Universidad Zaragoza

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATORIA DE JUNIO DE 2018
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC.SS. II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. *(3,25 puntos)* Una empresa de carpintería tiene dos fábricas A y B en las que produce sillas, mesas y taburetes, y tiene que decidir el número de horas de trabajo en cada una de las dos fábricas para la semana próxima. Por cada hora de trabajo de la fábrica A, se producen 1 silla, 2 mesas y 4 taburetes, por cada hora de trabajo de la fábrica B se producen 4 sillas, 3 mesas y 2 taburetes. Durante la semana próxima la empresa tiene que producir, al menos, 80 sillas, 120 mesas y 96 taburetes. El coste por cada hora de trabajo de la fábrica A es de 1500 euros, mientras que el coste por cada hora de trabajo de la fábrica B es de 1000 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de horas que tiene que trabajar cada una de las fábricas para minimizar el coste. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

SOLUCIÓN

Se trata de un problema de programación lineal. Organicemos los datos en una tabla:

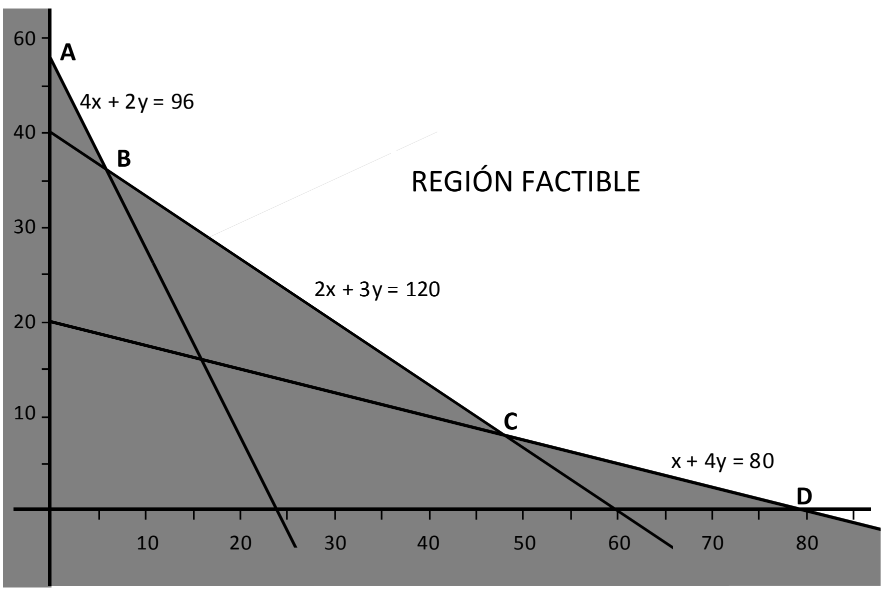
FÁBRICAS	Nº DE HORAS	SILLAS	MESAS	TABURETES	COSTE
A	x	x	$2x$	$4x$	$1500x$
B	y	$4y$	$3y$	$2y$	$1000y$
Condiciones:	$x \geq 0$, $y \geq 0$	$x+4y \geq 80$	$2x+3y \geq 120$	$4x+2y \geq 96$	$F(x,y)=1500x+1000y$

La función objetivo es $F(x,y)=1500x+1000y$ (coste) que debe ser mínimo.

El conjunto de restricciones a las que debe estar sometida la solución son:

$$\{ x \geq 0 \ , \ y \geq 0 \ , \ x+4y \geq 80 \ , \ 2x+3y \geq 120 \ , \ 4x+2y \geq 96 \}$$

Obtengamos, gráficamente, la región factible (solución del conjunto de restricciones):



- La recta $x=0$ es el eje de ordenadas y la inecuación $x \geq 0$ tiene por solución el semiplano de su derecha (en blanco)

- La recta $y=0$ es el eje de abscisas y la solución de la inecuación $y \geq 0$ es el semiplano superior (en blanco).

- La recta $x+4y=80$ pasa por los puntos $(80,0)$ y $(0,20)$. La solución de la inecuación $x+4y \geq 80$ es el semiplano en el que no está el origen de coordenadas (en blanco).

