbana de São Paulo pode aumentar em até 38%, ampliando o risco para mais de 20% das áreas de expansão urbana, que se tornarão suscetíveis a acidentes naturais (Nobre et al., 2011). O estudo também destaca que o aumento na frequência de eventos de chuvas intensas pode dobrar o número de dias com precipitação acima de 10 milímetros, agravando a vulnerabilidade da população, especialmente nas áreas periféricas e de menor infraestrutura.

2.1.1 Cenário de enchentes no sul do Brasil

Com base no histórico das enchentes no Rio Grande do Sul, observa-se que os desastres relacionados ao excesso de chuvas não são um fenômeno recente. Desde 1941, o estado lida com eventos catastróficos, como a enchente que devastou Porto Alegre naquele ano, considerada uma das mais graves da história da cidade. Ao longo das décadas, esses episódios continuaram a ocorrer, expondo a vulnerabilidade da região diante de chuvas intensas e repentinas. A combinação de fatores naturais, como a geografia da região e os ciclos climáticos, aliado às ações humanas nocivas ao meio ambiente, contribui para a repetição e intensificação dessas tragédias (VEJA, 2024).

Em Santa Catarina, estado adjacente ao Rio Grande do Sul, as enchentes também são fenômenos recorrentes que, ao longo dos anos, têm causado impactos sociais, econômicos e ambientais. Um dos eventos mais recentes foi registrado em maio de 2024, quando o estado registrou vários dias com altos índices pluviométricos, levando ao transbordamento de rios, deslizamentos de terra e bloqueios em diversas rodovias (G1, 2024).

2.1.2 Dinâmica do Rio Guaíba

O Rio Guaíba, principal manancial de abastecimento de água para a capital do Rio Grande do Sul e região, é alvo de estudo sobre diversos temas, incluindo sua hidrodinâmica e nível ao longo do ano. No Artigo conduzido pelos pesquisadores (ANDRADE *et al.*, 2017), a variabilidade nas descargas líquidas do Rio Guaíba revelou flutuações significativas nos volumes de descarga, variando de 407 m³/s a 14.270 m³/s, o que indica uma grande influência das condições climáticas sazonais e da vazão dos rios tributários, como o Jacuí, Taquarí, Caí e Sinos. Essas variações extremas foram observadas durante o período de

2014 a 2017 e reforçam a importância de monitorar continuamente o regime de águas do Guaíba para prevenir enchentes e outros desastres associados (ANDRADE *et al.*, 2017).

2.2 APRENDIZADO DE MÁQUINA

Desde que os computadores foram inventados, criou-se o questionamento da possibilidade de fazê-los pensar de modo semelhante ao ser humano. Por meio desse avanço, diversas áreas sofreriam grandes transformações, uma vez que a capacidade da máquina aprender e aprimorar o seu conhecimento sobre determinado assunto traria melhorias e uma maior performance na atividade desejada (CARBONELL; MICHALSKI; MITCHELL, 1983).

Embora os computadores ainda não alcancem o mesmo nível de aprendizado geral do ser humano, nos últimos anos, o aprendizado de máquina (do inglês, *machine learning*, ou ML) se tornou realidade, com aplicações em diversos setores relacionados ou não a tecnologia, agregando valor e conhecimento por meio de dados e informações antes tratados apenas por profissionais da área.

Esse conceito envolve a criação de sistemas que são capazes de aprender a partir de dados, identificando padrões e realizando previsões sem a necessidade de programação explícita. De acordo com (CARBONELL; MICHALSKI; MITCHELL, 1983), o principal objetivo do ML é construir algoritmos que permitam que os computadores adquiram conhecimento e melhorem sua performance de forma autônoma, baseando-se em experiências passadas.

2.2.1 Categorias de aprendizado de máquina

Com pesquisas e algoritmos sendo desenvolvidos para novas aplicações e/ou aprimoramento de implementações existentes, tornou-se necessário criar categorias de ML, a fim de classificar a sua função e estipular em quais cenários o seu uso é adequado.

Os quatro principais tipos de ML são: supervisionado, não supervisionado, semi-supervisionado e reforço (SARAVANAN; SUJATHA, 2018).

- Supervisionado: é o mais comum e envolve a utilização de dados rotulados, no qual o modelo é treinado com entradas e saídas conhecidas para fazer previsões sobre novos dados;
- Não supervisionado: lida com dados não rotulados, onde o sistema busca encontrar padrões ou agrupamentos nos dados;
- Semi supervisionado: combina elementos de ambos os métodos, utilizando uma pequena quantidade de dados rotulados e uma grande quantidade de dados não rotulados, sendo útil em cenários onde a rotulação de dados é cara ou complexa;

- Aprendizado por reforço: se baseia em um sistema de recompensas e punições, onde um agente interage com o ambiente e aprende a otimizar suas ações para alcançar um objetivo a partir de feedbacks recebidos.

