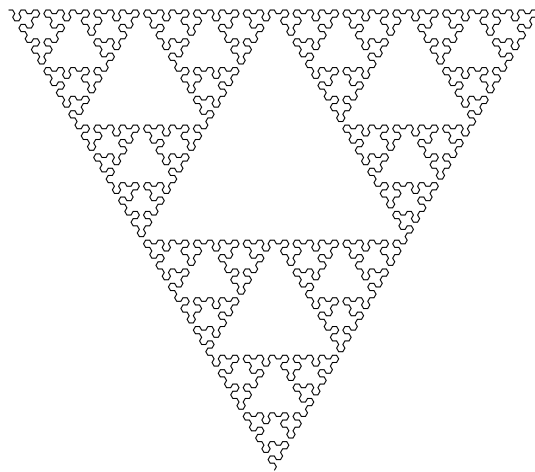


# Ejercicios y soluciones

*-borrador v.1-*

Matemáticas 1º Bachillerato



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS<sup>1</sup>

<sup>1</sup><http://www.iespedrocerrada.org/>



Todas las soluciones a los ejercicios se han calculado utilizando SymPy y de manera puntual, la librería estadística de SciPy.

- **SymPy**<sup>a</sup> es una biblioteca de Python para matemática simbólica.
- **SciPy**<sup>b</sup>, que incluye a SymPy, es un ecosistema basado en Python para cálculo científico.

Nuestro más sentido **agradecimiento** a la comunidad que hay detrás desarrollando todas estas herramientas.

**Licencia:** El contenido del documento se publica con licencia Attribution Share Alike (CC BY-SA)



---

<sup>a</sup><https://www.sympy.org/es/>

<sup>b</sup><https://scipy.org/>



# Índice general

1. Álgebra	1
2. Geometría	55
3. Estadística	83
4. Análisis	123



1

Álgebra

1. Resolver las siguientes inecuaciones:

(a)  $|x - 2| - 1 < 0$

**Sol:**  $1 < x \wedge x < 3$

**Sol:**  $0,5 \leq x \wedge x \leq 0,83333333333333$

(g)  $|2x - 3| - 1 \geq 0$

**Sol:**  $(2 \leq x \wedge x < \infty) \vee (x \leq 1 \wedge -\infty < x)$

(b)  $|2x + 3| - 4 < 0$

**Sol:**  $-\frac{7}{2} < x \wedge x < \frac{1}{2}$

(e)  $|x - 1| - 2 > 0$

**Sol:**  $(-\infty < x \wedge x < -1) \vee (3 < x \wedge x < \infty)$

(h)  $|2x + 1| - 0,5 \geq 0$

**Sol:**  $(-0,25 \leq x \wedge x < \infty) \vee (x \leq -0,75 \wedge -\infty < x)$

(c)  $|x + 5| - 2 \leq 0$

**Sol:**  $-7 \leq x \wedge x \leq -3$

(f)  $|x + 2| - 5 > 0$

**Sol:**  $(-\infty < x \wedge x < -7) \vee (3 < x \wedge x < \infty)$

(d)  $|3x - 2| - 0,5 \leq 0$



1. Calcula :

(a)  $\frac{3^{-2} \cdot 3^5 \cdot 2^3}{(3 \cdot 2)^4}$

**Sol:**  $\frac{1}{6}$

**Sol:**  $\frac{125}{16}$

**Sol:**  $\frac{729}{64}$

(b)  $3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 81$

**Sol:** 3

(d)  $\frac{2^{-2} \cdot (2^2)^3}{2^{-3}}$

**Sol:** 128

(g)  $\frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{5})^3}{(5\sqrt{2})^2}$

**Sol:**  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(c)  $\left(\frac{5}{4}\right)^5 \cdot \frac{2^6}{5^2}$

**Sol:**  $\frac{1}{390650}$

(h)  $\frac{9^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1} \cdot 2^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}$

**Sol:** 2

(f)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4$

2. Calcula los siguientes radicales:

(a)  $\sqrt{16}$

**Sol:** 4

(c)  $\sqrt[3]{27}$

**Sol:** 3

(e)  $\sqrt{1225}$

**Sol:** 35

(b)  $\sqrt[4]{-16}$

**Sol:**  $2\sqrt[4]{-1}$

(d)  $\sqrt[5]{-1}$

**Sol:**  $\sqrt[5]{-1}$

(f)  $\sqrt[7]{1}$

**Sol:** 1

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a)  $x^4 = 81$

**Sol:**  $x^4 = 81$

**Sol:**  $x^3 = 125$

**Sol:**  $x^2 = -6$

(b)  $x^3 = 125$

(c)  $x^2 = -6$

(d)  $x^5 = -1$

**Sol:**  $x^5 = -1$

4. Calcula y expresa el resultado de la forma más simple:

(a)  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{243} \cdot \sqrt{81}$

**Sol:** 729

**Sol:** 5

**Sol:**  $25\sqrt[3]{5}$

(b)  $\frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{5}}$

(c)  $(\sqrt[3]{5})^7$

(d)  $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

**Sol:**  $\sqrt{2}$

5. Extrae factores fuera del signo radical en:

(a)  $\sqrt{512}$

**Sol:**  $16\sqrt{2}$

**Sol:**  $18\sqrt[3]{2}$

**Sol:**  $2\sqrt[4]{3}$

(b)  $\sqrt[3]{11664}$

(c)  $\sqrt[4]{48}$

(d)  $\sqrt{a^5 \cdot b^3}$

**Sol:**  $\sqrt{a^5 b^3}$

6. Calcula y expresa el resultado como potencia de exponente racional:

(a)  $\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$

**Sol:**  $a^{\frac{13}{15}}$

**Sol:**  $\frac{3}{\sqrt[6]{a}}$

**Sol:**  $\sqrt{a^{\frac{4}{3}}}$

(b)  $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$

**Sol:**  $\sqrt[6]{a}$

(d)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$

**Sol:**  $\sqrt[8]{2}$

(f)  $\frac{\sqrt[5]{a} \cdot \sqrt{a}}{a^{\frac{1}{3}}}$

**Sol:**  $a^{\frac{11}{30}}$

(c)  $\frac{\sqrt[3]{a}3}{\sqrt{a}}$

(e)  $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$

7. Calcula:

(a)  $4\sqrt{3125} + 2\sqrt{20} - 30\sqrt{45}$

**Sol:**  $14\sqrt{5}$

(b)  $\frac{1}{4}\sqrt{3125} - 2\sqrt{20} - \frac{3}{2}\sqrt{45}$

**Sol:**  $-\frac{9\sqrt{5}}{4}$

8. Racionaliza:

(a)  $\frac{3}{2\sqrt{6}}$

**Sol:**  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(c)  $\frac{2}{3\sqrt[3]{2}}$

**Sol:**  $\frac{2^{\frac{2}{3}}}{3}$

(e)  $\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

**Sol:**  $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

(b)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$

**Sol:**  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(d)  $\frac{2}{5\sqrt[5]{2}}$

**Sol:**  $\frac{2^{\frac{4}{5}}}{5}$

(f)  $\frac{5}{2-\sqrt{6}}$

**Sol:**  $\frac{-5\sqrt{6}-10}{2}$

9. Calcula, descomponiendo el radicando en factores primos:

(a)  $\sqrt{729}$

**Sol:** 27

**Sol:** 40

(b)  $\sqrt[3]{64000}$

(c)  $\sqrt[4]{50625}$

**Sol:** 15

(d)  $\sqrt[5]{59049}$

**Sol:** 9

10. Calcula:

(a)  $5\sqrt{8} - 2\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{2}$

**Sol:**  $3\sqrt{2}$ 

(b)  $\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{12} + \frac{2}{5}\sqrt{75}$

**Sol:**  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ **Sol:**  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 

(c)  $\sqrt{\frac{2}{9}} + \sqrt{8} - \sqrt{\frac{1}{8}}$

11. Calcula y simplifica:

(a)  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2}$

**Sol:**  $\sqrt{2}\sqrt[4]{3}\sqrt[3]{5}$ **Sol:**  $\frac{5^{\frac{5}{6}}\sqrt{6}}{30}$ 

(d)  $\sqrt[5]{27^{\frac{5}{3}}}$

**Sol:** 3

(b)  $\frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{15} \cdot \sqrt{6}}$

(c)  $\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[3]{5}}$

**Sol:**  $\frac{5^{\frac{5}{6}}}{5}$ 

(e)  $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt{2}$

**Sol:**  $2 \cdot 2^{\frac{11}{12}}$ 

12. Efectúa:

(a)  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}$

**Sol:** 5**Sol:**  $30\sqrt[6]{5}$ 

(j)  $\frac{6\sqrt[3]{5}}{2\sqrt{10}}$

**Sol:**  $\frac{3\sqrt{2} \cdot 5^{\frac{5}{6}}}{10}$ 

(b)  $\frac{\sqrt[3]{x^2y^3}}{\sqrt[3]{xy}}$

**Sol:**  $\frac{\sqrt[3]{x^2y^3}}{\sqrt[3]{xy}}$ **Sol:**  $\sqrt[6]{ab^4}\sqrt[3]{a^3b}$ 

(k)  $\frac{\sqrt[5]{(a+b)^3}}{\sqrt{a+b}}$

**Sol:**  $\frac{\sqrt{a+b}\sqrt[5]{(a+b)^3}}{a+b}$ 

(c)  $(\sqrt[5]{3^2})^4$

**Sol:**  $3 \cdot 3^{\frac{3}{5}}$ **Sol:**  $6 \cdot 2^{\frac{3}{4}}$ 

(l)  $\sqrt[3]{x^2} \cdot \frac{\sqrt[5]{xy}}{\sqrt{xy^3}}$

**Sol:**  $\frac{\sqrt[5]{xy}\sqrt{xy^3}\sqrt[3]{x^2}}{xy^3}$ 

(d)  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5^2}$

**Sol:**  $5^{\frac{5}{6}}$ **Sol:**  $\frac{\sqrt[4]{x^3y^3}}{\sqrt[3]{xy}}$ 

(m)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}$

**Sol:**  $\sqrt[12]{a}$ 

(e)  $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt[3]{25}$

**Sol:**  $\frac{2\sqrt[4]{2} \cdot 3^{\frac{3}{4}}}{3}$ 

(n)  $\sqrt[3]{\sqrt{x^2}\sqrt[5]{x^3}}$

<b>Sol:</b> $\sqrt[6]{x^2\sqrt[5]{x^3}}$
--

$$(\tilde{n}) \quad \sqrt{n\sqrt[5]{n\sqrt[6]{n}}}$$

$$\text{Sol: } \sqrt{n^5 \sqrt{n^{\frac{7}{6}}}}$$

13. Racionaliza:

(a)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

$$\text{Sol: } \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

(e)  $\frac{x^2}{\sqrt[4]{x}}$

$$\text{Sol: } x^{\frac{7}{4}}$$

(i)  $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$$\text{Sol: } \frac{(-\sqrt{2}+2)^2}{2}$$

(b)  $\frac{12}{\sqrt{8}}$

$$\text{Sol: } 3\sqrt{2}$$

(f)  $\frac{abc}{\sqrt{abc^3}}$

$$\text{Sol: } \frac{\sqrt{abc^3}}{c^2}$$

(j)  $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}$

$$\text{Sol: } 2^{\frac{3}{4}}$$

(c)  $\frac{5}{\sqrt{5}}$

$$\text{Sol: } \sqrt{5}$$

(g)  $\frac{5}{2+\sqrt{3}}$

$$\text{Sol: } -5\sqrt{3} + 10$$

(k)  $\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

$$\text{Sol: } \frac{a^{\frac{3}{2}}-a\sqrt{b}}{a-b}$$

(d)  $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$

$$\text{Sol: } \frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$$

(h)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$$\text{Sol: } -(-\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

1. Simplifica los cocientes entre factoriales:

(a)  $\frac{7!}{6!}$

**Sol:** 7

**Sol:**  $\frac{1}{9}$

**Sol:**  $m$

(b)  $\frac{8!}{9!}$

(c)  $\frac{9!}{5! \cdot 4!}$

**Sol:** 126

(e)  $\frac{(m+1)!}{(m-1)!}$

**Sol:**  $m(m+1)$

(d)  $\frac{m!}{(m-1)!}$

2. Calcula las siguientes operaciones:

(a)  $\binom{252}{250}$

**Sol:** 31626

**Sol:** 14950

$\binom{7}{6} + \binom{8}{7}$

**Sol:** 36

(b)  $\binom{25}{3} + \binom{25}{4}$

(c)  $\binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{10}{2}$

**Sol:** 165

(e)  $\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$

**Sol:** 15

(d)  $\binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{5}{4} + \binom{6}{5} +$

3. Simplifica:

(a)  $\frac{6!}{5!} + \frac{8!}{6!}$

**Sol:** 62

**Sol:**  $n^2 + 4n + 2$

**Sol:**  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+6)}{6(n^2+6)}$

(b)  $\frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n+2)!}{n!}$

(c)  $\frac{\binom{n+3}{n} + \binom{n+2}{n}}{\frac{n+6}{6}}$

4. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios:

(a)  $(2+x)^4$

**Sol:**  $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

**Sol:**  $-90\sqrt{2} + 116$

(f)  $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^4$

**Sol:**  $-2480\sqrt{6} + 6244$

(d)  $(\frac{x}{2} + \frac{2}{x^2})^5$

**Sol:**  $\frac{x^5}{32} + \frac{5x^2}{8} + \frac{5}{x} + \frac{20}{x^4} + \frac{40}{x^7} + \frac{32}{x^{10}}$

(g)  $(2x^2 - \frac{3}{x})^6$

**Sol:**  $64x^{12} - 576x^9 + 2160x^6 - 4320x^3 + 4860 - \frac{2916}{x^3} + \frac{729}{x^6}$

(b)  $(1 + 2\sqrt{2})^3$

**Sol:**  $25 + 22\sqrt{2}$

(e)  $(\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2})^4$

**Sol:**  $16\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2} + 48$

(c)  $(2 - 3\sqrt{2})^3$

5. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios para identificar determinados términos y coeficientes:

(a)  $(2+x)^8$

**Sol:**  $x^8 + 16x^7 + 112x^6 + 448x^5 + 1120x^4 + 1792x^3 + 1792x^2 + 1024x + 256$

(b)  $(\frac{2}{5} + \frac{3}{x})^8$

**Sol:**  $\frac{256}{390625} + \frac{3072}{78125x} + \frac{16128}{15625x^2} + \frac{48384}{3125x^3} + \frac{18144}{125x^4} + \frac{108864}{125x^5} + \frac{81648}{25x^6} + \frac{34992}{5x^7} + \frac{6561}{x^8}$

(c)  $(2a^2b - 3a^3)^7$

**Sol:**  $-2187a^{21} + 10206a^{20}b - 20412a^{19}b^2 + 22680a^{18}b^3 - 15120a^{17}b^4 + 6048a^{16}b^5 - 1344a^{15}b^6 + 128a^{14}b^7$

(d)  $(3x - \frac{1}{x})^7$

**Sol:**  $2187x^7 - 5103x^5 + 5103x^3 - 2835x + \frac{945}{x} - \frac{189}{x^3} + \frac{21}{x^5} - \frac{1}{x^7}$

(e)  $(x^2 + \frac{1}{x})^{12}$

**Sol:**  $x^{24} + 12x^{21} + 66x^{18} + 220x^{15} + 495x^{12} + 792x^9 + 924x^6 + 792x^3 + 495 + \frac{220}{x^3} + \frac{66}{x^6} + \frac{12}{x^9} + \frac{1}{x^{12}}$

