NÚMEROS REALES. FUNCIONES REALES

9.- Estudia el dominio de las siguientes funciones:

i) $f(x) = x^3 - 2x^2$ ii) $f(x) = \dfrac{3}{x^2+4}$ iii) $f(x) = \dfrac{x^2-x}{x^2-7x+12}$

i) F. polinómica $\Rightarrow$ $Dom(f) = \mathbb{R}$

ii) F. Racional $\Rightarrow$ $Dom(f) = \mathbb{R} - \{x \mid x^2+4=0\} = \mathbb{R}$

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$

$\nexists$ sol

iii) F. Racional

$x^2-7x+12=0$ $\Rightarrow$ $Dom(f) = \mathbb{R} - \{3, 4\} =$

$x = \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases}$

$= (-\infty, 3) \cup (3, 4) \cup (4, +\infty)$

iv) $f(x) = \sqrt[4]{\dfrac{2x-5}{x^2-1}}$

v) $f(x) = 3^{x-9}$

vi) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

F. irracional

$$Dom(f) = \left\{ x \mid \frac{2x-5}{x^2-1} \geq 0 \right\}$$

	-1		1		$5/2$	
$2x-5$	$-$		$-$		$-$	$+$
x^2-1	$+$		$-$		$+$	$+$
	$-$		$+$		$-$	$+$

$$Dom(f) = (-1, 1) \cup \left[\tfrac{5}{2}, +\infty\right)$$

F. exponencial

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

F. exponencial

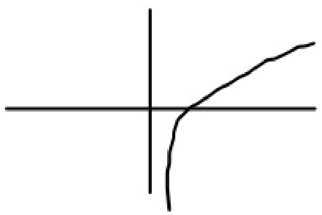
$$Dom\left(\frac{1}{x}\right) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\Downarrow$$

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

vii) $f(x) = \ln(x^2-6x)$

F. logarítmica



$Dom(f) = \{x \,/\, x^2-6x > 0\}$

$x\cdot(x-6) > 0$

		0		6	
x	$-$		$+$		$+$
$x-6$	$-$		$-$		$+$
	$+$		$-$		$+$

$Dom(f) = (-\infty, 0) \cup (6, +\infty)$

viii) $f(x) = \log \dfrac{1-x}{x+3}$

F. logarítmica

$Dom(f) = \left\{x \,\middle|\, \dfrac{1-x}{x+3} > 0\right\}$

		-3		1	
$1-x$	$+$		$+$		$-$
$x+3$	$-$		$+$		$+$
	$-$		$+$		$-$

$Dom(f) = (-3, 1)$

ix) $f(x) = \cos\left(\sqrt[3]{x+5}\right)$

$Dom(f) = Dom\left(\sqrt[3]{x+5}\right) =$

$= \mathbb{R}$

x) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\dfrac{2x}{x+3}\right)$

xi) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

xii) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{2x-1}{\sqrt{x-3}}\right)$

$\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-3\}$

$- \{x \mid \underbrace{\dfrac{2x}{x+3} = 90^\circ}\, + K \cdot 180^\circ\}$

$2x = 90(x+3)$

$2x = 90x + 270$

$-270 = 88x$

$-\dfrac{270}{88} = x$

$\operatorname{Dom}(f) = \operatorname{Dom}(\sqrt{x})$

$\shortparallel$

$[0, +\infty)$

$\operatorname{Dom}(f) = \operatorname{Dom}\left(\dfrac{2x-1}{\sqrt{x-3}}\right)$

$\shortparallel$

$\{x \mid x-3 > 0\}$

$\shortparallel$

$(3, +\infty)$

10.- Estudia el dominio de las siguientes funciones:

i) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+2}{x^2}\right)$

ii) $g(x) = \dfrac{x.(\ln x)^2}{(x-1)^2}$

$$\text{Dom}(f) = \left\{ x \,/\, \frac{x+2}{x^2} > 0 \right\}$$

	-2		0	
$x+2$	$-$		$+$	$+$
x^2	$+$		$+$	$+$
	$-$		$+$	$+$

$$\text{Dom}(f) = (-2, 0) \cup (0, +\infty)$$

2ª FORMA $\quad \ln\left(\dfrac{x+2}{x^2}\right) = \underbrace{\ln(x+2)} - \underbrace{\ln(x^2)}$