- La recta $2x+3y=120$ pasa por $(60,0)$ y $(0,40)$. La inecuación $2x+3y \geq 120$ tiene por solución el semiplano al que no pertenece el origen de coordenadas (en blanco).

- La recta $4x+2y=96$ pasa por los puntos $(24,0)$ y $(0,48)$. La inecuación $4x+2y\geq 96$ tiene por solución el semiplano al que no pertenece el origen de coordenadas (en blanco).

La región factible (en blanco) es una región abierta de vértices A, B, C, y D. La función objetivo se optimiza en alguno de sus vértices. Obtengamos las coordenadas de los vértices y el valor de la función objetivo $F(x,y)=1500x+1000y$ en ellos:

Vértice A: $\begin{cases} x=0 \\ 4x+2y=96 \end{cases} \Rightarrow A(0\,,48) \Rightarrow F(0\,,48)=1500\cdot 0+1000\cdot 48=48000$

Vértice B: $\begin{cases} 4x+2y=96 \\ 2x+3y=120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-y=-48 \\ 2x+3y=120 \end{cases} \Rightarrow 2y=72 \Rightarrow y=36 \Rightarrow x=\dfrac{120-3\cdot 36}{2}=6$

$\Rightarrow B(6,36) \Rightarrow F(6,36)=1500\cdot 6+1000\cdot 36=45000$

Vértice C: $\begin{cases} 2x+3y=120 \\ x+4y=80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-3y=-120 \\ 2x+8y=160 \end{cases} \Rightarrow 5y=40 \Rightarrow y=8 \Rightarrow x=80-4\cdot 8=48$

$\Rightarrow C(48,8) \Rightarrow F(48,8)=1500\cdot 48+1000\cdot 8=80000$

Vértice D: $\begin{cases} y=0 \\ x+4y=80 \end{cases} \Rightarrow D(80\,,0) \Rightarrow F(80\,,0)=1500\cdot 80+1000\cdot 0=120000$

Por lo tanto, el coste mínimo, de 45000 €, se obtiene al trabajar 6 horas la fábrica A y 36 horas la fábrica B.

2. *(3,25 puntos)* Dada la función:

$$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{2x+3}$$

Calcular:

a) *(0,25 puntos)* Dominio de f.

b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x es la función positiva?

c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

SOLUCIÓN

a) Al tratarse de una función racional, su dominio es R menos los valores de x que anulen al denominador.

En nuestro caso: $\mathrm{Dom}\ f=\mathrm{R}-\left\{-\frac{3}{2}\right\}$

b) $\dfrac{x^2-2x+1}{2x+3}=\dfrac{(x-1)^2}{2x+3}>0 \Rightarrow$ como $(x-1)^2>0\ \forall x$ excepto para $x=1$ en que se anula: $2x+3>0 \Rightarrow x>-\dfrac{3}{2}$

Por tanto, la función es positiva para $x\in\left(-\dfrac{3}{2},1\right)\cup(1\,,+\infty)$

c) ▪ Asíntotas verticales: $x=-\dfrac{3}{2}$ pues $\lim\limits_{x\to -3/2}\dfrac{x^2-2x+1}{2x+3}=\infty$

▪ Asíntotas horizontales: no tiene pues $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-2x+1}{2x+3}=\infty$

▪ Asíntotas oblicuas $y=mx+n$: $m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x^2-2x+1}{2x+3}}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2+3x}=\dfrac{1}{2}$

$$n=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-2x+1}{2x+3}-\frac{x}{2}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-4x+2-2x^2-3x}{4x+6}=\lim_{x\to\infty}\frac{-7x+2}{4x+6}=-\frac{7}{4}$$

luego $y=\frac{1}{2}x-\frac{7}{4}$ es una asíntota oblicua de la función.