(f)  $(2x - \frac{1}{x})^{18}$

**Sol:**  $262144x^{18} - 2359296x^{16} + 10027008x^{14} - 26738688x^{12} + 50135040x^{10} - 70189056x^8 + 76038144x^6 - 65175552x^4 + 44808192x^2 - 24893440 + \frac{11202048}{x^2} - \frac{4073472}{x^4} + \frac{1188096}{x^6} - \frac{274176}{x^8} + \frac{48960}{x^{10}} - \frac{6528}{x^{12}} + \frac{612}{x^{14}} - \frac{36}{x^{16}} + \frac{1}{x^{18}}$

(g)  $(x^2 + \frac{1}{x})^8$

**Sol:**  $x^{16} + 8x^{13} + 28x^{10} + 56x^7 + 70x^4 + 56x + \frac{28}{x^2} + \frac{8}{x^5} + \frac{1}{x^8}$

(h)  $(\frac{2}{\sqrt{x}} + 1)^{10}$

**Sol:**  $1 + \frac{180}{\sqrt{x}} + \frac{3360}{x} + \frac{13440}{x^{\frac{3}{2}}} + \frac{11520}{x^2} + \frac{1024}{x^{\frac{5}{2}}} + \frac{20}{x^3} + \frac{960}{x^{\frac{7}{2}}} + \frac{8064}{x^4} + \frac{15360}{x^{\frac{9}{2}}} + \frac{5120}{x^5}$

(i)  $(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x})^6$

**Sol:**  $\frac{x^{12}}{64} - \frac{9x^9}{16} + \frac{135x^6}{16} - \frac{135x^3}{2} + \frac{1215}{4} - \frac{729}{x^3} + \frac{729}{x^6}$

(j)  $(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x})^8$

**Sol:**  $\frac{x^{16}}{256} - \frac{3x^{13}}{16} + \frac{63x^{10}}{16} - \frac{189x^7}{4} + \frac{2835x^4}{8} - 1701x + \frac{5103}{x^2} - \frac{8748}{x^5} + \frac{6561}{x^8}$

1. Simplifica los cocientes entre factoriales:

(a)  $\frac{7!}{6!}$

**Sol:** 7

**Sol:**  $\frac{1}{9}$

**Sol:**  $m$

(b)  $\frac{8!}{9!}$

(c)  $\frac{9!}{5! \cdot 4!}$

**Sol:** 126

(e)  $\frac{(m+1)!}{(m-1)!}$

**Sol:**  $m(m+1)$

(d)  $\frac{m!}{(m-1)!}$

2. Calcula las siguientes operaciones:

(a)  $\binom{252}{250}$

**Sol:** 31626

**Sol:** 14950

$\binom{7}{6} + \binom{8}{7}$

**Sol:** 36

(b)  $\binom{25}{3} + \binom{25}{4}$

(c)  $\binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{10}{2}$

**Sol:** 165

(e)  $\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$

**Sol:** 15

(d)  $\binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{5}{4} + \binom{6}{5} +$

3. Simplifica:

(a)  $\frac{6!}{5!} + \frac{8!}{6!}$

**Sol:** 62

**Sol:**  $n^2 + 4n + 2$

**Sol:**  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+6)}{6(n^2+6)}$

(b)  $\frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n+2)!}{n!}$

(c)  $\frac{\binom{n+3}{n} + \binom{n+2}{n}}{\frac{n+6}{6}}$

4. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios:

(a)  $(2+x)^4$

**Sol:**  $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$

**Sol:**  $-90\sqrt{2} + 116$

(f)  $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^4$

**Sol:**  $-2480\sqrt{6} + 6244$

(d)  $(\frac{x}{2} + \frac{2}{x^2})^5$

**Sol:**  $\frac{x^5}{32} + \frac{5x^2}{8} + \frac{5}{x} + \frac{20}{x^4} + \frac{40}{x^7} + \frac{32}{x^{10}}$

(g)  $(2x^2 - \frac{3}{x})^6$

**Sol:**  $64x^{12} - 576x^9 + 2160x^6 - 4320x^3 + 4860 - \frac{2916}{x^3} + \frac{729}{x^6}$

(b)  $(1 + 2\sqrt{2})^3$

**Sol:**  $25 + 22\sqrt{2}$

(e)  $(\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2})^4$

**Sol:**  $16\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2} + 48$

(c)  $(2 - 3\sqrt{2})^3$

5. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios para identificar determinados términos y coeficientes:



(a)  $(2+x)^8$

**Sol:**  $x^8 + 16x^7 + 112x^6 + 448x^5 + 1120x^4 + 1792x^3 + 1792x^2 + 1024x + 256$

(b)  $(\frac{2}{5} + \frac{3}{x})^8$

**Sol:**  $\frac{256}{390625} + \frac{3072}{78125x} + \frac{16128}{15625x^2} + \frac{48384}{3125x^3} + \frac{18144}{125x^4} + \frac{108864}{125x^5} + \frac{81648}{25x^6} + \frac{34992}{5x^7} + \frac{6561}{x^8}$

(c)  $(2a^2b - 3a^3)^7$

**Sol:**  $-2187a^{21} + 10206a^{20}b - 20412a^{19}b^2 + 22680a^{18}b^3 - 15120a^{17}b^4 + 6048a^{16}b^5 - 1344a^{15}b^6 + 128a^{14}b^7$

(d)  $(3x - \frac{1}{x})^7$

**Sol:**  $2187x^7 - 5103x^5 + 5103x^3 - 2835x + \frac{945}{x} - \frac{189}{x^3} + \frac{21}{x^5} - \frac{1}{x^7}$

(e)  $(x^2 + \frac{1}{x})^{12}$

**Sol:**  $x^{24} + 12x^{21} + 66x^{18} + 220x^{15} + 495x^{12} + 792x^9 + 924x^6 + 792x^3 + 495 + \frac{220}{x^3} + \frac{66}{x^6} + \frac{12}{x^9} + \frac{1}{x^{12}}$

(f)  $(2x - \frac{1}{x})^{18}$

**Sol:**  $262144x^{18} - 2359296x^{16} + 10027008x^{14} - 26738688x^{12} + 50135040x^{10} - 70189056x^8 + 76038144x^6 - 65175552x^4 + 44808192x^2 - 24893440 + \frac{11202048}{x^2} - \frac{4073472}{x^4} + \frac{1188096}{x^6} - \frac{274176}{x^8} + \frac{48960}{x^{10}} - \frac{6528}{x^{12}} + \frac{612}{x^{14}} - \frac{36}{x^{16}} + \frac{1}{x^{18}}$

(g)  $(x^2 + \frac{1}{x})^8$

**Sol:**  $x^{16} + 8x^{13} + 28x^{10} + 56x^7 + 70x^4 + 56x + \frac{28}{x^2} + \frac{8}{x^5} + \frac{1}{x^8}$

(h)  $(\frac{2}{\sqrt{x}} + 1)^{10}$

**Sol:**  $1 + \frac{180}{\sqrt{x}} + \frac{3360}{x} + \frac{13440}{x^{\frac{3}{2}}} + \frac{11520}{x^2} + \frac{1024}{x^{\frac{5}{2}}} + \frac{20}{x^3} + \frac{960}{x^{\frac{7}{2}}} + \frac{8064}{x^4} + \frac{15360}{x^{\frac{9}{2}}} + \frac{5120}{x^5}$

(i)  $(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x})^6$

**Sol:**  $\frac{x^{12}}{64} - \frac{9x^9}{16} + \frac{135x^6}{16} - \frac{135x^3}{2} + \frac{1215}{4} - \frac{729}{x^3} + \frac{729}{x^6}$

(j)  $(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x})^8$

**Sol:**  $\frac{x^{16}}{256} - \frac{3x^{13}}{16} + \frac{63x^{10}}{16} - \frac{189x^7}{4} + \frac{2835x^4}{8} - 1701x + \frac{5103}{x^2} - \frac{8748}{x^5} + \frac{6561}{x^8}$

1. p012e03 - Dados los polinomios  $A(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6$ ,  $B(x) = -\frac{1}{2}x^5 - x^4 + 6x$  halla:

(a)  $A(x) + B(x)$

**Sol:**  $-\frac{x^5}{2} - x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x + 6$

(b)  $A(x) - B(x)$

**Sol:**  $\frac{x^5}{2} + x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x + 6$

2. p012e04 - Dados los polinomios  $A(x) = 3x^3 - 6x^2 + 2x - 1$ ,  $B(x) = -x^4 + x^3 + x - 6$ ,  $C(x) = x^4 - x^2 + x + \frac{1}{2}$  halla:

(a)  $A(x) \cdot B(x)$

**Sol:**  $-3x^7 + 9x^6 - 8x^5 + 6x^4 - 25x^3 + 38x^2 - 13x + 6$

(b)  $A(x) - 3B(x) + 5C(x)$

**Sol:**  $8x^4 - 11x^2 + 4x + \frac{39}{2}$

(c)  $x^2 \cdot A(x) + 3x \cdot B(x)$

**Sol:**  $-3x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 18x$

3. p012e07 - Halla el cociente y el resto de:

(a)  $(5x^4 - 7x^2 + 6x + 1) : (3x^2)$

**Sol:**  $\left(\frac{5x^2}{3} - \frac{7}{3}, 6x + 1\right)$

(b)  $(7x^4 - 3x^2 + 6x - 1) : (x^2 - x + 3)$

**Sol:**  $(7x^2 + 7x - 17, -32x + 50)$

(c)  $(x^6 - 5) : (x^2 - x)$

**Sol:**  $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1, x - 5)$

(d)  $(8x^6 - 5x^4 + 6) : (2x^2 - 1)$

**Sol:**  $\left(4x^4 - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}, \frac{23}{4}\right)$

(e)  $(3x^5 - 6x^2 + 9) : (x^2 + 1)$

**Sol:**  $(3x^3 - 3x - 6, 3x + 15)$

(f)  $(x^9 - 7x + 1) : (x^3 + x)$

**Sol:**  $(x^6 - x^4 + x^2 - 1, -6x + 1)$

4. p012e08 - Dados  $A(x) = -x^3 + 2x^2 + 5$ ,  $B(x) = 2x^4 + 3x + 6$  halla el valor numérico de ambos polinomios en:

(a)  $x = 1$

**Sol:** 6 y 11

(c)  $x = 2$

**Sol:** 5 y 44

(e)  $x = \frac{1}{2}$

**Sol:**  $\frac{43}{8}$  y  $\frac{61}{8}$ 

(b)  $x = -1$

**Sol:** 8 y 5

(d)  $x = -2$

**Sol:** 21 y 32

(f)  $x = -\frac{1}{2}$

**Sol:**  $\frac{45}{8}$  y  $\frac{37}{8}$ 

5. p012e09 - Halla, para cada uno de los siguientes polinomios, sus raíces:

(a)  $x^2 - 1$

**Sol:**  $\{-1, 1\}$ **Sol:**  $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$ **Sol:**  $\{-2, 2\}$ 

(b)  $x^2 - 7$

(c)  $3x^2 - 12$

(d)  $5x^2 - 25$

**Sol:**  $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$ 

6. p012e10 - ¿Tiene el polinomio  $A(x) = x^4 + 3$  alguna raíz real?

(a)  $x^4 + 3$

**Sol:**  $\left\{-\frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}i}{2}, -\frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}i}{2}, \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}i}{2}, \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}i}{2}\right\}$ 

7. p013e11 - Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

(a)  $(x^2 - 3x + 6) : (x + 2)$

**Sol:**  $(x - 5, \quad 16)$ 

(b)  $(2x^6 - 7x^4 + 6x - 9) : (x + 3)$

**Sol:**  $(2x^5 - 6x^4 + 11x^3 - 33x^2 + 99x - 291, \quad 864)$ 

(c)  $(7x^3 - 4x - 3) : (x - 1)$

**Sol:**  $(7x^2 + 7x + 3, \quad 0)$ 

(d)  $(x^2 - 1) : (x + 1)$

**Sol:**  $(x - 1, \quad 0)$ 

8. p013e12 - Aplica el teorema del resto para calcular el resto de las siguientes divisiones:

(a)  $(7x^3 - 4x + 9) : (x + 1)$

**Sol:** 6**Sol:** 0**Sol:** 0

(b)  $(7x^3 - 4x - 3) : (x - 1)$

(c)  $(x^2 - 1) : (x + 1)$

9. p013e17-18 - Descomponer en factores

(a)  $x^2 - 81$

**Sol:**  $(x - 9)(x + 9)$ 

(j)  $x^3 - x^2 - x + 1$

**Sol:**  $(x - 1)^2(x + 1)$ 

(b)  $x^2 - 2$

**Sol:**  $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$ 

(k)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

**Sol:**  $(x - 3)(x - 1)(x + 2)$ 

(c)  $4x^2 - 9$

**Sol:**  $4(x - \frac{3}{2})(x + \frac{3}{2})$ 

(l)  $x^5 + 4x^4 + x^3 - 10x^2 - 4x + 8$

**Sol:**  $(x - 1)^2(x + 2)^3$ 

(d)  $x^3 - x$

**Sol:**  $x(x - 1)(x + 1)$ 

(m)  $x^3 + 3x^2 - 2x - 6$

**Sol:**  $(x + 3)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$ 

(e)  $x^2 - 3x$

**Sol:**  $x(x - 3)$ 

(n)  $x^3 - 3x^2 - 13x + 15$

**Sol:**  $(x - 5)(x - 1)(x + 3)$ 

(f)  $x^2 - 2x + 1$

**Sol:**  $(x - 1)^2$ 

(ñ)  $x^3 + x^2 - 6x$

**Sol:**  $x(x - 2)(x + 3)$ 

(g)  $x^5 - 3x^4 + 2x^3$

**Sol:**  $x^3(x - 2)(x - 1)$ 

(o)  $3x^3 + x^2 - 12x - 4$

**Sol:**  $3(x - 2)(x + \frac{1}{3})(x + 2)$ 

(h)  $x^2 - x - 30$

**Sol:**  $(x - 6)(x + 5)$ 

(p)  $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$

**Sol:**  $x(x - 1)(x + 1)(x + 2)$ 

(i)  $x^2 + 2x + 1$

**Sol:**  $(x + 1)^2$ 

(q)  $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$

**Sol:**  $(x - 1)^2(x^2 + 1)$

(r)  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

**Sol:**  $(x-1)^2(x+2)^2$

**Sol:**  $(x-1)(x+2)(x+3)$

(s)  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

(t)  $x^5 - 4x^3 - x^2 + 4$

**Sol:**  $(x-2)(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

10. p013e19 - Halla el m.c.d. y el m.c.m. de los polinomios:

(a)  $A(x) = x^4 - 4$  y  $B(x) = x^3 + 2x$

**Sol:**  $x^2 + 2$  y  $x^5 - 4x$

**Sol:**  $x + 3$  y  $x^5 + 2x^4 - 12x^3 - 18x^2 + 27x$

(b)  $A(x) = x^3 - 9x$  y  $B(x) = (x-1)(x+3)^2$

(c)  $A(x) = x^3 + x^2 - 2x$  y  $B(x) = x^3 + 2x^2$

**Sol:**  $1$  y  $x^6 + 3x^5 - 4x^3$

11. p013e21 - Halla el valor numérico del polinomio  $x^4 - 2x^3 - x^2 + 3$ , para los valores:

(a)  $x = 0$

**Sol:**  $3$

**Sol:**  $1$

**Sol:**  $-1$

(b)  $x = 1$

(c)  $x = 2$

(d)  $x = \frac{2}{3}$

**Sol:**  $\frac{175}{81}$

12. p013e22 - Calcula el valor de  $a$  para que  $-2$  sea raíz del polinomio:

(a)  $x^4 - ax^2 - 20$

**Sol:**  $\rightarrow [-1]$

13. p013e23 - Calcula el valor de  $k$  para que:

(a) El resto de dividir  $P(x) = x^{31} - 5x + m$  entre  $x + 1$  sea  $3$ :