$x+2 > 0 \quad$ y $\quad x^2 > 0$

$(-2, \infty) \cap \mathbb{R} - \{0\}$

$$\text{Dom}\left(x \cdot (\ln x)^2\right) = (0, +\infty)$$

$$\text{Dom}(g) = (0, +\infty) - \{1\}$$

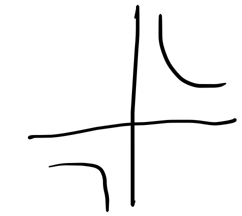
$$=$$

$$(0, 1) \cup (1, +\infty)$$

12.-.Representa las funciones:

v) $f(x) = \dfrac{-2x-1}{x+1}$

$f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ con $gr(P) \le 1 \wedge gr(Q) = 1 \Rightarrow$ función de prop. inversa



A.H.

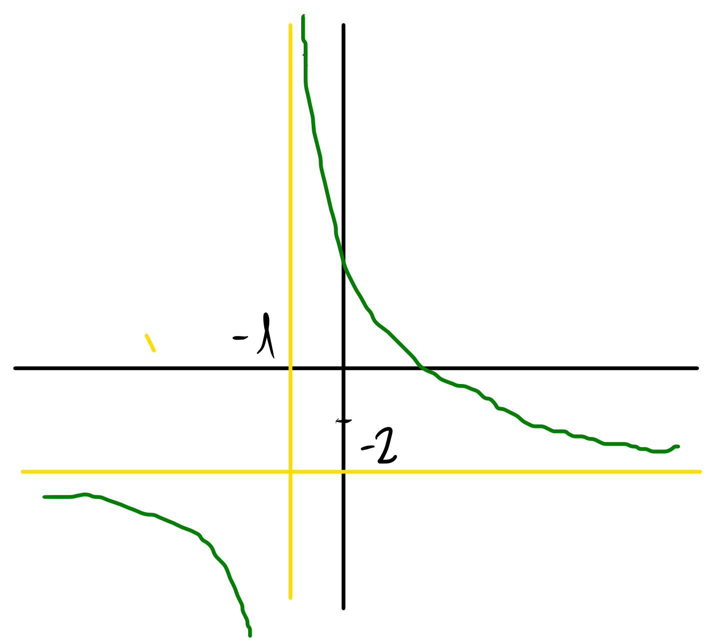
A.V.

$$\lim_{x \to \pm\infty} f = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-2x-1}{x+1} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-2x}{x} = -2 \Rightarrow \text{A.H. } y = -2$$

