PROBABILIDAD.

1. En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.
   i) Describe los sucesos, escribiendo todos sus elementos.
      a) A = "Obtener par" B = "Obtener impar"
      b) C = "Obtener primo" D = "Obtener impar menor que 9"
   ii) ¿Qué relación hay entre A y B? ¿Y entre C y D?
   iii) ¿Cuál es el suceso A È B? ¿y C Ç D?

i) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

$B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$D = \{3, 5, 7\}$

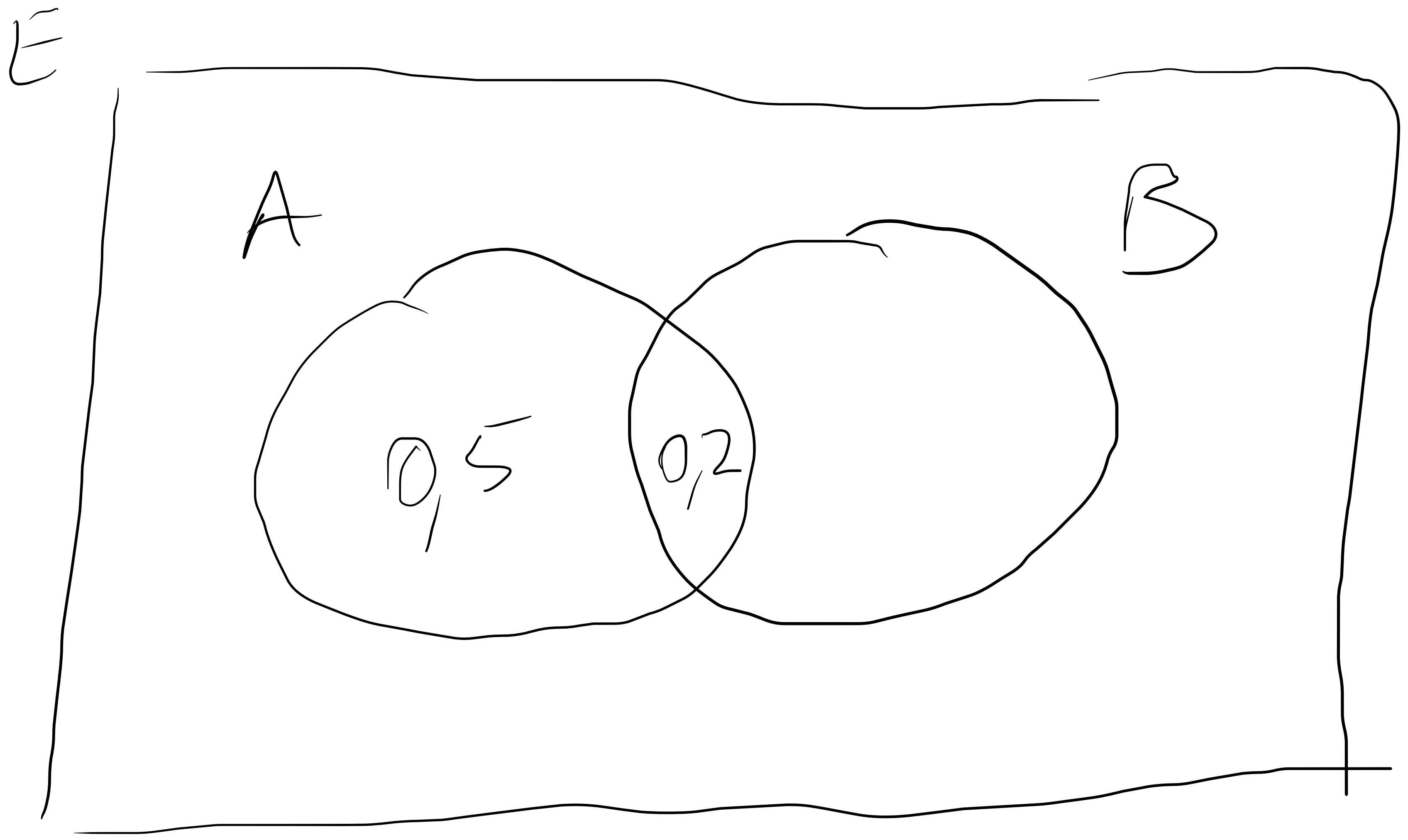
a) $P(A) = \frac{8}{15}$ $P(B) = \frac{7}{15}$

b) $P(C) = \frac{6}{15}$ $P(D) = \frac{3}{15}$

ii) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ A y B son incompatibles, $C \cap D = \{3, 5, 7\} \Rightarrow$ C y D compatibles

iii) $A \cup B = E$ $C \cap D = D$

2. Sabiendo que: $P[A \cap B] = 0{,}2$; $P[\overline{B}] = 0{,}7$; $P[\underbrace{A \cap \overline{B}}_{A - B}] = 0{,}5$. Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A]$.



$P(\overline{B}) = 0{,}7 \Rightarrow P(B) = 0{,}3$

$(A \cap B)$ y $(A \cap \overline{B})$ son incompatibles

$P(A) = P((A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$

$= 0{,}5 + 0{,}2 = 0{,}7$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}7 + 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}8$

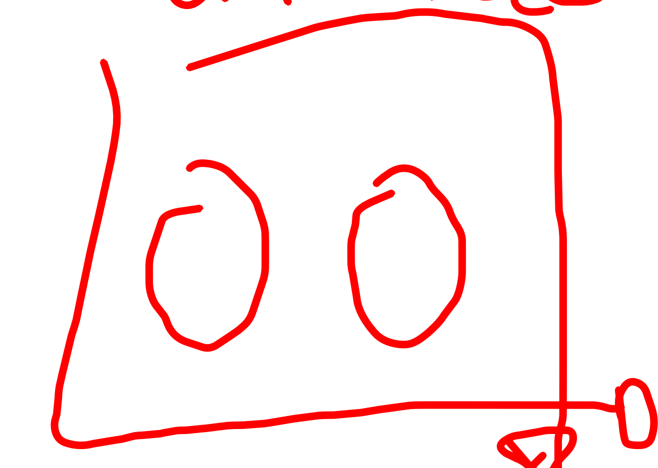
3. Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades:

$P(A)=0,4$; $p(B) = 0,2$ y $P(A \cup B) = 0,5$

i) ¿Son los sucesos A y B incompatibles? Razona la respuesta.

ii) ¿Son sucesos independientes? Razona la respuesta.

INCOMPATIBLES



$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - \cancel{P(A\cap B)}$$

i) $$P(A\cup B) \overset{?}{=} P(A) + P(B)$$

$$0,5 \neq 0,2 + 0,4 \Rightarrow \text{Son compatibles}$$

ii) $$P(A/B) \overset{?}{=} P(A) \quad \text{ó} \quad P(A\cap B) \overset{?}{=} P(A)\cdot P(B)$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B)$$

$$P(A\cap B) = 0,2 + 0,4 - 0,5 = \underline{0,1} \neq \underline{0,08} = 0,2\cdot 0,4 = P(A)\cdot P(B)$$

$\Rightarrow$ Son dependientes

4. Sabiendo que: $P[A] = 0{,}5$; $P[\overline{B}] = 0{,}6$; $P[\overline{A} \cap \overline{B}] = 0{,}25$

i) ¿Son A y B sucesos independientes?

ii) Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A/B]$.

i) $P(B) = 0{,}4$, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$0{,}25 = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cup B) = 0{,}75$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}75 = 0{,}15$

$P(A) \cdot P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2 \neq 0{,}15 = P(A \cap B) \Rightarrow$ Son dependientes

ii) $P(A \cup B) = 0{,}75$ (ver apartado i))

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}15}{0{,}4} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

5. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $p(A) = 0{,}4$; $p(A \cup B) = 0{,}5$; $p(B/A) = 0{,}5$.
Calcula:
i) $p(A \cap B)$ ii) $p(B)$ iii) $p(A/B)$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0{,}5 = 0{,}4 + P(B) - 0{,}2 \Rightarrow P(B) = 0{,}3$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = \frac{2}{3}$$

6. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, de los que se conocen las probabilidades p(A)=0,65 y P(B) = 0,3. Determina las probabilidades q ue deben asignarse a los sucesos AUB y A∩B en cada uno de los siguientes casos:

i) Si A y B fuesen incompatibles

ii) Si A y B fuesen independientes.

iii) Si P(A/B) = 0,40

i) A y B incompatibles $\Rightarrow$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}65 + 0{,}3 = 0{,}95$

$P(A \cap B) = 0$

ii) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}65 \cdot 0{,}3 = 0{,}195$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}65 + 0{,}3 - 0{,}195 = 0{,}755$

iii) $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}65 + 0{,}3 - 0{,}12 = 0{,}83$

7. En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?

P(Al menos uno) = 1 − P(No se sepa ninguno) =

$= 1 - P(\overline{1^o}) \cdot P(\overline{2^o} \mid \overline{1^o}) \cdot P(\overline{3^o} \mid \overline{1^o} \cap \overline{2^o}) =$

$= 1 - \frac{50}{85} \cdot \frac{49}{84} \cdot \frac{48}{83} =$ 0.801559177888023

8. En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.

i) Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 5.

ii) Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 55.

iii) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcula la probabilidad de que el número premiado hoy termine también en 5.

i) $\underset{\uparrow \atop 10}{\_}\ \underset{\uparrow \atop 10}{\_}\ 5$ $P(\_\ \_\ 5) = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$ ii) $P(\_\ 55) = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$

iii) Son independientes $\Rightarrow$ $P(H_5 \mid A_5) = P(H_5) = \frac{1}{10}$

9. En una cadena de televisión se hizo una encuesta a 2 500 personas para saber la audiencia de un debate y de una película que se emitieron en horas distintas: 2 100 vieron la película, 1 500 vieron el debate y 350 no vieron ninguno de los dos programas. Si elegimos al azar a uno de los encuestados:

i) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película y el debate?

ii) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película, sabiendo que vio el debate?

iii) Sabiendo que vio la película, ¿cuál es la probabilidad de que viera el debate?