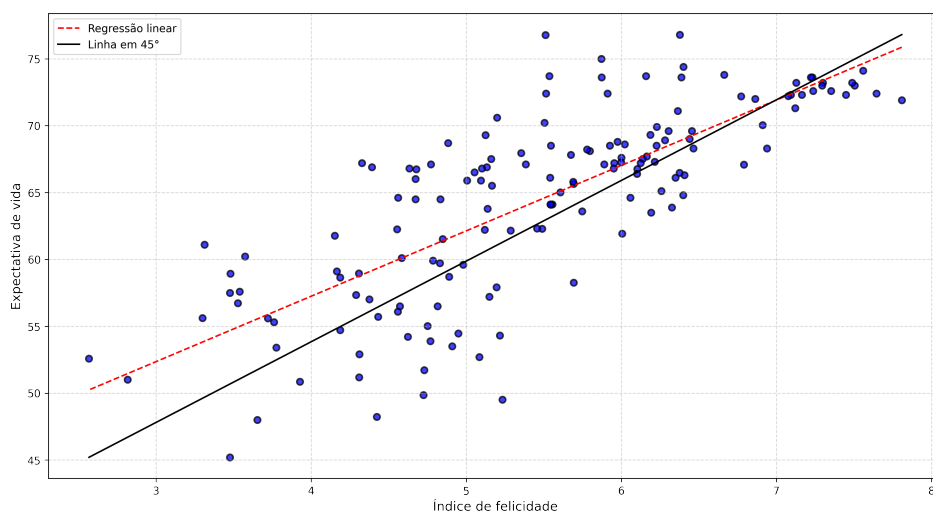
2.3 REGRESSÃO

A partir da necessidade de realizar previsões, visando compreender e estimar a dinâmica dos fenômenos estudados, a regressão se apresenta como uma ferramenta que busca modelar relações entre variáveis dependentes e independentes através de métodos estatísticos (SOTO, 2013).

Em uma equação linear, uma variável independente, comumente representada pela letra x , caracteriza uma grandeza que está sendo manipulada durante um experimento. Dado esse comportamento, a variável x não sofre influência de outras variáveis. A variável dependente, comumente representada pela letra y , caracteriza valores que estão diretamente associados à variável independente. Assim, de forma direta ou indireta, x exerce influência sobre y .

Na Figura 1, a fim de exemplificar um caso de regressão, é apresentada a relação entre a expectativa de vida baseada e um índice de felicidade calculado em diversos países obtidos a partir de um levantamento feito por (HELLIWELL *et al.*, 2020). Neste estudo, a variável independente é representada pelo índice de felicidade, enquanto a expectativa de vida representa a variável dependente. Desse modo, uma análise visual do gráfico permite inferir uma tendência de expectativa de vida maior em países com alto índice de felicidade.

Figura 1 – Relação entre o índice de felicidade e expectativa de vida.



Fonte: (HELLIWELL *et al.*, 2020)

Embora uma inferência inicial permita constatar uma correlação entre as variáveis

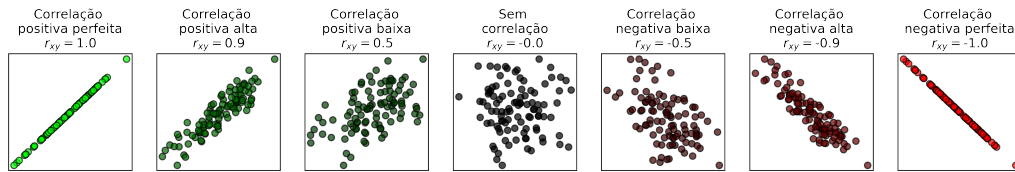
da equação, a criação de um modelo de previsão necessita de métodos que comprovem a correlação pressuposta. Para determinar as relações entre as variáveis dependentes e independentes de um sistema, coeficientes de correlação são calculados, gerando valores que medem e comprovam estatisticamente o grau de correspondência dos fatores estudados. Uma das métricas de correlação mais utilizadas é o coeficiente de Pearson, que mede a associação linear entre duas variáveis (KIRCH, 2008).

Esse coeficiente de correlação pode ser definido pela Equação (1), onde n é o total de amostras, \bar{x} e \bar{y} são as médias aritméticas de ambas as variáveis. Os valores do coeficiente de Pearson variam entre -1 e 1, de tal forma que quanto mais próximos desses extremos, melhor correlacionado estão as variáveis.

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

A Figura 2 mostra alguns exemplos com gráficos de dispersão de variáveis com diferentes correlações.

Figura 2 – Diferentes correlações entre variáveis.