**Sol:**  $-1$

1. p014e01y3 - Comprueba si son equivalentes las siguientes fracciones algebraicas:

(a)  $\frac{x^2-1}{x+3}$  y  $\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+5x+6}$

(b)  $\frac{x^2-4}{x^2-2x}$  y  $\frac{x+2}{x}$

**Sol:**  $\frac{(-x+(x^3+2x^2))-2}{(x^2+5x)+6} - \frac{x^2-1}{x+3} = 0$

**Sol:**  $-\frac{x^2-4}{x^2-2x} + \frac{x+2}{x} = 0$

2. p014e04 - Obtén la fracción irreducible (simplifica) equivalente a las fracciones algebraicas:

(a)  $\frac{2x^3-5x^2-23x-10}{x^3+3x^2-4x-12}$

(c)  $\frac{x^2+3x-4}{x^3-x}$

**Sol:**  $\frac{2x^2-9x-5}{x^2+x-6}$

**Sol:**  $\frac{x+4}{x^2+x}$

(b)  $\frac{x^3-16x}{x^3+3x^2-4x}$

(d)  $\frac{x^3-1}{x^2-x}$

**Sol:**  $\frac{x-4}{x-1}$

**Sol:**  $\frac{x^2+x+1}{x}$

3. p015e05 - Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

(a)  $\frac{x^2-9}{x+3}$

**Sol:**  $x - 3$

**Sol:**  $\frac{x-3}{x+2}$

(b)  $\frac{x^2-1}{x^3-x}$

**Sol:**  $\frac{1}{x}$

(g)  $\frac{2x-5}{2x^3-5x^2-2x+5}$

**Sol:**  $\frac{2}{2x^2-2}$

(c)  $\frac{x^4-4x^2+4}{x^4-4}$

**Sol:**  $\frac{x^2-2}{x^2+2}$

(h)  $\frac{x-2}{x^2-4}$

**Sol:**  $\frac{1}{x+2}$

(d)  $\frac{3x^2+x}{3x^3+x^2-12x-4}$

**Sol:**  $\frac{3x}{3x^2-12}$

(i)  $\frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}}$

**Sol:**  $x + \sqrt{2}$

(e)  $\frac{2x^3+3x^2-8x+3}{2x^3-x^2-2x-1}$

**Sol:**  $\frac{2x^3+3x^2-8x+3}{2x^3-x^2-2x-1}$

(j)  $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

**Sol:**  $\frac{x+1}{x-1}$

(f)  $\frac{x^3-5x^2+6x}{x^3-4x}$

(k)  $\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2+x-2}$

**Sol:**  $x - 3$

4. p015e07 - Calcula, simplificando el resultado:

(a)  $\frac{2}{x+7} + \frac{x+4}{x-7}$

**Sol:**  $\frac{x^2+13x+14}{x^2-49}$

(f)  $\frac{2x+1}{x} \cdot \frac{x^2-3x}{4x^2-1}$

**Sol:**  $\frac{2x-6}{4x-2}$

(b)  $\frac{1}{x+5} + \frac{x}{x^2+10x+25}$

**Sol:**  $\frac{2x+5}{x^2+10x+25}$

(g)  $\frac{3x-1}{x} \cdot \frac{x^2}{9x^2-1}$

**Sol:**  $\frac{3x}{9x+3}$

(c)  $\frac{1}{x+5} - \frac{x}{x^2+10x+25}$

**Sol:**  $\frac{5}{x^2+10x+25}$

(h)  $7x : \frac{x^2-4x}{x-2}$

**Sol:**  $\frac{7x-14}{x-4}$

(d)  $\frac{12}{x-3} + \frac{x+4}{2x+1} - \frac{x}{x^2-6x+9}$

**Sol:**  $\frac{x^3+20x^2-76x}{2x^3-11x^2+12x+9}$

(i)  $\frac{x-3}{x-1} : \frac{x^2-3x}{x^2-1}$

**Sol:**  $\frac{x+1}{x}$

(e)  $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-3}$

**Sol:**  $\frac{x+1}{x-3}$

(j)  $\frac{x^2-3x-4}{x} : \frac{x+1}{x^2+2x}$

**Sol:**  $x^2 - 2x - 8$

5. p015e09 - Efectúa simplificando el resultado si es posible:

(a)  $\frac{x}{x+1} + \frac{3x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$

**Sol:**  $\frac{x^2+x-1}{x^2-1}$

**Sol:**  $\frac{x^2+2x+1}{x^2-5x+6}$

(b)  $\frac{x}{x^2-5x+6} + \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x-2}$

**Sol:**  $\frac{5}{x^2-5x+6}$

(f)  $\frac{3x-2}{10x+4} \cdot \frac{4x}{6x-4}$

**Sol:**  $\frac{x}{5x+2}$

(c)  $\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} - \frac{x-1}{x^2-4}$

**Sol:**  $\frac{2x+3}{x^2-4}$

(g)  $\frac{3x^2+5x-2}{x^4+2x^2-15} : \frac{9x^2-6x+1}{x^4+5x^2}$

**Sol:**  $\frac{3x^3+6x^2}{9x^3-3x^2-27x+9}$

(d)  $\frac{x}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30} + \frac{2}{x^2-10x+24}$

**Sol:**  $\frac{x+1}{x^2-9x+20}$

(h)  $\frac{x}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3}$

**Sol:**  $\frac{2x}{x^2+5x+6}$

(e)  $\frac{x^2+3x+2}{x^2-3x+2} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-x-6}$

(i)  $\frac{x^2-2x-3}{x^2-5x} \cdot \frac{x^2-4x-5}{x^2-4x+3}$



**Sol:**  $\frac{x^2+2x+1}{x^2-x}$

(j)  $\frac{x^2-4}{x^3-x^2+3x-3} : \frac{x^2-3x+2}{x^3+3x}$

**Sol:**  $\frac{x^2+2x}{x^2-2x+1}$

(k)  $\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{x-3}{x^2-x}$

**Sol:**  $\frac{4x-3}{x^3-2x^2+x}$

(l)  $\frac{x+1}{x^2-4} + \frac{2x-1}{x^2+2x} + \frac{3x-2}{x^2-2x}$

**Sol:**  $\frac{6x^2-2}{x^3-4x}$

(m)  $\frac{\frac{x+1}{x^2}}{\frac{x^2-1}{x^3}}$

**Sol:**  $\frac{x}{x-1}$

(n)  $\left(\frac{1}{x^2-1}\right) : \frac{1}{\frac{1}{1+x^2} + \frac{2x^2}{1-x^4}}$

**Sol:**  $-\frac{1}{x^4-2x^2+1}$

(ñ)  $\frac{x}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$

**Sol:**  $\frac{x^2+x}{2x+1}$

(o)  $\frac{\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}}{1 - \frac{4}{x^2-4}}$

**Sol:**  $\frac{4}{x^2-8}$

(p)  $\frac{1}{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}$

**Sol:**  $\frac{x^2-1}{4x}$

(q)  $(x^3+x) : \left(1 - \frac{2x}{2x+\frac{2}{x}}\right)$

**Sol:**  $x^5 + 2x^3 + x$

(r)  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)\left(x - \frac{x+1}{x-1}\right)$

**Sol:**  $\frac{x^2-2x-1}{x^3-x}$

(s)  $\frac{1}{x}\left(\frac{2}{x} - \frac{3}{x+1}\right) - \frac{x+1}{x}\left(3 - \frac{4}{x+1}\right)$

**Sol:**  $-\frac{3x^3+2x^2-2}{x^3+x^2}$

(t)  $\frac{\frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1}}{1 - \frac{1}{x-1}}$

**Sol:**  $-\frac{6x+3}{x^2-4}$

1. p016e01 - Resuelve las ecuaciones:

(a)  $x^2 + 6 = 0$

Sol:  $\emptyset$ Sol:  $\{0, 8\}$ 

(b)  $x^2 - 9 = 0$

Sol:  $\{-3, 3\}$ 

(f)  $5x^2 = 0$

Sol:  $\{0\}$ 

(c)  $x^2 + 3x = 0$

Sol:  $\{-3, 0\}$ 

(g)  $12x^2 - 18 = 0$

Sol:  $\left\{-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right\}$ 

(d)  $3x^2 - 11x = 0$

Sol:  $\{0, \frac{11}{3}\}$ 

(h)  $3(-x + 1)(x + 1) = 3$

Sol:  $\{0\}$ 

(e)  $4x^2 - 32x = 0$

(i)  $3(x^2 - 2) = 21$

Sol:  $\{-3, 3\}$ 

2. p016e02 - Resuelve las ecuaciones:

(a)  $(2x^2 + 11x) - 6 = 0$

Sol:  $\{-6, \frac{1}{2}\}$ Sol:  $\{1 + \sqrt{2}, -\sqrt{2} + 1\}$ 

(b)  $(x^2 - 10x) + 25 = 0$

Sol:  $\{5\}$ 

(e)  $(3x^2 + 5x) - 2 = 0$

Sol:  $\{-2, \frac{1}{3}\}$ 

(c)  $(x^2 + x) + 1 = 0$

Sol:  $\emptyset$ 

(f)  $(4x^2 - 4x) + 1 = 0$

Sol:  $\{\frac{1}{2}\}$ 

(d)  $(x^2 - 2x) - 1 = 0$

Sol:  $\emptyset$ 

(g)  $(2x^2 - 9x) + 11 = 0$

3. p016e03 - Resuelve las ecuaciones:

(a)  $-x(x - 2) + 9 = 4x + 6$

Sol:  $\{-3, 1\}$

(b)  $-(x-1)(x+4)+2(x^2-3)=x-2$

**Sol:**  $\{0, 4\}$

(f)  $(x-2)^2=3$

**Sol:**  $\{-\sqrt{3}+2, \sqrt{3}+2\}$

(c)  $x(x-1)-2(x-3)(x-2)=2$

**Sol:**  $\{2, 7\}$

(g)  $21x-100=-x+(x^2+21)$

**Sol:**  $\{11\}$

(d)  $(2x^2-11x)+12=0$

**Sol:**  $\{\frac{3}{2}, 4\}$

(h)  $\frac{x}{3}(x-\frac{1}{6})=x-1$

**Sol:**  $\emptyset$

(e)  $3(x-1)(x+2)=0$

**Sol:**  $\{-2, 1\}$

(i)  $(-\frac{x}{3}+\frac{1}{3})+\frac{2x^2+1}{2}=\frac{-x+1}{6}$

**Sol:**  $\emptyset$

4. p016e04 - Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, pasándolas previamente a la forma general:

(a)  $\frac{x+1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$

**Sol:**  $\{-\frac{1}{3}, 2\}$

**Sol:**  $\{-\frac{5}{4}, 5\}$

(b)  $-\frac{2}{x+1}+\frac{3x+2}{x-1}=5$

**Sol:**  $\{-\frac{3}{2}, 3\}$

(h)  $\frac{3x-4}{5x-16}=\frac{4x+1}{6x-11}$

**Sol:**  $\{-5, 6\}$

(c)  $-\frac{x}{x+4}+1=\frac{1}{x-5}$

**Sol:**  $\{8\}$

(i)  $\frac{-x+3}{5}=-\frac{4}{5}+\frac{2}{x}$

**Sol:**  $\{2, 5\}$

(d)  $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}$

**Sol:**  $\{-3, 2\}$

(j)  $\frac{x^2}{x+1}=\left(\frac{x^3}{x^2-1}-\frac{1}{x-1}\right)+\frac{1}{-x^2+1}$

**Sol:**  $\{2\}$

(e)  $\left(-3+\frac{2(2x+1)}{2x-1}\right)+5=0$

**Sol:**  $\{0\}$

(k)  $\frac{5}{2x+6}=\left(\left(\frac{1}{x(x-3)}+\frac{1}{(x-3)(x+3)}\right)+\frac{1}{x+3}\right)-\frac{1}{x-3}$

**Sol:**  $\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge -2(x-3)(x+3)+3(x-3)x(x-3)=0\}$

(f)  $\frac{x-3}{x+3}+\frac{x+3}{x-3}=\frac{x-2}{x+3}$

**Sol:**  $\emptyset$

(l)  $\frac{x}{2}+\frac{4}{x}=\frac{12}{x}$

**Sol:**  $\{-4, 4\}$

(g)  $-\frac{x-7}{x-1}+\frac{2x-1}{x+1}=4-\frac{3x-1}{x+2}$

(m)  $\frac{5}{4x^2} - \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{3}$

**Sol:**  $\left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$

(n)  $\frac{-x+6}{3} - \frac{3(x-4)}{x+6} = \frac{x-2}{2}$

**Sol:**  $\{-3 + 3\sqrt{5}, -3\sqrt{5} - 3\}$

5. p017e05 - Discute, sin resolver, las ecuaciones:

(a)  $(x^2 - 9x) + 1 = 0$

**Sol:**  $\left\{-\frac{\sqrt{77}}{2} + \frac{9}{2}, \frac{\sqrt{77}}{2} + \frac{9}{2}\right\}$

(c)  $(3x^2 - x) + 1 = 0$

**Sol:**  $\emptyset$

(b)  $(2x^2 + 6x) - 5 = 0$

**Sol:**  $\left\{-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{19}}{2}, -\frac{\sqrt{19}}{2} - \frac{3}{2}\right\}$

(d)  $(x^2 - 12x) + 36 = 0$

**Sol:**  $\{6\}$

6. p017e19 - Resuelve:

(a)  $x^4 - 16 = 0$

**Sol:**  $\{-2, 2\}$

**Sol:**  $\{-3, 3\}$

(b)  $x^4 - 225x^2 = 0$

**Sol:**  $\{-15, 0, 15\}$

(h)  $(x^4 - 10x^2) + 25 = 0$

**Sol:**  $\{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

(c)  $(x^4 - 10x^2) + 9 = 0$

**Sol:**  $\{-3, -1, 1, 3\}$

(i)  $(x^4 - 29x^2) + 100 = 0$

**Sol:**  $\{-5, -2, 2, 5\}$

(d)  $(2x^4 + 11x^2) - 6 = 0$

**Sol:**  $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

(j)  $(x^4 + 21x^2) - 100 = 0$

**Sol:**  $\{-2, 2\}$

(e)  $(x^4 - 6x^2) + 8 = 0$

**Sol:**  $\{-2, 2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

(k)  $9x^4 + 16 = 40x^2$

**Sol:**  $\left\{-2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 2\right\}$

(f)  $x^4 + 2x^2 = -3$

**Sol:**  $\emptyset$

(l)  $\left(x^4 - \frac{5x^2}{4}\right) + \frac{1}{4} = 0$

**Sol:**  $\left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$

(g)  $(x^4 - 8x^2) - 9 = 0$

(m)  $-x^2 + 34 = \frac{225}{x^2}$

**Sol:**  $\{-5, -3, 3, 5\}$

(n)  $x^2 = \frac{12}{x^2-1}$

**Sol:**  $\{-2, 2\}$

(ñ)  $(x^4 + 4x^2) + 8 = 0$

**Sol:**  $\emptyset$

(o)  $-2 + \frac{8}{x^2-5} = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2-1}$

**Sol:**  $\left\{-3, 3, -\frac{\sqrt{21}}{3}, \frac{\sqrt{21}}{3}\right\}$

(p)  $\frac{x^2(2x+5)}{x+1} = \frac{9(-x+1)}{2x-5}$

**Sol:**  $\left\{-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$

7. p018e20 - Resuelve:

(a)  $\sqrt{2x-1} + 5 = 2x + 4$

**Sol:**  $\left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$

(b)  $2\sqrt{x-3} + \sqrt{6x-8} = 6$

**Sol:**  $\{4\}$

(c)  $\sqrt{2x+2} = x - 3$

**Sol:**  $\{7\}$

(d)  $\sqrt{2x-1} + 5 = 2\sqrt{x+3} + 2$

**Sol:**  $\{1, 13\}$

(e)  $-\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = 1$

**Sol:**  $\{2\}$

(f)  $\sqrt{x-1} + 2 = x - 5$

**Sol:**  $\{10\}$

(g)  $\sqrt{x} + x = 6$

**Sol:**  $\{4\}$

(h)  $\sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 4$

**Sol:**  $\left\{\frac{9}{4}\right\}$

(i)  $\sqrt{3x-2} - 4 = 0$

**Sol:**  $\{6\}$

(j)  $\sqrt{2x+1} = x - 1$

**Sol:**  $\{4\}$

(k)  $-x + \sqrt{-3x+7} = 7$

**Sol:**  $\{-3\}$

(l)  $3\sqrt{6x+1} - 5 = 2x$

**Sol:**  $\left\{\frac{1}{2}, 8\right\}$

(m)  $\sqrt{3x+1} + 1 = 3x$

**Sol:**  $\{1\}$

(n)  $\sqrt{9x^2-11} + 1 = 3x$

**Sol:**  $\{2\}$

(ñ)  $\sqrt{(x^2+x)-1} = -x+2$

**Sol:**  $\{1\}$

(o)  $\sqrt{\frac{-x+2}{x+2}} = \frac{1}{2}$

**Sol:**  $\left\{\frac{6}{5}\right\}$

(r)  $2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$

**Sol:**  $\{12\}$

(p)  $\sqrt{x+4} = -\sqrt{x-1} + 3$

**Sol:**  $\left\{\frac{13}{9}\right\}$

(s)  $2\sqrt{2x-1} = \sqrt{2x-9} + \sqrt{6x-5}$

**Sol:**  $\{5\}$

(q)  $\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 6$

**Sol:**  $\{5\}$

(t)  $\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x-5}$

**Sol:**  $\emptyset$

8. p018e21 - Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior a dos:

(a)  $(7x + (x^3 - 7x^2)) + 15 = 0$

**Sol:**  $\{-1, 3, 5\}$

**Sol:**  $\{-4, -2, 2, 3\}$

(b)  $(-x + (x^3 - 2x^2)) + 2 = 0$

**Sol:**  $\{-1, 1, 2\}$

(d)  $(-x + (-7x^2 + (x^4 + x^3))) + 6 = 0$

**Sol:**  $\{-3, -1, 1, 2\}$

(c)  $(-4x + (-16x^2 + (x^4 + x^3))) + 48 = 0$

**Sol:**  $\{-3, 3\}$

9. p018e22e25e28e34 - Resuelve mediante expresiones algebraicas:

(a) Calcula un número que sumado con el doble de su raíz cuadrada nos de 24.

**Sol:**  $2\sqrt{x} + x - 24 = 0 \rightarrow \{16\}$

(b) Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22 y 24 cm. Si a los tres les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Halla dicha longitud.

**Sol:**  $(x+8)^2 + (x+22)^2 - (x+24)^2 = 0 \rightarrow \{2\}$

(c) Un terreno rectangular tiene 100 m de largo y 80 m de ancho y está rodeado por calles de anchura uniforme. Si el área de las calles es de  $4000 \text{ m}^2$ , ¿cuál es su anchura?

**Sol:**  $(2x+80)(2x+100) - 12000 = 0 \rightarrow \{10\}$

(d) En cada esquina de una hoja de papel cuadrada se recorta un cuadrado de 5 cm de lado, y entonces, doblando y pegando, se puede formar una caja de 1.280 cm<sup>3</sup> de capacidad. Halla el lado de la hoja inicial.

$$\text{Sol: } 5(x - 10)^2 - 1280 = 0 \rightarrow \{26\}$$

10. p018e23 - Halla tres números impares consecutivos, tales que sus cuadrados sumen 5051

(a)  $(2x + 1)^2 + ((2x - 3)^2 + (2x - 1)^2) = 5051$

$$\text{Sol: } [-20, \quad 21] \rightarrow [-43, \quad -41, \quad -39] \vee [39, \quad 41, \quad 43]$$

11. p018e24e26e29e30e31e32e33 - Resuelve mediante expresiones algebraicas:

- (a) Las dos cifras de un número suman 11 y el producto de dicho número por el que se obtiene de invertir sus cifras es 3154. Halla dicho número.

$$\text{Sol: } x + y - 11 = 0 \wedge (x + 10y)(10x + y) - 3154 = 0 \rightarrow [(3, \quad 8), \quad (8, \quad 3)]$$

- (b) El perímetro de un triángulo rectángulo es 90 m y el cateto mayor tiene 3 m menos que la hipotenusa. Halla los tres lados del triángulo.

$$\text{Sol: } x + 2y - 87 = 0 \wedge x^2 + y^2 - (y + 3)^2 = 0 \rightarrow [(-18, \quad \frac{105}{2}), \quad (15, \quad 36)]$$

- (c) Halla dos números cuya suma es 14 y la de sus cuadrados 100.

$$\text{Sol: } x + y - 14 = 0 \wedge x^2 + y^2 - 100 = 0 \rightarrow [(6, \quad 8), \quad (8, \quad 6)]$$

- (d) Halla dos números positivos cuya diferencia sea 7 y la suma de sus cuadrados 3809.

$$\text{Sol: } x - y - 7 = 0 \wedge x^2 + y^2 - 3809 = 0 \rightarrow [(-40, \quad -47), \quad (47, \quad 40)]$$

- (e) Una habitación rectangular tiene una superficie de 28 m<sup>2</sup> y su zócalo tiene una longitud de 22 m. Halla las dimensiones de la habitación.

$$\text{Sol: } xy - 28 = 0 \wedge 2x + 2y - 22 = 0 \rightarrow [(4, \quad 7), \quad (7, \quad 4)]$$

- (f) Para vallar una finca rectangular de 750 m<sup>2</sup> se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la cerca.

$$\text{Sol: } xy - 750 = 0 \wedge 2x + 2y - 110 = 0 \rightarrow [(25, \quad 30), \quad (30, \quad 25)]$$

- (g) Uno de los lados de un rectángulo mide 6 cm más que el otro. ¿Cuáles son sus dimensiones si su área es 91 cm<sup>2</sup>?

$$\text{Sol: } -x + y - 6 = 0 \wedge xy - 91 = 0 \rightarrow [(-13, \quad -7), \quad (7, \quad 13)]$$

12. p018e27 - Halla tres números pares consecutivos sabiendo que su producto es igual a cuatro veces su suma.



$$(a) \quad (2x + 2) + (2x + (2x - 2)) = \frac{2x(2x+2)(2x-2)}{4}$$

<b>Sol:</b> $[-2, \quad 0, \quad 2] \rightarrow [-6, \quad -4, \quad -2] \vee [-2, \quad 0, \quad 2] \vee [2, \quad 4, \quad 6]$
--

1. p019e01 - Resuelve los sistemas:

(a) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + 6y = 7 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{20}{3} & \frac{20}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 1, \quad y : 1\}$$

(b)  $\begin{cases} 6x - 2y = 14 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 14 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : \frac{y}{3} + \frac{7}{3}\}$

(c)  $\begin{cases} 6x - 2y = 9 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & \frac{11}{2} \end{bmatrix} \rightarrow$

(d)  $\begin{cases} 4x + 7y = -3 \\ 7x + 4y = 36 \end{cases}$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 4 & 7 & -3 \\ 0 & -\frac{33}{4} & \frac{165}{4} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 8, \quad y : -5\}$

(e) 
$$\begin{cases} 4x + 16 = 5y \\ 5y - 19 = 3x \end{cases}$$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} -4 & 5 & 16 \\ 0 & -\frac{5}{4} & -7 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 3, \quad y : \frac{28}{5}\}$

(f)  $\begin{cases} x - 5 = y + 2 \\ 1 + 3x + 2y = x - 4 \end{cases}$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 0 & -4 & 19 \end{bmatrix} \rightarrow \left\{ x : \frac{9}{4}, \quad y : -\frac{19}{4} \right\}$

(g)  $\begin{cases} x - 5 = y + 2 \\ 3x - 2y = x - 5 \end{cases}$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 19 \end{bmatrix} \rightarrow$   
 $\square$

$$(h) \quad \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 6y - 5 = 7 - 2x \end{cases}$$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : -3y + 6\}$

$$(i) \quad \begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 24 \end{cases}$$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 0 & 2 & 16 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 16, y : 8\}$

(j)  $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 11 \\ 0 & -5 & -20 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 3, \quad y : 4\}$

(k)  $\begin{cases} 3x - 4y = -9 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 3 & -4 & -9 \\ 0 & \frac{11}{3} & 11 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 1, \quad y : 3\}$$

$$(1) \quad \begin{cases} 10(x - 2) + y = 1 \\ x + 3(x - y) = 5 \end{cases}$$

**Sol:**  $\begin{bmatrix} 10 & 1 & 21 \\ 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{17}{5} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 2, \quad y : 1\}$

$$(m) \quad \begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{x-y}{3} = 5 \\ \frac{x+7}{4} + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{5}{6} & 5 \\ 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \rightarrow \left\{ x : \frac{29}{5}, \quad y : -\frac{1}{5} \right\}$$

$$(n) \quad \begin{cases} \frac{3(y+2x+2)}{4} = \frac{4x+y-1}{3} \\ \frac{1}{3}(x+y) - \frac{1}{6}(x-y) = \frac{y-1}{6} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{5}{12} & \frac{11}{6} \\ 0 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 39, \quad y : -20\}$$

$$(o) \quad \begin{cases} \frac{3-2y}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1-2x}{6} \\ \frac{25}{8} - 1 = \frac{x+3}{2} - \frac{3(1+y)}{8} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 5, \quad y : 4\}$$

$$(\tilde{n}) \quad \begin{cases} x - 2(x+y) = 3y - 2 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & -\frac{7}{6} & \frac{7}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 12, \quad y : -2\}$$

$$(p) \quad \begin{cases} \frac{4y-5x}{6} + \frac{3x-2y}{2} = 1 - \frac{2}{9}(x+y) \\ \frac{4y+x-8}{8} - x = \frac{2(y-2x)}{3} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} & 1 \\ 0 & \frac{7}{64} & -\frac{31}{64} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : \frac{4}{7}, \quad y : -\frac{31}{7}\}$$

2. p020e02-e16 - Resuelve mediante expresiones algebraicas:

- (a) Halla dos números sabiendo que al dividir el mayor por el menor, obtenemos 3 de cociente y 4 de resto, mientras que la razón entre los dos después de aumentarlos en 9 unidades es 2.

$$\text{Sol: } \begin{cases} y = 3x + 4 \\ \frac{y+9}{x+9} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 5, \quad y : 19\}$$

- (b) Un automóvil sale de una población A a 60 km/h. Tres horas después sale a su alcance otro automóvil, que marcha a 75 km/h. Halla la distancia del punto en que se verifica el encuentro a A, y el tiempo que han tardado en encontrarse.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 75y = 60(y+3) \\ x = 75y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -75 & 0 \\ 0 & 15 & 180 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 900, \quad y : 12\}$$

- (c) En un corral hay conejos y gallinas, en total 50 cabezas y 134 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 50 = x + y \\ 134 = 4x + 2y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 50 \\ 0 & -2 & -66 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 17, \quad y : 33\}$$

- (d) Se tienen 140 euros, en 20 billetes, unos de 5 euros y de 10 los restantes. ¿Cuántos billetes hay de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 140 = 5x + 10y \rightarrow \\ 20 = x + y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 10 & 140 \\ 1 & 1 & 20 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 12, \quad y : 8\}$$

- (e) Un librero vendió 84 libros, unos a 45 euros y otros a 36 y obtuvo de la venta 3.105 euros. ¿Cuántos vendió de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 3105 = 45x + 36y \rightarrow \\ 84 = x + y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 45 & 36 & 3105 \\ 1 & 1 & 84 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 9, \quad y : 75\}$$

- (f) En una clase los  $\frac{2}{3}$  del número de alumnas es igual a los  $\frac{5}{7}$  del número de alumnos. Si el número de alumnas aumenta en 26, entonces es igual al doble del número de alumnos. ¿Cuántos alumnos y alumnas tiene la clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{5y}{7} \rightarrow \\ x + 26 = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{5}{7} & 0 \\ 1 & -2 & -26 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 30, \quad y : 28\}$$

- (g) Un comerciante vendió 18 m de una pieza de tela y 20 m de otra de distinta longitud, y le quedó un sobrante, entre las dos, que es los  $\frac{2}{5}$  de la longitud de la segunda pieza. Si hubiera vendido un metro más de cada pieza, el sobrante hubiera sido  $\frac{1}{3}$  de la longitud de la segunda pieza. ¿Cuántos metros tenía cada pieza?

$$\text{Sol: } \begin{cases} (x - 18) + (y - 20) = \frac{2y}{5} \rightarrow \\ (x - 19) + (y - 21) = \frac{y}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & -\frac{3}{5} & -38 \\ 1 & -\frac{1}{15} & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 20, \quad y : 30\}$$

- (h) Un padre para estimular a su hijo a estudiar matemáticas, le dice: Por cada ejercicio que resuelvas bien te daré 70 céntimos de euro y por cada uno que hagas mal me darás 50 céntimos. Después de hacer 25 ejercicios, el muchacho se encuentra con 5,5 euros. ¿Cuántos ejercicios ha resuelto bien?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 550 = 70x - 50y \rightarrow \\ 25 = x + y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 70 & -50 & 550 \\ 1 & 1 & 25 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 15, \quad y : 10\}$$

- (i) El dueño de un estanco necesita hacer una compra de cerillas y mecheros, y dispone para ello de 325 euros. Si compra al proveedor 2.600 cajas de cerillas y 300 mecheros, éste le

devuelve 15 euros. Si compra 1.600 cajas de cerillas y 400 mecheros le devuelve 5 euros. ¿Cuánto cuesta cada caja de cerillas? ¿y cada mechero?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 310 = 2600x + 300y \\ 320 = 1600x + 400y \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2600 & 300 & 310 \\ 0 & \frac{2800}{13} & \frac{1680}{13} \end{bmatrix} \rightarrow \left\{ x : \frac{1}{20}, \quad y : \frac{3}{5} \right\}$$

- (j) Un comerciante está programando las rebajas de enero. Si descuenta un 30% las camisetas, aún gana 3 euros sobre el precio de coste. Si rebaja un poco más, descontando el 40% pierde 2 euros en cada camiseta de esa marca. ¿Cuál era el precio de coste y el de venta de ese tipo de camisetas?

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{70y}{100} - x = 3 \\ x - \frac{60y}{100} = 2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{7}{10} & 3 \\ 0 & \frac{1}{10} & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 32, \quad y : 50\}$$

- (k) Se desea mezclar vino de 11 euros con otro de 8 euros litro de modo que la mezcla resulte a 9 euros el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 300 litros de la mezcla?

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{11x+8y}{300} = 9 \\ x + y = 300 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{300} & \frac{8}{300} & 9 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{9}{11} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 100, \quad y : 200\}$$

- (l) Miguel y Ana tienen un perro. Averigua el peso de cada uno de los tres sabiendo que Miguel y Ana pesan 50 kg juntos, y Ana y su perro 29 kg y, finalmente, Miguel y el perro 35 kg.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 50 \\ y + z = 29 \\ x + z = 35 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 50 \\ 0 & 1 & 1 & 29 \\ 0 & 0 & 2 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 28, \quad y : 22, \quad z : 7\}$$

- (m) Un grupo de personas comen en un restaurante y les cobran 240 euros. Si hubiesen asistido 2 personas menos y cada una hubiese hecho un gasto de 5 euros más, la cuenta habría sido de 250 euros. Halla el número de personas y el gasto de cada una de ellas.

$$\text{Sol: } \begin{cases} xy = 240 \\ (x-2)(y+5) = 250 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} y & x & 240 \\ 0 & 0 & 250 \end{bmatrix} \rightarrow [\{x : -8, \quad y : -30\}, \quad \{x : 12, \quad y : 20\}]$$

- (n) El área de un triángulo es 78 cm<sup>2</sup> y entre la base y la altura suman 25 cm. Calcula la base y la altura.