	D	$\overline{D}$	
P	1450	650	2100
$\overline{P}$	50	350	400
	1500	1000	2500

i) $P(P\cap D) = \frac{1450}{2500} = \frac{29}{50} = 0{,}58$

ii) $P(P/D) = \frac{1450}{1500} = \frac{29}{30} = 0{,}9\overline{6}$

iii) $P(D/P) = \frac{1450}{2100} = \frac{29}{42} =$ 0.69047619047619

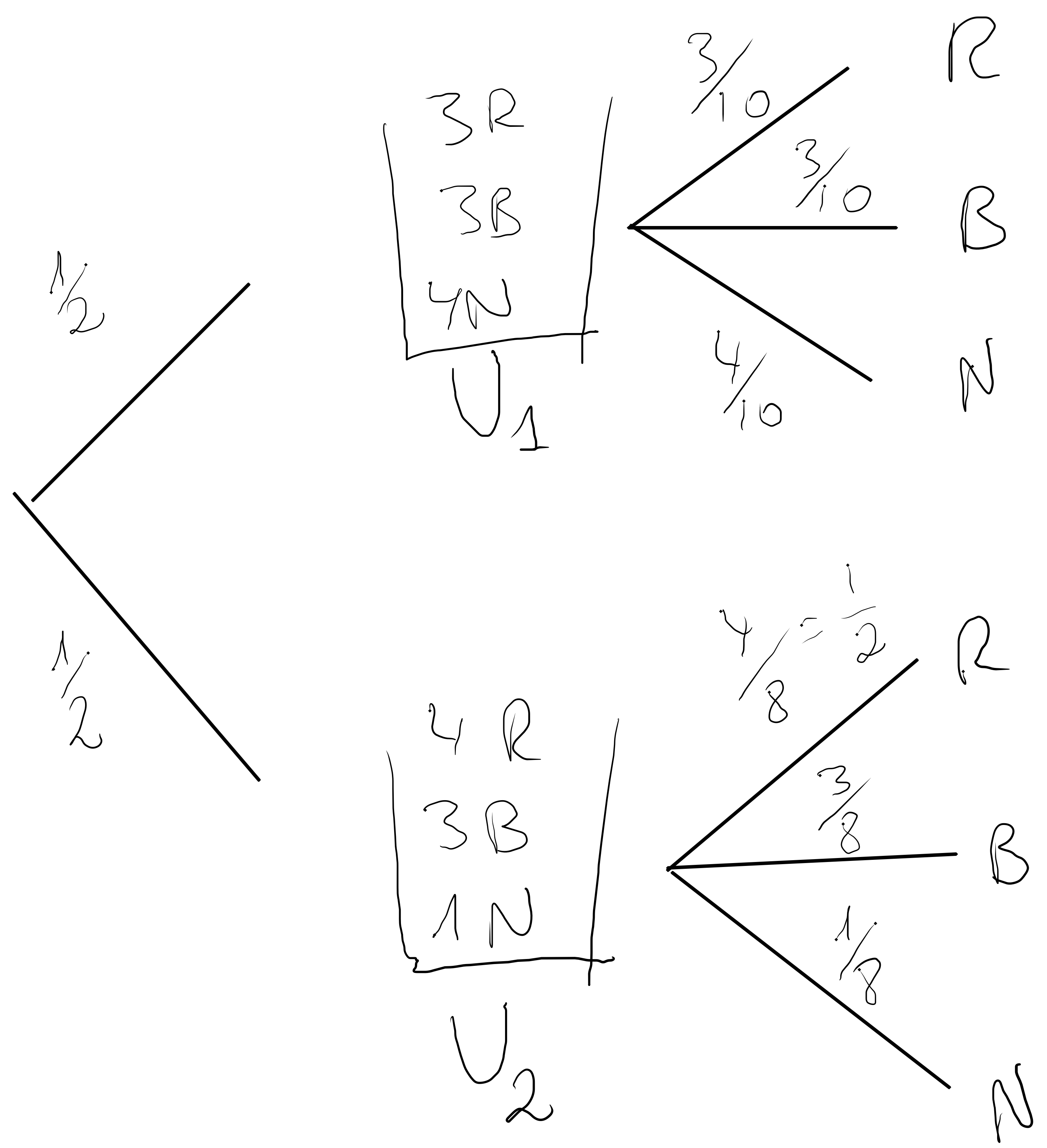
10. Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

i) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?

ii) Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?

Experimento compuesto: Exp 1 $\Rightarrow$ Elegir urna

Exp 2 $\Rightarrow$ Elegir bola de la urna



i) $P(B) \overset{\text{P. total}}{=} P(B\cap U_1) + P(B\cap U_2) =$

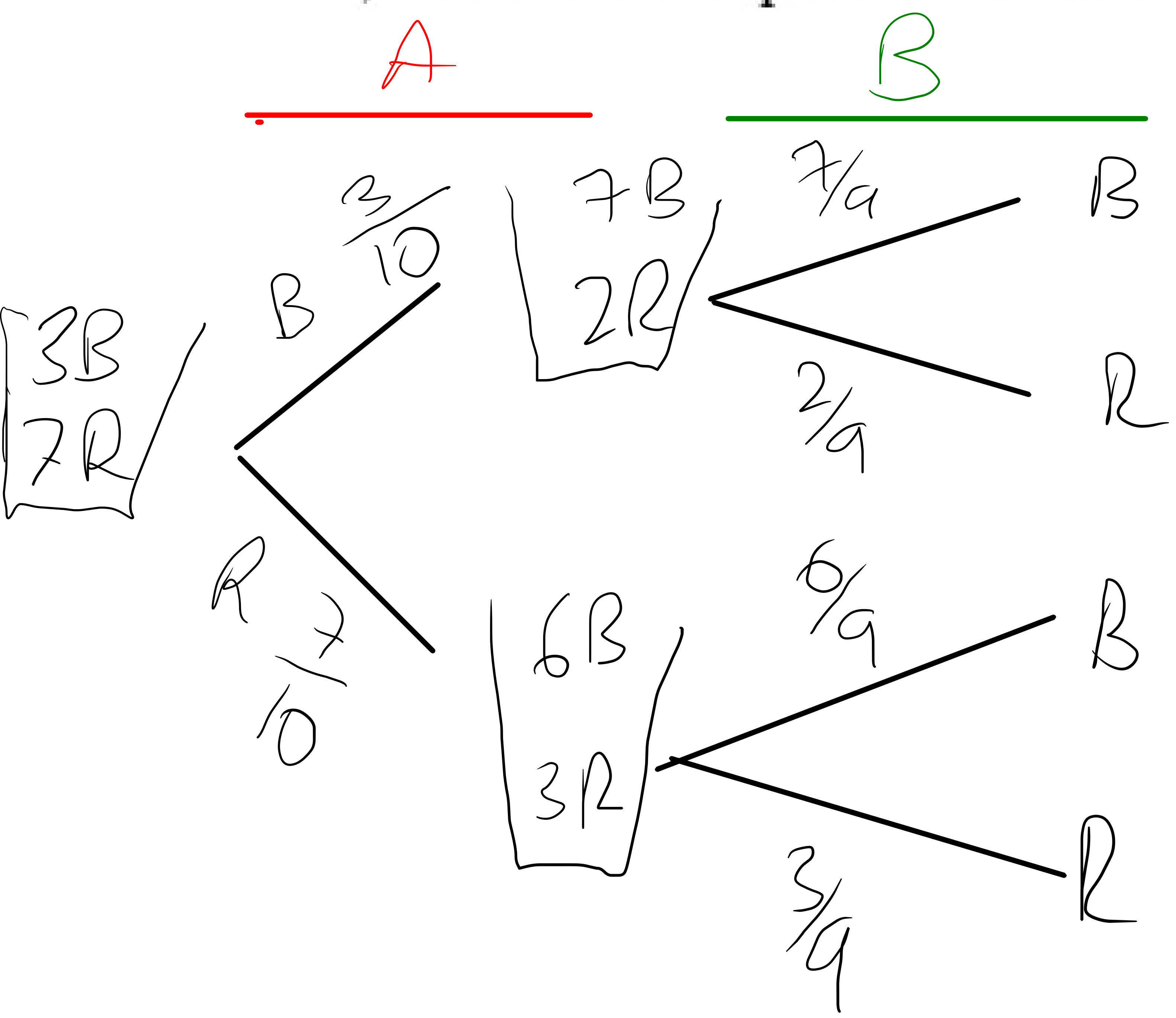
$= P(U_1)P(B|U_1) + P(U_2)P(B|U_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8} = \frac{27}{80} = 0.3375$

ii) $P(U_1|B) \overset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(U_1\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}}{\frac{27}{80}} = \frac{4}{9} = 0.4444444444444444$

11. Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2.rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.

i) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?

ii) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?



