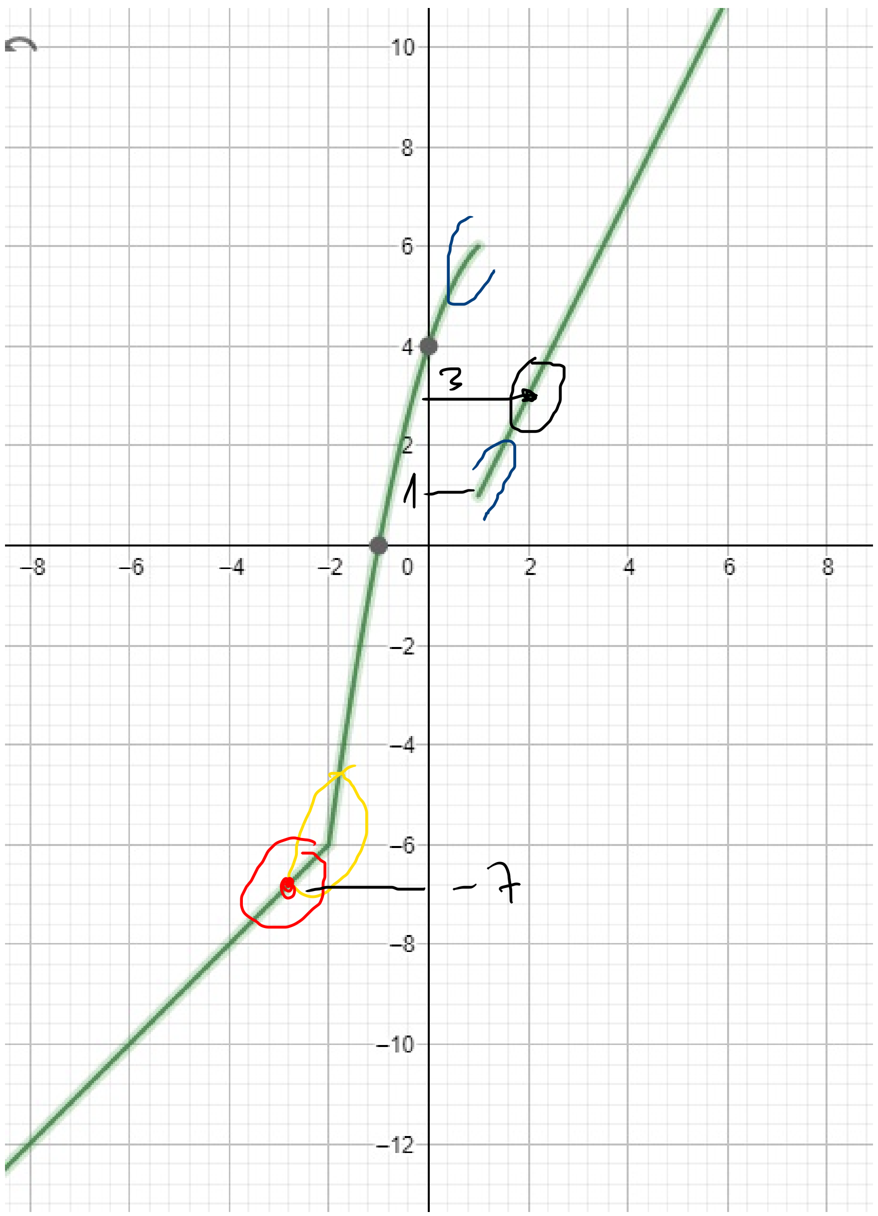
LIMITES DE FUNCIONES

1.- Sea la función $f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{si } x<-2 \\ -x^2+3x+4 & \text{si } -2\le x\le 1 \\ 2x-1 & \text{si } x>1 \end{cases}$. Calcula los siguientes límites:

i) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ ii) $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ iii) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ iv) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$



i) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = -2-4 = -6$,

$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = -(-2)^2+3\cdot(-2)+4 = -6$

luego $\lim\limits_{x\to -2} f(x) = -6$

ii) $\lim\limits_{x\to -3} f(x) = -3-4 = -7$

iii) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1^2+3\cdot 1+4 = 6 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 2\cdot 1-1 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \nexists \lim$

iv) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 2\cdot 2-1 = 3$

2.- Calcula los siguientes límites:

i) $\lim_{x\to 0}\left(\underbrace{-x^2+6x-8}_{f(x)}\right)$

f(x) es continua en todo su dominio por ser polinómica

$\Downarrow$

$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0) = -0^2+6\cdot 0-8 = -8$

ii) $\lim_{x\to 2}\left(3+2x-\sqrt{5x-1}\right) = 3+2\cdot 2-\sqrt{9} = 7-3 = 4$

iii) $\lim_{x\to -1}\left(5x.\sqrt[3]{x^2+4}\right) = 5\cdot(-1)\cdot\sqrt[3]{(-1)^2+4} = -5\sqrt[3]{5}$

iv) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 10x + 4}{2x^2 - 7x - 14} = \dfrac{9 - 30 + 4}{18 - 21 - 14} = \dfrac{-17}{-17} = 1$

v) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{1}{4}\right)^{3x^2 + 5x - 1} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^{\infty} = \dfrac{1}{4^{\infty}} = \dfrac{1}{\infty} = 0$

vi) $\lim\limits_{x \to 1} \ln\left(e^{x+1}\right) = \ln e^{2} = 2$

v) $\lim\limits_{x \to 3} \left(\dfrac{3x + 1}{2x - 1}\right)^{x-6} = \left(\dfrac{3 \cdot 3 + 1}{2 \cdot 3 - 1}\right)^{3-6} = \left(\dfrac{10}{5}\right)^{-3} = 2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

3.- Calcula los siguientes límites:

i) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x-4} = \dfrac{0}{0}$ IND $\nexists$ ii) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-x-2}{3x-6}$ iii) $\lim_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$

multiplicar por conjugado

$= 1 \notin Dom(f)$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)(x+2)}{\cancel{(x-1)}(x+4)} = \frac{2\cdot 3}{5} = \frac{6}{5}$$

$= 2 \notin Dom(f)$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{3\cancel{(x-2)}} = \frac{3}{3} = 1$$

$= 2 \notin Dom(f)$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+5-9}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x^2+5}+3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

4.- Halla el valor de a para que el siguiente límite corresponda a un caso de indeterminación:

$$\lim_{x \to -1} \frac{ax^2 + 2x - 6}{x^2 - 1}$$

Determina el límite para este valor de a.

$$a(-1)^2 + 2\cdot(-1) - 6 = 0$$

$$a - 8 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 8}$$

Si $a = 8 \Rightarrow \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{8x^2 + 2x - 6}{x^2 - 1} = \dfrac{0}{0}$ IND

$$\lim_{x \to -1} \frac{2(\cancel{x+1})(4x-3)}{(\cancel{x+1})(x-1)} = \frac{\cancel{2}\cdot(-7)}{-\cancel{2}} = \boxed{7}$$

5.- Calcula los siguientes límites:

i) $\lim_{x\to 2} \frac{1-x}{(2-x)^2} = \frac{-1}{0}$ límites laterales

$\lim_{x\to 2^-} f = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x\to 2^+} f = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

⇓

$\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$

ii) $\lim_{x\to -3} \frac{-7}{x^2+6x+9} = \frac{-7}{0}$ lím laterales

$= \lim_{x\to -3} \frac{-7}{(x+3)^2}$

$\lim_{x\to -3^-} f(x) = \frac{-7}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x\to -3^+} f(x) = \frac{-7}{0^+} = -\infty$

⇓

$\lim_{x\to -3} f(x) = -\infty$

iii) $\lim_{x\to 0} \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{0}$ lím. lat.