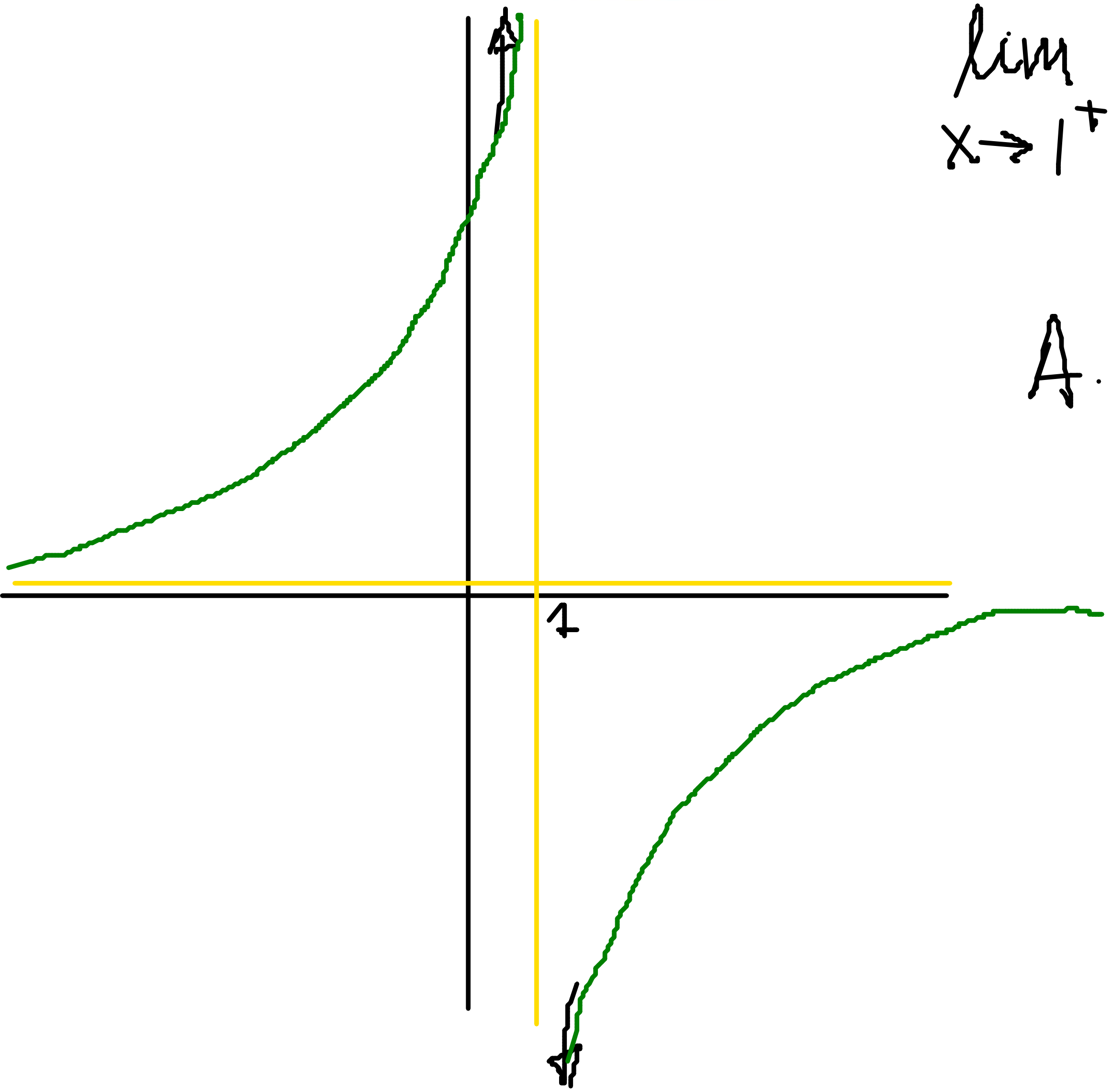
$Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$ ya que $x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow$ A.V $x=-1$

¿Cómo se comporta cerca de $x=-1$? $\lim_{x \to -1^-} f = \dfrac{-2\cdot(-1)-1}{0^-} = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$

$$\lim_{x \to -1^+} f = \frac{1}{0^+} = +\infty$$



iv) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$



A.V $\Rightarrow$ $1-x=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$ A.V

$\lim_{x\to 1^+} f = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$ / $\lim_{x\to 1^-} f = \dfrac{1}{0^+} = +\infty$

