

1. p039e01 - Expresa en radianes los siguientes ángulos, dados en grados:

(a)  $45^\circ$

**Sol:**  $\frac{\pi}{4}$

**Sol:**  $\frac{5\pi}{12}$

**Sol:**  $\frac{7\pi}{12}$

(b)  $75^\circ$

(c)  $105^\circ$

(d)  $230^\circ$

**Sol:**  $\frac{23\pi}{18}$

2. p039e02 - Expresa en grados los siguientes ángulos dados en radianes:

(a)  $\frac{3\pi}{4}$

**Sol:** 135

**Sol:** 300

**Sol:** 810

(b)  $\frac{5\pi}{3}$

(c)  $\frac{3\pi}{2}$

**Sol:** 270

(e)  $\frac{4\pi}{3}$

**Sol:** 240

(d)  $\frac{9\pi}{2}$

3. p039e05y6 - Demostrar si son verdaderas o falsas las siguientes ecuaciones:

(a)  $\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha$

**Sol:**  $\left[ \frac{8}{-\cos(4\alpha)+1}, \frac{8}{-\cos(4\alpha)+1} \right] \rightarrow \text{True}$

(b)  $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = \tan \alpha \cdot \tan \beta$

**Sol:**  $[\tan(\alpha) \tan(\beta), \tan(\alpha) \tan(\beta)] \rightarrow \text{True}$

(c)  $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

**Sol:**  $\left[ \frac{\tan(2\alpha)}{2}, \frac{\tan(2\alpha)}{2} \right] \rightarrow \text{True}$

(d)  $\cot \alpha - \frac{\cot^2 \alpha - 1}{\cot \alpha} = \tan \alpha$

**Sol:**  $[\tan(\alpha), \tan(\alpha)] \rightarrow \text{True}$

(e)  $\frac{\sin \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \csc \alpha} = \cos \alpha$

**Sol:**  $[\cos(\alpha), \cos(\alpha)] \rightarrow \text{True}$

(f)  $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

$$\text{Sol: } [-\cos^2(\alpha) + \cot^2(\alpha), \cos^2(\alpha) \cot^2(\alpha)] \rightarrow \text{True}$$

(g)  $\sin \alpha \cos \alpha \tan \alpha \cot \alpha \sec \alpha \csc \alpha = 1$

$$\text{Sol: } [1, -1] \rightarrow \text{True}$$

(h)  $\frac{1+\tan \alpha}{1-\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$

$$\text{Sol: } \left[ \frac{\tan(\alpha)+1}{-\tan(\alpha)+1}, \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \right] \rightarrow \text{True}$$

(i)  $\frac{1+\tan^2 \alpha}{\cot \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha}$

$$\text{Sol: } \left[ \frac{\tan(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}, \frac{\tan(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} \right] \rightarrow \text{True}$$

4. p039e07 - Simplificar las siguientes expresiones:

(a)  $\sin \alpha \cdot \frac{1}{\tan \alpha}$

$$\text{Sol: } \cos(\alpha)$$

(b)  $\sin^3 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

$$\text{Sol: } \sin(\alpha)$$

(c)  $\sqrt{(1 - \sin \alpha) \cdot (1 + \sin \alpha)}$

$$\text{Sol: } \sqrt{\cos^2(\alpha)}$$

(d)  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$

$$\text{Sol: } -\cos(2\alpha)$$

(e)  $\cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha$

$$\text{Sol: } \sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$$

(f)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \left(\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}\right)$

$$\text{Sol: } 1$$

(g)  $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}$

**Sol:** 1

(h)  $\frac{\sec^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$

**Sol:**  $\frac{(-\cos^2(\alpha)+1)^2 + 2\cos^2(\alpha)}{-\cos^4(\alpha)+1}$

(i)  $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha}$

**Sol:**  $\sin(\alpha) + 1$

(j)  $\frac{\csc \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$

**Sol:**  $\sin(\alpha)$

5. p039e08 - Calcular las restantes razones trigonométricas de  $\alpha$ , conocida:

(a)  $\cos \alpha = \frac{4}{5} \wedge \alpha \in I$

**Sol:**  $\left[36,86989764584401, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}\right]$

(b)  $\sin \alpha = \frac{3}{5} \wedge \alpha \in II$

**Sol:**  $\left[36,86989764584402, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}\right]$

(c)  $\tan \alpha = -\frac{3}{4} \wedge \alpha \in II$

**Sol:**  $\left[36,86989764584402, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}\right]$

(d)  $\sec \alpha = 2 \wedge \alpha \in IV$

**Sol:**  $\left[60,0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, -\sqrt{3}\right]$

(e)  $\csc \alpha = -2 \wedge \alpha \in III$

**Sol:**  $\left[30,0, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

(f)  $\cot \alpha = -2 \wedge \alpha \in IV$

**Sol:**  $\left[26,56505117707799, -\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{1}{2}\right]$

6. p039e09 - Expresa las siguientes razones trigonométricas en función de ángulos del primer cuadrante:

(a)  $\sin(-120)$

**Sol:**  $\left[60, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

(g)  $\cot(-150)$

**Sol:**  $\left[30, \sqrt{3}\right]$

(b)  $\sin(2700)$

**Sol:**  $[0, 0]$

(h)  $\cot(4500)$

**Sol:**  $[0, \infty]$

(c)  $\cos(-30)$

**Sol:**  $\left[30, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

(i)  $\sec(-25)$

**Sol:**  $\left[25, \sec\left(\frac{5\pi}{36}\right)\right]$

(d)  $\cos(3000)$

**Sol:**  $\left[60, -\frac{1}{2}\right]$

(j)  $\sec(745)$

**Sol:**  $\left[25, \sec\left(\frac{149\pi}{36}\right)\right]$

(e)  $\tan(-275)$

**Sol:**  $\left[\frac{180 \operatorname{atan}\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{18}\right)+1}{\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)}\right)}{\pi}, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{18}\right)+1}{\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)}\right]$

(k)  $\csc(-155)$

**Sol:**  $\left[25, -\csc\left(\frac{5\pi}{36}\right)\right]$

(f)  $\tan(10330)$

**Sol:**  $\left[70, \tan\left(\frac{7\pi}{18}\right)\right]$

(l)  $\csc(4420)$

**Sol:**  $\left[80, \csc\left(\frac{4\pi}{9}\right)\right]$

7. p039e10 - Si  $\sin 37^\circ = 0,6$ . Calcula, sin usar la calculadora, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos dados en grados:

(a)  $53$

**Sol:**  $[0,8, 0,6, 1,33]$

**Sol:**  $[0,8, -0,6, -1,33]$

(b)  $127$

(c)  $143$

**Sol:**  $[0,6, -0,8, -0,75]$

8. p041e27 - Resolver las siguientes ecuaciones para ángulos en el primer cuadrante:

(a)  $\sin 2x = \frac{1}{2}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$

(b)  $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{3}\right]$ 

(c)  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}\right]$ 

9. p041e28 - Resolver las siguientes ecuaciones:

(a)  $2 \sin x + \csc x = 2\sqrt{2}$

**Sol:**  $[45, 135]$ 

(b)  $\sin x = \cos^2 x + 1$

**Sol:**  $[90]$ 

(c)  $\sin x \cos x = 0$

**Sol:**  $[0, 90, 180, 270]$ 

(d)  $\tan x - \sin x = 0$

**Sol:**  $[0, -180, 180, 360]$ 

(e)  $\sin x \cos x = 2 \sin x$

**Sol:**  $[0]$ 

(f)  $2 \cos x - 3 \tan x = 0$

**Sol:**  $\left[150, 30, -\frac{180i \log(-i(-\sqrt{3}+2))}{\pi}, -\frac{180i \log(-i(\sqrt{3}+2))}{\pi}\right]$ 

(g)  $\sin 2x = 2 \cos x$

**Sol:**  $[-90, 90]$ 

(h)  $4 \tan x = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x}$

**Sol:**  $[-120, -150, 60, 30]$ 

(i)  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$

**Sol:** [45]

(j)  $\sin 2x \cos x = 6 \sin^3 x$

**Sol:** [0, 180, -150, 150, -30, 30]

(k)  $4 \sin \frac{x}{2} \cos x = 3$

**Sol:** []

(l)  $\tan x \tan 2x = 1$

**Sol:** [-150, 150, -30, 30]

(m)  $4 \cos 2x + 3 \cos x = 1$

**Sol:**  $\left[ 180, -\frac{180i \log\left(\frac{5}{8} - \frac{\sqrt{39}i}{8}\right)}{\pi}, -\frac{180i \log\left(\frac{5}{8} + \frac{\sqrt{39}i}{8}\right)}{\pi} \right]$