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{xy}{2} = 78 \\ x + y = 25 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 25 \\ 0 & \frac{x}{2} - \frac{y}{2} & -\frac{25y}{2} + 78 \end{bmatrix} \rightarrow [\{x : 12, \quad y : 13\}, \quad \{x : 13, \quad y : 12\}]$$

- (ñ) El área de un rectángulo es de 50 cm<sup>2</sup> y la diagonal mide 10 cm. Halla los lados.

$$\text{Sol: } \begin{cases} xy = 50 \\ x^2 + y^2 = 10^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} y & x & 50 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \rightarrow \left[ \left\{ x : \frac{\sqrt{2}(-10-5\sqrt{2})(-5\sqrt{2}+10)}{10}, \quad y : -5\sqrt{2} \right\}, \quad \left\{ x : -\frac{\sqrt{2}(-10+5\sqrt{2})(5\sqrt{2}+10)}{10}, \quad y : 5\sqrt{2} \right\} \right]$$

3. p021e23 - Resuelve los sistemas:

(a) 
$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 13 \\ 2x - 5y + z = 19 \\ x + 3y - 2z = -4 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 13 \\ 0 & -1 & -9 & -7 \\ 0 & 0 & -52 & -52 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\{x : 4, \quad y : -2, \quad z : 1\}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & -38 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\emptyset$$

(d) 
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + z = 4 \\ y - 3z = -15 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -18 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\{x : -2, \quad y : 3, \quad z : 6\}$$

(b) 
$$\begin{cases} x - y + z = 7 \\ x + y - 3z = 1 \\ 2x + y - 4z = 5 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & -4 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\{x : z + 4, \quad y : 2z - 3\}$$

(e) 
$$\begin{cases} 2x - y + z = 6 \\ x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\emptyset$$

(c) 
$$\begin{cases} x - 2y + z = 13 \\ 3x - 4y + 2z = 1 \\ 2x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$(f) \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 9 \\ 2x - y = 6 \\ 4x + 3y - 6z = 24 \end{cases}$$

<b>Sol:</b> $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & -5 & 6 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$
---

$$\left\{ x : \frac{3z}{5} + \frac{21}{5}, \quad y : \frac{6z}{5} + \frac{12}{5} \right\}$$

$$(g) \quad \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 6y - 3z = 1 \\ 3z - 4x = -1 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 6 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \left\{ x : \frac{3}{4}, \quad y : \frac{1}{2}, \quad z : \frac{2}{3} \right\}$$

$$(h) \quad \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = -1 \\ -x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -3 & -11 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \square$$

$$(i) \quad \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 4y - z = 1 \\ 2x - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : -2, \quad y : -1, \quad z : -5\}$$

$$(j) \quad \begin{cases} x + 2 = -y \\ -y + 3 = 2x \\ 4x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & -21 \end{bmatrix} \rightarrow \square$$

$$(k) \quad \begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 2x - 3y + z = 1 \\ 3x - y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 18 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 3, \quad y : 2, \quad z : 1\}$$

$$(l) \quad \begin{cases} x - 6 + y = 0 \\ -3y + x - 2 = 0 \\ 5x - 26 + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 5, \quad y : 1\}$$

$$(m) \quad \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ x + 6 = y \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \square$$

$$(n) \quad \begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - 2y + 3z = 13 \\ x + 3y + 4z = 11 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & \frac{13}{3} & 13 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 2, \quad y : -1, \quad z : 3\}$$

$$(\tilde{n}) \quad \begin{cases} z - 2(x + y) = -9 \\ 3x - y = 3 \\ 3y - z = 9 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 & -9 \\ 0 & -4 & \frac{3}{2} & -\frac{21}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{9}{8} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 3, \quad y : 6, \quad z : 9\}$$

$$(o) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 7 \\ x - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 11 \\ \frac{x}{3} - y - \frac{z}{2} = 5 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 7 \\ 0 & -\frac{7}{6} & -\frac{5}{3} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{73}{126} & \frac{73}{21} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 6, \quad y : -6, \quad z : 6\}$$

$$(p) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 9 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{9} + \frac{z}{3} = 6 \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 13 \end{cases}$$



$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 9 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{14}{27} & 10 \end{bmatrix} \rightarrow$$
$$\left\{ x : \frac{6}{7}, \quad y : \frac{45}{7}, \quad z : \frac{135}{7} \right\}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & \frac{5}{6} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{29}{60} & \frac{167}{60} \end{bmatrix} \rightarrow$$
$$\left\{ x : \frac{177}{29}, \quad y : -\frac{135}{29}, \quad z : -\frac{167}{29} \right\}$$

$$(q) \quad \begin{cases} x - y + z = 5 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{2x+y}{6} - \frac{3z+y}{8} = 4 \end{cases}$$

1. p025e01 - Resuelve las inecuaciones lineales:

(a)  $5x - 3 \leq 7 - 2x$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{10}{7}]$

(b)  $\frac{2(x-3)}{5} - \frac{3x}{2} + 7 < 10 - \frac{2x-3}{3}$

**Sol:**  $(-12, \infty)$

(c)  $x - 2(x + 4) \leq 3x - 6$

**Sol:**  $[-\frac{1}{2}, \infty)$

(d)  $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} > 5 - x$

**Sol:**  $(5, \infty)$

(e)  $2(x - 6) - 5(x - 4) \leq 6x - 1$

**Sol:**  $[1, \infty)$

(f)  $\frac{3(x-2)}{4} - 5(x+1) > 3 - \frac{x}{4}$

**Sol:**  $(-\infty, -\frac{19}{8})$

(g)  $5 - 2(5x - 6) \geq 3(x - 1) + \frac{7-x}{2}$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{33}{25}]$

(h)  $3(x - 2) < 6$

**Sol:**  $(-\infty, 4)$

(i)  $2(x + 3) > 3(x + 2)$

**Sol:**  $(-\infty, 0)$

(j)  $2(x + 1) - 7 \geq x - 3$

**Sol:**  $[2, \infty)$

(k)  $\frac{x-1}{4} - \frac{x+2}{3} > \frac{3x-1}{6} - x$

**Sol:**  $(\frac{9}{5}, \infty)$

(l)  $\frac{x-3}{5} + \frac{2x+6}{2} \geq \frac{x}{4} - \frac{3x-6}{2}$

**Sol:**  $[\frac{12}{49}, \infty)$

(m)  $(x - 3)^2 - (x + 2)^2 < 5$

**Sol:**  $(0, \infty)$

(n)  $(4x - 3)(2 + x) > (3 - 2x)^2$

**Sol:**  $(\frac{15}{17}, \infty)$

(ñ)  $\frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3$

**Sol:**  $(9, \infty)$

(o)  $\frac{x+7}{10} - \frac{x-5}{5} > \frac{x-9}{3}$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{141}{13})$

(p)  $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2$

**Sol:**  $(4, \infty)$

(q)  $4x - \frac{3-2x}{4} < \frac{3x-1}{3} + \frac{37}{12}$

**Sol:**  $(-\infty, 1)$

(r)  $\frac{x+2}{3} - \frac{12-x}{2} > \frac{5x-36}{4} - 1$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{56}{5})$

(s)  $3(x - 2(\frac{x-1}{4}x - 5)) < \frac{3}{2}(4 - x)x$

**Sol:**  $(20, \infty)$

(t)  $\frac{3x+1}{4} - \frac{1}{3} \leq \frac{2}{15}(3x + 2) + \frac{4(1-x)}{3}$

**Sol:**  $(-\infty, 1]$

2. p025e02-e04 - Resuelve mediante expresiones algebraicas:

- (a) Mezclamos café de 6 euros el kg. con otro de 7,2 euros el kg. y queremos obtener una mezcla de calidad intermedia cuyo precio no pase de 7 euros el kg. para conseguir 60 kg. de esa calidad intermedia, ¿qué condiciones deberán cumplir los pesos de las dos clases mezcladas?

$$\text{Sol: } 6x + 7,2(60 - x) < 7 \cdot 60 \rightarrow (10, 0, \infty)$$

- (b) Para fabricar un tipo de tapones se tienen como gastos fijos 25 euros de alquiler por la maquinaria y 200 de gastos de local. Por otro lado, se calcula que cada tapón supone un gasto de 25 céntimos de euro. Si se dispone de una cantidad de dinero no superior a 1.200 euros, ¿qué número de tapones se puede fabricar si la producción resulta rentable a partir de 3.000 tapones?

$$\text{Sol: } 25 + 200 + 0,25x < 1200 \rightarrow (-\infty, 3900, 0)$$

- (c) Un padre tiene 32 años más que su hijo, y el abuelo tiene 32 años más que el padre. Hace tres años sus edades sumaban menos de 100 años. ¿Qué edades tienen ahora?. Indica todas las soluciones sabiendo que tienen que ser enteras.

$$\text{Sol: } (x - 3 - 32) + (x - 3) + (x - 3 + 32) < 100 \rightarrow (-\infty, \frac{109}{3})$$

3. p025e05 - Resuelve las inecuaciones:

(a)  $(x - 1)(x + 2)(x - 3) \geq 0$

$$\text{Sol: } [-2, 1] \cup [3, \infty)$$

$$\text{Sol: } (-\infty, -1] \cup [\frac{5}{3}, \infty)$$

(b)  $\frac{x-1}{x+2} \geq 0$

$$\text{Sol: } (-\infty, -2) \cup [1, \infty)$$

(f)  $3(x - 1)(x + 2)(x + 1) \leq 0$

$$\text{Sol: } (-\infty, -2] \cup [-1, 1]$$

(c)  $\frac{x+1}{x+3} < 2$

$$\text{Sol: } (-\infty, -5) \cup (-3, \infty)$$

(g)  $\frac{x-2}{x+3} \leq 0$

$$\text{Sol: } (-3, 2]$$

(d)  $(x - 2)(x + 5) > 0$

$$\text{Sol: } (-\infty, -5) \cup (2, \infty)$$

(h)  $\frac{x+1}{x+2} > 0$

$$\text{Sol: } (-\infty, -2) \cup (-1, \infty)$$

(e)  $(3x - 5)(x + 1) \geq 0$

(i)  $\frac{x-3}{x-1} < 5$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$

**Sol:**  $(-6, \infty)$

(j)  $(x+5)(x+2) > 0$

(m)  $\frac{x+3}{x+2} \geq 2 - \frac{x}{2}$

**Sol:**  $(-\infty, -5) \cup (-2, \infty)$

**Sol:**  $(-2, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$

(k)  $(2x-3)(x-9) \leq 0$

(n)  $\frac{3x-2}{x-1} - 1 \geq \frac{2x-1}{x+1}$

**Sol:**  $[\frac{3}{2}, 9]$

**Sol:**  $(-1, \frac{1}{2}] \cup (1, \infty)$

(l)  $1 - \frac{x+3}{x+6} \geq 0$

(ñ)  $\frac{x^3-5x^2+2x+8}{x} < 0$

**Sol:**  $(-1, 0) \cup (2, 4)$

4. p026e06 - Resuelve las inecuaciones:

(a)  $3x^2 - 5x + 2 \leq 0$

**Sol:**  $[\frac{2}{3}, 1]$

**Sol:**  $(-\infty, \infty)$

(b)  $5 + 2x < 3x^2 - 3x + 7$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (1, \infty)$

(h)  $x^2 - 2x - 8 < 0$

**Sol:**  $(-2, 4)$

(c)  $5x^2 + 20x + 20 > 0$

**Sol:**  $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

(i)  $2x^2 + 3x + 2 \leq 0$

**Sol:**  $\emptyset$

(d)  $5x^2 + 20x + 20 \geq 0$

**Sol:**  $(-\infty, \infty)$

(j)  $x^2 + x - 6 \geq 0$

**Sol:**  $(-\infty, -3] \cup [2, \infty)$

(e)  $5x^2 + 20x + 20 < 0$

**Sol:**  $\emptyset$

(k)  $x^2 - 6x + 9 > 0$

**Sol:**  $(-\infty, 3) \cup (3, \infty)$

(f)  $5x^2 + 20x + 20 \leq 0$

**Sol:**  $\{-2\}$

(l)  $x^2 - 6x + 10 > 0$

**Sol:**  $(-\infty, \infty)$

(g)  $7x^2 - 5x + 9 > 0$

(m)  $x^2 + 8x + 7 < 0$

**Sol:**  $(-7, -1)$

(n)  $x^2 + 3 > 4x - 1$

**Sol:**  $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

**Sol:**  $(-\infty, \infty)$

(ñ)  $x^2 + 1 > 2x - 3$

**Sol:**  $(-\infty, \infty)$

(s)  $\frac{x^2-x}{3} > 3x - 10$

**Sol:**  $(-\infty, \infty)$

(o)  $5x + 3 \leq 2x^2$

**Sol:**  $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [3, \infty)$

(t)  $x \cdot (x + 5) > 2x^2$

**Sol:**  $(0, 5)$

(p)  $x \cdot (x - 1) > 2x + 4$

**Sol:**  $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$

(u)  $\frac{(3+2x)(x-1)}{3} - 1 > \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{1+x}{2}$

**Sol:**  $(-\infty, -\frac{21}{5}) \cup (1, \infty)$

(q)  $3 + x < 5 - x \cdot (x - 2)$

**Sol:**  $(-1, 2)$

(v)  $10(2x - 1)(1 - 3x) + 5(1 - 3x)(4x - 1) < 3(1 - 4x)(5x - 1)$

**Sol:**  $(-\infty, \frac{3}{10}) \cup (\frac{2}{3}, \infty)$

(r)  $x^2 + 16 > 2x$

5. p026e07 - Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

(a)  $\begin{cases} 3x - 5 \leq 0 \\ 2x + 8 \geq 0 \end{cases}$

**Sol:**  $[-4, \frac{5}{3}]$

(d)  $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$

**Sol:**  $[-\frac{11}{7}, -\frac{1}{2}]$

(b)  $\begin{cases} 2x - 3 > x - 2 \\ 3x - 7 < x - 1 \end{cases}$

**Sol:**  $(1, 3)$

(e)  $\begin{cases} (x-1)^2 - (x+3)^2 \leq 0 \\ x - 3(x-1) \geq 3 \end{cases}$

**Sol:**  $[-1, 0]$

(c)  $\begin{cases} 2x + 3(x-1) < x + 1 \\ 2(x+3) > x + 2 \end{cases}$

**Sol:**  $(-4, 1)$

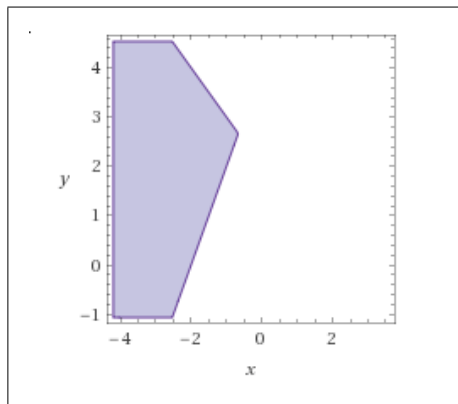
(f)  $\begin{cases} \frac{3(2-x)}{2} - x < \frac{16}{5} - \frac{x+1}{5} \\ \frac{x+4}{3} - \frac{x-5}{6} > 3 - \frac{2x-3}{18} \end{cases}$