P.Total

i) $P(B_2) = P(B_2 \cap B_1) + P(B_2 \cap R_1) =$

$= P(B_1) \cdot P(B_2|B_1) + P(R_1) \cdot P(B_2|R_1) =$

$= \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{21}{90} + \frac{42}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

ii) $P(B_2 \cap B_1) = P(B_1) \cdot P(B_2|B_1) = \frac{\cancel{3}}{10} \cdot \frac{7}{\cancel{9}\,3} = \frac{7}{30} = 0{,}2\overset{\frown}{3}$

12. El 65% de los alumnos de un cierto instituto cursan estudios universitarios al terminar el Bachillerato. En un grupo de ocho alumnos elegidos al azar, halla la probabilidad de que estudien una carrera:

i) Alguno de ellos.

ii) Más de seis.

A = "El alumno estudia universidad" $\Rightarrow P(A) = 0{,}65 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0{,}35$

i) $P(\text{Alguno de los } 8) = 1 - P(\text{Ninguno de los } 8) = 1 - 0{,}35^8 =$ 0.999774812460937

ii) $P(\text{Más de } 6) = P(7 \text{ u } 8) = \binom{8}{7} 0{,}65^7 \cdot 0{,}35 + 0{,}65^8 =$ 0.169126862226563

13. El 30% de los estudiantes de un Instituto practica el fútbol, el 40% practica el baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Se elige un estudiante al azar. Calcula:

i) La probabilidad de que no juegue al fútbol ni al baloncesto.

ii) Si juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al baloncesto?

iii) ¿Son independientes jugar al fútbol y al baloncesto?

	F	$\overline{F}$	
B	10	30	40
$\overline{B}$	20	40	60
	30	70	100

i) $P(\overline{F} \cap \overline{B}) = \dfrac{40}{100}$

ii) $P(B|F) = \dfrac{10}{30}$

iii) $P(F \cap B) = \dfrac{10}{100}$ $\neq$ $\Rightarrow$ NO SON INDEPENDIENTES

$P(F) \cdot P(B) = \dfrac{30}{100} \cdot \dfrac{40}{100} = \dfrac{12}{100}$

14. Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz.

i) Si se tira al aire calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales.

ii) Si se tira dos veces, ¿cuánto vale la probabilidad de obtener dos caras?

iii) Si se tira tres veces, calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.

i) $E = \{C, X\}$ $\quad P(C) = 2P(X)$ $\quad P(C) + P(X) = 1$

$2P(X) + P(X) = 1 \Rightarrow P(X) = \frac{1}{3}$

$P(C) = \frac{2}{3}$

independientes

ii) $P(C_1 \cap C_2) = P(C_1) \cdot P(C_2) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

iii) $P(2 \text{ Cruces y } 1 \text{ Cara}) = \binom{3}{1} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

X X C

X C X

C X X

15. Las probabilidades de aprobar Lengua son del 80%, las de aprobar Matemáticas del 75% y las de aprobar Inglés del 70%. Calcula:

i) La probabilidad de aprobar las tres asignaturas.

ii) La probabilidad de suspender sólo una.

iii) Si se ha suspendido sólo una, la probabilidad de que haya sido Matemáticas.

$P(L)=0{,}8$, $P(M)=0{,}75$ $P(I)=0{,}7$ $\Rightarrow$ son independientes.

i) $P(L\cap M\cap I)=0{,}8\cdot 0{,}75\cdot 0{,}7=0{,}42$

ii) $P\left((\bar{L}\cap M\cap I)\cup(L\cap\bar{M}\cap I)\cup(L\cap M\cap\bar{I})\right)=0{,}2\cdot 0{,}75\cdot 0{,}7+$

$+0{,}8\cdot 0{,}25\cdot 0{,}7+0{,}8\cdot 0{,}75\cdot 0{,}3=0{,}425$

iii) $P(\bar{M}\mid 1\text{ suspenso})=\dfrac{P(\bar{M}\cap 1\text{ suspenso})}{P(1\text{ suspenso})}=\dfrac{0{,}8\cdot 0{,}25\cdot 0{,}7}{0{,}425}=0{,}3\overset{\frown}{294}$

16. Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades ; p(A)= 0,7 ; p(B)=0,6 y p(A∪B) = 0,85. Calcula:

i) $P(A\cap B)$

ii) $p\left(\overline{A\cap B}\right)$

iii) La probabilidad de que se cumpla solo uno de los dos sucesos.

i) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

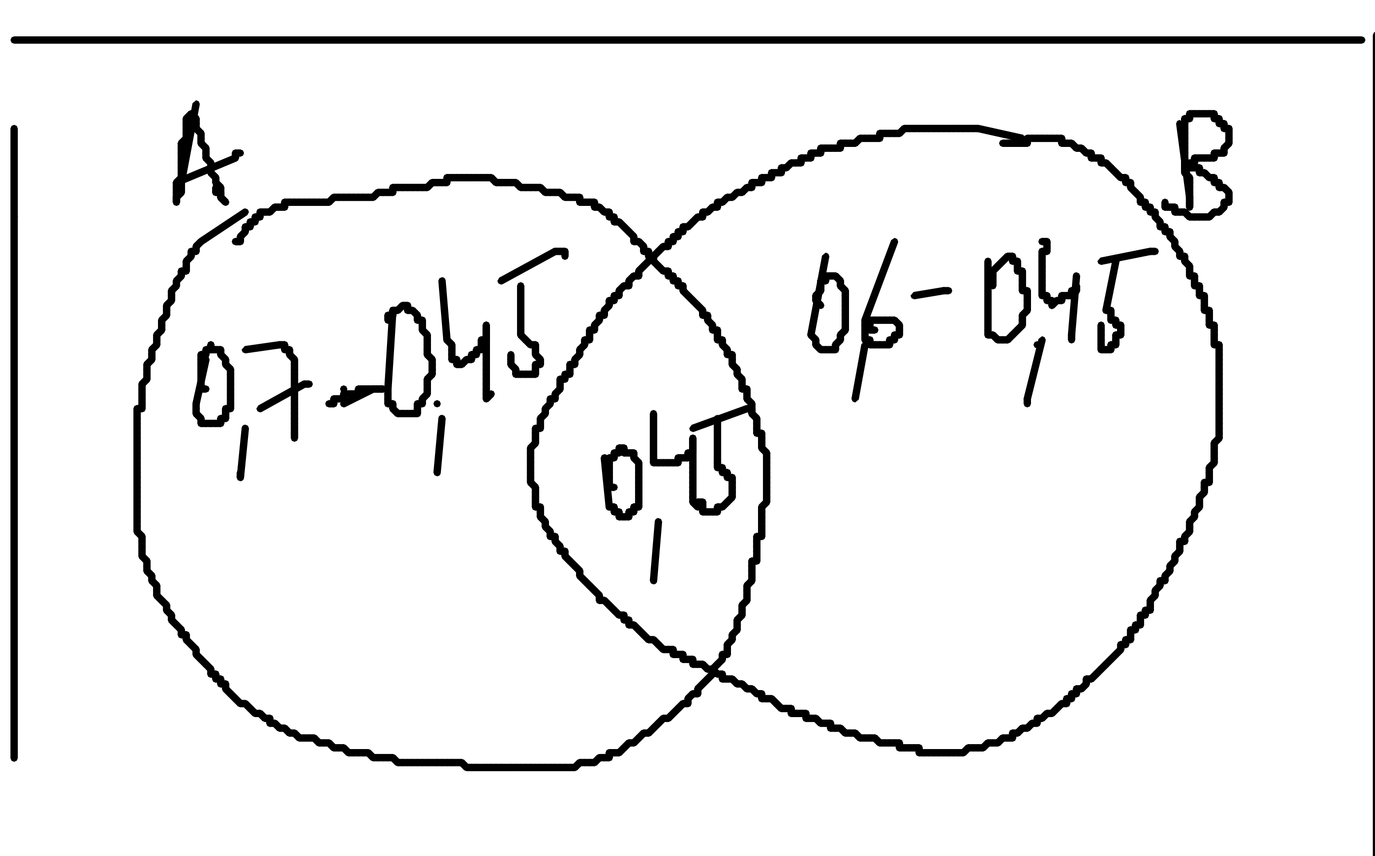
$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}85 = 0{,}45$

ii) $P\left(\overline{A\cap B}\right) = 1 - P(A\cap B) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$

iii) $P\left[(A \text{ y } \bar{B}) \text{ ó } (\bar{A} \text{ y } B)\right] = P\left[(A\cap\bar{B})\cup(\bar{A}\cap B)\right] \overset{\text{INCOMP}}{=} P(A\cap\bar{B}) +$