A.H $\rightarrow$ $\lim_{x\to \infty} f = \dfrac{1}{-\infty} = 0$

$\Downarrow$

$\boxed{y=0}$ A.H

viii) f(x) = |x-3| - |x|

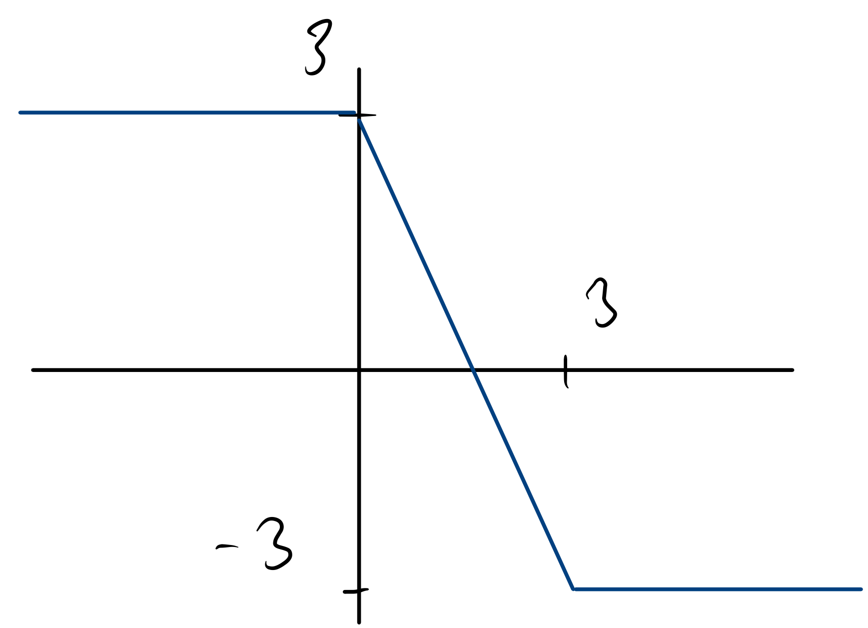
$$|x-3| \rightarrow \begin{cases} x-3 & \text{si } \overbrace{x-3 \geq 0}^{x \geq 3} \\ -(x-3) & \text{si } \underbrace{x-3 < 0}_{x<3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-3, & [3,+\infty) \\ -x+3, & (-\infty,3) \end{cases}$$

$$|x| \rightarrow \begin{cases} x, & [0,+\infty) \\ -x, & (-\infty,0) \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x+3-(-x), & (-\infty,0] \\ -x+3-x, & [0,3] \\ x-3-x, & [3,+\infty) \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3, & (-\infty,0] \\ -2x+3, & [0,3) \\ -3, & [3,+\infty) \end{cases}$$