Fonte: (HELLIWELL *et al.*, 2020)

Sendo assim, com o cálculo do coeficiente indicando uma alta correlação entre os dados estudados, os métodos de regressão utilizam esta premissa entre as variáveis para estimar valores não existentes no conjunto de dados. Contudo, o coeficiente de correlação também pode mostrar variáveis que não interferem na dinâmica uma da outra no conjunto de informações analisadas, tornando necessário o uso de algoritmos robustos, que dispensam esse o fator de correlação para realizar as previsões desejadas.

2.4 REGRESSÃO LINEAR

A técnica de regressão linear é amplamente utilizada nos campos de estudo da engenharia, ciências físicas e químicas, economia, gestão, ciências biológicas e da vida, e ciências sociais. Em casos onde se deseja estabelecer uma relação entre uma variável preditora ou regressora (normalmente representada por x) e uma variável resposta (representada por y), a descrição dessa relação por meio de uma equação linear configura a implementação da técnica para a modelagem do problema estudado (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012).

A aplicação da técnica é relevante devido à sua simplicidade e capacidade de fornecer previsões baseadas em uma fórmula matemática interpretável. Além disso, o método é base para implementações de algoritmos na área de ciência de dados como aprendizado de máquina, otimizando o processamento de dados complexos e viabilizando a criação de modelos de previsão (SERVICES, 2024).

O método de regressão linear é dividido em dois grupos, sendo eles: regressão linear simples (RLS) e regressão linear múltipla (RLM) (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012). A RLS tem como objetivo estabelecer uma relação entre duas variáveis através de uma função, cuja definição é dada por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (2)$$

Onde y é a variável alvo, x a variável regressora, enquanto β_0 e β_1 são coeficientes calculados pela regressão, que representam o intercepto no eixo Y e a inclinação da reta, respectivamente.

A RLM, embora seja semelhante à RLS, possui múltiplas variáveis preditoras, sendo definida por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (3)$$

Onde y é a variável alvo, x_1 a x_k as variáveis regressoras, e β_0 permanece sendo o coeficiente de intercepto do eixo Y enquanto β_1 a β_n representam os coeficientes associados à n -ésima variável (SASSI *et al.*, 2012).

Em (2) e (3), nota-se a presença do erro estatístico representado por ε , que é a diferença entre o valor observado e o valor previsto pela equação de regressão. Esse erro é considerado aleatório e contabiliza a falha do modelo ao tentar se aproximar do comportamento denotado pelos dados amostrados (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012).

Partindo para um cenário ideal, a fim de se ter uma melhor compreensão do modelo de regressão linear, assume-se que seja possível fixar o valor da variável regressora x ao observar um valor y correspondente. Partindo dessa premissa, todos os valores do lado direito da equação (2) são conhecidos, exceto o erro ε , que passa a determinar as propriedades de y . Realizando outra suposição, onde a média e a variância de ε são iguais a zero e σ^2 , respectivamente (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012), a resposta média para qualquer valor da variável regressora é dada por:

$$E(y | x) = \mu_{y|x} = E(\beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (4)$$

e a variância é dada por:

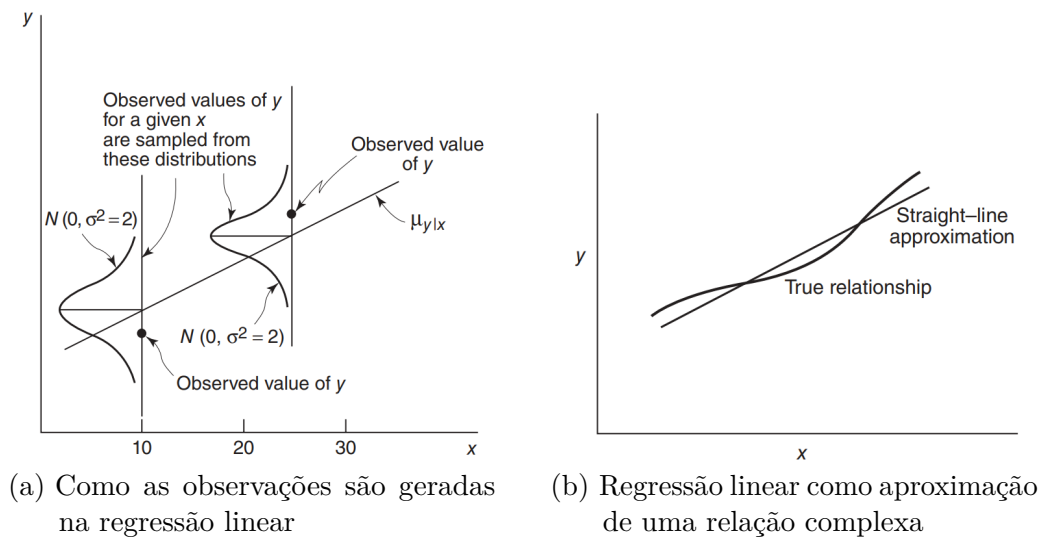
$$Var(y | x) = \sigma_{y|x}^2 = Var(\beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon) = \sigma^2 \quad (5)$$

Desse modo, o modelo de regressão verdadeiro $\mu_{y|x} = \beta_0 + \beta_1 x$ representa uma linha de valores médios, ou seja, a altura da linha de regressão em qualquer valor de x corresponde ao valor esperado de y para aquele x .