$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

⇓

$\lim_{x\to 0} \frac{1}{2x^2} = +\infty$

iv) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 - 12x + 12} = \frac{0}{0}$ ind

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{3(x-2)^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 0}$$

lim later.

$$\lim_{x\to 2^-} f = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} f = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$\Downarrow$

$\nexists$ límite

v) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{3x^2+5x-1}$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^{\infty} = \frac{1}{4^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

vi) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{9 - x^2}{-7}\right)^{2x^3}$

$$= \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2}{7}\right)^{2x^3} = \infty^{\infty} = \infty$$

6.- Calcula los siguientes límites:

i) $\lim_{x\to-\infty}\left(4x^3-3x^2+2x\right) = \lim_{x\to-\infty} 4x^3 = -\infty$

ii) $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^2-5x+3}{2x^2-9} = \lim_{x\to\infty}\frac{7x^2}{2x^2} = \lim_{x\to\infty}\frac{7}{2} = \frac{7}{2}$

iii) $\lim_{x\to\infty}\frac{5x+4}{\sqrt{9x^2-3x+x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{5x}{\sqrt{9x^2}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{5x}{3x+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{5x}{4x} = \lim_{x\to\infty}\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$

$x^{2/3}$ $x^{1/2}$ $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

iv) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{8x^2}-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{8x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\sqrt[3]{\frac{8\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}} = 2$

v) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3}-x\right) = \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2}-x = \lim_{x\to\infty} x - x = \infty - \infty$

• Si tenemos $\infty - \infty$ con raíces ⇒ Conjugado

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3-x^2}{\sqrt{x^2-3}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{-3}{\infty+\infty} = 0$$

vi) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{3x^2+5}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2-3x^2-5}{\sqrt{x^2-2}+\sqrt{3x^2+5}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-2x^2}{x+3x} = \lim_{x\to\infty}\frac{-2x^2}{4x} =$

$$= \lim_{x\to\infty} -\frac{1}{2}x = -\infty$$

$0 \cdot \infty$ $\underline{\text{IND}}$.

vii) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{6x}{3x^2-4x}\cdot\frac{-3x^2+5}{x+2}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{-18x+50x}{3x^3+2x^2-8x} = -6$

$\infty - \infty$ IND.

ix) $\lim_{x\to 3}\left(\frac{x}{x-3}-\frac{7x-3}{x^2-9}\right) = \lim_{x\to 3}\left(\frac{x(x+3)-7x+3}{x^2-9}\right) = \lim_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x^2-9} =$

$= \lim_{x\to 3}\frac{(x-1)\cancel{(x-3)}}{(x+3)\cancel{(x-3)}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$x^2-4x+3 \to$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -4 & 3 \\ 1 & & 1 & -3 \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

x) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2}{x+1}-\frac{6x^2+4}{2x}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{6x^3-(6x^2+4)(x+1)}{(x+1)2x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{6x^3}-\cancel{6x^3}-6x^2+\dots}{2x^2+} =$

$\infty - \infty$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{-6x^2}{2x^2} = -3$

viii) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x+1}{x^2-2}\cdot\frac{x^2-5}{-8}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{3x^3+\dots}{-8x^2+\dots} = \lim_{x\to-\infty} -\frac{3}{8}\cdot x = +\infty$

$0 \cdot \infty$

viii) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x+1}{x^2-2}\cdot\frac{x^2-5}{-8}\right) = \lim_{x\to-\infty} \frac{3x^3+x^2-15x-5}{-8\cdot(x^2-2)} =$

$0\cdot\infty$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{3x^3+x^2-15x-5}{-8x^2+16} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{3x^3}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}-\frac{15x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}{\frac{-8x^2}{x^2}+\frac{16}{x^2}} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{3x+1-\frac{15}{x}-\frac{5}{x^2}}{-8+\frac{16}{x^2}} = \frac{-\infty+1-0-0}{-8+0} = \frac{-\infty}{-8} = \infty$$

viii) $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{3x+1}{x^2-2} \cdot \frac{x^2-5}{-8} \right) = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x^3 + x^2 - 15x - 5}{-8 \cdot (x^2-2)} =$