$+ P(\bar{A}\cap B) = P(A-B) + P(B-A) = (0{,}7-0{,}45) + (0{,}6-0{,}45) =$

$= 0{,}25 + 0{,}15 = 0{,}4$

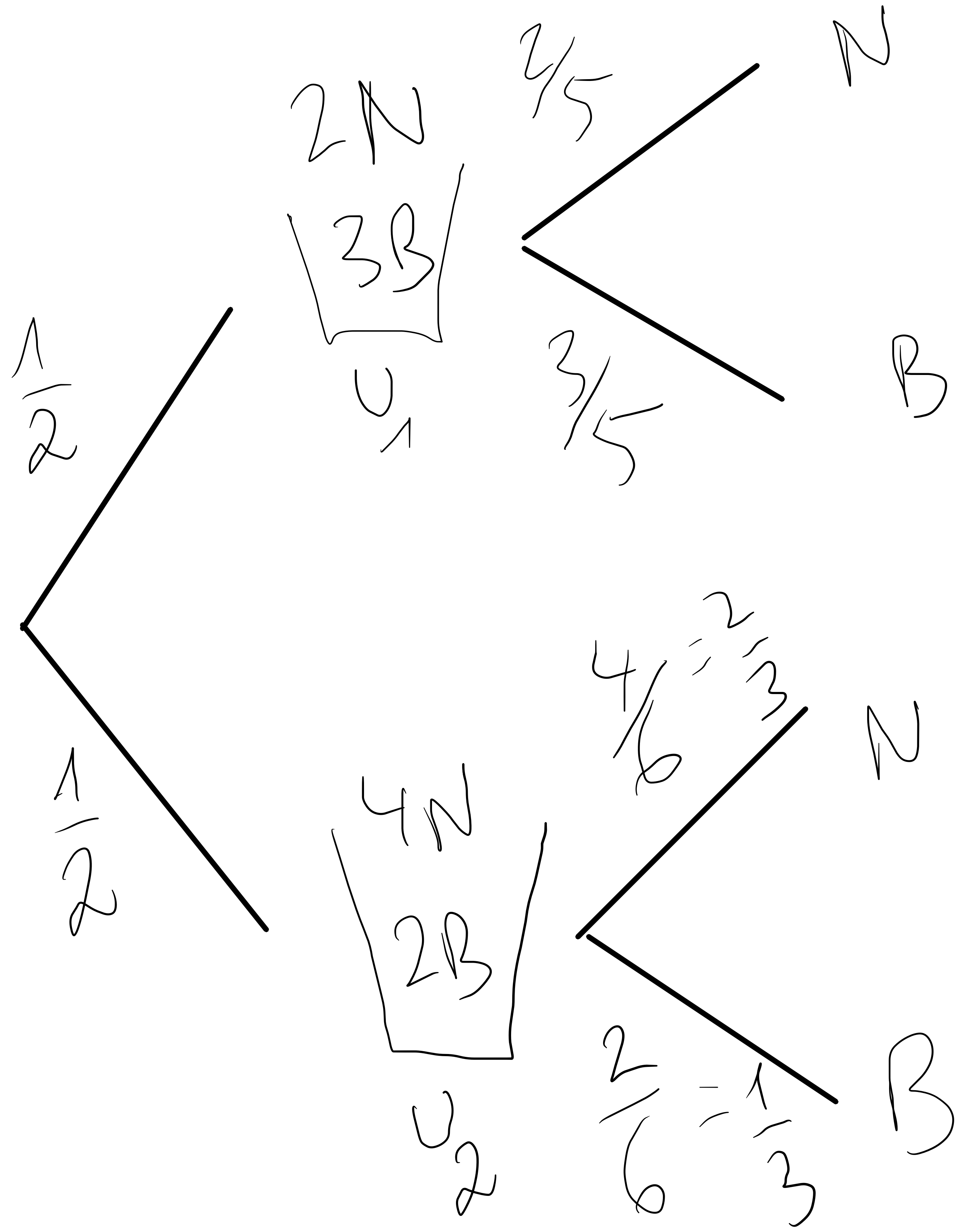


17. Una bolsa contiene 2 bolas negras y 3 bolas blancas. Otra bolsa tiene 4 bolas negras y 2 bolas blancas. Se elige una de las bolsas al azar y se extrae una bola. Calcular la probabilidad de:

i) La bola es blanca y de la bolsa primera.

ii) La bola es blanca.

iii) Si la bola es negra, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la segunda bolsa?



i) $P(B\cap U_1) = P(U_1)\cdot P(B|U_1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

ii) $P(B) \overset{P.T}{=} P(B\cap U_1) + P(B\cap U_2) =$

$= P(U_1)\cdot P(B|U_1) + P(U_2)\cdot P(B|U_2) =$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{3}{10} + \frac{1}{6} = \frac{9+5}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

iii) $P(U_2|N) \overset{T.\ BAYES}{=} \frac{P(U_2\cap N)}{P(N)} =$

$= \frac{1/2\cdot 2/3}{1/2\cdot 2/5 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}} = \frac{1/3}{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}} = \frac{1/\cancel{3}}{8/\cancel{15}\,5} = \frac{5}{8}$

18. Los resultados académicos de cierto grupo de Bachillerato muestran que la probabilidad de aprobar Matemáticas es 0,6 y la de aprobar Economía 0,7. Además, la probabilidad de aprobar las dos asignaturas es 0,45. Si en ese grupo se elige un alumno al azar, cuánto vale la probabilidad de que:

i) Apruebe alguna de las dos asignaturas.

ii) Apruebe solamente una de las dos asignaturas.

iii) No apruebe ninguna de las dos asignaturas.

iv) ¿Es independiente aprobar Matemáticas de aprobar Economía?

	M	$\bar{M}$	
E	0,45	0,25	0,7
$\bar{E}$	0,15	0,15	0,3
	0,6	0,4	1

i) $P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(E \cap M) =$
$= 0{,}6 + 0{,}7 - 0{,}45 = 0{,}85$

ii) $P(M \cap \bar{E}) + P(\bar{M} \cap E) = 0{,}15 + 0{,}25 = 0{,}4$

iii) $P(\bar{M} \cap \bar{E}) = 0{,}15$

iv) $P(M \cap E) = 0{,}45$
$\neq$ $\Rightarrow$ Son dependientes
$P(M) \cdot P(E) = 0{,}6 \cdot 0{,}7 = 0{,}42$

19. En una asignatura universitaria de primero asisten a clase 100 de los 150 alumnos matriculados. Se sabe que aprueban el 90% de los alumnos que asisten a clase y el 30% de los que no asisten. Se elige un alumno al azar. Calcular:

i) La probabilidad de que haya aprobado.

ii) Si se sabe que el alumno ha suspendido, la probabilidad de que haya asistido a clase.

	Asist	$\overline{\text{Asist}}$	
Aprob	90	15	105
$\overline{\text{Aprob}}$	10	35	45
	100	50	150

Aprueban 90% de los que asisten ⇒ 90% de 100 = 90

30% de los que no ⇒ 30% de 50 = 15

i) $P(\text{Aprobar}) = \dfrac{105}{150} = \dfrac{7}{10} = 0{,}7$

ii) $P(\text{Asiste} \mid \overline{\text{Aprob}}) = \dfrac{10}{45} = \dfrac{2}{9} = 0{,}\hat{2}$

20. Se lanzan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener una suma de puntos igual a siete?. Si la suma de puntos ha sido 7, ¿cuál es la probabilidad de que en alguno de los dados haya salido un 3?