Para exemplificar a suposição acima, tem-se um modelo de regressão ilustrado pela Figura 3a, onde $\mu_{y|x} = 3,5 + 2x$, com variância $\sigma^2 = 2$. Nota-se que uma distribuição normal é utilizada para descrever a variação aleatória do erro ε . Estabelecido que y é a soma de uma constante $\beta_0 + \beta_1 x$ (a média) e uma variável aleatória normalmente distribuída, é possível inferir que y também segue uma distribuição normal. No mesmo exemplo, se $x = 10$ casos, y terá distribuição normal com média $\mu_{y|x} = 3,5 + 2(10) = 23,5$ e variância $\sigma^2 = 2$. Quanto menor a variância, mais próximos os pontos estarão da linha de regressão, enquanto uma variância maior resultará em pontos mais dispersos em relação à linha de regressão (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012).

A maioria dos fenômenos nos quais se deseja obter a função que descreve o seu comportamento resulta em uma aproximação funcional através das variáveis de interesse. Essas relações funcionais frequentemente baseiam-se em teorias físicas, químicas ou de engenharia e ciências, ou seja, no conhecimento do mecanismo subjacente. Na Figura 3b, é mostrada uma relação entre as variáveis x e y relativamente complexa, mas que pode ser aproximada de por uma equação de regressão linear, com um erro relativamente baixo.

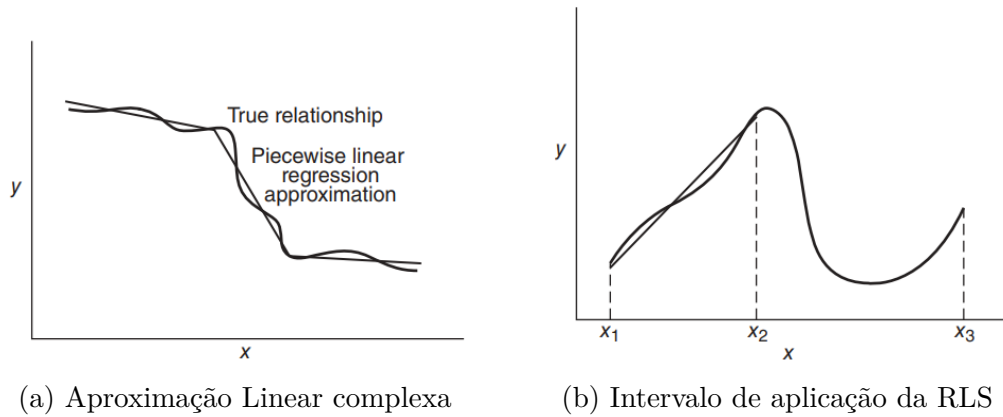
Figura 3 – Interpretação de uma regressão linear



Fonte: (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012)

Contudo, em alguns casos, quando a dinâmica do modelo a ser estimada passa a ter um grau de complexidade maior, como é o caso da Figura 4a, utilizar uma RLS pode implicar em erros que extrapolam a tolerância exigida no estudo. Nesses cenários, utilizar uma função de regressão linear em intervalos específicos, ou seja, uma RLM, se torna uma alternativa plausível, tendo em vista que, para intervalos menores onde a dinâmica do fenômeno é mais linear, a regressão apresenta um erro menor, como mostra a Figura 8f.

Figura 4 – Situações de inadequação da RLS



Fonte: (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012)

Partindo desses conceitos, para implementação de modelos de regressão linear e múltipla, o método dos Mínimos Quadrados Ordinários se apresenta como uma abordagem para estimar a melhor regressão dos pontos observados, encontrando uma reta com o menor erro entre as amostras e os valores da função estudada.

2.5 MÉTODO DOS QUADRADOS ORDINÁRIOS

O método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) atua como uma ferramenta estatística, visando estimar a relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes (ALKAMA *et al.*, 2020), permitindo encontrar os coeficientes desejados para o funcionamento do modelo.

Para obter uma regressão que se aproxima da dinâmica analisada, o método visa minimizar a Soma Residual dos Quadrados (RSS), denotado por:

$$RSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (6)$$

para os casos de RLS, ou seja, quando há apenas uma variável independente. Para o caso de RLM, a equação é dada por:

$$RSS = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2 \quad (7)$$

onde:

- y_i é uma variável aleatória e representa o valor da variável resposta (variável dependente) na i -ésima observação
- x_{ij} representa o valor da variável explicativa (variável independente, variável regressora) na i -ésima observação. Nota-se que podem existir múltiplas variáveis independentes para uma variável independente;

- β_0 e β_j são os parâmetros do modelo que serão estimados, e que definem a reta de regressão

Para minimizar a SSR em um caso de RLS, por exemplo, são calculadas as derivadas parciais de β_0 e β_1 , igualando ambas a zero.

