

Nombre: _____ Fecha: _____

Tiempo: 50 minutos

Tipo: I

Esta prueba tiene 11 ejercicios. La puntuación máxima es de 15. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

| | | | | | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|-------|
| Ejercicio: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | Total |
| Puntos: | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 15 |

1. Dados los siguientes conjuntos A, B y C, represéntalos en la recta real. A continuación, calcula $A \cup B$, $A \cap B$ y $(A \cup B) \cap C$, y expresa los resultados en forma de Intervalos. Indica además, si existe, el máximo y el mínimo de cada uno de los conjuntos resultado.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad A &= \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \wedge x \leq 0\}, \\ B &= (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \text{ y} \\ C &= \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 3\} \end{aligned}$$

(1 punto)

$$\begin{aligned} \textbf{Solución:} \quad C &= [-1, 5] \quad A \cup B = (-\infty, 0] \cup (1, \infty) \\ A \cap B &= [-4, -1) \\ (A \cup B) \cap C &= [-1, 0] \cup (1, 5] \end{aligned}$$

2. Calcular:

$$\text{(a)} \quad \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{6}}$$

(1 punto)

$$\textbf{Solución:} \quad \frac{-7\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$$

$$\text{(b)} \quad (\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 \cdot (5 - \sqrt{21})$$

(1 punto)

$$\textbf{Solución:} \quad 8$$

3. Resuelve mediante expresiones algebraicas:

- (a) Halla tres números naturales e impares consecutivos sabiendo que su producto menos su suma vale 6.

(1 punto)

$$\textbf{Solución:} \quad 6x - (2x - 1)(2x + 1)(2x + 3) + 9 = 0 \rightarrow \{1\}$$

4. Resuelve:

$$\text{(a)} \quad \frac{7-x}{x+4} - \frac{3}{x-5} = \frac{26x-25}{x^2-x-20} + \frac{1}{3}$$

(1 punto)

Solución: $\left[-\frac{23}{2}, -1\right]$

(b) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-1} = 2$

(1 punto)

Solución: $\left[\frac{5}{4}\right]$

5. Resolver :

(a) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^x \cdot 2^y = 128 \end{cases}$

(1 punto)

Solución: $\left[\{x: 3, y: 4\}, \{x: 4, y: 3\}\right]$

6. Resolver :

(a) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

(1 punto)

Solución: $[12]$

7. Discute el tipo de sistema y resuelve si es posible:

(a) $\begin{cases} 2x - y + z = 6 \\ 2x + 2y - 4z = 2 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$

(1 punto)

Solución: $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 6 & -2 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow$
 \square

(b) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 9 \\ 4x - 2y = 12 \\ 4x + 3y - 6z = 24 \end{cases}$

(1 punto)

Solución: $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 9 \\ 0 & 5 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$
 $\left\{x: \frac{3z}{5} + \frac{21}{5}, y: \frac{6z}{5} + \frac{12}{5}\right\}$

8. Usando la definición y las propiedades de los números combinatorios, resolver las ecuaciones:

(a) $\binom{31}{5+2x} = \binom{31}{2x-2}$

(1 punto)

Solución: $\{7\}$

9. Calcula el valor de m para que:

- (a) $P(x) = 4x^2 + mx + 9$ no tenga ninguna raíz real (1 punto)

Solución: $[4, \quad m, \quad 9] \rightarrow -12 < m \wedge m < 12$

10. Resuelve:

- (a) $\frac{x^3-5x^2+2x+8}{x^2+1} < 0$ (1 punto)

Solución: $(-\infty, -1) \cup (2, 4)$

- (b) $\frac{3x-2}{x-1} - \frac{3x+2}{x+1} \geq \frac{2x-1}{x^2-1}$ (1 punto)

Solución: $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

11. Calcula expresando el resultado en forma de fracción algebraica irreducible:

- (a) $\frac{x^3-x^2-4x+4}{x^2-3x+2} : \frac{x^3-x^2+3x-3}{x^3+3x}$ (1 punto)

Solución: $\frac{x^2+2x}{x-1}$