

Fecha: _____ **Nombre:** _____ @@alumno _____

Tiempo: 80 minutos

Tipo: A

Esta prueba tiene 10 ejercicios. La puntuación máxima es de 20. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos:	2	2	1	2	2	2	2	3	2	2	20

1. Opera:

(2 puntos)

(a)

$$\frac{\sqrt[5]{a} \cdot \sqrt{a}}{a^{\frac{1}{3}}}$$

(b)

$$\frac{x}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

(c)

$$\log(7 - \sqrt{22}) + \log(7 + \sqrt{22}) - 3 \log 3$$

Solución: $a^{\frac{11}{30}}$

Solución: $\frac{x^2 + x}{2x + 1}$

Solución: 0

2. Calcula:

(2 puntos)

(a)

$$\binom{x}{2} = \frac{x!}{(x-1)!}$$

(b)

$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$$

Solución: 3

Solución: $\left[-\frac{11}{7}, -\frac{1}{2} \right]$

3. Resuelve por Gauss indicando el tipo de sistema:

(1 punto)

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 9 \\ 2x - y = 6 \\ 4x + 3y - 6z = 24 \end{cases}$$

Solución: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & -5 & 6 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$
 $\left\{ x : \frac{3z}{5} + \frac{21}{5}, y : \frac{6z}{5} + \frac{12}{5} \right\}$

4. Dado el triángulo de vértices $A=(-2, -1)$, $B=(0, -3)$ y $C=(2, 1)$ que es acutángulo. Calcula: (2 puntos)

(a) la longitud de sus lados

(b) sus ángulos

Solución: $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$

Solución: $36'87$ y dos de $71'57$

5. Si $\sin \alpha = -\frac{5}{13} \wedge \alpha \in III$ (tercer cuadrante), calcula "sin usar la calculadora": (2 puntos)

(a) $\cos \alpha$

(b) $\tan \alpha$

(c) $\cos(\pi + \alpha)$

(d) $\sin(2\alpha)$

Solución: $-\frac{12}{13}$

Solución: $\frac{5}{12}$

Solución: $\frac{12}{13}$

Solución: $\frac{120}{169}$

6. La temperatura media en los meses de invierno en varias ciudades y el gasto medio por habitante en calefacción ha sido:

Temperatura (°C)	10	12	14	16
Gasto (€)	150	120	102	90

(a) Halla el coeficiente de correlación lineal

(1 punto)

Solución:

	x	y	xy	x ²	y ²
0	10	150	1500	100	22500
1	12	120	1440	144	14400
2	14	102	1428	196	10404
3	16	90	1440	256	8100
4	52	462	5808	696	55404
5	13	115.5	1452	174	13851

covarianza -49.5

desvx 2.23606797749979

desvy 22.599778759979046

coefcorr -0.9795260923726159

- (b) Estima, razonadamente, el gasto medio por habitante de una ciudad si la temperatura media hubiera sido de 11°C. ¿Es fiable la estimación obtenida?

(1 punto)

Solución: $y = -9,9x + 244,2$

Valor estimado para 11: 135.3 €

7. Dos máquinas se usan para producir tornillos. La máquina A produce el 70 % de todos los tornillos. El 2 % de todos los tornillos producidos por

la máquina A son defectuosos, mientras que el 3 % de los producidos por la máquina B son defectuosos. Se selecciona un tornillo al azar de entre todos los producidos. Calcular:

- (a) La probabilidad de que sea defectuoso (1 *punto*)

Solución: $\frac{23}{1000}$

- (b) Si sabemos que el tornillo es defectuoso, calcula la probabilidad de que haya sido producido por la máquina A. (1 *punto*)

Solución: $\frac{14}{23}$

8. Un jugador de baloncesto tiene un porcentaje de acierto en tiros de 3 del 40 %. Si tira seis veces:

- (a) Calcula la probabilidad de que enceste 4 (1 *punto*)

Solución: $P(X = 4) = 0,1382$

- (b) Calcula la probabilidad de que enceste al menos 1 (1 *punto*)

Solución: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 0,9533$

- (c) Calcula la probabilidad de que enceste más de 3 si ha fallado los dos primeros (1 *punto*)

Solución: $P(X' = 4) = 0,0256$

9. Dadas las funciones

$$f(x) = x^2 + 5$$

$$g(x) = \frac{x-1}{x+3}$$

Calcula:

- (a) $f \circ g$. Es decir, g compuesta con f (1 *punto*)

Solución: $f(g(x)) = \frac{(x-1)^2}{(x+3)^2} + 5$

- (b) $g^{-1}(x)$. Es decir, la inversa de g (1 *punto*)

Solución: $g^{-1}(x) = -\frac{3x+1}{x-1}$

10. Dada la función: $f(x) = \frac{-x^2 - x + 3}{x^2 + x - 2}$. Calcular: (2 *puntos*)

- (a) Dominio de $f(x)$

Solución: $Dom(f) = (-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, \infty)$

- (b) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, en caso que existan

Solución: Asíntotas:

A.V. $x = -2$

, A.V. $x = 1$

A.H. $y = -1$

A.H. $y = -1$

A.O. $y = -1$

A.O. $y = -1$