

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Tiempo: 80 minutos**

Tipo: A

Esta prueba tiene 5 ejercicios. La puntuación máxima es de 19. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	Total
Puntos:	4	5	2	4	4	19

1. Dada la función  $f(x) = \frac{x+2}{-x+1}$ :

(a) Calcula su inversa

(2 puntos)

**Solución:**  $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{x+1}$

(b) Comprueba que son inversas

(2 puntos)

**Solución:**  $f^{-1} \circ f(x) = \frac{-2 + \frac{x+2}{-x+1}}{1 + \frac{x+2}{-x+1}} = x$

2. Calcula los siguientes límites:

(a)

(1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{2x^2 + 7x + 6}{x^3 + 3x^2 + 3x + 2} \right)$$

**Solución:**  $-\frac{1}{3}$

(b)

(2 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2x + 1} \right)$$

**Solución:** No existe el límite

(c)

(2 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x-2} \right)^{2x}$$

**Solución:**  $e^{\frac{2}{3}}$

3. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} k + x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(a) Calcula el valor de  $k$  para que sea continua

(2 puntos)

**Solución:**  $\{-1\}$

4. Calcula las siguientes derivadas:

(a)

(1 punto)

$$y = x^5 + 3x^3 - 2x^2 - x + 3$$

**Solución:**  $y' = 5x^4 + 9x^2 - 4x - 1$

(b)

(1 punto)

$$y = (3x + 2)^3$$

**Solución:**  $y' = 9(3x + 2)^2$

(c)

(1 punto)

$$y = (2x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 100)$$

**Solución:**  $y' = 6x^2 - 2x + 194$

(d)

(1 punto)

$$y = \ln(x^2 - 2x)$$

**Solución:**  $y' = \frac{2(x-1)}{x(x-2)}$

5. Dada la función:

$$f(x) = x^3 - 27x$$

Calcula:

(a) Los puntos singulares

(1 punto)

**Solución:**  $\{-3, 3\}$

(b) Los intervalos de crecimiento

(2 puntos)

**Solución:**  $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

(c) Las asíntotas

(1 *punto*)

**Solución:** No tiene