**Sol:**  $(\frac{18}{5}, \infty)$

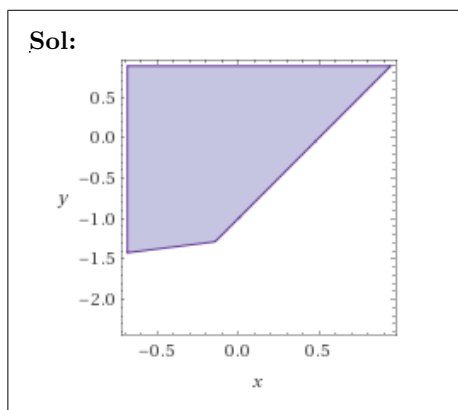
6. p026e08 - Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

(a)  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ -2x + y \geq 4 \end{cases}$

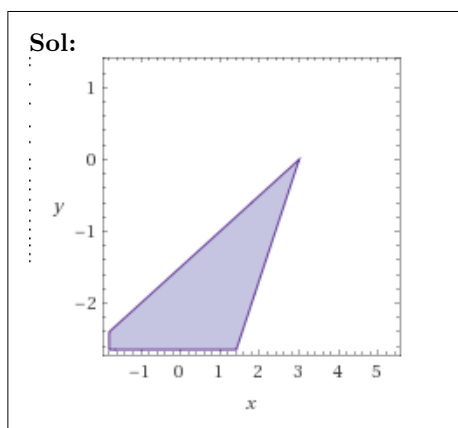
**Sol:**



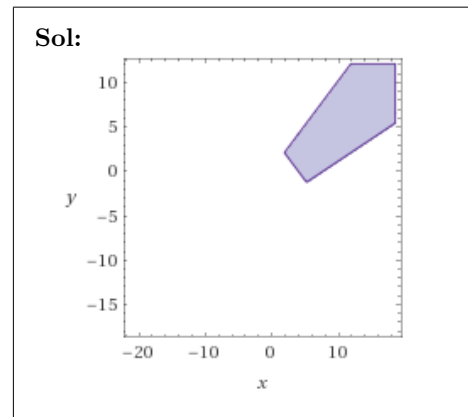
(b) 
$$\begin{cases} 2x - y < 1 \\ -x + 4y \geq -5 \end{cases}$$



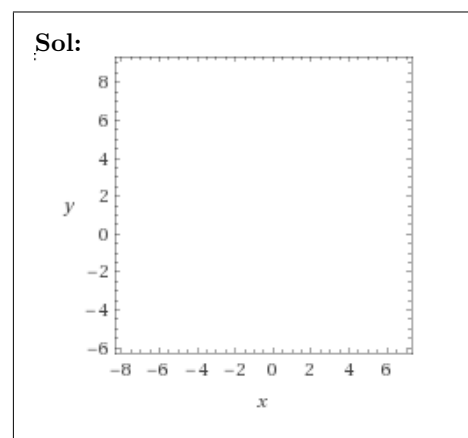
(c) 
$$\begin{cases} x - 2y > 3 \\ 5x - 3y \leq 15 \end{cases}$$



(d) 
$$\begin{cases} x \geq y \\ x + y \geq 4 \\ x - 2y \leq 8 \end{cases}$$

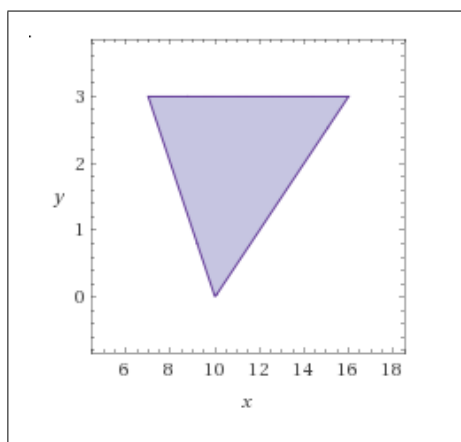


(e) 
$$\begin{cases} -2 \leq x \\ x \leq 2 \\ y \geq 4 \\ x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$$



(f) 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \\ y \leq 3 \\ x - 2y \leq 10 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$$

**Sol:**



1. p027e04 - Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

(a)  $10^{3-x} = 1$

**Sol:** [3]

(k)  $10^x \cdot 10^{-2x+7} = 100$

**Sol:** [5]

(b)  $5^{x+3} = 125$

**Sol:** [0]

(l)  $(3^x)^2 \cdot 3^x = 9^3$

**Sol:** [2]

(c)  $5^{1-x^2} = \frac{1}{125}$

**Sol:** [-2, 2]

(m)  $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 2^x$

**Sol:** [ $\frac{7}{8}$ ]

(d)  $5^{x^2-5x+6} = 1$

**Sol:** [2, 3]

(n)  $2^{x^2-5x} = 64^{-1}$

**Sol:** [2, 3]

(e)  $2^{1-x} = \frac{1}{8}$

**Sol:** [4]

(ñ)  $\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}} = 3^{x+2}$

**Sol:** [ $-\frac{5}{4}$ ]

(f)  $2^{x+3} = 4^{-x}$

**Sol:** [-1]

(o)  $\sqrt[x]{216} = 6$

**Sol:** [3]

(g)  $9^{x-1} = 3^{x+1}$

**Sol:** [3]

(h)  $4^{4x+3} = 2^{-x}$

**Sol:** [ $-\frac{2}{3}$ ]

(p)  $4^x - 2^x = 2$

**Sol:** [1]

(i)  $8^{x-1} = 4^{3x+1}$

**Sol:** [ $-\frac{5}{3}$ ]

(q)  $5^x - 30 \cdot 5^x + 145 = 0$

**Sol:** [1]

(j)  $5^{-x} = 0,04$

**Sol:** [2]

(r)  $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

**Sol:** [1]

2. p028e05 - Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:



(a)  $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 117$

**Sol:** [3]

(h)  $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$

**Sol:** [1, 3]

(b)  $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 363$

**Sol:** [5]

(i)  $16^x - 4^x = 240$

**Sol:** [2]

(c)  $2^{3x} - \frac{3}{2^{3x+2}} + 1 = 0$

**Sol:**  $[-\frac{1}{3}]$ 

(j)  $9^x - 6 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$

**Sol:** [2]

(d)  $3^{x-1} + 3^{2-x} = 4$

**Sol:** [1, 2]

(k)  $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$

**Sol:** [2]

(e)  $2^{x+1} + 4^x = 80$

**Sol:** [3]

(l)  $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

**Sol:** [2]

(f)  $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

**Sol:** [1, 2]

(m)  $3^{x+1} + 3^{x-2} = \frac{15}{3^{x-1}} + \frac{247}{3^{x-2}}$

**Sol:** [3]

(g)  $3^{2x-3} + 1 = 4 \cdot 3^{x-2}$

**Sol:** [1, 2]

(n)  $4^{2x} + 16 \cdot 4^{-2x} - 10 = 0$

**Sol:**  $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ 

3. p028e06 - Resuelve los siguientes sistemas:

(a) 
$$\begin{cases} 3^x = 3^y \\ 4^x \cdot 4^y = 256 \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{x : 2, \quad y : 2\}]$ 

(c) 
$$\begin{cases} 5^x = 5^y \cdot 625 \\ 2^x \cdot 2^y = 256 \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{x : 6, \quad y : 2\}]$ 

(b) 
$$\begin{cases} 2^{x+2y} = 32 \\ 2^{3x-5y} = 16 \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{x : 3, \quad y : 1\}]$ 

(d) 
$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^{x+y} = 128 \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{x : 3, \quad y : 4\}, \quad \{x : 4, \quad y : 3\}]$ 

4. p028e07 - Calcula:

(a) $\log 100$	(e) $\log_2(1024)$	(i) $\log(10^6)$	(m) $\log 0,000001$
<b>Sol:</b> 2	<b>Sol:</b> 10	<b>Sol:</b> 6	<b>Sol:</b> -6
(b) $\log_5(625)$	(f) $\log 1000$	(j) $\log 0,1$	(n) $\log_5(625)$
<b>Sol:</b> 4	<b>Sol:</b> 3	<b>Sol:</b> -1	<b>Sol:</b> 4
(c) $\log_2(32)$	(g) $\log 10000$	(k) $\log 0,01$	(ñ) $\log_2(4)$
<b>Sol:</b> 5	<b>Sol:</b> 4	<b>Sol:</b> -2	<b>Sol:</b> 2
(d) $\log_3(81)$	(h) $\log 1000000$	(l) $\log 0,001$	(o) $\log_2(64)$
<b>Sol:</b> 4	<b>Sol:</b> 6	<b>Sol:</b> -3	<b>Sol:</b> 6

5. p028e07b - Calcula (continuación):

(a) $\log_2(\frac{1}{2})$	<b>Sol:</b> $\frac{3}{2}$	<b>Sol:</b> -1	<b>Sol:</b> 0
<b>Sol:</b> -1	(e) $\log_3(3)$	(i) $\log_3(\frac{1}{9})$	(m) $\log_{0,01}(10^{-3})$
(b) $\log_2(\frac{1}{4})$	<b>Sol:</b> 1	<b>Sol:</b> -2	<b>Sol:</b> $\frac{3}{2}$
<b>Sol:</b> -2	(f) $\log_3(27)$	(j) $\log_3 \sqrt[3]{3}$	(n) $\log_{\frac{1}{49}}(7)$
(c) $\log_2(\sqrt{2})$	<b>Sol:</b> 3	<b>Sol:</b> $\frac{1}{3}$	<b>Sol:</b> $-\frac{1}{2}$
<b>Sol:</b> $\frac{1}{2}$	(g) $\log_3(27)$	(k) $\log_{\frac{1}{3}}(81)$	(ñ) $\log_{\frac{1}{5}}(\frac{1}{25})^{\frac{1}{5}}$
(d) $\log_2(\sqrt{8})$	<b>Sol:</b> 3	<b>Sol:</b> -4	<b>Sol:</b> $\sqrt[5]{2}$
(h) $\log_3(\frac{1}{3})$	(l) $\log_{0,8}(1)$		

6. p028e08 - Averigua el valor de x en los siguientes casos:

(a) $\log_7(x) = 2$	<b>Sol:</b> [-4]
<b>Sol:</b> [49]	(d) $\log_x(125) = 3$
(b) $\log_8(x) = \frac{1}{3}$	<b>Sol:</b> [5]
<b>Sol:</b> [2]	(e) $\log_2(64) = x$
(c) $\log_2(\frac{1}{16}) = x$	

**Sol:** [6]

(h)  $\log_x(5) + 2$

**Sol:**  $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$

(f)  $\log_x(9) = 2$

**Sol:** [3]

(i)  $\log_{0,008}(625) = 2x$

**Sol:**  $\left[-\frac{2}{3}\right]$

(g)  $\log_2(x) = -3$

**Sol:**  $\left[\frac{1}{8}\right]$

7. p028e09 - Sabiendo que  $\log 2 = 0,301030$ , calcula

(a)  $\log(16)$

**Sol:** 1,20411998

(e)  $\log\left(\frac{1}{16}\right)$

**Sol:** -1,20411998

(i)  $\log\left(\sqrt[4]{\frac{1}{0,04}}\right)$

**Sol:** 0,349485002

(b)  $\log(64)$

**Sol:** 1,80617997

(f)  $\log(5)$

**Sol:** 0,698970004

(j)  $\log \sqrt[3]{0,002}$

**Sol:** -0,899656668

(c)  $\log(1024)$

**Sol:** 3,01029996

(g)  $\log(25)$

**Sol:** 1,39794001

(k)  $\log(0,025)$

**Sol:** -1,60205999

(d)  $\log\left(\frac{1}{2}\right)$

**Sol:** -0,301029996

(h)  $\log(0,0016)$

**Sol:** -2,79588002

(l)  $\log\left(\sqrt[4]{\frac{1}{1024}}\right)$

**Sol:** -0,752574989

8. p028e10 - Sabiendo que  $\log 3 = 0,477121$ , calcula

(a)  $\log(243)$

**Sol:** 2,38560627

(c)  $\log(0,003)$

**Sol:** -2,52287875

(e)  $\log(\sqrt[5]{0,81})$

**Sol:** -0,0183029962

(b)  $\log(0,0027)$

**Sol:** -2,56863624

(d)  $\log(\sqrt[4]{0,03^3})$

**Sol:** -1,14215906

(f)  $\log\left(\frac{1}{81}\right)$

**Sol:** -1,90848502

9. p028e11 - Sabiendo que  $\log 2 = 0,301030$  y que  $\log 3 = 0,477121$  averigua, sin calculadora:

(a)  $\log(8)$

**Sol:** 0,903089987

(d)  $\log(\sqrt[3]{162})$

**Sol:** 0,736505005

(g)  $\log(0,0625)$

**Sol:** -1,20411998

(b)  $\log(15)$

**Sol:** 1,17609126

(e)  $\log(0,18)$

**Sol:** -0,744727495

(h)  $\log(40,5)$

**Sol:** 1,60745502

(c)  $\log(12)$

**Sol:** 1,07918125

(f)  $\log(0,002)$

**Sol:** -2,69897

(i)  $\log(\frac{1}{3})$

**Sol:** -0,477121255

10. p028e12 - Sabiendo que  $\log 2 = 0,301030$  y que  $\log 3 = 0,477121$  averigua, sin calculadora:

(a)  $\log \frac{0,0027^3 \cdot \sqrt[4]{540}}{96 \cdot \sqrt[3]{51,84}}$

**Sol:** -9,3480145

11. p029e15 - Realiza las siguientes operaciones:

(a)  $\log(4 - \sqrt{6}) + \log(4 + \sqrt{6})$

**Sol:** 1**Sol:** 1

(c)  $\log(7 - \sqrt{22}) + \log(7 + \sqrt{22}) - 3 \log 3$

(b)  $\frac{1}{2} \log(12 - 2\sqrt{11}) + \frac{1}{2} \log(12 + 2\sqrt{11})$

**Sol:** 0

12. p029e18 - Averigua el valor de x en los siguientes casos:

(a)  $\log(x) - \log(3) = 2$

**Sol:** [300]**Sol:** []

(b)  $\log 2 + \log x = 1$

**Sol:** [5]

(e)  $\log x + \log(50) = \log(1000)$

**Sol:** [20]

(c)  $5 \log x - \log 32 = \log(\frac{x}{2})$

**Sol:** [2]

(f)  $\log(x^3) = \log(6) + 2 \log(x)$

**Sol:** [6]

(d)  $2 \log x - \log(x - 16) = 2$

(g)  $2 \log(\frac{x}{2}) + 2 \log(\frac{x}{3}) = 3 \log(x) - \log(\frac{32}{9})$

**Sol:** [ $\frac{81}{8}$ ]

(h)  $\log(2) + \log(11 - x^2) = 2 \log(5 - x)$

0

**Sol:**  $[\frac{1}{3}, 3]$ **Sol:**  $[4]$ 

(i)  $\log(1250) - 2 = 2 - \log(2^{2-x})^{2+x}$

**Sol:**  $[-1, 1]$ 

(k)  $\log(x - 1) + \log(x + 1) = 2 \log(2 - x)$

**Sol:**  $[\frac{5}{4}]$ 

(j)  $\log(x - 1) - \log(\sqrt{5 + x}) - \log(\sqrt{5 - x}) =$

13. p029e19 - Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

(a) 
$$\begin{cases} \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{x : 1000, y : 100\}]$ **Sol:**  $[\{x : 10000, y : 10\}]$ 

(b) 
$$\begin{cases} 3 \log x - 2 \log y = 10 \\ \log x + 3 \log y = 7 \end{cases}$$

(c) 
$$\begin{cases} \log_2(x) + \log_2(x + y) = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{x : 8, y : -6\}]$

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Tiempo: 50 minutos**

Tipo: A

Esta prueba tiene 5 ejercicios. La puntuación máxima es de 10. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	Total
Puntos:	3	1	3	2	1	10

1. Resolver las siguientes inecuaciones:

(a)  $|3x - 2| - 0,25 \leq 0$

(1 punto)

**Solución:**  $0,58333333333333 \leq x \wedge x \leq 0,75$

(b)  $|2x + 6| - 0,5 \geq 0$

(1 punto)