d) $f(x)=\frac{x^2-2x+1}{2x+3}=\frac{(x-1)^2}{2x+3} \Rightarrow f'(x)=\frac{2(x-1)(2x+3)-(x-1)^2\cdot 2}{(2x+3)^2}=\frac{4x^2+6x-4x-6-2x^2+4x-2}{(2x+3)^2}=$

$$=\frac{2x^2+6x-8}{(2x+3)^2}=0 \Rightarrow x^2+3x-4=0 \Rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{9+16}}{2}=\frac{-3\pm 5}{2}= \begin{cases} -4 \\ 1 \end{cases}$$

$$f''(x)=\frac{(4x+6)(2x+3)^2-(2x^2+6x-8)\cdot 2(2x+3)\cdot 2}{(2x+3)^4} \quad \left| \begin{array}{l} f''(-4)<0 \Rightarrow x=-4 \text{ máximo} \\ f''(1)>0 \Rightarrow x=1 \text{ mínimo} \end{array} \right.$$

Por lo tanto la función tiene un máximo relativo en el punto $(-4,-5)$ y un mínimo relativo en $(1,0)$.

3. *(3,5 puntos)* Un concesionario se dedica a la venta de tres modelos de coches: A, B y C. En el concesionario trabajan dos vendedores: María y Pedro. El mes pasado María realizó el 55% de las ventas y Pedro el 45% restante. Además, de las ventas de María, un 60% fueron del modelo A, un 30% del modelo B y un 10% del modelo C. De las ventas de Pedro, un 50% fueron del modelo A, un 20% del modelo B y un 30% del modelo C.

a) *(0,75 puntos)* Elegimos al azar una de las ventas realizadas el mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un coche del modelo B vendido por María?

b) *(1 punto)* Elegimos al azar una de las ventas de mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?

c) *(1 punto)* Elegimos al azar una de las ventas de modelo B del mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una venta de María?

d) *(0,75 puntos)* Elegimos al azar (con reemplazamiento) dos ventas del mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea una venta de María?

SOLUCIÓN

Organicemos los datos en una tabla de contingencia. Para un total de 200 coches vendidos, María habrá vendido 200×0,55 = 110 y Pedro 200×0,45 = 90. De los 110 coches vendidos por María, 110×0,60 = 66 son del modelo A, 110×0,30 = 33 son del modelo B y 110×0,10 =11 del modelo C. De los 90 coches vendidos por Pedro, 90×0,50 = 45 son del modelo A, 90×0,20 = 18 del modelo B y 90×0,30 = 27 del modelo C.

	A	**B**	**C**	**TOTAL**
MARÍA (M)	66	33	11	110
PEDRO (P)	45	18	27	90
TOTAL	111	51	38	200

a) $P(M\cap B)=\frac{33}{200}=0{,}165$

b) $P(B)=\frac{51}{200}=0{,}255$

c) $P(M/B)=\frac{33}{51}=0{,}6471$

d) El suceso "al menos una de las dos ventas es de María" es el suceso contrario al suceso "ninguna de las dos ventas es de María". Como además hay reposición, los dos sucesos son independientes.

$$P(\overline{M_1}\cap\overline{M_2})=P(\overline{M_1})\cdot P(\overline{M_2})=\frac{90}{200}\cdot\frac{90}{200}=\frac{8100}{40000}=0{,}2025 \Rightarrow P=1-0{,}2025=0{,}7975$$

OPCIÓN B

1. *(3,25 puntos)* Discutir, según los valores de a, el sistema:

$$\begin{aligned} 2x + ay + az &= 4 \\ -x + ay + z &= a \\ x + y + az &= 3 \end{aligned}$$

Resolverlo para $a = -3$.

SOLUCIÓN

Las matrices de los coeficientes, A, y ampliada, B, son: $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & a & a & 4 \\ -1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 3 \end{array}\right)$.

Utilizaremos el método de Gauss para obtener sus rangos:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & a & a & 4 \\ -1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 3 \end{array}\right) \overset{F_1 \leftrightarrow F_3}{\approx} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & a & 3 \\ -1 & a & 1 & a \\ 2 & a & a & 4 \end{array}\right) \overset{\substack{F_2+F_1 \\ F_3-2F_1}}{\approx} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & a & 3 \\ 0 & a+1 & a+1 & a+3 \\ 0 & a-2 & -a & -2 \end{array}\right) \overset{F_2-F_3}{\approx} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & a & 3 \\ 0 & 3 & 2a+1 & a+5 \\ 0 & a-2 & -a & -2 \end{array}\right) \overset{F_2:3}{\approx}$$