$y=-2x+3$

x	y
0	3
3	-3



xii) $f(x) = |x^2+6x+8|$

Vértice: 1ª coord: $\frac{-6}{2} = -3$

2ª coord: $(-3)^2 + 6\cdot(-3)+8 = -1$

$\Downarrow$

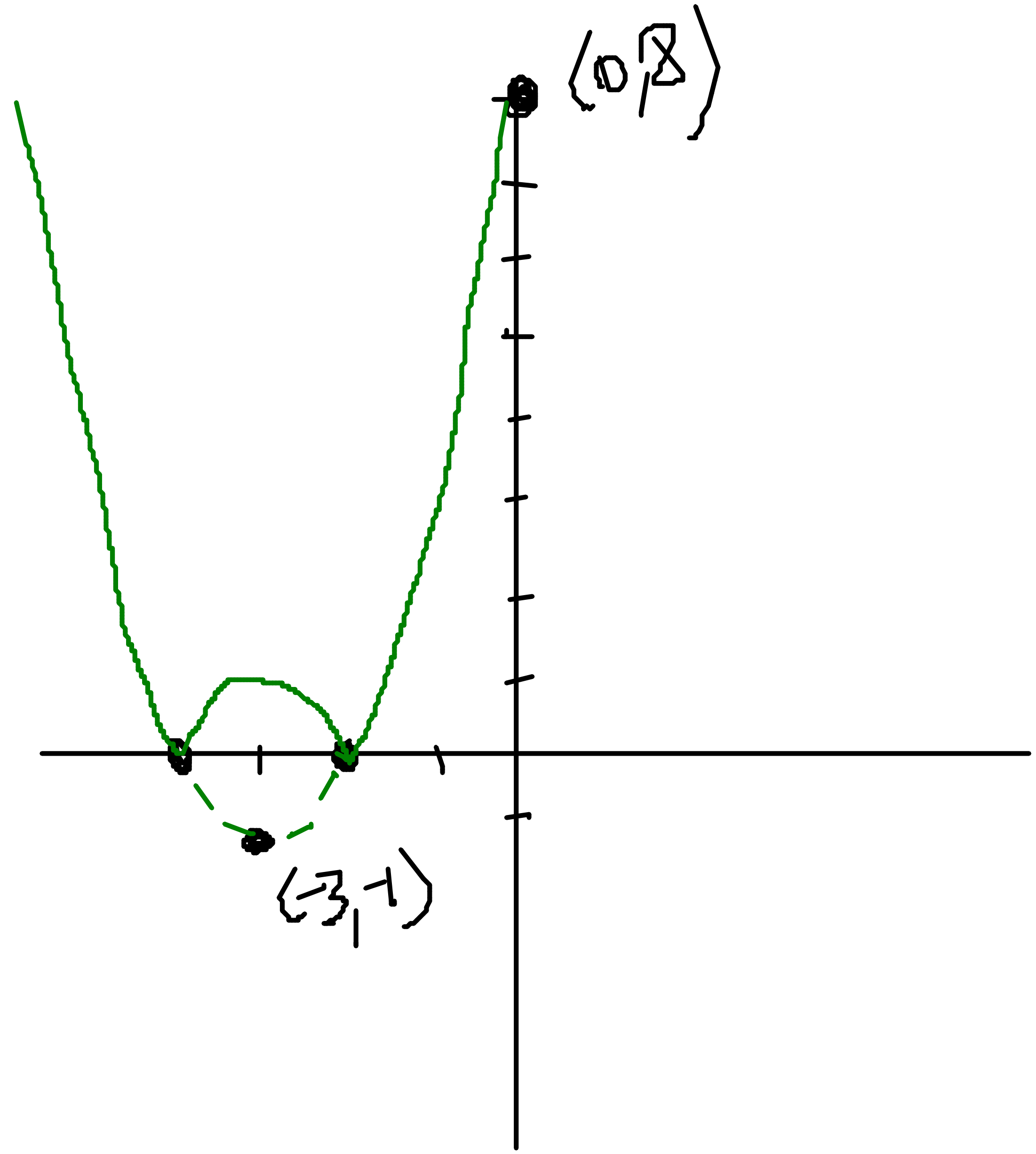
$(-3,-1)$

Cortes: Eje OY $\Rightarrow y = 8$

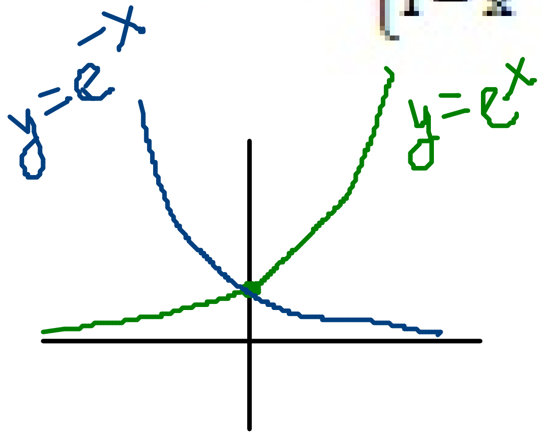