$D_2 \backslash D_1$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

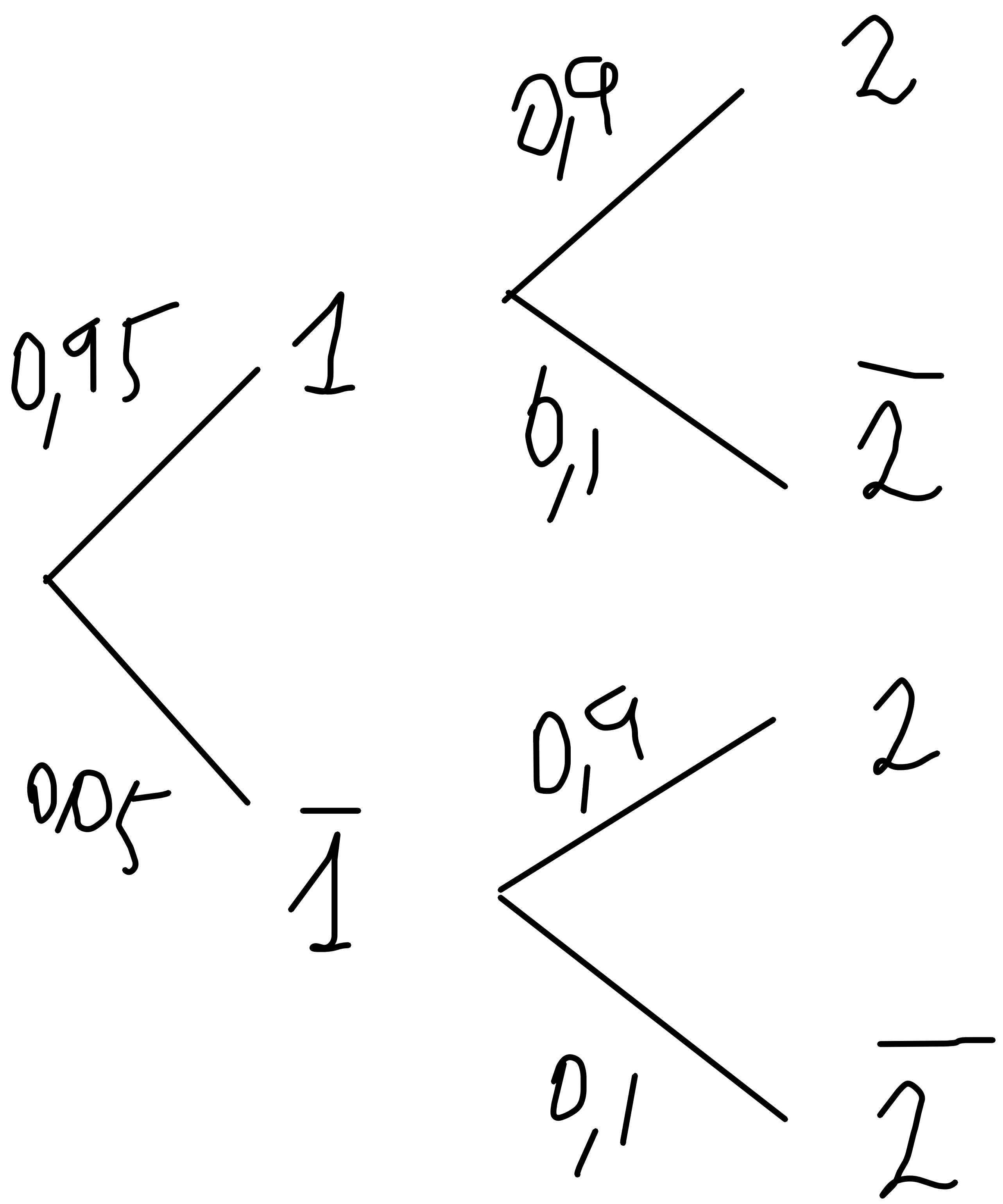
$$P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{Un dado } 3 \mid \text{suman } 7) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

21. Una alarma de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es 0,95 y de que se active el segundo es 0,90. Halla la probabilidad de que ante una emergencia:

i) Se active solo uno de los indicadores

ii) Se active al menos uno de los dos indicadores.



$$P(\text{Solo } 1) = P(1 \cap \overline{2}) + P(\overline{1} \cap 2) =$$

$$= 0{,}95 \cdot 0{,}1 + 0{,}05 \cdot 0{,}9 = 0{,}14$$

$$P(\text{Al menos } 1) = 1 - P(\text{Ninguno}) =$$

$$= 1 - 0{,}05 \cdot 0{,}1 = 0{,}995$$

22. Para tratar de curar una enfermedad se aplica un tratamiento nuevo a 81 pacientes de un hospital, mientras que en el mismo hospital hay otros 79 pacientes que siguen un tratamiento antiguo contra la misma enfermedad. En total, con ambos tratamientos los curados son 103, de los cuales 60 lo son gracias al tratamiento nuevo. Construir una tabla, con los datos del problema, Si se elige un individuo al azar, calcula la probabilidad de que:

i) Se haya curado.
ii) No se haya curado.
iii) Se haya curado con el nuevo tratamiento.
iv) No se haya curado con el nuevo tratamiento.
v) Se haya curado con el tratamiento antiguo.
vi) No se haya curado con el tratamiento antiguo

	N	A	
C	60	43	103
$\overline{C}$	21	36	57
	81	79	160

i) $P(C) = \frac{103}{160}$ ii) $P(\overline{C}) = \frac{57}{160}$

iii) $P(C|N) = \frac{60}{81}$ iv) $P(\overline{C}|N) = \frac{21}{81}$

v) $P(C|A) = \frac{43}{79}$ vi) $P(\overline{C}|A) = \frac{36}{79}$

23. Se consideran dos sucesos A y B tales que: $p(A)=\frac{1}{3}$; $P(B/A)=\frac{1}{4}$; $P(A\cup B)=\frac{1}{2}$

Calcular razonadamente:

i) $p(A\cap B)$ ii) p(B) iii) $p(\overline{B}/A)$ iv) $p(\overline{A}/\overline{B})$

i) $P(A\cap B)= P(A)\cdot P(B|A)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

ii) $P(A\cup B)= P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow P(B)=P(A\cup B)+P(A\cap B)-P(A)=$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{12}-\frac{1}{3}=\frac{6+1-4}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

iii) $P(\overline{B}|A)=1-P(\overline{\overline{B}|A})=1-P(B|A)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

iv) $P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)}=\frac{1-\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1/2}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{3}$

24. En un proceso de fabricación se sabe que la probabilidad de que un producto sea defectuoso es 0,1. Si se selecciona una muestra aleatoria de 3 productos:

i) ¿Cuál es la probabilidad de que solo el segundo sea defectuoso?

ii) ¿Cuál es la probabilidad de que, al menos, uno de los tres sea defectuoso?

iii) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente uno defectuoso?

i) $P(\overline{D}_1 \cap D_2 \cap \overline{D}_3) = 0{,}9 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}081$

ii) $P(\text{Al menos uno defectuoso}) = 1 - P(\overline{D}_1 \cap \overline{D}_2 \cap \overline{D}_3) =$

$= 1 - 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}271$

iii) $P(\text{Exactamente uno defectuoso}) = 3 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}243$

$\overline{D}_1 \cap \overline{D}_2 \cap D_3$

$\overline{D}_1 \cap D_2 \cap \overline{D}_3$

$D_1 \cap \overline{D}_2 \cap \overline{D}_3$

25. Según la revista *Allmovil*, el 63% de los usuarios de móvil en España tiene un "Smartphone". Entre los propietarios de este tipo de teléfono, el 77% lo emplea para su conexión habitual a internet. Sin embargo, entre los propietarios de otros tipos de teléfono móvil solo el 8% lo emplea para la conexión habitual a internet. Calcula la probabilidad de conectarse habitualmente a internet a través del teléfono móvil.

$P(S) = 0{,}63 \qquad P(I|S) = 0{,}77 \qquad P(I|\bar{S}) = 0{,}08$

$P(I) = P(S) \cdot P(I|S) + P(\bar{S}) \cdot P(I|\bar{S}) = 0{,}63 \cdot 0{,}77 + 0{,}37 \cdot 0{,}08 =$

$= 0{,}5147$

26. Se van a sortear 4 viajes a Roma entre 40 personas utilizando una baraja de 40 cartas. Se reparte una carta por persona y cada una de las que ha obtenido un rey (R) gana un viaje. Calcula la probabilidad de que gane un viaje:

i) La primera persona que recibe la carta.

