

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Tiempo: 50 minutos**

Tipo: I

Esta prueba tiene 11 ejercicios. La puntuación máxima es de 15. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Puntos:	1	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	15

1. Dados los siguientes conjuntos A, B y C, represéntalos en la recta real. A continuación, calcula  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  y  $(A \cup B) \cap C$ , y expresa los resultados en forma de Intervalos. Indica además, si existe, el máximo y el mínimo de cada uno de los conjuntos resultado.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad A &= \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \wedge x \leq 0\}, \\ B &= (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \text{ y} \\ C &= \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 3\} \end{aligned}$$

(1 punto)

$$\begin{aligned} \textbf{Solución:} \quad C &= [-1, 5] \quad A \cup B = (-\infty, 0] \cup (1, \infty) \\ A \cap B &= [-4, -1) \\ (A \cup B) \cap C &= [-1, 0] \cup (1, 5] \end{aligned}$$

2. Calcular:

$$\text{(a)} \quad \frac{16 \cdot \sqrt[3]{4} (\sqrt{2})^3}{\sqrt{2} \sqrt[3]{4}}$$

(1 punto)

$$\textbf{Solución:} \quad 32\sqrt[3]{2}$$

$$\text{(b)} \quad \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{6}}$$

(1 punto)

$$\textbf{Solución:} \quad \frac{-7\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$$

3. Resuelve mediante expresiones algebraicas:

- (a) Halla tres números naturales e impares consecutivos sabiendo que su producto menos su suma vale 6.

(1 punto)

$$\textbf{Solución:} \quad 6x - (2x - 1)(2x + 1)(2x + 3) + 9 = 0 \rightarrow \{1\}$$

4. Resuelve:

(a)  $\frac{7-x}{x+4} - \frac{3}{x-5} = \frac{26x-25}{x^2-x-20} + \frac{1}{3}$  (1 punto)

**Solución:**  $\left[-\frac{23}{2}, -1\right]$

(b)  $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-1} = 2$  (1 punto)

**Solución:**  $\left[\frac{5}{4}\right]$

5. Resolver :

(a)  $\begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^x \cdot 2^y = 128 \end{cases}$  (1 punto)

**Solución:**  $\{ \{x : 3, y : 4\}, \{x : 4, y : 3\} \}$

6. Resolver :

(a)  $\log_3(3x-1) - \log_3(x+1) = 2$  (1 punto)

**Solución:**  $\left[-\frac{5}{3}\right]$

7. Discute el tipo de sistema y resuelve si es posible:

(a)  $\begin{cases} x + 2y - 3z = 9 \\ 4x - 2y = 12 \\ 4x + 3y - 6z = 24 \end{cases}$  (1 punto)

**Solución:**  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 9 \\ 0 & 5 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$   
 $\left\{ x : \frac{3z}{5} + \frac{21}{5}, y : \frac{6z}{5} + \frac{12}{5} \right\}$

(b)  $\begin{cases} 2x - y + z = 6 \\ 2x + 2y - 4z = 2 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$  (1 punto)

**Solución:**  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 6 & -2 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow$

$\square$

8. Usando la definición y las propiedades de los números combinatorios, resolver las ecuaciones:

(a)  $\binom{17}{x} = \binom{17}{x+1}$  (1 punto)

**Solución:**  $\{8\}$

9. Calcula el valor de  $m$  para que:

(a)  $P(x) = 9x^2 - mx + \frac{1}{4}$  no tenga ninguna raíz real (1 punto)

**Solución:**  $\left[9, -m, \frac{1}{4}\right] \rightarrow -3 < m \wedge m < 3$

10. Resuelve:

(a)  $\frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^2 + 1} < 0$  (1 punto)

**Solución:**  $(-\infty, -1) \cup (2, 4)$

(b)  $\frac{3x-2}{x-1} - \frac{3x+2}{x+1} \geq \frac{2x-1}{x^2-1}$  (1 punto)

**Solución:**  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

11. Calcula expresando el resultado en forma de fracción algebraica irreducible:

(a)  $\frac{2 + \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$  (1 punto)

**Solución:**  $\frac{2x^2 + 3x + 1}{3x^2 + 2x}$