$$\approx \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & a & 3 \\ 0 & 1 & \frac{2a+1}{3} & \frac{a+5}{3} \\ 0 & a-2 & -a & -2 \end{array}\right) \overset{F_3-F_2\cdot(a-2)}{\approx} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & a & 3 \\ 0 & 1 & \frac{2a+1}{3} & \frac{a+5}{3} \\ 0 & 0 & \frac{-2a^2+2}{3} & \frac{-a^2-3a+4}{3} \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{-2a^2+2}{3} = 0 \;\Rightarrow\; a^2 = 1 \;\Rightarrow\; a = -1 \;,\; a = 1$$

▪ Si $a \neq -1$ y $a \neq 1$: $\text{rg}\,A = \text{rg}\,B = 3 \;\Rightarrow$ el sistema es compatible determinado.

▪ Si $a = -1$: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1/3 & 4/3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow \text{rg}\,A = 2$ y $\text{rg}\,B = 3 \Rightarrow \text{rg}\,A \neq \text{rg}\,B \Rightarrow$ el sistema es incompatible.

▪ Si $a = 1$: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \text{rg}\,A = \text{rg}\,B = 2 <$ nº de incógnitas $\Rightarrow$ el sistema es compatible indeterminado.

● Según la discusión, para $a = -3$ el sistema es compatible determinado y equivalente al sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} x + y - 3z = 3 \\ \quad y - \frac{5}{3}z = \frac{2}{3} \\ \quad -\frac{16}{3}z = \frac{4}{3} \end{array}\right. \Rightarrow\; z = -\frac{1}{4} \;,\; y = \frac{2}{3} + \frac{5}{3}\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3} - \frac{5}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \;,\; x = 3 - y + 3z = 3 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2$$

2. *(3,25 puntos)* Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo juguete para la campaña de Navidad. Tiene que decidir el precio de venta al público del juguete, que estará entre 1 y 10 euros. Ha realizado un estudio y sabe que el beneficio B que obtendrá en la campaña dependerá del precio de venta que le ponga al juguete. Así, si le pone un precio de venta x (en euros), el beneficio que obtendrá será de

$$B(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1$$

donde B está expresado en millones de euros.

a) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de $x \in [1, 10]$ el beneficio es positivo?

b) *(1,5 puntos)* ¿Qué precio de venta $x \in [1, 10]$ tiene que poner al juguete para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?

c) *(1 punto) Calcular*

$$\int_1^{10} B(x)dx$$

SOLUCIÓN

$$B(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1 = \frac{9x - 18 - x^2}{x^2} = \frac{-x^2 + 9x - 18}{x^2}$$

a) $B(x) = \dfrac{-x^2 + 9x - 18}{x^2} = 0 \ \Rightarrow\ -x^2 + 9x - 18 = 0 \ \Rightarrow\ x = \dfrac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{-2} = \dfrac{-9 \pm 3}{-2} = \begin{cases} 3 \\ 6 \end{cases}$

La función es continua en el intervalo de estudio $[1, 10]$ pues su único punto de discontinuidad está en $x = 0$. Como la función se anula en $x = 3$ y en $x = 6$, el signo de la función se alternará en los intervalos $(1, 3)$, $(3, 6)$ y $(6, 10)$.

Por ejemplo, en $x = 2$: $B(2) = \frac{9}{2} - \frac{18}{4} - 1 = -1 < 0$. Luego la función es negativa en $(1, 3)$, positiva en $(3, 6)$ y negativa en $(6, 10)$. Por lo tanto, el beneficio es positivo para $x \in (3, 6)$.

b) Veamos dónde alcanza su máximo la función:

$$B'(x) = \frac{(-2x + 9)\cdot x^2 - (-x^2 + 9x - 18)\cdot 2x}{x^4} = \frac{-2x^3 + 9x^2 + 2x^3 - 18x^2 + 36x}{x^4} = \frac{-9x + 36}{x^3} = 0 \ \Rightarrow\ x = 4 \text{ (punto crítico)}$$

$$B''(x) = \frac{-9x^3 - (-9x + 36)\cdot 3x^2}{x^6} \ \Rightarrow\ B''(4) < 0 \ \Rightarrow\ x = 4 \in [1, 10] \text{ es un máximo relativo de la función.}$$