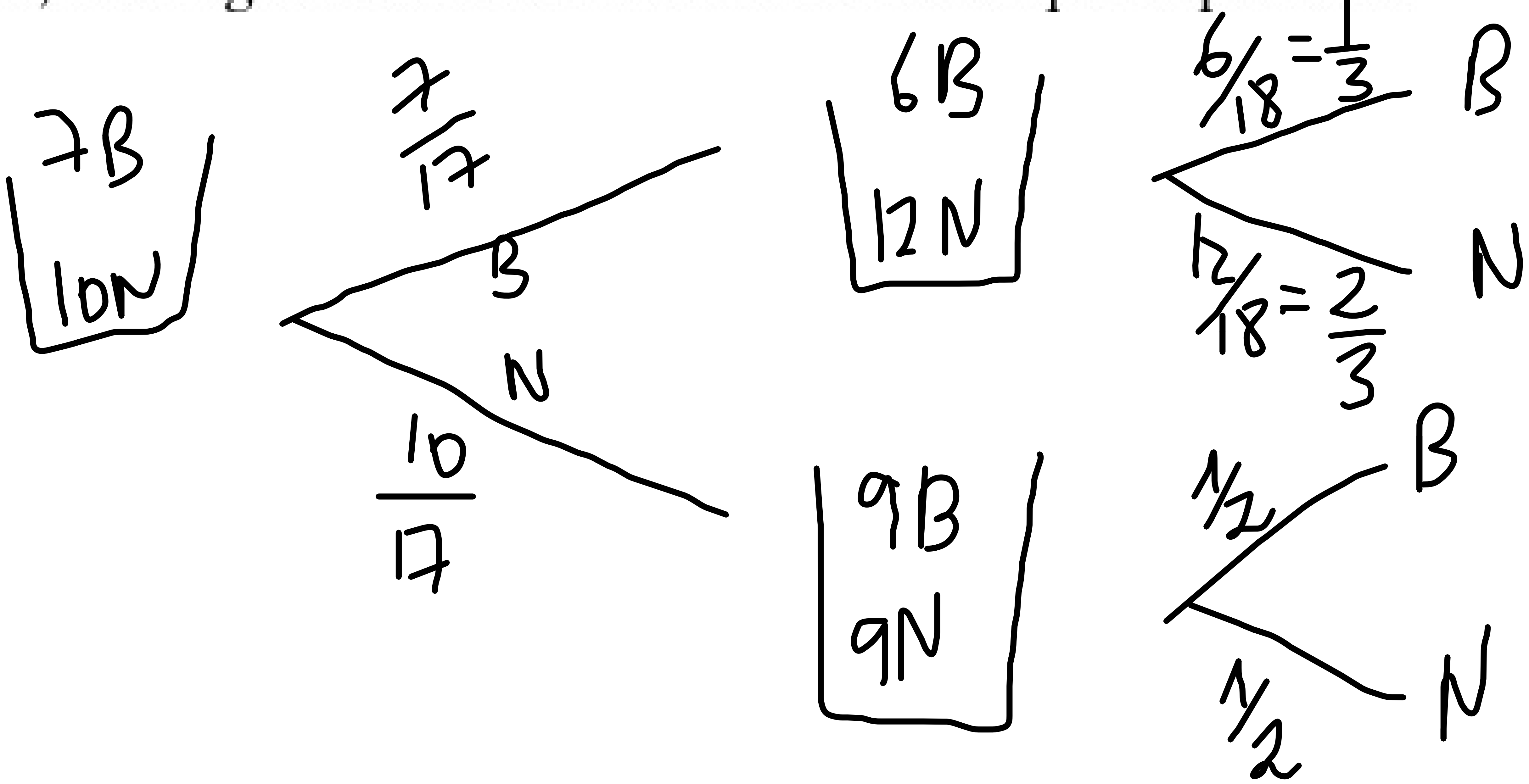
ii) La segunda persona que recibe la carta.

iii) Ninguna de las dos primeras personas gane el viaje.

27. Una caja contiene 7 bolas blancas y 10 negras. Se extrae al azar una bola y se sustituye por dos del otro color. A continuación se extrae una segunda bola. Calcula la probabilidad de que:

i) La segunda bola sea blanca.

ii) La segunda bola sea del mismo color que la primera.

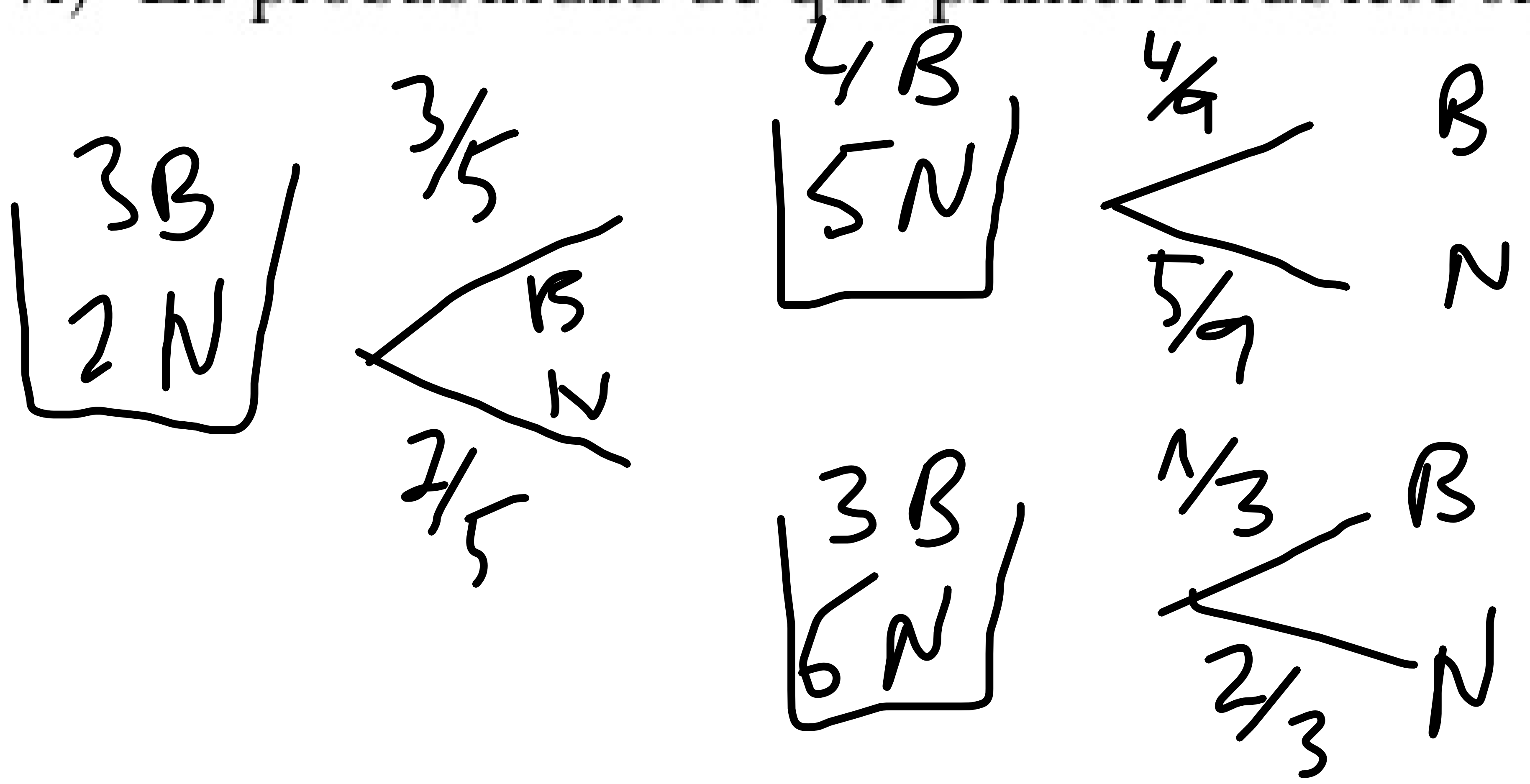


i) $P(B_2) = P(B_1)\cdot P(B_2|B_1) + P(N_1)\cdot P(B_2|N_1) = \frac{7}{17}\cdot\frac{1}{3} + \frac{10}{17}\cdot\frac{1}{2} = \frac{14+30}{102} = \frac{44}{102} = \frac{22}{51}$

ii) $P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) = \frac{7}{17}\cdot\frac{1}{3} + \frac{10}{17}\cdot\frac{1}{2} = \frac{22}{51}$

28. Se tiene una urna con 3 bolas blancas y 2 negras. Se saca una bola al azar que se introduce en otra urna que contiene 3 bolas blancas y 5 negras. De esta urna se extrae una segunda bola. Calcula:

i) La probabilidad de que segunda sea blanca si la primera fue blanca.
ii) La probabilidad de que la primera bola sea blanca y la segunda negra.
iii) La probabilidad de que las dos bolas sean de distinto color.
iv) La probabilidad de que las dos bolas sean blancas.
v) La probabilidad de que la segunda bola sea blanca.
vi) La probabilidad de que primera hubiese sido blanca si la segunda fue blanca.



i) $P(B_2 | B_1) = \frac{4}{9}$

ii) $P(B_1 \cap N_2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$

iii) $P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$

iv) $P(B_1 \cap B_2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$

Prob. Total

v) $P(B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2 | N_1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

vi) $P(B_1 | B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9}}{\frac{2}{5}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

29. En una bolsa hay 7 bolas blancas y 9 negras. Si se extraen a la vez 3 bolas al azar, calcula la probabilidad de que:

i) Las 3 bolas sean negras
ii) Una sea negra y las otras 2 blancas.
iii) Dos sean negra y 1 blanca
iv) Al menos 1 sea blanca.

i) $P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = \frac{9}{16} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14}$

ii) $P(N_1 \cap B_2 \cap B_3) + P(B_1 \cap N_2 \cap B_3) + P(B_1 \cap B_2 \cap N_3) =$

$= 3\,P(N_1 \cap B_2 \cap B_3) = 3 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14}$

iii) $3P(B_1 \cap N_2 \cap N_3) = 3 \cdot \frac{7}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14}$

iv) $1 - P(\text{Ninguna blanca}) = 1 - \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{16 \cdot 15 \cdot 14}$

30. Un examen de oposición consiste en desarrollar por escrito un tema de un total de 50. El tribunal elige al azar 2 temas y cada candidato debe contestar correctamente uno de los dos.

i) Halla la probabilidad de que un candidato apruebe la oposición si se sabe solo 35 temas.

ii) Si los opositores tienen que contestar correctamente a los dos temas elegidos, ¿cuál será la probabilidad de aprobar que tiene otro candidato que se sabe 40 de los 50 temas?