$0 \cdot \infty$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{3x^3 + x^2 - 15x - 5}{-8x^2 + 16} = \lim_{x \to -\infty} \frac{3 + \frac{1}{x} - \frac{15}{x^2} - \frac{5}{x^3}}{-\frac{8}{x} + \frac{16}{x^3}} =$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{3 + 0 - 0 - 0}{0 + 0} = \frac{3}{0} = +\infty$$

$\infty - \infty$

x) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2}{x+1} - \frac{6x^2+4}{2x}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{6x^3 - (6x^2+4)(x+1)}{2x(x+1)} =$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{6x^3} - \cancel{6x^3} - 6x^2 - 4x - 4}{2x^2+2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-6 - \frac{4}{x} - \frac{4}{x^2}}{2 + \frac{2}{x}} =$

$= \frac{-6-0-0}{2+0} = -\frac{6}{2} = -3$

7.- Calcula los siguientes límites:

i) $$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5-x^2}{3-x^2}\right)^{\frac{3x^2+1}{2}} = 1^{\infty} \quad \text{IND} \Rightarrow e^{\boxed{}}$$

Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ entonces:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1]\cdot g(x)}$$

Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1$ y $\lim\limits_{x\to a} g(x)=+\infty$ entonces:

$$\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a}[f(x)-1]\cdot g(x)}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5-x^2}{3-x^2}\right)^{\frac{3x^2+1}{2}} = e^{-3}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5-x^2}{3-x^2}-1\right)\left(\frac{3x^2+1}{2}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{5-x^2-3+x^2}{3-x^2}\cdot\frac{3x^2+1}{2} = \lim_{x\to-\infty}\frac{\cancel{2}}{3-x^2}\cdot\frac{3x^2+1}{\cancel{2}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2}{-x^2} = -3$$

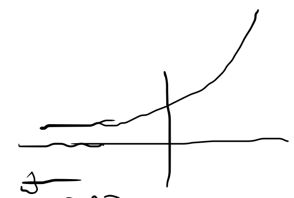
1^{∞}

ii) $\lim\limits_{x\to 3}(3x-8)^{\frac{x}{x-3}} = e^{9}$

$$\lim_{x\to 3}(3x-8-1)\cdot\frac{x}{x-3} = \lim_{x\to 3}\frac{3\cancel{(x-3)}\cdot x}{\cancel{(x-3)}} = 9$$

1^{∞}

iii) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x-3}{4x+2}\right)^{\frac{x^2}{6}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$



$e^{-\infty} = 0$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x-3}{4x+2}-1\right)\frac{x^2}{6} = \lim_{x\to\infty}\frac{-5}{4x+2}\cdot\frac{x^2}{6} = \lim_{x\to\infty}\frac{-5x^2}{24x} = \lim_{x\to\infty}-\frac{5}{24}x = -\infty$$

1^{∞}

iv) $\lim\limits_{x\to -2}\left(\frac{x^2+5x+6}{x+2}\right)^{\frac{3}{(x+2)^2}} \Rightarrow \nexists$

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^2+5x+6}{x+2}-1\right)\cdot\frac{3}{(x+2)^2} = \lim_{x\to -2}\frac{\cancel{x^2+4x+4}}{x+2}\cdot\frac{3}{\cancel{(x+2)^2}} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2^-} f = -\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f = +\infty\end{array}\right\} \Rightarrow \nexists$$

8.- Halla el valor de a para que se cumpla: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{3x-1}\right)^{\frac{ax-4}{5}} = e^2$ $\Rightarrow$ 1^{∞}