Derivada em relação à β_0 :

$$\frac{\partial SSR}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \quad (8)$$

simplificando:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n y_i - n\beta_0 - \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i &= 0 \end{aligned}$$

dividindo por n :

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \beta_0 - \beta_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} &= 0 \\ \bar{y} - \beta_0 - \beta_1 \bar{x} &= 0 \end{aligned}$$

onde \bar{y} e \bar{x} são as médias amostrais de y e x , respectivamente. Assim, a equação pode ser reescrita como:

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \quad (9)$$

Derivada em relação à β_1 :

$$\frac{\partial SSR}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \quad (10)$$

substituindo β_0 na equação:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i (y_i - (\bar{y} - \beta_1 \bar{x}) - \beta_1 x_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y} + \beta_1 \bar{x} - \beta_1 x_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) + \sum_{i=1}^n x_i (\beta_1 \bar{x} - \beta_1 x_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) - \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x}) &= 0 \end{aligned}$$

sabendo que:

$$\sum_{i=1}^n x_i(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

e

$$\sum_{i=1}^n x_i(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

portanto:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= \beta_1 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ \beta_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Desse modo, a partir de um problema onde uma ou mais entradas geram amostras que resultam em uma saída, torna-se possível estimar uma função que melhor representa seu comportamento, minimizando ao máximo o valor da soma residual dos quadrados entre os pontos amostrais e a curva do modelo.

Variável Independente	Variável Dependente
0,38	6,98
0,41	4,05
0,44	5,52
0,59	6,93
0,98	6,57
1,04	6,41
1,22	8,27
1,53	6,93
1,74	8,89
1,84	9,31

Tabela 1 – Tabela de Valores Ordenados: Variável Independente vs. Variável Dependente

A Tabela ?? apresenta um exemplo de dados amostrais, onde a variável independente é representada pela primeira coluna e a variável dependente pela segunda coluna. A partir desses dados, é possível aplicar o método dos mínimos quadrados para encontrar os coeficientes que melhor se ajustam à reta de regressão linear.

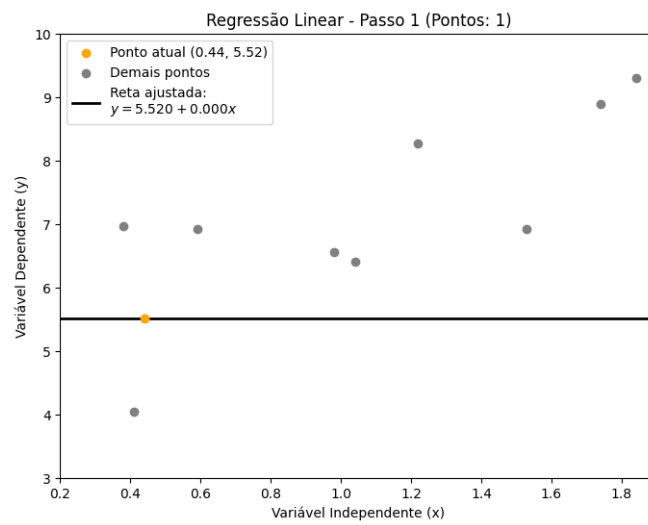
Ao aplicar o método para resolver um problema como é o caso da Tabela ??, todos os pontos amostrados são utilizados para encontrar a reta que melhor se ajusta aos dados. Contudo, visando mostrar como a dinâmica de regressão utilizando MQO funciona, nos passos seguintes, as amostras são consideradas de forma cumulativa, alterando a cada iteração os valores de β_0 e β_1 , até que a reta de regressão linear se ajuste aos dados amostrais.

Passo 1: Apenas o ponto (0.44, 5.52)

Com um único ponto, a reta passa exatamente por sobre o mesmo, porém o método MQO exige pelo menos dois pontos para definir uma inclinação. Assim, assume-se uma reta vertical ao usar o ponto como base inicial.

$$\beta_0 = 5.52, \quad \beta_1 = 0$$

Figura 5 – Passo 1 da regressão linear pelo método MQO.



Fonte: Autor.

