Departamento de Matemáticas 1º Bachillerato

6 - Ecuaciones de segundo grado



1. p016e01 - Resuelve las ecuaciones:

(a)
$$x^2 + 6 = 0$$

Sol: \emptyset

(b)
$$x^2 - 9 = 0$$

Sol: $\{-3,3\}$

(c)
$$x^2 + 3x = 0$$

Sol: $\{-3,0\}$

(d) $3x^2 - 11x = 0$

Sol: $\{0, \frac{11}{3}\}$

(e)
$$4x^2 - 32x = 0$$

2. p016e02 - Resuelve las ecuaciones:

(a)
$$(2x^2 + 11x) - 6 = 0$$

Sol: $\left\{-6, \frac{1}{2}\right\}$

(b)
$$(x^2 - 10x) + 25 = 0$$

Sol: {5}

(c)
$$(x^2 + x) + 1 = 0$$

Sol: ∅

(d)
$$(x^2 - 2x) - 1 = 0$$

3. p016e03 - Resuelve las ecuaciones:

(a)
$$-x(x-2) + 9 = 4x + 6$$

Sol: $\{0, 8\}$

(f)
$$5x^2 = 0$$

Sol: {0}

(g)
$$12x^2 - 18 = 0$$

Sol: $\left\{-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right\}$

(h)
$$3(-x+1)(x+1) = 3$$

Sol: {0}

(i)
$$3(x^2-2)=21$$

Sol: $\{-3,3\}$

Sol:
$$\{1+\sqrt{2}, -\sqrt{2}+1\}$$

(e)
$$(3x^2 + 5x) - 2 = 0$$

Sol: $\left\{-2, \frac{1}{3}\right\}$

(f)
$$(4x^2 - 4x) + 1 = 0$$

Sol: $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

(g)
$$(2x^2 - 9x) + 11 = 0$$

Sol: \emptyset

Sol: $\{-3,1\}$

(b)
$$-(x-1)(x+4) + 2(x^2-3) = x-2$$

Sol: $\{0,4\}$

(c)
$$x(x-1)-2(x-3)(x-2)=2$$

Sol: $\{2,7\}$

(d)
$$(2x^2 - 11x) + 12 = 0$$

Sol: $\{\frac{3}{2}, 4\}$

(e)
$$3(x-1)(x+2) = 0$$

Sol: $\{-2,1\}$

(f)
$$(x-2)^2 = 3$$

Sol: $\{-\sqrt{3}+2,\sqrt{3}+2\}$

(g)
$$21x - 100 = -x + (x^2 + 21)$$

Sol: {11}

(h)
$$\frac{x}{3} \left(x - \frac{1}{6} \right) = x - 1$$

Sol: ∅

(i)
$$\left(-\frac{x}{3} + \frac{1}{3}\right) + \frac{2x^2+1}{2} = \frac{-x+1}{6}$$

Sol: ∅

 $4.\ p016e04$ - Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, pasándolas previamente a la forma general:

(a)
$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

Sol: $\left\{-\frac{1}{3}, 2\right\}$

(b)
$$-\frac{2}{x+1} + \frac{3x+2}{x-1} = 5$$

Sol: $\{-\frac{3}{2},3\}$

(c)
$$-\frac{x}{x+4} + 1 = \frac{1}{x-5}$$

Sol: {8}

(d)
$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

Sol: $\{-3, 2\}$

(e)
$$\left(-3 + \frac{2(2x+1)}{2x-1}\right) + 5 = 0$$

Sol: {0}

(f)
$$\frac{x-3}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-2}{x+3}$$

Sol: ∅

(g)
$$-\frac{x-7}{x-1} + \frac{2x-1}{x+1} = 4 - \frac{3x-1}{x+2}$$

Sol: $\left\{-\frac{5}{4}, 5\right\}$

(h) $\frac{3x-4}{5x-16} = \frac{4x+1}{6x-11}$

Sol: $\{-5,6\}$

(i) $\frac{-x+3}{5} = -\frac{4}{5} + \frac{2}{x}$

Sol: $\{2,5\}$

(j) $\frac{x^2}{x+1} = \left(\frac{x^3}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}\right) + \frac{1}{-x^2+1}$

Sol: {2}

(k) $\frac{5}{2x+6} = \left(\left(\frac{1}{x(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x+3)} \right) + \frac{1}{x+3} \right) - \frac{1}{x-3}$

Sol: $\{x \mid x \in \mathbb{R} \land -2(x-3)(x+3) + 3(x-3)x(x-3) \}$ $\{x \mid x \in \mathbb{R} \land (x-3)(x+3)x(x-3) = 0\}$

(l) $\frac{x}{2} + \frac{4}{x} = \frac{12}{x}$

Sol: $\{-4,4\}$

(m)
$$\frac{5}{4x^2} - \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{3}$$

