



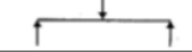
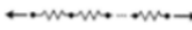


	Barra sob carga axial ( $l$ = comprimento, $A$ = área da seção transversal)	$k_{eq} = \frac{EA}{l}$
	Barra cônica sob carga axial ( $D, d$ = diâmetros das extremidades)	$k_{eq} = \frac{\pi E D d}{4l}$
	Mola helicoidal sob carga axial ( $d$ = diâmetro do arame, $D$ = diâmetro médio do enrolamento, $n$ = número de espiras ativas)	$k_{eq} = \frac{G d^4}{8 n D^3}$
	Viga bi-engastada com carga no meio	$k_{eq} = \frac{192EI}{l^3}$
	Viga em balanço com carga na extremidade	$k_{eq} = \frac{3EI}{l^3}$
	Viga simplesmente apoiada com carga no meio	$k_{eq} = \frac{48EI}{l^3}$
	Molas em série	$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$
	Molas em paralelo	$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$
	Eixo oco sob torção ( $l$ = comprimento, $D$ = diâmetro externo, $d$ = diâmetro interno)	$k_{eq} = \frac{\pi G}{k} (D^4 - d^4)$

Fonte: Livro: Vibrações Mecânicas. Autor: Rao. Pag. 5

Figura 1: Rigidez equivalente

Material	Módulo de Elasticidade E	Módulo de Rigidez G	Densidade em massa $\rho$
Ligas de Alumínio	71,7 GPa	26,8 GPa	2,8 Mg/m³
Cobre	120,7 GPa	44,7 GPa	8,9 Mg/m³
Ferro Fundido Cinzento	103,4 GPa	5,9 GPa	7,2 Mg/m³
Ferro Fundido Dúctil	168,9 GPa	9,4 GPa	6,9 Mg/m³
Aço-carbono	206,8 GPa	11,7 GPa	7,8 Mg/m³
Aço Inoxidável	189,6 GPa	10,7 GPa	7,8 Mg/m³

Fonte: Livro: Projeto de Máquinas. Autor: Robert L. Norton. Pag. 846.

Figura 2: Propriedades de alguns materiais

## 1 Equações:

### 1.1 Associação de molas em paralelo

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^n k_i \quad (1)$$

### 1.2 Associação de molas em série

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (2)$$


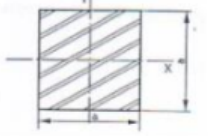


Seção	Momento de Inércia
	$I = \frac{bh^3}{12}$
	$I = \frac{a^4}{12}$
	$I = \frac{\pi d^4}{64}$
	$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$

Figura 3: Momento de inércia

## 2 Vibração livre com amortecimento viscoso

### 2.1 Frequência natural

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{rad/s} \quad (3)$$

### 2.2 Fator de amortecimento

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (4)$$

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \quad (5)$$

### 2.3 Solução Geral

$$x_t = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (6)$$

Em que  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são calculados com a equação 7 abaixo:

$$\lambda_{1,2} = \omega_n \left( -\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \quad (7)$$

Ou ainda da forma expandida:

$$x_t = A_1 e^{\left[ \omega_n(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] t} + A_2 e^{\left[ \omega_n(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] t} \quad (8)$$

- Sistema Superamortecido:  $\zeta > 1$
- Sistema criticamente amortecido:  $\zeta = 1$
- Sistema sub-amortecido:  $\zeta < 1$

### 3 Sistema Criticamente Amortecido

A equação da posição é a seguinte, visto que  $\lambda_1 = \lambda_2$

$$x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\omega_n t} \quad (9)$$

E a equação da velocidade (derivada primeira da equação 9) fica da forma:

$$\dot{x}(t) = A_2 e^{-\omega_n t} + (A_1 + A_2 t) (-\omega_n) e^{-\omega_n t} \quad (10)$$