$f(0) = 0^2+6\cdot 0+8$

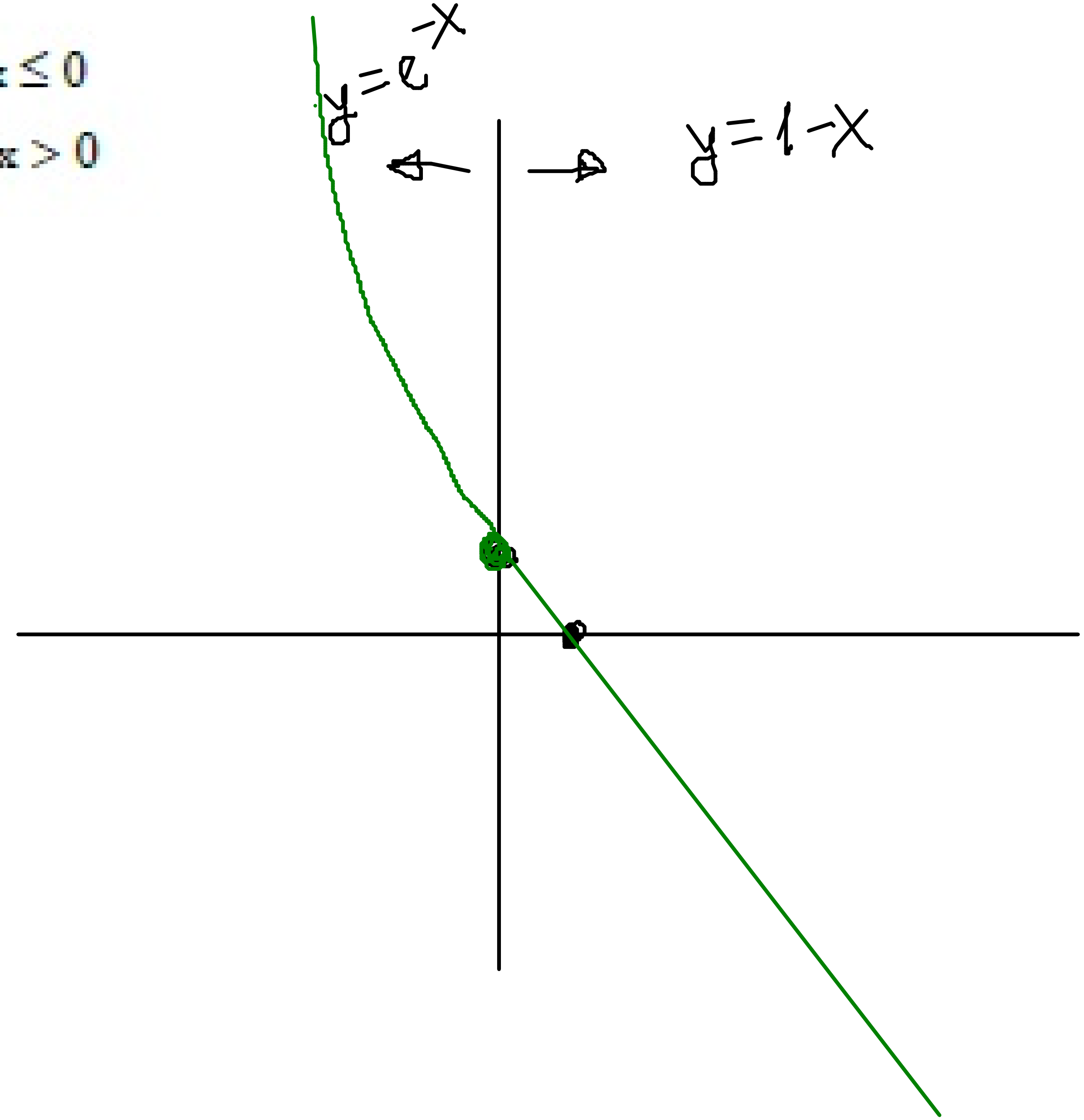
EOX: x^2+6x+8

$x = \frac{-6 \pm\sqrt{36-32}}{2} = \begin{cases} -2 \\ -4 \end{cases}$



iv) $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 1 - x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$