(n)  $\tan x + 3 \cot x = 4$

**Sol:**  $\left[ 45, \frac{180 \operatorname{atan}(3)}{\pi} \right]$

(ñ)  $4 \sin(x - 30) \cos(x - 30) = \sqrt{3}$

**Sol:**  $\left[ \frac{180(-\frac{2\pi}{3} + 30)}{\pi}, \frac{180(\frac{\pi}{6} + 30)}{\pi}, \frac{180(\frac{\pi}{3} + 30)}{\pi}, \frac{180(-2 \operatorname{atan}(\sqrt{3} + 2) + 30)}{\pi} \right]$

10. p042e01 - Calcular los restantes elementos de un triángulo del que se conocen:

(a) El lado  $a = 6$ , y los ángulos  $B=45^\circ$ ,  $C=105^\circ$

**Sol:**  $6\sqrt{2}$ ,  $3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ , 30

(b) El lado  $a = 8$ , y los ángulos  $B=30^\circ$ ,  $C=60^\circ$

**Sol:** 4,  $4\sqrt{3}$ , 90

11. p042e02 - Calcular los restantes elementos de un triángulo del que se conocen:

(a) Los lados  $a=10$  y  $b=7$ , y  $C=30^\circ$

**Sol:**  $\sqrt{-70\sqrt{3} + 149} = 5,268438428052338, 108,36878841450955, 41,63121158549045$

12. p042e03 - Determina si se puede construir un triángulo ABC sabiendo que

- (a) El lado  $a = 52$  y  $b = 32$  y que  $B = 40.5^\circ$ .

**Sol:**  $distancia_{arrecta} = 33,77129851316955 \rightarrow \text{False}$

- (b) El lado  $a = 50$  y  $b = 32$  y que  $B = 39.5^\circ$ .

**Sol:**  $distancia_{arrecta} = 31,803911013888197 \rightarrow \text{True}$

13. p042e04 - Calcula los ángulo del triángulo ABC, si se conocen:

- (a) Los lados  $a=22$ ,  $b=17$ , y  $c=15$

**Sol:**  $[86,62771331656609, 50,47880364135783, 42,89348304207606]$

14. p042e07 - Calcular el área de un triángulo sabiendo que:

- (a) El lado  $a=8$ , y los ángulos  $B=30^\circ$ , y  $C=105^\circ$

**Sol:**  $2\sqrt{2}(2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \rightarrow 21,856406460551018$

15. p042e08 - Calcular los lados de un triángulo sabiendo que:

- (a) Su área mide  $=18\text{cm}^2$ , y los ángulos  $A=30^\circ$ , y  $B=45^\circ$

**Sol:**  $6, 6, 6\sqrt{2}$

16. p042e09 - Tres puntos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. ¿Cuánto distan A y C?, si:

- (a) La distancia AB es de 6km, la BC es=9km, y el ángulo que forman AB y BC es de  $120^\circ$

**Sol:**  $3\sqrt{19} = 13,076696830622021$

17. p042e10 - Calcular el área de un triángulo ABC sabiendo que

- (a)  $a=25\text{km}$ ,  $b=28$ , y  $\text{sen}(C)=0.96$ , siendo C  $\neq 90^\circ$

**Sol:** 336,0

18. p042e11 - Resuelve

- (a) Un barco se encuentra a una distancia de 3.5 km del espigón del puerto en el instante en que otro barco se encuentra a 3 km del primero. Si ambos son observados desde el espigón bajo un ángulo de  $43^\circ$ , ¿a qué distancia se encuentra el segundo barco del puerto?

**Sol:**  $b = [0,742526244918245, \quad 4,37694966641595]$

19. p042e12 - Resuelve

- (a) Las visuales a lo alto de una torre desde dos puntos A y B del plano horizontal, separados 300m entre sí, forman con el segmento AB ángulos de  $50^\circ$  y  $45^\circ$ , respectivamente. Calcula la distancia desde lo alto de la torre a los dos puntos A y B.

**Sol:**  $A : 212,9423442649438 \quad B : 230,69118253280297$

- (b) Las visuales a lo alto de una torre desde dos puntos A y B del plano horizontal, separados 300m entre sí, forman con el segmento AB ángulos de  $50^\circ$  y  $45^\circ$ , respectivamente. Calcula la distancia desde lo alto de la torre a los dos puntos A y B.

**Sol:**  $A : \left[ \frac{300 \sin\left(\frac{5\pi}{18}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{36}\right)} \right] \quad B : 2433,9421324209197$