En $x = 4$, el valor de la función es: $B(4) = \frac{9}{4} - \frac{18}{16} - 1 = \frac{36 - 18 - 16}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0{,}125$ y como en los extremos del intervalo: $B(1) = 9 - 18 - 1 = -10$, $B(10) = \frac{9}{10} - \frac{18}{100} - 1 = -0{,}28$, la función tiene su máximo absoluto en $x = 4$.

Por lo tanto el valor del juguete debe ser de 4 € para maximizar el beneficio que será de 125000 €.

c) $\displaystyle\int \left(\frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1\right)dx = 9\int \frac{1}{x}\,dx - 18\int x^{-2}\,dx - \int dx = 9\ln x - 18\cdot\frac{x^{-1}}{-1} - x = 9\ln x + \frac{18}{x} - x \ \Rightarrow$

$$\int_1^{10} \left(\frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1\right)dx = \left[9\ln x + \frac{18}{x} - x\right]_1^{10} = \left(9\ln 10 + \frac{18}{10} - 10\right) - (9\ln 1 + 18 - 1) = 9\ln 10 + 1{,}8 - 10 - 18 + 1 = 9\ln 10 - 25{,}2$$

3. *(3,5 puntos)*

a) *(1,5 puntos) Dados dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,8$ y $P(A / B) = 0,7$, calcular* $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$. ¿Son A y B sucesos independientes?

b) (2 puntos) Se sabe que el gasto semanal en ocio de los jóvenes de una ciudad tiene distribución normal de desviación típica 6 euros. Se toma una muestra de 10 jovenes y se les pregunta el gasto en ocio de la última semana, con los siguientes resultados (expresados en euros):

24,5 11 16,5 18,5 21,5 25 6,5 12 10,5 9,5

Construya un intervalo de confianza de nivel 94% para la media del gasto semanal en ocio de los jóvenes de la ciudad.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224

0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

SOLUCIÓN

a)

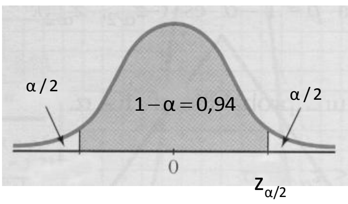
- Los sucesos A y B no son independientes porque $p(A) \neq p(A/B)$
- $p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A/B) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56$
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}56 = 0{,}84$

b) Puesto que la población de referencia es normal, el intervalo de confianza para la media de la población, μ, es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \;,\; \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

En nuestro caso, la desviación típica de la población es $\sigma = 6$ euros y el tamaño de la muestra es de 10 jóvenes.

La media muestral $\overline{x}$ la calculamos: $\overline{x} = \dfrac{24{,}5+11+16{,}5+18{,}5+21{,}5+25+6{,}5+12+10{,}5+9{,}5}{10} = \dfrac{155{,}5}{10} = 15{,}55$ €



Obtengamos el valor crítico $z_{\alpha/2}$ correspondiente al nivel de confianza del 94%:

$$1-\alpha = 0{,}94 \;\Rightarrow\; \alpha = 1 - 0{,}94 = 0{,}06 \;\Rightarrow\; \frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}06}{2} = 0{,}03 \;\Rightarrow\; 1 - 0{,}03 = 0{,}97$$

Buscamos en la tabla el valor 0,97 y el más próximo (0,9699) se corresponde con un valor crítico de 1,88.

El intervalo de confianza para la media de la población es entonces:

$$\left(15{,}55 - 1{,}88 \cdot \frac{6}{\sqrt{10}} \;,\; 15{,}55 + 1{,}88 \cdot \frac{6}{\sqrt{10}} \right) = (11{,}98 \;,\; 19{,}12)$$

Es decir, con un nivel de confianza del 94%, la media del gasto semanal en ocio de los jóvenes de la ciudad está entre 11,98 € y 19,12 €.