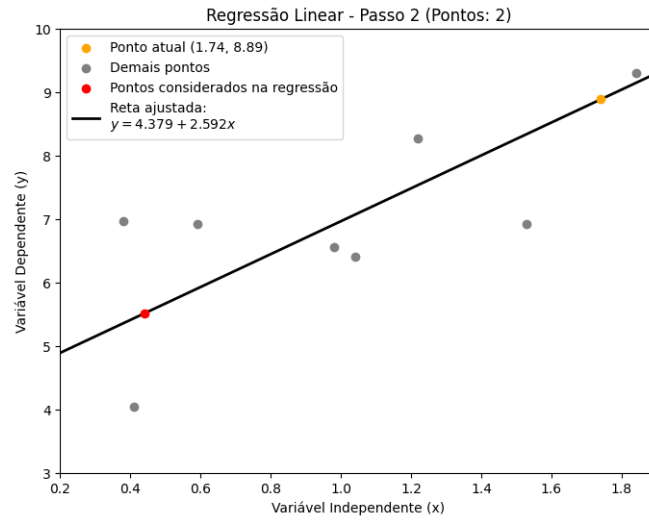
Passo 2: Adiciona-se (1.74, 8.89)

n=2

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{0.44 + 1.74}{2} = 1.09, & \bar{y} &= \frac{5.52 + 8.89}{2} = 7.205 \\ \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= (0.44 - 1.09)(5.52 - 7.205) + (1.74 - 1.09)(8.89 - 7.205) = \\ &= (-0.65)(-1.685) + (0.65)(1.685) = 1.09525 + 1.09525 = 2.1905 \\ \sum (x_i - \bar{x})^2 &= (0.44 - 1.09)^2 + (1.74 - 1.09)^2 = 0.4225 + 0.4225 = 0.845 \\ \beta_0 &= \frac{2.1905}{0.845} \approx 2.5923 \\ \beta_1 &= 7.205 - 2.5923 \cdot 1.09 \approx 7.205 - 2.8255 = 4.3795 \end{aligned}$$

$$\hat{y} = 4.3795 + 2.5923x$$

Figura 6 – Passo 2 da regressão linear pelo método MQO.



Fonte: Autor.

Passo 3: Adiciona (0.41, 4.05)

n = 3

$$\bar{x} = \frac{0.44 + 1.74 + 0.41}{3} = 0.8633, \quad \bar{y} = \frac{5.52 + 8.89 + 4.05}{3} = 6.1533$$

$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= \\ (0.44 - 0.8633)(5.52 - 6.1533) &+ \\ (1.74 - 0.8633)(8.89 - 6.1533) &+ \\ (0.41 - 0.8633)(4.05 - 6.1533) &\approx \\ 0.268 + 2.399 + 0.953 &= 3.62 \end{aligned}$$

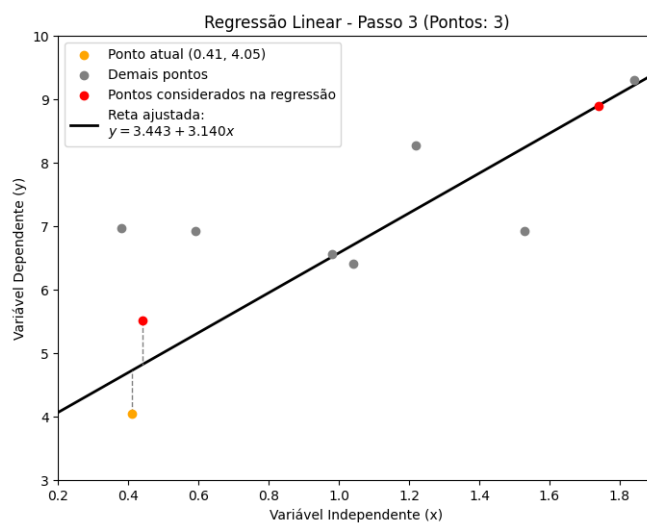
$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x})^2 &= (0.44 - 0.8633)^2 + (1.74 - 0.8633)^2 + (0.41 - 0.8633)^2 \\ &\approx 0.179 + 0.769 + 0.205 = 1.153 \end{aligned}$$