$\Downarrow$

$$2 = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{3x-1}-1\right)\cdot\frac{ax-4}{5} = \lim_{x\to\infty}\frac{-1}{3x-1}\cdot\frac{ax-4}{5} = \lim_{x\to\infty}\frac{-ax}{15x} =$$

$$= -\frac{a}{15} \Rightarrow 2 = \frac{-a}{15} \Rightarrow \boxed{a = -30}$$

9.- Calcula el valor de a y b para que: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{ax^2+x}-\sqrt{bx^2+3x}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}=\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+x-bx^2-3x}{\sqrt{ax^2+x}+\sqrt{bx^2+3x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{(a-b)x^2-2x}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot x}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(a-b)x}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\pm\infty \quad \text{si } a-b\neq 0$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})x}=\lim_{x\to\infty}\frac{-2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \quad \text{si } a-b=0$$

$$\begin{cases} a-b=0 \\ \dfrac{-2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases} \Rightarrow a=b \longrightarrow \frac{-2}{2\sqrt{a}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \sqrt{a}=\frac{2}{\sqrt{2}}\Rightarrow\sqrt{a}=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a=2} \text{ y } \boxed{b=2}$$

10.- Consideramos la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{9-mx^2}{3-2x} & \text{si } x \neq \dfrac{3}{2} \\ 1 & \text{si } x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Averigua el valor de m para que la función tenga límite finito en el punto $x = \dfrac{3}{2}$ y calcula su valor.

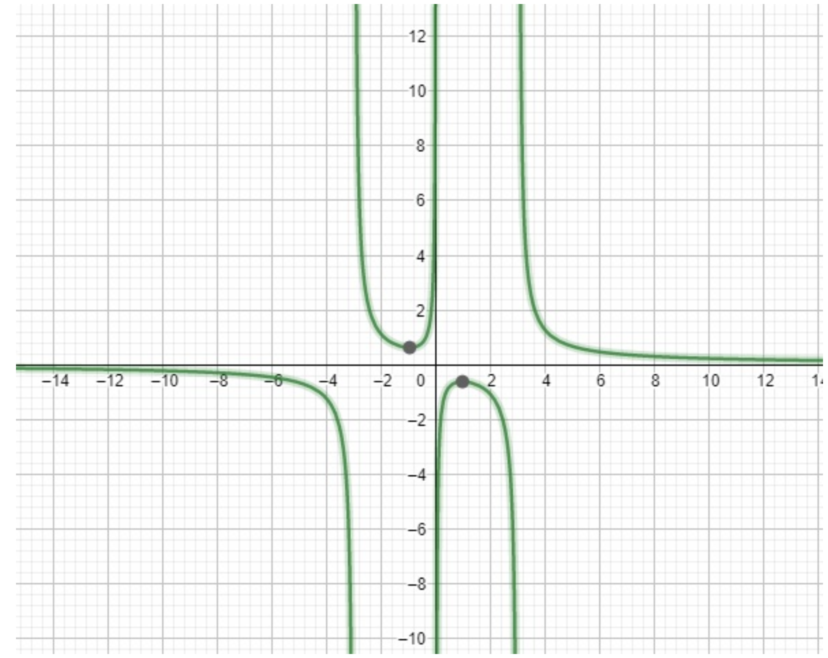
$$\lim_{x \to \frac{3}{2}^-} \frac{9-mx^2}{3-2x} = \frac{9-\frac{9}{4}m}{0^+}$$

$$\text{Si } 9-\frac{9}{4}m \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \to \frac{3}{2}^-} \frac{9-\frac{9}{4}m}{0^+} \neq \lim_{x \to \frac{3}{2}^+} \frac{9-\frac{9}{4}m}{0^-} \Rightarrow \nexists$$

$$\Rightarrow 9-\frac{9}{4}m = 0 \Rightarrow \boxed{m=4}$$

$$\lim_{x \to 3/2} \frac{9-4x^2}{3-2x} = \lim_{x \to 3/2} \frac{\cancel{(3-2x)}(3+2x)}{\cancel{3-2x}} = 6$$