**Solución:**  $(-2,75 \leq x \wedge x < \infty) \vee (x \leq -3,25 \wedge -\infty < x)$

(c)  $|x - 4| - 2 < 0$

(1 punto)

**Solución:**  $2 < x \wedge x < 6$

2. Calcula:

(a)  $2\sqrt{3125} + 3\sqrt{20} - 12\sqrt{45}$

(1 punto)

**Solución:**  $20\sqrt{5}$

3. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios:

(a)  $(\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2})^3$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{12\sqrt{2}}{2} + 10\sqrt{2}$

(b)  $(2x^2 - \frac{3}{x})^4$

(1 punto)

**Solución:**  $16x^8 - 96x^5 + 216x^2 - \frac{216}{x} + \frac{81}{x^4}$

(c)  $(\frac{x}{3} + \frac{3}{x^2})^5$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{x^5}{243} + \frac{5x^2}{27} + \frac{10}{3x} + \frac{30}{x^4} + \frac{135}{x^7} + \frac{243}{x^{10}}$

4. Dados los polinomios  $A(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ ,  $B(x) = -x^4 + x^3 + x - 1$ ,  $C(x) = x^4 - x^2 + x + \frac{1}{3}$  halla:

(a)  $x^2 \cdot A(x) + 3x \cdot B(x)$

(1 *punto*)

**Solución:**  $-x^5 + 2x^3 + 2x^2 - 3x$

(b)  $A(x) - 3B(x) + 5C(x)$

(1 *punto*)

**Solución:**  $8x^4 - x^3 - 8x^2 + 4x + \frac{11}{3}$

5. Descomponer en factores

(a)  $2x^3 + 2x^2 - 12x$

(1 *punto*)

**Solución:**  $2x(x-2)(x+3)$

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Tiempo: 50 minutos**

Tipo: B

Esta prueba tiene 5 ejercicios. La puntuación máxima es de 10. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	Total
Puntos:	1	3	1	4	1	10

1. Resolver las siguientes inecuaciones:

(a)  $|x - 4| - 2 < 0$

(1 punto)

**Solución:**  $2 < x \wedge x < 6$ 

2. Calcula :

(a)  $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-1} \cdot 5^2}{5^0 + 5^6}$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{1}{390650}$ 

(b)  $\left(\frac{7}{4}\right)^5 \cdot \frac{2^6}{7^2}$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{343}{16}$ 

(c)  $\frac{3^{-3} \cdot 3^6 \cdot 2^3}{(3 \cdot 2)^5}$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{1}{36}$ 

3. Calcula:

(a)  $2\sqrt{3125} + 3\sqrt{20} - 12\sqrt{45}$

(1 punto)

**Solución:**  $20\sqrt{5}$ 

4. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios:

(a)  $(1 + 3\sqrt{2})^3$

(1 punto)

**Solución:**  $55 + 63\sqrt{2}$ 

(b)  $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^3$

(1 punto)



**Solución:**  $-324\sqrt{3} + 430\sqrt{2}$

(c)  $(\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2})^3$

(1 *punto*)

**Solución:**  $\frac{12\sqrt{2}}{2} + 10\sqrt{2}$

(d)  $(3 + x)^4$

(1 *punto*)

**Solución:**  $x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81$

5. Descomponer en factores

(a)  $2x^3 + 2x^2 - 12x$

(1 *punto*)

**Solución:**  $2x(x - 2)(x + 3)$

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Tiempo: 50 minutos**

Tipo: C

Esta prueba tiene 4 ejercicios. La puntuación máxima es de 10. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	Total
Puntos:	1	5	1	3	10

1. Resolver las siguientes inecuaciones:

(a)  $|2x - 4| - 2 > 0$

(1 punto)

**Solución:**  $(-\infty < x \wedge x < 1) \vee (3 < x \wedge x < \infty)$

2. Calcula :

(a)  $2^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 2^7$

(1 punto)

**Solución:** 16

(b)  $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-1} \cdot 5^2}{5^0 + 5^6}$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{1}{390650}$

(c)  $\frac{4^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-1} \cdot 2^{\frac{9}{2}}}{\sqrt{2}}$

(1 punto)

**Solución:** 16

(d)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{15625}{64}$

(e)  $\frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{5})^3}{(5\sqrt{2})^2}$

(1 punto)

**Solución:**  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. Realiza los desarrollos de los siguientes binomios:

(a)  $(1 + 3\sqrt{2})^3$

(1 punto)

**Solución:**  $55 + 63\sqrt{2}$

## 4. Descomponer en factores

(a)  $6x^3 + 2x^2 - 24x - 8$

(1 *punto*)

**Solución:**  $6(x - 2)\left(x + \frac{1}{3}\right)(x + 2)$

(b)  $2x^3 - 6x^2 - 26x + 30$

(1 *punto*)

**Solución:**  $2(x - 5)(x - 1)(x + 3)$

(c)  $2x^5 - 8x^3 - 2x^2 + 8$

(1 *punto*)

**Solución:**  $2(x - 2)(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1)$



**2**

# **Geometría**

1. p032e04 - ¿Son equipolentes los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$  siendo A, B, C y D los puntos de coordenadas:?

(a) A(3, 4), B(7, 2), C(-1, 0) y D(3, -2)

**Sol:**  $Point2D(4, -2), Point2D(4, -2)$  :  
*True*

1. p035e01 - Sea  $\{\vec{i}, \vec{j}\}$  la base canónica de  $V_2$ , y los vectores:  $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ,  $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{z} = -\vec{i} - 3\vec{j}$  Calcular:

- (a) Las coordenadas de cada uno de ellos respecto de la base canónica. Las coordenadas de los vectores:  $\vec{u} + 2\vec{v}$ ,  $5\vec{u} - \vec{w}$ ,  $-3\vec{v} + 4\vec{w}$ ,  $\vec{w} - 2\vec{z}$

**Sol:**  $[(-2, 1), (2, -3), (1, 1), (-1, -3)], [(2, -5), (4, -11), (13, -2), (3, 7)]$

2. p035e02 - Estudia la dependencia lineal de los siguientes conjuntos de vectores:

- (a)  $\vec{u} = (4, 12)$   $\vec{v} = (2, 6)$

**Sol:** *True*

**Sol:** *False*

- (c)  $\vec{u} = (1, 1)$   $\vec{v} = (-2, -3)$

- (b)  $\vec{u} = (1, 2)$   $\vec{v} = (3, 4)$

**Sol:** *False*

3. p036e09 - Respecto de una base ortonormal tenemos dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . Calcular  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,  $|\vec{u}|$  y  $|\vec{v}|$  y  $\angle(\vec{u}, \vec{v})$  siendo:

- (a)  $\vec{u} = (2, -3)$   $\vec{v} = (5, 4)$

**Sol:**  $[-2, [\sqrt{13}, \sqrt{41}], 94,9697407281103]$

- (d)  $\vec{u} = (2, -3)$   $\vec{v} = (5, 4)$

**Sol:**  $[-2, [\sqrt{13}, \sqrt{41}], 94,9697407281103]$

- (b)  $\vec{u} = (1, 2)$   $\vec{v} = (3, 4)$

**Sol:**  $[11, [\sqrt{5}, 5], 10,304846468766]$

- (e)  $\vec{u} = (1, 2)$   $\vec{v} = (3, 4)$

**Sol:**  $[11, [\sqrt{5}, 5], 10,304846468766]$

- (c)  $\vec{u} = (1, 1)$   $\vec{v} = (-2, -3)$

**Sol:**  $[-5, [\sqrt{2}, \sqrt{13}], 168,69006752598]$

- (f)  $\vec{u} = (1, 1)$   $\vec{v} = (-2, -3)$

**Sol:**  $[-5, [\sqrt{2}, \sqrt{13}], 168,69006752598]$

4. p036e12 - Calcula x, de modo que el producto escalar de  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sea igual a 7, siendo:

- (a)  $\vec{u} = (3, -5)$   $\vec{v} = (x, 2)$

**Sol:**  $[\frac{17}{3}]$

- (b)  $\vec{u} = (3, 1)$   $\vec{v} = (2, x)$

**Sol:**  $[1]$

5. p036e13 - Dado el vector  $\vec{u}$ , calcula x de modo que sea ortogonal a  $\vec{v}$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (-5, x)$   $\vec{v} = (4, -2)$

(b)  $\vec{u} = (2, x)$   $\vec{v} = (3, 1)$

**Sol:**  $[-10]$

**Sol:**  $[-6]$

6. p036e13b - Dado el vector  $\vec{u}$ , calcula x de modo que  $|\vec{u}| = \sqrt{34}$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (-5, x)$

(b)  $\vec{u} = (2, x)$

**Sol:**  $[-3, 3]$

**Sol:**  $[-\sqrt{30}, \sqrt{30}]$

7. p036e14 - Respecto de una base ortonormal tenemos dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . Calcular  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,  $|\vec{u}|$  y  $|\vec{v}|$  y  $\angle(\vec{u}, \vec{v})$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (3, 2)$   $\vec{v} = (1, -5)$

(b)  $\vec{u} = (1, 6)$   $\vec{v} = (-0,5, -3)$

**Sol:**  $[-7, [\sqrt{13}, \sqrt{26}], 112,38013505196]$

**Sol:**  $[-\frac{37}{2}, [\sqrt{37}, \frac{\sqrt{37}}{2}], 180,0]$

8. p036e15 - Calcula x para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  formen  $60^\circ$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (3, x)$   $\vec{v} = (5, 2)$

**Sol:**  $[\frac{120}{13} + \frac{87\sqrt{3}}{13}, -\frac{87\sqrt{3}}{13} + \frac{120}{13}]$

**Sol:**  $[4 + \frac{10\sqrt{3}}{3}, -\frac{10\sqrt{3}}{3} + 4]$

(c)  $\vec{u} = (1, 0)$   $\vec{v} = (1, x)$

(b)  $\vec{u} = (2, x)$   $\vec{v} = (3, 1)$

**Sol:**  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

9. p036e16 - Halla las coordenadas de un cierto vector  $\vec{u}$ , sabiendo que forma un ángulo de  $60^\circ$  con y  $\vec{v}$  y que los módulos de ambos vectores son iguales, siendo:

(a)  $\vec{v} = (2, 4)$

**Sol:**  $[\{x : -\sqrt{-4\sqrt{3} + 13}, y : \sqrt{3} + 2\}, \{x : \sqrt{4\sqrt{3} + 13}, y : -\sqrt{3} + 2\}]$

(b)  $\vec{v} = (2, 3)$

**Sol:**  $[\{x : -\frac{\sqrt{-12\sqrt{3}+31}}{2}, y : \frac{3}{2} + \sqrt{3}\}, \{x : \frac{\sqrt{12\sqrt{3}+31}}{2}, y : -\sqrt{3} + \frac{3}{2}\}]$



(c)  $\vec{v} = (1, 0)$

<b>Sol:</b> $\left[ \left\{ x : \frac{1}{2}, \quad y : -\frac{\sqrt{3}}{2} \right\}, \quad \left\{ x : \frac{1}{2}, \quad y : \frac{\sqrt{3}}{2} \right\} \right]$
--

1. p039e01 - Expresa en radianes los siguientes ángulos, dados en grados:

(a)  $45^\circ$

**Sol:**  $\frac{\pi}{4}$

**Sol:**  $\frac{5\pi}{12}$

**Sol:**  $\frac{7\pi}{12}$

(c)  $105^\circ$

(d)  $230^\circ$

(b)  $75^\circ$

**Sol:**  $\frac{23\pi}{18}$

2. p039e02 - Expresa en grados los siguientes ángulos dados en radianes:

(a)  $\frac{3\pi}{4}$

**Sol:** 135

**Sol:** 300

**Sol:** 810

(c)  $\frac{3\pi}{2}$

(b)  $\frac{5\pi}{3}$

**Sol:** 270

(e)  $\frac{4\pi}{3}$

(d)  $\frac{9\pi}{2}$

**Sol:** 240

3. p039e05y6 - Demostrar si son verdaderas o falsas las siguientes ecuaciones:

(a)  $\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha$

**Sol:**  $\left[ \frac{8}{-\cos(4\alpha)+1}, \frac{8}{-\cos(4\alpha)+1} \right] \rightarrow \text{True}$

(b)  $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = \tan \alpha \cdot \tan \beta$

**Sol:**  $[\tan(\alpha), \tan(\alpha)] \rightarrow \text{True}$

(c)  $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

**Sol:**  $\left[ \frac{\tan(2\alpha)}{2}, \frac{\tan(2\alpha)}{2} \right] \rightarrow \text{True}$

(d)  $\cot \alpha - \frac{\cot^2 \alpha - 1}{\cot \alpha} = \tan \alpha$

**Sol:**  $[\tan(\alpha), \tan(\alpha)] \rightarrow \text{True}$

(e)  $\frac{\sin \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \csc \alpha} = \cos \alpha$

**Sol:**  $[\cos(\alpha), \cos(\alpha)] \rightarrow \text{True}$

(f)  $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

**Sol:**  $[-\cos^2(\alpha) + \cot^2(\alpha), \cos^2(\alpha) \cot^2(\alpha)] \rightarrow \text{True}$

(g)  $\sin \alpha \cos \alpha \tan \alpha \cot \alpha \sec \alpha \csc \alpha = 1$

**Sol:**  $[1, 1] \rightarrow \text{True}$

(h)  $\frac{1+\tan \alpha}{1-\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$

**Sol:**  $\left[ \frac{\tan(\alpha)+1}{-\tan(\alpha)+1}, \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \right] \rightarrow \text{True}$

(i)  $\frac{1+\tan^2 \alpha}{\cot \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha}$

**Sol:**  $\left[ \frac{\tan(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}, \frac{\tan(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} \right] \rightarrow \text{True}$

4. p039e07 - Simplificar las siguientes expresiones:

(a)  $\sin \alpha \cdot \frac{1}{\tan \alpha}$

**Sol:**  $\cos(\alpha)$

(b)  $\sin^3 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

**Sol:**  $\sin(\alpha)$

(c)  $\sqrt{(1 - \sin \alpha) \cdot (1 + \sin \alpha)}$

**Sol:**  $\sqrt{\cos^2(\alpha)}$

(d)  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$

**Sol:**  $-\cos(2\alpha)$

(e)  $\cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha$

**Sol:**  $\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

(f)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \left(\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}\right)$

**Sol:** 1

(g)  $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}$

**Sol:** 1

(h)  $\frac{\sec^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$

**Sol:**  $\frac{(-\cos^2(\alpha)+1)^2+2\cos^2(\alpha)}{-\cos^4(\alpha)+1}$

(i)  $\frac{\cos^2 \alpha}{1-\sin \alpha}$

**Sol:**  $\sin(\alpha) + 1$

(j)  $\frac{\csc \alpha}{1+\cot^2 \alpha}$

**Sol:**  $\sin(\alpha)$

5. p039e08 - Calcular las restantes razones trigonométricas de  $\alpha$ , conocida:

(a)  $\cos \alpha = \frac{4}{5} \wedge \alpha \in I$

**Sol:**  $[36,86989764584401, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}]$

(b)  $\sin \alpha = \frac{3}{5} \wedge \alpha \in II$

**Sol:**  $[36,86989764584402, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}]$

(c)  $\tan \alpha = -\frac{3}{4} \wedge \alpha \in II$

**Sol:**  $[36,86989764584402, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}]$

(d)  $\sec \alpha = 2 \wedge \alpha \in IV$

**Sol:**  $[60,0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, -\sqrt{3}]$

(e)  $\csc \alpha = -2 \wedge \alpha \in III$

**Sol:**  $[30,0, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$

(f)  $\cot \alpha = -2 \wedge \alpha \in IV$

**Sol:**  $[26,56505117707799, -\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{1}{2}]$

6. p039e09 - Expresa las siguientes razones trigonométricas en función de ángulos del primer cuadrante:

