

VECTORES EN EL ESPACIO

1.- Dados los vectores $\vec{u} = (4, 3, -2)$, $\vec{v} = (-8, 6, 2)$ y $\vec{w} = (2, -3, 4)$, calcula

i) los productos escalares $\vec{u} \cdot \vec{v}$; $\vec{u} \cdot \vec{w}$; $\vec{v} \cdot \vec{w}$

ii) los módulos $|\vec{u}|$; $|\vec{v}|$ y $|\vec{w}|$ $(-18, -9, -26, [\sqrt{29}, 2\sqrt{26}, \sqrt{29}])$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \cdot (-8) + 6 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 = -18$$

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = -9$$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = -26$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$$

$$|\vec{v}| = 2\sqrt{26}$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{29}$$

2.- Calcula el producto escalar de los vectores \vec{u} y \vec{v} sabiendo que $|\vec{u}|=3$ y $|\vec{v}|=5$ y que forman un ángulo de 60° .

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos 60 = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5$$

3.- Las componentes de \vec{u} y \vec{v} en una base ortonormal son $(2,2,1)$ y $(-3,-4,0)$. Calcula:

i) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ii) $|\vec{u}|$ iii) $|\vec{v}|$ iv) $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ $(-14, 3, 5, -\frac{14}{15}, 158.960530218683)$

i) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -14$

ii) $|\vec{u}| = 3$

iii) $|\vec{v}| = 5$

iv) $\cos(\underbrace{\vec{u}, \vec{v}}_{\alpha}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-14}{3 \cdot 5} = -\frac{14}{15} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(-\frac{14}{15}\right) \approx 158,96^\circ$

4.- Halla un vector ortogonal a $\vec{u} = (2, -2, -1)$ y de módulo 1.

$$\text{Sea } \vec{u} = (2, -2, -1) \\ (a, b, c) \Rightarrow (-b, a, 0) \perp (a, b, c) \text{ ya que } -ba + ab + 0c = 0$$

Un vector ortogonal es $\vec{v} = (2, 2, 0)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \vec{w} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \vec{v} \text{ es } \perp \vec{u} \text{ y } |\vec{w}| = 1$$

$$\Rightarrow \vec{w} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right)$$

6.- Las componentes de \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} en una base ortonormal son $\vec{u} = (1, -1, -7)$, $\vec{v} = (-2, 0, 5)$. y $\vec{w} = (3, -3, 2)$.
Calcula:

i) $2 \cdot \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$

ii) $\vec{v} \cdot (\vec{w} - \vec{u})$

iii) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{w})$

iv) $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$