11.- Calcula las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x^2+3}{x^3-9x}$.



$$f(x) = \frac{2x^2+3}{x^3-9x} = \frac{2x^3+3}{x(x+3)(x-3)}$$

A. Verticales:

$$x(x+3)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad x = \pm 3$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{3}{0} \Rightarrow \boxed{x=0} \text{ A.V.}$$

$$\lim_{x \to \pm 3} f(x) = \frac{21}{0} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x=3 \\ x=-3 \end{matrix}} \text{ A.V.}$$

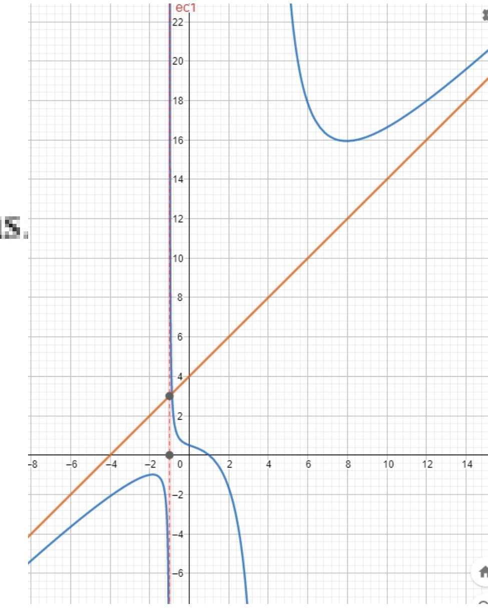
A. Horizontal:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{2 + \frac{3}{x^2}}{x - \frac{9}{x}} = \frac{2}{\infty} = 0 \Rightarrow \boxed{y=0} \text{ A.H.}$$

$(x-1)(x^2+2x+2)$

12.- Halla las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4}$ y estudia si la gráfica corta a las asíntotas.

$(x-4)(x+1)$



$$f(x)=\frac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4}=\frac{(x-1)(x^2+2x+2)}{(x-4)(x+1)}$$

A.V. $(x-4)\cdot(x+1)=0 \Rightarrow x=4,\ x=-1$

$$\lim_{x\to 4} f(x)=\frac{3\cdot 26}{0}=\frac{78}{0}\Rightarrow \boxed{x=4}\text{ A.V.}$$

$$\lim_{x\to -1} f(x)=\frac{(-2)\cdot 1}{0}=\frac{-2}{0}\Rightarrow \boxed{x=-1}\text{ A.V.}$$

A.H. $\lim_{x\to\infty} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{f(x)}=\dfrac{x+1-\frac{2}{x}}{1-\frac{3}{x}-\frac{4}{x^2}}=\dfrac{\infty+1}{1}=\infty$ $\nexists$ A.H.

A.O. $\downarrow$ $y=ax+b$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x^2-2}{x^3-3x^2-4x}=\dots=1\Rightarrow a=1\Rightarrow \text{A.O. } y=x+b$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)-ax=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4}-x=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x^2-2-x^3+3x^2+4x}{x^2-3x+4}=$$

$$=\dots=4\Rightarrow \text{A.O. } \boxed{y=x+4}$$

$(x-1)(x^2+2x+2)$

$f(x) = \dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4}$ y estudia si la gráfica corta a las asíntotas.

