

PROBLEMAS PROPUESTOS

10. Hallar la familia de curvas ortogonal a la familia de superficies $x^2 + y^2 + 2z^2 = C$.

Sol. $y \pm Ax, z = By^2$

11. Hallar la familia de superficies ortogonal a la familia de curvas $y = C_1x, x^2 + y^2 + 2z^2 = C_2$.

Sol. $z = C(x^2 + y^2)$

12. Una partícula de masa m es atraída hacia el origen por una fuerza que varía directamente a su distancia a O . Si empieza en $(a, 0)$ con una velocidad v_0 en una dirección que forme un ángulo θ con la horizontal, hallar la posición en el tiempo t .

Sol. $x = a \cos kt + \frac{v_0 \cos \theta}{k} \sin kt, y = \frac{v_0 \sin \theta}{k} \sin kt$

13. Las corrientes $i_1, i_2, i = i_1 + i_2$ en cierta red satisfacen las ecuaciones

$$20i + 0,1 \frac{di_2}{dt} = 5, \quad 4i + i_1 + 1000q_1 = 1.$$

Determinar las corrientes satisfaciendo las condiciones iniciales $i = i_1 = i_2 = 0$ cuando $t = 0$.

Sugerencia: Utilícese $i_1 = \frac{dq_1}{dt}$ para obtener $\frac{d^2q_1}{dt^2} + 240 \frac{dq_1}{dt} + 40.000q_1 = 0$.

Sol. $i_1 = -\frac{1}{4}e^{-120t} \sin 160t, i_2 = \frac{1}{4}(1 - e^{-120t} \cos 160t) + \frac{1}{8}e^{-120t} \sin 160t$

14. En el depósito I hay, en un principio, 100 decálitros de salmuera con 200 kg de sal, y en el depósito II hay 50 decálitros de agua. Del depósito I pasa salmuera al depósito II a razón de 3 Dl/min, y del depósito II al depósito I a razón de 2 Dl/min. En cada tanque se agita perfectamente la mezcla para que sea homogénea. ¿Cuánta sal habrá en el depósito I al cabo de 50 minutos?

Sugerencia: $q_1 + q_2 = 200, \frac{dq_1}{dt} = \frac{2q_2}{50 + t} - \frac{3q_1}{100 - t}$. Sol. 68,75 kg