$$\beta_0 = \frac{3.62}{1.153} \approx 3.1402$$

$$\beta_1 = 6.1533 - 3.1402 \cdot 0.8633 \approx 6.1533 - 2.711 = 3.4423$$

$$\hat{y} = 3.4423 + 3.1402x$$

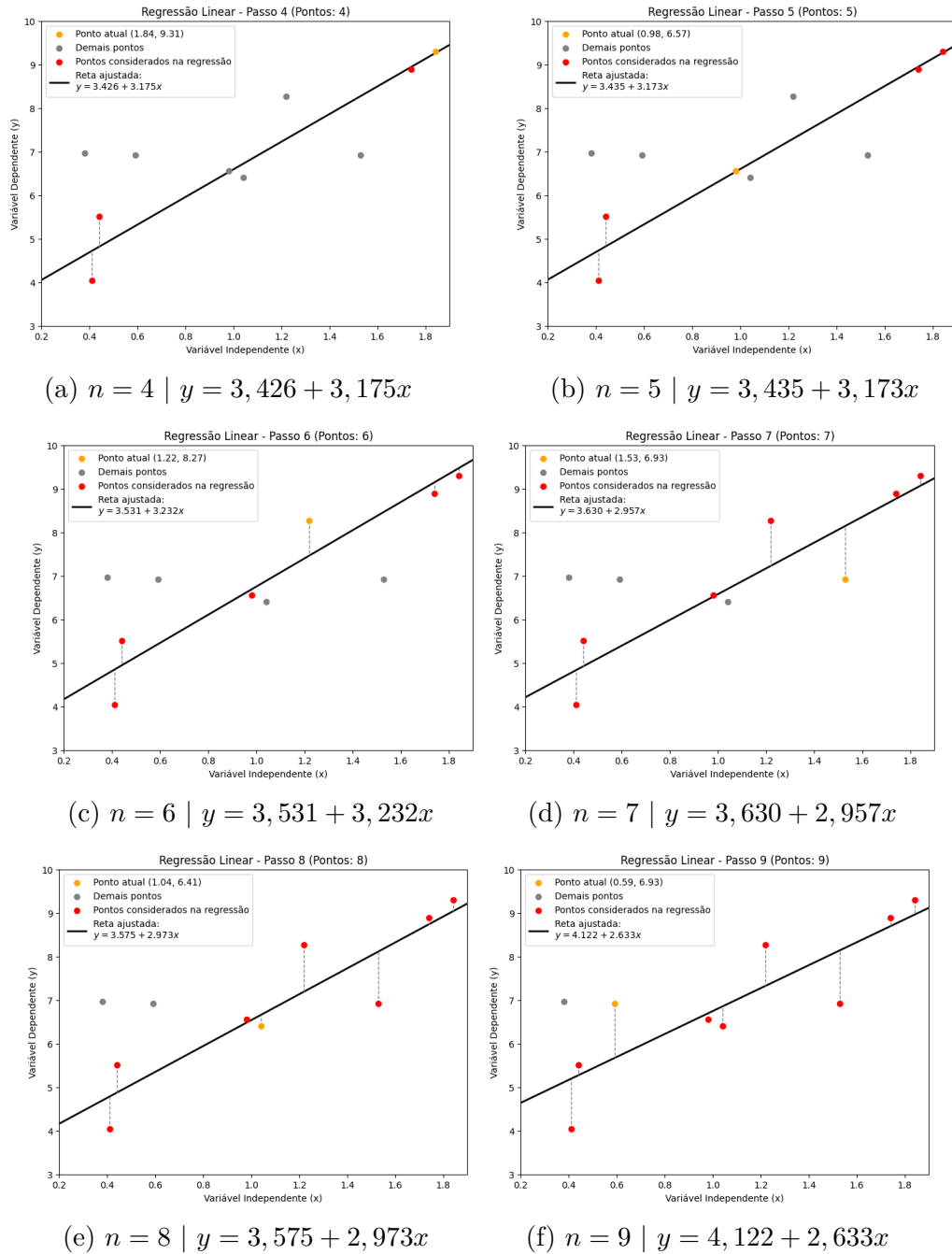
Figura 7 – Passo 3 da regressão linear pelo método MQO.



Fonte: Autor.

Para os demais passos, o mesmo cálculo é realizado, onde a média amostral e os coeficientes são recalculados a cada iteração, conforme os pontos são adicionados.

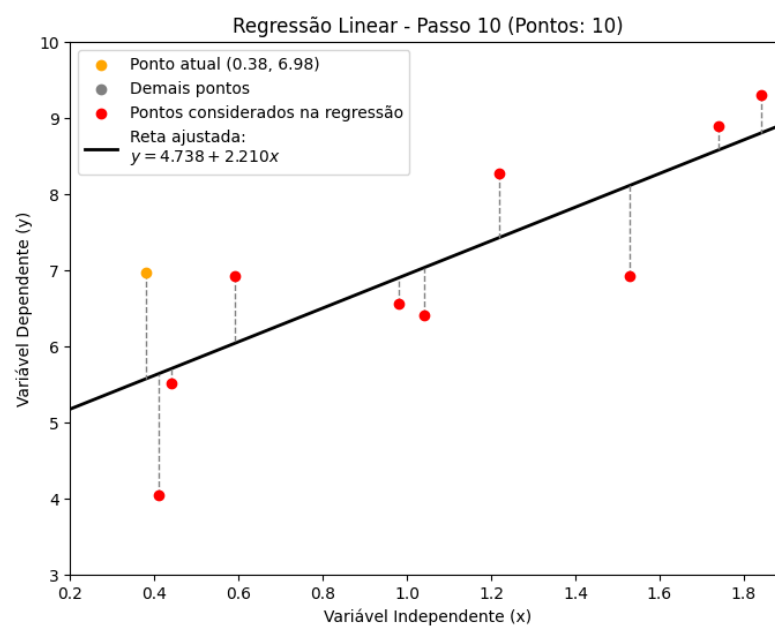
Figura 8 – Iterações da aplicação do método MQO



Fonte: Autor.