$(x-4)(x+1)$

Con la oblicua

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4} \\ y=x+4 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4}=x+4$$

$$\cancel{x^3}+\cancel{x^2}-2=\cancel{x^3}-\cancel{3x^2}-4x+\cancel{4x^2}-12x-16$$

$$-2+16=-16x$$

$$14=-16x$$

$$\boxed{-\frac{7}{8}=x}$$

En $\boxed{x=-\frac{7}{8}}$ $f(x)$ corta con $y=x+4$

Con las asíntotas verticales:

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4} \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{-1+1-2}{0}=\frac{-2}{0} \Rightarrow \nexists$$

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-3x-4} \\ x=4 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{78}{0} \Rightarrow \nexists$$

El infinito es una tendencia, no un número (no existe)

1^{∞} si $a \neq 0$

13.- Calcula el valor de a ($a \neq 0$) para que se verifique:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+5x}{x^2+1}\right)^{ax}=e^{-5}$$

$$-5=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+5x}{x^2+1}-1\right)\cdot ax$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x-1}{x^2+1}\right)\cdot ax=\lim_{x\to\infty}\frac{5ax^2-ax}{x^2+1}=5a$$

$$-5=5a \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

14.- Considera la función $f(x) = \dfrac{ax+8}{bx+6}$. Halla los valores de a y b para que las rectas $x = 2$ e $y = -4$ sean, respectivamente las asíntotas vertical y horizontal de la función f(x).

$\underbrace{A.V.}_{x=2}$ $\quad bx+6=0 \quad (y \ ax+8 \neq 0)$

$x = -\dfrac{6}{b} \xRightarrow[x=2]{} -\dfrac{6}{b} = 2 \Rightarrow \boxed{b=-3}$

$\underset{y=-4}{\underline{A.H.}}$ $\quad \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{ax+8}{bx+6} = \ldots = \dfrac{a}{b} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = -4 \Rightarrow \dfrac{a}{-3} = -4$

$\Downarrow$

$\boxed{a=12}$

15.-Calcula los valores de k de modo que sean ciertas las siguientes igualdades:

i) $\underbrace{\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2kx^2-7x+5}{7x^2-3}}_{=}=-1$

$= \dots = \dfrac{2K}{7}$

Si $\dfrac{2K}{7}=-1$

$\boxed{K=-\dfrac{7}{2}}$

ii) $\underbrace{\lim_{x\to-1} \dfrac{kx^2-k}{x^2+3x+2}}_{=}=4 \rightarrow$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 3 & 2 \\ -1 & & -1 & -2 \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$= \lim_{x\to-1} \dfrac{k\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{(x+1)}(x+2)} = \dfrac{-2K}{1} = -2K$

Si $-2K=4$

$\boxed{K=-2}$

16.- Dada la función: $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ ax+3 & \text{si} \quad 1 < x < 2 \\ bx^3-2 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$,

Calcula los valores de a y b para que existan los limites: $\lim_{x\to 1} f(x)$ y $\lim_{x\to 2} f(x)$

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to 1^-} f(x) &= 1^2+1=2 \\ \lim_{x\to 1^+} f(x) &= a+3 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \quad a+3=2 \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to 2^-} f(x) &= 2a+3 \\ \lim_{x\to 2^+} f(x) &= 8b-2 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \begin{cases} 2a+3=8b-2 \\ a=-1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$-2+3=8b-2$$

$$\boxed{b=\frac{3}{8}}$$

17.-La función $f(x) = \dfrac{px^2+1}{x+1}$ tiene como asíntota oblicua la recta de ecuación y=-2x+2. Determina el valor de p y estudia si la gráfica de la función corta a la asíntota.

A.O. $y = ax + b$

$a = -2 \,,\ b = 2$

$$a = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{px^2+1}{x^2+x} = p \Rightarrow p = -2$$

$$b = \lim_{x\to\infty} f(x) - ax = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2+1}{x+1} + 2x = \lim_{x\to\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \ldots = 2$$

Corte con A.O.

$$\begin{cases} y = \dfrac{-2x^2+1}{x+1} \\ y = -2x+2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-2x^2+1}{x+1} = -2x+2$$

$$\cancel{-2x^2}+1 = \cancel{-2x^2}\cancel{+2x}\cancel{-2x}+2$$

$$0x = 1-2$$

$$0x = -1 \quad \nexists$$