Sol:
$$\left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

(n)
$$\frac{-x+6}{3} - \frac{3(x-4)}{x+6} = \frac{x-2}{2}$$

Sol:
$$\left\{-3 + 3\sqrt{5}, -3\sqrt{5} - 3\right\}$$

5. p017e05 - Discute, sin resolver, las ecuaciones:

(a)
$$(x^2 - 9x) + 1 = 0$$

Sol:
$$\left\{-\frac{\sqrt{77}}{2} + \frac{9}{2}, \frac{\sqrt{77}}{2} + \frac{9}{2}\right\}$$

(b)
$$(2x^2 + 6x) - 5 = 0$$

Sol:
$$\left\{-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{19}}{2}, -\frac{\sqrt{19}}{2} - \frac{3}{2}\right\}$$

(c)
$$(3x^2 - x) + 1 = 0$$

Sol: ∅

(d)
$$(x^2 - 12x) + 36 = 0$$

Sol: {6}

6. p017e19 - Resuelve:

(a)
$$x^4 - 16 = 0$$

Sol:
$$\{-2,2\}$$

(b)
$$x^4 - 225x^2 = 0$$

Sol:
$$\{-15, 0, 15\}$$

(c)
$$(x^4 - 10x^2) + 9 = 0$$

Sol:
$$\{-3, -1, 1, 3\}$$

(d)
$$(2x^4 + 11x^2) - 6 = 0$$

Sol:
$$\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$$

(e)
$$(x^4 - 6x^2) + 8 = 0$$

Sol:
$$\{-2, 2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$$

(f)
$$x^4 + 2x^2 = -3$$

(g)
$$(x^4 - 8x^2) - 9 = 0$$

Sol:
$$\{-3,3\}$$

(h)
$$(x^4 - 10x^2) + 25 = 0$$

Sol:
$$\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$$

(i)
$$(x^4 - 29x^2) + 100 = 0$$

Sol:
$$\{-5, -2, 2, 5\}$$

(j)
$$(x^4 + 21x^2) - 100 = 0$$

Sol:
$$\{-2,2\}$$

(k)
$$9x^4 + 16 = 40x^2$$

Sol:
$$\left\{-2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 2\right\}$$

(1)
$$\left(x^4 - \frac{5x^2}{4}\right) + \frac{1}{4} = 0$$

Sol:
$$\left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$$

(m)
$$-x^2 + 34 = \frac{225}{x^2}$$

Sol:
$$\{-5, -3, 3, 5\}$$

(n)
$$x^2 = \frac{12}{x^2 - 1}$$

Sol:
$$\{-2,2\}$$

$$(\tilde{n}) \quad (x^4 + 4x^2) + 8 = 0$$

Sol: \emptyset

(o)
$$-2 + \frac{8}{x^2 - 5} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{x^2 - 1}$$

Sol:
$$\left\{-3, 3, -\frac{\sqrt{21}}{3}, \frac{\sqrt{21}}{3}\right\}$$

(p)
$$\frac{x^2(2x+5)}{x+1} = \frac{9(-x+1)}{2x-5}$$

Sol:
$$\left\{ -\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2} \right\}$$

7. p018e20 - Resuelve:

(a)
$$\sqrt{2x-1} + 5 = 2x + 4$$

Sol: $\{\frac{1}{2}, 1\}$

(b)
$$2\sqrt{x-3} + \sqrt{6x-8} = 6$$

Sol: {4}

(c)
$$\sqrt{2x+2} = x-3$$

Sol: {7}

(d)
$$\sqrt{2x-1} + 5 = 2\sqrt{x+3} + 2$$

Sol: {1, 13}

(e)
$$-\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = 1$$

Sol: {2}

(f)
$$\sqrt{x-1}+2=x-5$$

Sol: {10}

(g)
$$\sqrt{x} + x = 6$$

Sol: {4}

(h)
$$\sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 4$$

Sol: $\{\frac{9}{4}\}$

(i)
$$\sqrt{3x-2}-4=0$$

Sol: {6}

$$(j) \quad \sqrt{2x+1} = x-1$$

Sol: {4}

(k)
$$-x + \sqrt{-3x + 7} = 7$$

Sol: $\{-3\}$

(1)
$$3\sqrt{6x+1}-5=2x$$

Sol: $\{\frac{1}{2}, 8\}$

(m)
$$\sqrt{3x+1}+1=3x$$

Sol: {1}

(n)
$$\sqrt{9x^2 - 11} + 1 = 3x$$

Sol: {2}

$$(\tilde{n})$$
 $\sqrt{(x^2+x)-1} = -x+2$

Sol: {1}

(o)
$$\sqrt{\frac{-x+2}{x+2}} = \frac{1}{2}$$

Sol: $\left\{\frac{6}{5}\right\}$

(p) $\sqrt{x+4} = -\sqrt{x-1} + 3$

Sol: $\left\{ \frac{13}{9} \right\}$

(q) $\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 6$

Sol: {5}

(r) $2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$

Sol: {12}

(s) $2\sqrt{2x-1} = \sqrt{2x-9} + \sqrt{6x-5}$

Sol: {5}

(t) $\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x-5}$

Sol: ∅

8. p018e21 - Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior a dos:

(a) $(7x + (x^3 - 7x^2)) + 15 = 0$

Sol: $\{-1, 3, 5\}$

Sol: $\{-4, -2, 2, 3\}$

(d) $\left(-x + \left(-7x^2 + \left(x^4 + x^3\right)\right)\right) + 6 = 0$

(b) $\left(-x + \left(x^3 - 2x^2\right)\right) + 2 = 0$

Sol: $\{-1,1,2\}$

(e) $x^4 - 81 = 0$

(c) $\left(-4x + \left(-16x^2 + \left(x^4 + x^3\right)\right)\right) + 48 = 0$

Sol: $\{-3,3\}$

Sol: $\{-3, -1, 1, 2\}$

9. p018e22e25e28e34 - Resuelve mediante expresiones algebraicas:

(a) Calcula un número que sumado con el doble de su raíz cuadrada nos de 24.

Sol: $2\sqrt{x} + x - 24 = 0 \rightarrow \{16\}$

(b) Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22 y 24 cm. Si a los tres les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Halla dicha longitud.

Sol: $(x+8)^2 + (x+22)^2 - (x+24)^2 = 0 \rightarrow \{2\}$

(c) Un terreno rectangular tiene 100 m de largo y 80 m de ancho y está rodeado por calles de anchora uniforme. Si el área de las calles es de 4000 m², ¿cuál es su anchora?

Sol: $(x+80)(x+100) - 12000 = 0 \rightarrow \{20\}$

(d) En cada esquina de una hoja de papel cuadrada se recorta un cuadrado de 5 cm de lado, y entonces, doblando y pegando, se puede formar una caja de 1.280 cm 3 de capacidad. Halla el lado de la hoja inicial.

Sol:
$$5(x-10)^2 - 1280 = 0 \rightarrow \{26\}$$

10. p018e23 - Halla tres números impares consecutivos, tales que sus cuadrados sumen 5051

(a)
$$(2x+1)^2 + ((2x-3)^2 + (2x-1)^2) = 5051$$

Sol: $[-20, 21] \rightarrow [-43, -41, -39] \vee [39, 41, 43]$

- $11.\ p018e24e26e29e30e31e32e33$ Resuelve mediante expresiones algebraicas:
 - (a) Las dos cifras de un número suman 11 y el producto de dicho número por el que se obtiene de invertir sus cifras es 3154. Halla dicho número.

Sol:
$$x + y - 11 = 0 \land (x + 10y) (10x + y) - 3154 = 0 \rightarrow [(3, 8), (8, 3)]$$

(b) El perímetro de un triángulo rectángulo es 90 m y el cateto mayor tiene 3 m menos que la hipotenusa. Halla los tres lados del triángulo.

Sol:
$$x + 2y - 87 = 0 \land x^2 + y^2 - (y+3)^2 = 0 \rightarrow \left[\left(-18, \frac{105}{2} \right), (15, 36) \right]$$

(c) Halla dos números cuya suma es 14 y la de sus cuadrados 100.

Sol:
$$x + y - 14 = 0 \land x^2 + y^2 - 100 = 0 \rightarrow [(6, 8), (8, 6)]$$

(d) Halla dos números positivos cuya diferencia sea 7 y la suma de sus cuadrados 3809.

Sol:
$$x - y - 7 = 0 \land x^2 + y^2 - 3809 = 0 \rightarrow [(-40, -47), (47, 40)]$$

(e) Una habitación rectangular tiene una superficie de 28 m² y su zócalo tiene una longitud de 22 m. Halla las dimensiones de la habitación.

Sol:
$$xy - 28 = 0 \land 2x + 2y - 22 = 0 \rightarrow [(4, 7), (7, 4)]$$

(f) Para vallar una finca rectangular de 750 m² se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la cerca.

Sol:
$$xy - 750 = 0 \land 2x + 2y - 110 = 0 \rightarrow [(25, 30), (30, 25)]$$

(g) Uno de los lados de un rectángulo mide 6 cm más que el otro. ¿Cuáles son sus dimensiones si su área es 91 cm²?

Sol:
$$-x + y - 6 = 0 \land xy - 91 = 0 \rightarrow [(-13, -7), (7, 13)]$$

12. p<018e27 - Halla tres números pares consecutivos sabiendo que su producto es igual a cuatro veces su suma.

(a)
$$(2x+2) + (2x + (2x - 2)) = \frac{2x(2x+2)(2x-2)}{4}$$

Sol:
$$[-2, 0, 2] \rightarrow [-6, -4, -2] \vee [-2, 0, 2] \vee [2, 4, 6]$$