31. Se cree que hay una vuelta hacia estilos de baile más populares, por lo que se realiza una encuesta a estudiantes de bachillerato, resultando que al 40% les gusta la salsa, al 30% les gusta el merengue y al 10% les gusta tanto la salsa como el merengue.

   i) ¿Cuál es la probabilidad de que a un estudiante le guste el merengue si le gusta la salsa?
   ii) ¿Y la de que a un estudiante le guste el merengue si no le gusta la salsa?
   iii) ¿Son independientes los sucesos "gustar la salsa" y "gustar el merengue"? ¿Son compatibles?

32. En una clase de bachillerato hay 10 chicas y 8 chicos. De ellos 3 chicas y 4 chicos juegan al ajedrez. Si escogemos un estudiante al azar, determine las siguientes probabilidades:

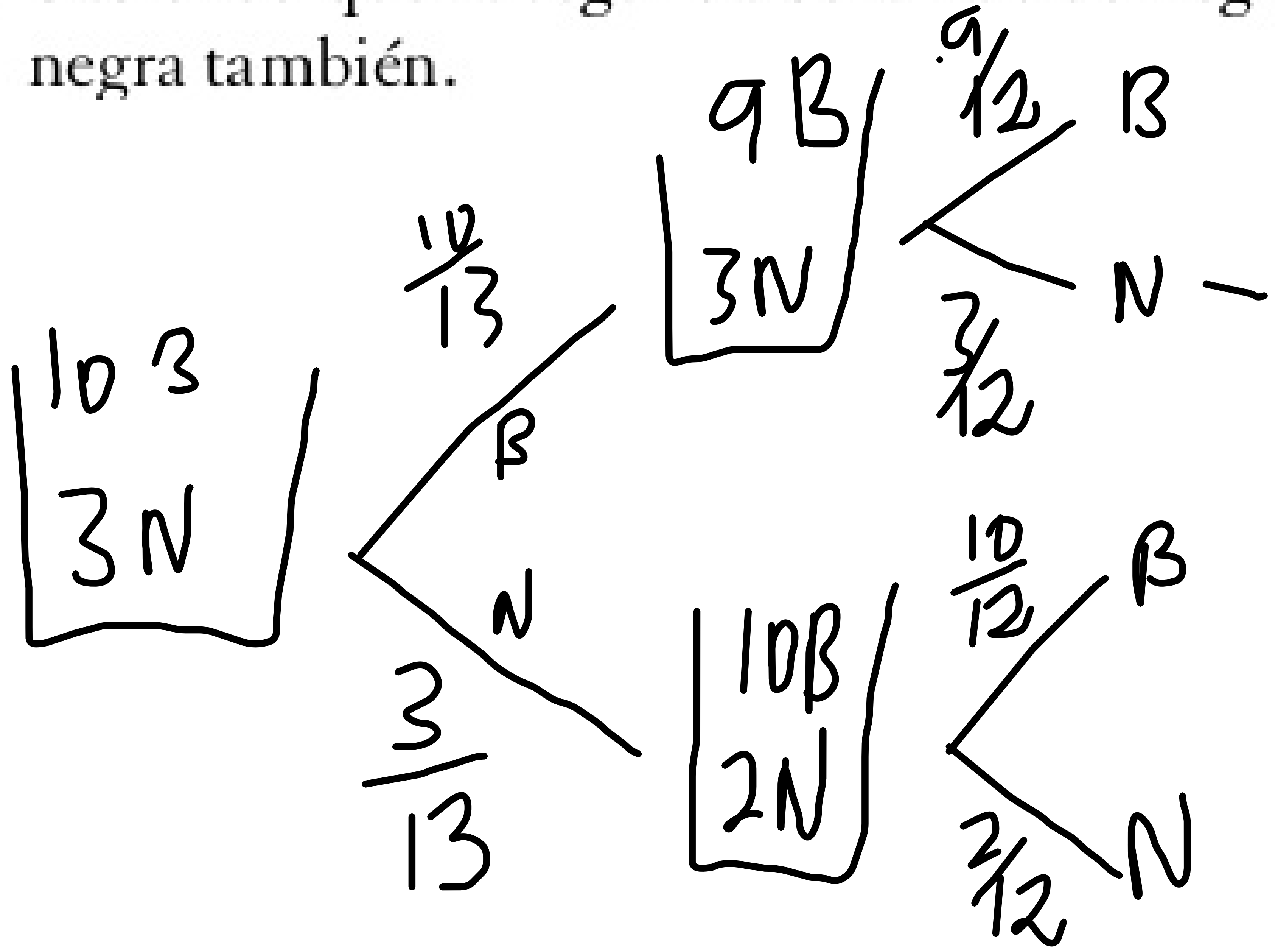
i) Sea chica y no juegue al ajedrez.

ii) No juegue al ajedrez sabiendo que es chico.

33. En una urna hay 10 bolas blancas y 3 negras. Se extrae una bola al azar y, sin verla ni reemplazarla, se extrae una segunda bola.

i) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea negra?

ii) Sabiendo que la segunda bola ha sido negra, calcule la probabilidad de que la primera bola extraída fuera negra también.



i) $P(N_2) \overset{T.P.T}{=} P(B_1)\cdot P(N_2|B_1) + P(N_1)\cdot P(N_2|N_1) =$

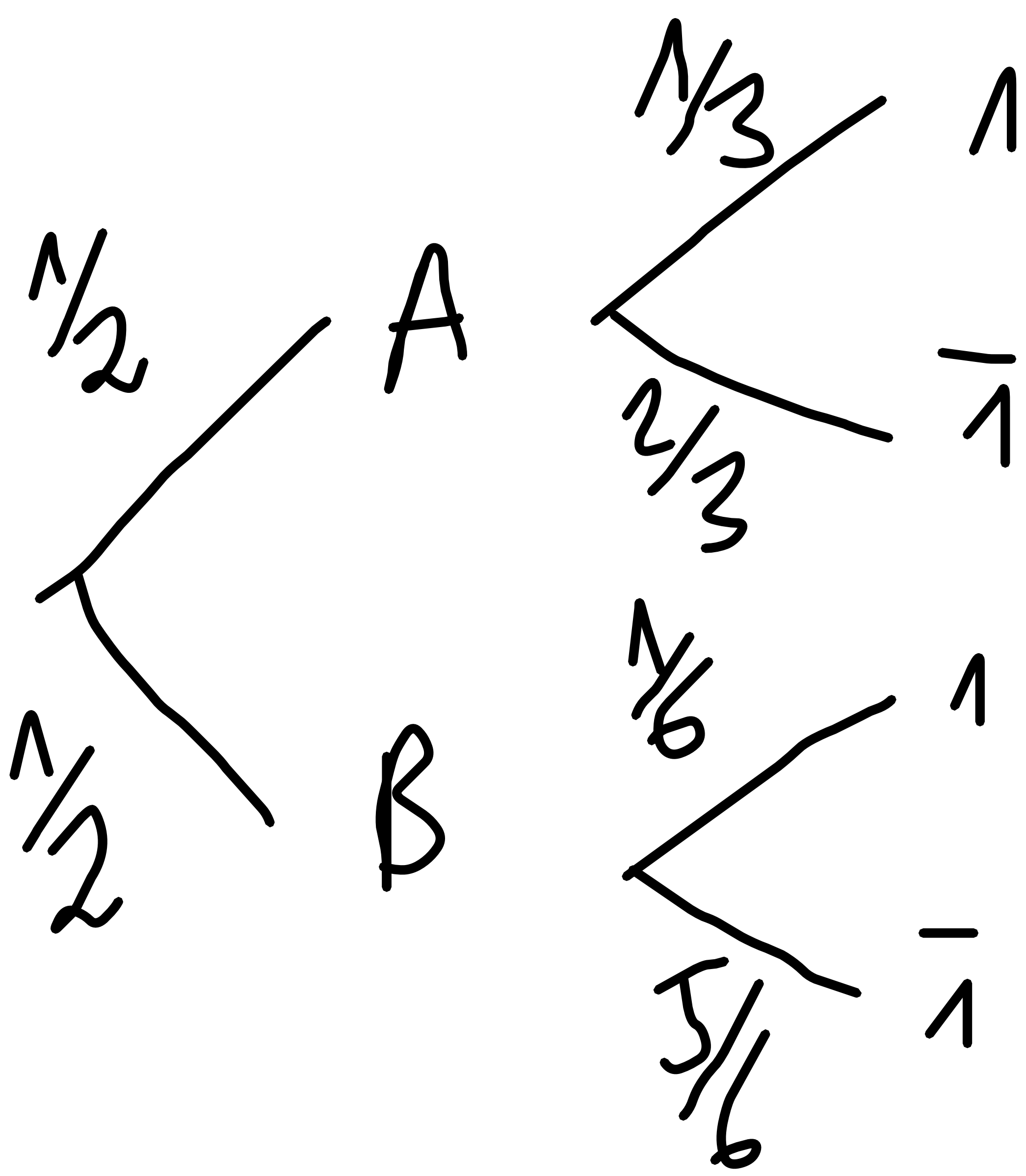
$= \frac{10}{13}\cdot\frac{3}{12} + \frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}$

ii) $P(N_1|N_2) \overset{T.B}{=} \frac{P(N_1 \cap N_2)}{P(N_2)} = \frac{\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}}{\frac{10}{13}\cdot\frac{3}{12}+\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}}$