Assim, a cada ponto selecionado da amostra, é calculada a derivada parcial da função estimada, determinando novos coeficiente que melhor descrevem a reta entre as amostras. Dado que não é possível estimar uma reta que passe sobre todos os pontos amostrados, os resíduos representados pelas linhas tracejadas na Figura 9 são definidos de tal modo que o somatório dos seus quadrados seja o menor possível.

Figura 9 – Passo 10 da regressão linear pelo método MQO.



Fonte: Autor.

3 SEÇÃO

Este *template* contém algumas seções criadas na tentativa de facilitar seu uso. No entanto, não há um limite máximo ou mínimo de seção a ser utilizado no trabalho. Cabe a cada autor definir a quantidade que melhor atenda à sua necessidade.

4 CONCLUSÃO

As conclusões devem responder às questões da pesquisa, em relação aos objetivos e às hipóteses. Devem ser breves, podendo apresentar recomendações e sugestões para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

ALKAMA, Djamel *et al.* **A cultura participativa no YouTube: relação entre ídolos-fãs em canais brasileiros**. 2020. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP). Acesso em: 05/04/2025.

ANDRADE, Mauro M.; SCOTTÁ, Fernando C.; JR., Elírio E. Toldo; WESCHENFELDER, Jair; NUNES, José C. Hidrodinâmica do Rio Guaíba: Resultados Preliminares. *In*: XXII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Porto Alegre: Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 2017.

CARBONELL, Jaime G.; MICHALSKI, Ryszard S.; MITCHELL, Tom M. **Machine Learning: An Artificial Intelligence Approach**. Berlin: Springer, 1983. P. 619.

G1. **Santa Catarina registra enchente, queda de barreira e dia mais chuvoso de 2024**. 2024. Disponível em: <https://g1.globo.com/sc/santa-catarina/noticia/2024/05/19/sc-enchente-quedas-barreira-dia-mais-chuvoso.ghml>. Acesso em: 15 out. 2024.

HELLIWELL, John F.; HUANG, Haifang; WANG, Shun; NORTON, Max. Social Environments for World Happiness. *In*: WORLD Happiness Report 2020. [S.l.: s.n.], 2020.

KIRCH, Wilhelm. Pearson's Correlation Coefficient. *In*: ENCYCLOPEDIA of Public Health. Dordrecht: Springer Netherlands, 2008. P. 1090–1091.

MONTGOMERY, Douglas C.; PECK, Elizabeth A.; VINING, G. Geoffrey. **Introduction to Linear Regression Analysis**. 5. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2012. P. 672. ISBN 978-0-470-54281-1.

SARAVANAN, R.; SUJATHA, P. A State of Art Techniques on Machine Learning: A Perspective of Supervised Learning Approaches in Data Classification. *In*: PROCEEDINGS of the Second International Conference on Intelligent Computing and Control Systems (ICICCS 2018). Puducherry: IEEE, 2018.

SASSI, Cecília P.; PEREZ, Felipe G.; MYAZATO, Letícia; YE, Xiao; FERREIRA-SILVA, Paulo H.; LOUZADA, Francisco. **Modelos de Regressão Linear Múltipla Utilizando os Softwares R e STATISTICA: Uma Aplicação a Dados**

de Conservação de Frutas. São Carlos, SP, Brasil, 2012. Relatórios Técnicos.

Disponível em: <http://www.icmc.usp.br>.

SERVICES, Amazon Web. **O que é regressão linear?** 2024. Disponível em:

<https://aws.amazon.com/pt/what-is/linear-regression/>. Acesso em: 15 ago. 2024.

SOTO, Timothy. Regression Analysis. *In*: VOLKMAR, Fred R. (Ed.). **Encyclopedia of Autism Spectrum Disorders**. New York, NY: Springer New York, 2013. P. 2538–2538.

VEJA. **De 1941 a 2024: por que as enchentes são um desafio constante no Rio Grande do Sul.** 2024. Disponível em: <https://veja.abril.com.br/ciencia/de-1941-a-2024-porque-as-enchentes-sao-desafio-constante-no-rs>. Acesso em: 15 out. 2024.

APÊNDICE A – Descrição

Textos elaborados pelo autor, a fim de completar a sua argumentação. Deve ser precedido da palavra APÊNDICE, identificada por letras maiúsculas consecutivas, travessão e pelo respectivo título. Utilizam-se letras maiúsculas dobradas quando esgotadas as letras do alfabeto.

ANEXO A – Descrição

São documentos não elaborados pelo autor que servem como fundamentação (mapas, leis, estatutos). Deve ser precedido da palavra ANEXO, identificada por letras maiúsculas consecutivas, travessão e pelo respectivo título. Utilizam-se letras maiúsculas dobradas quando esgotadas as letras do alfabeto.