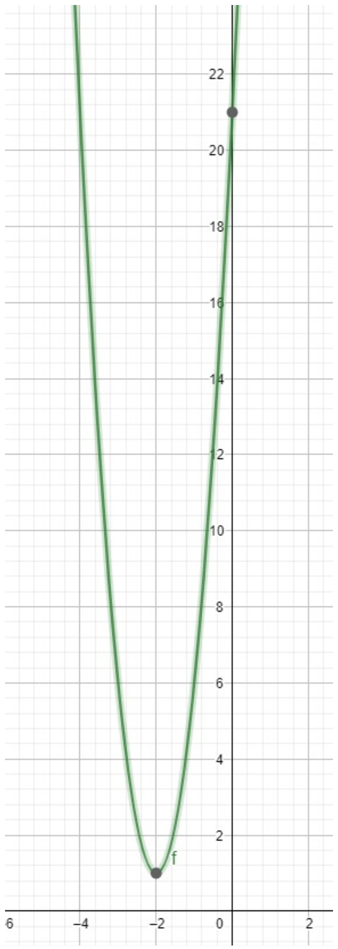
iii) $f(x) = 5.(x+2)^2+1 \Rightarrow f(x) = 5x^2+20x+21 \Rightarrow$ f. cuadrática

Vértice: $x=-\frac{b}{2a} \Rightarrow x=-\frac{20}{10}=-2$, $f(-2)=20-40+21=1 \Rightarrow \boxed{(-2,1)}$

$a>0 \Rightarrow$ orientada hacia arriba y vértice encima de OY $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ SIN CORTES EN OX

CORTE EN OY: $\boxed{Y=21}$



14.- La gráfica de una función logarítmica del tipo $f(x) = \log_a(x+b)$ pasa por los puntos $(0,0)$ y $\left(-\frac{3}{4},-1\right)$

i) Calcula a y b y representa la función.

ii) ¿Qué relación tiene con $y = \log_4 x$?

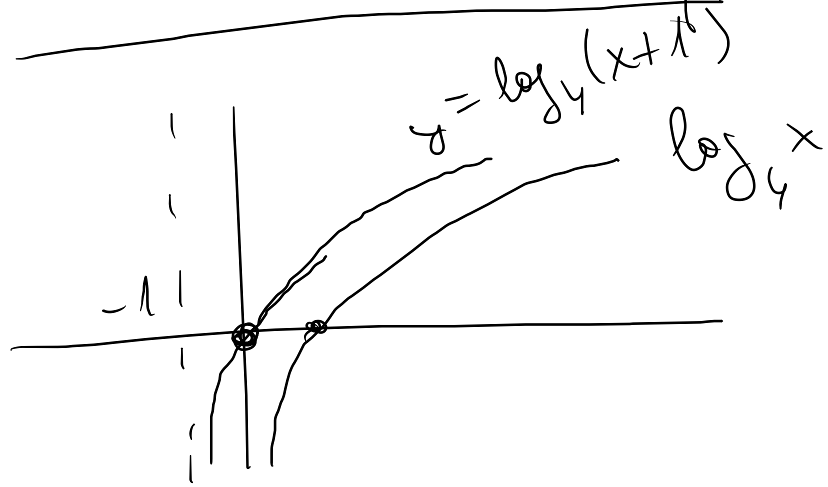
$f(x)=\log_a(x+b) \Rightarrow$ Si pasa por $(0,0) \Leftrightarrow f(0)=0$

" " " $\left(-\frac{3}{4},-1\right) \Leftrightarrow f\left(-\frac{3}{4}\right)=-1$

$\log_a(b)=0 \Rightarrow a^0=b \Rightarrow \boxed{b=1}$

$\log_a\left(-\frac{3}{4}+1\right)=-1 \Rightarrow \log_a\left(\frac{1}{4}\right)=-1 \Rightarrow a^{-1}=\frac{1}{4} \Rightarrow a=4$

$$\boxed{f(x)=\log_4(x+1)}$$



ii) Está trasladada una posición a la izquierda