34. Una urna A contiene tres bolas numeradas del 1 al 3 y otra urna B, seis bolas numeradas del 1 al 6. Se elige, al azar, una urna y se extrae una bola.

i) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bola con el número 1?

ii) Si extraída la bola resulta tener el número 1, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna A?



i) $P(1) \overset{T.P.T}{=} P(A)\cdot P(1|A) + P(B)\cdot P(1|B) =$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

ii) $P(A|1) \underset{T.B}{=} \frac{P(A\cap 1)}{P(1)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

35. En una asociación benéfica se reparten dos productos, harina y leche. Todas las personas que entran cogen dos unidades a elegir entre los dos tipos de producto. El 70% de las personas que entran cogen harina y el 40% los dos productos. Calcula:

i) La probabilidad de que una persona que entre coja leche.

ii) La probabilidad de que una persona que entre coja un solo tipo de producto.

iii) Una persona que sale de la asociación lleva leche. ¿Cuál es la probabilidad de que haya cogido también harina?

	H	$\bar{H}$	
L	40	30	70
$\bar{L}$	30	0	30
	70	30	100

i) $P(L) = \frac{70}{100}$

ii) $P(L \cap \bar{H}) + P(\bar{L} \cap H) =$

$= \frac{30}{100} + \frac{30}{100} = \frac{60}{100}$

iii) $P(H|L) = \frac{P(H \cap L)}{P(L)} = \frac{40/100}{70/100} = \frac{4}{7}$

36. a) Los operarios A, B y C producen, respectivamente, el 50%, el 30% y el 20% de las resistencias que se utilizan en un laboratorio de electrónica. Resultan defectuosas el 6% de las resistencias producidas por A, el 5% de las producidas por B y el 3% de las producidas por C. Se selecciona al azar una resistencia:

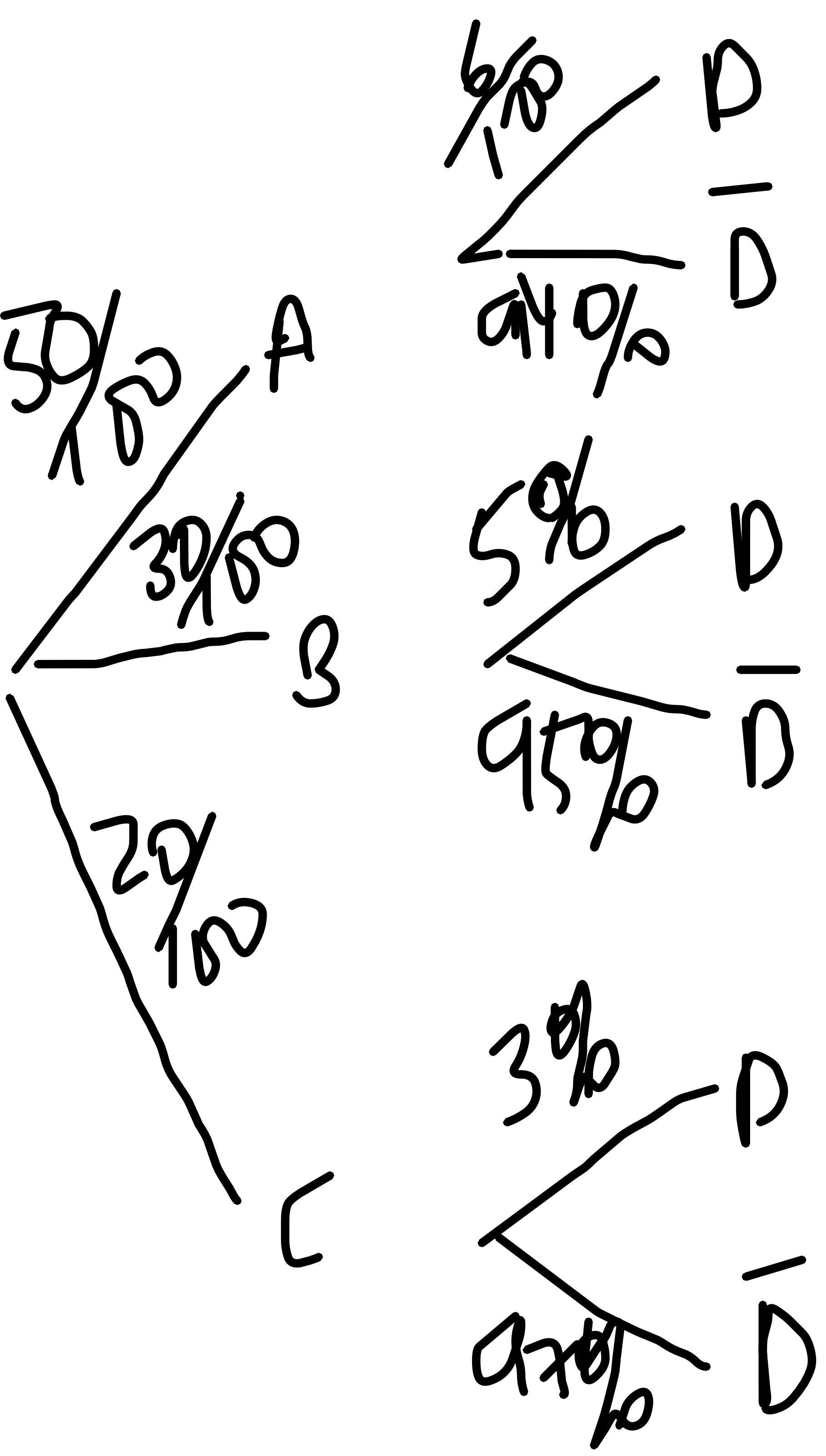
i) Calcula razonadamente la probabilidad de que sea defectuosa.

ii) Si es defectuosa, calcula razonadamente la probabilidad de que proceda del operario A.

b) Las resistencias se empaquetan al azar en cajas de cinco unidades. Calcula razonadamente la probabilidad de:

iii) Que en una caja haya exactamente tres resistencias fabricadas por B.

iv) Que en una caja haya al menos dos fabricadas por B.



a) i) $P(D) = \frac{50}{100} \cdot \frac{6}{100} + \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} + \frac{20}{100} \cdot \frac{3}{100} = \frac{510}{10000}$

ii) $P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{50}{\cancel{100}} \cdot \frac{6}{\cancel{100}}}{\frac{510}{\cancel{10000}}} = \frac{300}{510} = \frac{30}{51} = \frac{10}{17}$

b) iii) $BBB\bar{B}\bar{B}, \bar{B}\bar{B}BBB, \ldots \longrightarrow \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

$P(3B) = \binom{5}{3} \cdot P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \bar{B}_4 \cap \bar{B}_5) = 10 \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{70}{100} \cdot \frac{70}{100}$

iv) $P(\text{Al menos } 2) = 1 - P(\text{Como mucho } 1) = 1 - P(0) - P(1) =$

$= 1 - 0{,}7^5 - \binom{5}{1} \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3^4 =$

$= 1 - 0{,}7^5 - 5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3^4$

37. a) En mi casa dispongo de dos estanterías A y B. En A tengo 20 novelas, 10 ensayos y 10 libros de matemáticas y en la B tengo 12 novelas y 8 libros de matemáticas. Elijo una estantería al azar y de ella, también al azar, un libro. Calcula razonadamente la probabilidad de que:

i) El libro elegido sea de matemáticas.

ii) Si el libro elegido resultó ser de matemáticas, que fuera de la estantería B.

38. En una población se sabe que el 80% de los jóvenes tiene ordenador portátil, el 60% tiene teléfono móvil, y el 10% no tiene portátil ni móvil. Si un joven de esa población tiene teléfono móvil, calcule la probabilidad de que dicho joven tenga también ordenador portátil.

39. El 50% de los habitantes de una localidad tienen más de 65 años y el 10% menos de 18 años. El 60% de los mayores de 65 años, así como el 80% de los menores de 18 años y el 40% del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscinas local.

i) Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscina local.

ii) Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscina local, halle la probabilidad de que tenga más de 65 años.

40. Según un estudio reciente, el 68% de los encuestados poseen un smartphone, el 38% tienen una tablet y el 16% disponen de ambos dispositivos.

i) Calcule la probabilidad de que una persona elegida al azar no disponga de ninguno de los dos dispositivos.

ii) Resulta que la persona elegida posee un smartphone, ¿qué probabilidad hay de que tenga una tablet?