(a)  $\sin(-120)$

**Sol:**  $\left[60, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

(g)  $\cot(-150)$

**Sol:**  $[30, \sqrt{3}]$

(b)  $\sin(2700)$

**Sol:**  $[0, 0]$

(h)  $\cot(4500)$

**Sol:**  $[0, \infty]$

(c)  $\cos(-30)$

**Sol:**  $\left[30, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

(i)  $\sec(-25)$

**Sol:**  $\left[25, \sec\left(\frac{5\pi}{36}\right)\right]$

(d)  $\cos(3000)$

**Sol:**  $\left[60, -\frac{1}{2}\right]$

(j)  $\sec(745)$

**Sol:**  $\left[25, \sec\left(\frac{149\pi}{36}\right)\right]$

(e)  $\tan(-275)$

**Sol:**  $\left[\frac{180 \operatorname{atan}\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{18}\right)+1}{\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)}\right)}{\pi}, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{18}\right)+1}{\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)}\right]$

(k)  $\csc(-155)$

**Sol:**  $\left[25, -\csc\left(\frac{5\pi}{36}\right)\right]$

(f)  $\tan(10330)$

**Sol:**  $\left[70, \tan\left(\frac{7\pi}{18}\right)\right]$

(l)  $\csc(4420)$

**Sol:**  $\left[80, \csc\left(\frac{4\pi}{9}\right)\right]$

7. p039e10 - Si  $\sin 37^\circ = 0,6$ . Calcula, sin usar la calculadora, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos dados en grados:

(a) 53

**Sol:**  $[0,8, 0,6, 1,33]$

**Sol:**  $[0,8, -0,6, -1,33]$

(c) 143

(b) 127

**Sol:**  $[0,6, -0,8, -0,75]$

8. p041e27 - Resolver las siguientes ecuaciones para ángulos en el primer cuadrante:

(a)  $\sin 2x = \frac{1}{2}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$

(b)  $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{3}\right]$

(c)  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}\right]$

9. p041c28 - Resolver las siguientes ecuaciones:

(a)  $2 \sin x + \csc x = 2\sqrt{2}$

**Sol:**  $[45, 135]$

(b)  $\sin x = \cos^2 x + 1$

**Sol:**  $[90]$

(c)  $\sin x \cos x = 0$

**Sol:**  $[0, 90, 180, 270]$

(d)  $\tan x - \sin x = 0$

**Sol:**  $[0, -180, 180, 360]$

(e)  $\sin x \cos x = 2 \sin x$

**Sol:**  $[0]$

(f)  $2 \cos x - 3 \tan x = 0$

**Sol:**  $\left[150, 30, -\frac{180i \log(-i(-\sqrt{3}+2))}{\pi}, -\frac{180i \log(-i(\sqrt{3}+2))}{\pi}\right]$

(g)  $\sin 2x = 2 \cos x$

**Sol:**  $[-90, 90]$

(h)  $4 \tan x = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x}$

**Sol:**  $[-120, -150, 60, 30]$

(i)  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$

**Sol:** [45]

(j)  $\sin 2x \cos x = 6 \sin^3 x$

**Sol:** [0, 180, -150, 150, -30, 30]

(k)  $4 \sin \frac{x}{2} \cos x = 3$

**Sol:** []

(l)  $\tan x \tan 2x = 1$

**Sol:** [-150, 150, -30, 30]

(m)  $4 \cos 2x + 3 \cos x = 1$

**Sol:**  $\left[ 180, -\frac{180i \log\left(\frac{5}{8} - \frac{\sqrt{39}i}{8}\right)}{\pi}, -\frac{180i \log\left(\frac{5}{8} + \frac{\sqrt{39}i}{8}\right)}{\pi} \right]$

(n)  $\tan x + 3 \cot x = 4$

**Sol:**  $\left[ 45, \frac{180 \operatorname{atan}(3)}{\pi} \right]$

(ñ)  $4 \sin(x - 30) \cos(x - 30) = \sqrt{3}$

**Sol:**  $\left[ \frac{180\left(-\frac{2\pi}{3}+30\right)}{\pi}, \frac{180\left(\frac{\pi}{6}+30\right)}{\pi}, \frac{180\left(\frac{\pi}{3}+30\right)}{\pi}, \frac{180\left(-2 \operatorname{atan}\left(\sqrt{3}+2\right)+30\right)}{\pi} \right]$

10. p042e01 - Calcular los restantes elementos de un triángulo del que se conocen:

(a) El lado  $a = 6$ , y los ángulos  $B=45^\circ$ ,  $C=105^\circ$

**Sol:**  $6\sqrt{2}$ ,  $3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ , 30

(b) El lado  $a = 8$ , y los ángulos  $B=30^\circ$ ,  $C=60^\circ$

**Sol:** 4,  $4\sqrt{3}$ , 90

11. p042e02 - Calcular los restantes elementos de un triángulo del que se conocen:

(a) Los lados  $a=10$  y  $b=7$ , y  $C=30^\circ$

**Sol:**  $\sqrt{-70\sqrt{3} + 149} = 5,268438428052338, 108,36878841450955, 41,63121158549045$

12. p042e03 - Determina si se puede construir un triángulo ABC sabiendo que

(a) El lado  $a = 52$  y  $b = 32$  y que  $B = 40.5^\circ$ .

**Sol:**  $distancia_{arcta} = 33,77129851316955 \rightarrow \text{False}$

(b) El lado  $a = 50$  y  $b = 32$  y que  $B = 39.5^\circ$ .

**Sol:**  $distancia_{arcta} = 31,803911013888197 \rightarrow \text{True}$

13. p042e04 - Calcula los ángulo del triángulo ABC, si se conocen:

(a) Los lados  $a=22$ ,  $b=17$ , y  $c=15$

**Sol:**  $[86,62771331656609, 50,47880364135783, 42,89348304207606]$

14. p042e07 - Calcular el área de un triángulo sabiendo que:

(a) El lado  $a=8$ , y los ángulos  $B=30^\circ$ , y  $C=105^\circ$

**Sol:**  $2\sqrt{2} (2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \rightarrow 21,856406460551018$

15. p042e08 - Calcular los lados de un triángulo sabiendo que:

(a) Su área mide  $=18\text{cm}^2$ , y los ángulos  $A=30^\circ$ , y  $B=45^\circ$

**Sol:**  $6, 6, 6\sqrt{2}$

16. p042e09 - Tres puntos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. ¿Cuánto distan A y C?, si:

(a) La distancia AB es de 6km, la BC es=9km, y el ángulo que forman AB y BC es de  $120^\circ$

**Sol:**  $3\sqrt{19} = 13,076696830622021$

17. p042e10 - Calcular el área de un triángulo ABC sabiendo que

(a)  $a=25\text{km}$ ,  $b=28$ , y  $\text{sen}(C)=0.96$ , siendo C ¡ $90^\circ$

**Sol:** 336,0

18. p042e11 - Resuelve



- (a) Un barco se encuentra a una distancia de 3.5 km del espigón del puerto en el instante en que otro barco se encuentra a 3 km del primero. Si ambos son observados desde el espigón bajo un ángulo de  $43^\circ$ , ¿a qué distancia se encuentra el segundo barco del puerto?

**Sol:**  $b = [0,742526244918245, \quad 4,37694966641595]$

19. p042e12 - Resuelve

- (a) Las visuales a lo alto de una torre desde dos puntos A y B del plano horizontal, separados 300m entre sí, forman con el segmento AB ángulos de  $50^\circ$  y  $45^\circ$ , respectivamente. Calcula la distancia desde lo alto de la torre a los dos puntos A y B.

**Sol:** A : 212,9423442649438 B : 230,69118253280297

- (b) Las visuales a lo alto de una torre desde dos puntos A y B del plano horizontal, separados 300m entre sí, forman con el segmento AB ángulos de  $50^\circ$  y  $45^\circ$ , respectivamente. Calcula la distancia desde lo alto de la torre a los dos puntos A y B.

**Sol:** A :  $\left[ \frac{300 \sin\left(\frac{5\pi}{18}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{36}\right)} \right]$  B : 2433,9421324209197

1. p045e01 - Calcula:

(a)  $(7 - 2i)^2 + (3 + 4i)(5 - 2i)$

**Sol:**  $68 - 14i$

**Sol:**  $-11 + 2\sqrt{3} + i(-8\sqrt{3} - 5)$

(b)  $(2 + i)^2(3 - 2i) + (5 - i)i^2$

**Sol:**  $12 + 7i$

(d)  $(i^7 - 1)(i^{16} + i^3 - i^9)^5 + (1 - 2i)^5(1 + i)$

**Sol:** 0

(c)  $(\sqrt{3} - 2i)^2 + (2\sqrt{3} - 5i)(1 - 2i)$

**Sol:**  $3i$

(e)  $(1 + i)^2 + \frac{1+i}{1-i}$

2. p045e02 - Halla el valor de k, sabiendo que se cumple:

(a)  $(k + 5i) + (3 + i) = (1 + 5i) + (-k + i)$

**Sol:**  $[-1]$

**Sol:**  $\{k : 19\}$

(b)  $(1 + 3i)(k + 2i) = 13 + 59i$

(c)  $k + \frac{4}{5}i = \frac{5+i}{3-i}$

**Sol:**  $[\frac{7}{5}]$

3. p045e03 - Calcula el inverso de los siguientes números complejos:

(a)  $-1 + 2i$

**Sol:**  $-\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$

**Sol:**  $\frac{3}{11} + \frac{\sqrt{2}i}{11}$

(b)  $3 - \sqrt{2}i$

(c)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}i$

**Sol:**  $\frac{12}{13} + \frac{18i}{13}$

4. p045e04y14 - Calcular el valor de k para que la siguiente expresión sea a) real y b) imaginario:

(a)  $\frac{k-2i}{3+4i}$

(b)  $k - 2 + (\frac{1}{4} + k)i$

**Sol:**  $\frac{3k}{25} - \frac{4ik}{25} - \frac{8}{25} - \frac{6i}{25} \rightarrow [-\frac{3}{2}] \wedge [\frac{8}{3}]$

**Sol:**  $k + ik - 2 + \frac{i}{4} \rightarrow [-\frac{1}{4}] \wedge [2]$

5. p045e05 - Determina el valor que debe tener k para que la siguiente expresión sea un número real.

(a)  $(k-i)^3$

**Sol:**  $k^3 - 3ik^2 - 3k + i \rightarrow \left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

(b)  $(k-i)^3$

**Sol:**  $k^3 - 3ik^2 - 3k + i \rightarrow \left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

6. p045e06y7 - Dados los siguientes números complejos, indica sus afijos:

(a)  $1 + i$

**Sol:** (1, 1)

**Sol:** (1, -1)

(b)  $(1+i)i$

**Sol:** (-1, 1)

(e)  $i$

**Sol:** (0, 1)

(c)  $(1+i)i \cdot i$

**Sol:** (-1, -1)

(f)  $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i) \cdot i$

**Sol:** (-0,5 $\sqrt{3}$ , -0,5)

(d)  $(1+i)i \cdot i \cdot i$

(g)  $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i) \cdot \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i) \cdot i$

**Sol:** (0,5 $\sqrt{3}$ , -0,5)

7. p045e11 - Dado el siguiente número  $z$ , calcula el valor de  $z \cdot \bar{z}$

(a)  $\sqrt{3} - 2i$

**Sol:** 7

**Sol:**  $-\frac{i}{2}$

(b)  $4 - 2i$

8. p045e17 - Calcula

(a)  $(5-i)(3+2i)$

**Sol:**  $17 + 7i$

**Sol:** 5

(b)  $(2 + \frac{1}{3}i)(-5 - i)$

**Sol:**  $-\frac{29}{3} - \frac{11i}{3}$

(d)  $(3 - \frac{1}{4}i)(2-i)(3+2i)$

**Sol:**  $\frac{97}{4} + i$

(c)  $(2-i)(2+i)$

(e)  $\frac{2-i}{1+3i}$

**Sol:**  $-\frac{1}{10} - \frac{7i}{10}$

(f)  $\frac{\sqrt{2}-3i}{2+i}$

- (g)  $\frac{1}{3-i}$   
**Sol:**  $-\frac{3}{5} + \frac{2\sqrt{2}}{5} - \frac{6i}{5} - \frac{\sqrt{2}i}{5}$
- (h)  $\frac{3i}{2-4i}$   
**Sol:**  $\frac{3}{10} + \frac{i}{10}$
- (i)  $\frac{5-i}{i}$   
**Sol:**  $-1 - 5i$
- (j)  $\frac{1+2i}{3+3i}$   
**Sol:**  $\frac{1}{2} + \frac{i}{6}$
- (k)  $(\sqrt{2} - i)^{\frac{\sqrt{2}+i}{1-2i}}$   
**Sol:**  $\frac{3}{5} + \frac{6i}{5}$
- (l)  $(2\sqrt{3} - i)^{\frac{\sqrt{3}i}{1+i}}$   
**Sol:**  $\frac{\sqrt{3}}{2} + 3 - \frac{\sqrt{3}i}{2} + 3i$
- (m)  $\frac{1-i}{3+2i} \frac{2i}{1+i}$   
**Sol:**  $\frac{6}{13} - \frac{4i}{13}$
- (n)  $\frac{\sqrt{2}}{-2-i} \frac{1}{2+3i}$   
**Sol:**  $-\frac{\sqrt{2}}{65} + \frac{8\sqrt{2}i}{65}$

9. p046c31y 32 - Calcular el módulo y el argumento (en radianes) de los siguientes números complejos:

- (a)  $2 - 2\sqrt{3}i$   
**Sol:**  $4_{-\frac{\pi}{3}}$
- (b)  $-1 - i$   
**Sol:**  $\sqrt{2}_{-\frac{3\pi}{4}}$
- (c)  $\sqrt{3} + i$   
**Sol:**  $2_{\frac{\pi}{6}}$
- (d)  $2\sqrt{3} + 2i$   
**Sol:**  $4_{\frac{\pi}{6}}$
- (e)  $2 - 2i$   
**Sol:**  $2\sqrt{2}_{-\frac{\pi}{4}}$
- (f)  $-5 - 5i$
- (g)  $5i$   
**Sol:**  $5_{\frac{\pi}{2}}$
- (h)  $4$   
**Sol:**  $4_0$
- (i)  $1 + i$   
**Sol:**  $\sqrt{2}_{\frac{\pi}{4}}$
- (j)  $-9i$   
**Sol:**  $9_{-\frac{\pi}{2}}$
- (k)  $-3 + 3i$



**Sol:**  $3\sqrt{2} \frac{3\pi}{4}$

(l)  $\sqrt{3} + i$

**Sol:**  $2 \frac{\pi}{6}$

10. p046e34 - Escribe en forma binómica los siguientes números complejos:

(a)  $2 \frac{\pi}{4}$

**Sol:**  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

(e)  $1 \frac{\pi}{2}$

**Sol:**  $i$

(b)  $3 \frac{\pi}{6}$

**Sol:**  $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$

(f)  $5 \frac{3\pi}{2}$

**Sol:**  $-5i$

(c)  $\sqrt{2}\pi$

**Sol:**  $-\sqrt{2}$

(g)  $1 \frac{5\pi}{6}$

**Sol:**  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

(d)  $17_0$

**Sol:**  $17$

(h)  $4 \frac{2\pi}{3}$

**Sol:**  $-2 + 2\sqrt{3}i$

11. p047e40 - Determina el valor que han de tener a y k para que sean iguales los siguientes números:

(a)  $\frac{a+2i}{3+k \cdot i} y \sqrt{2} \frac{7\pi}{4}$

**Sol:**  $\{a : 8, \quad k : 5\}$

12. p047e41 - Hallar la ecuación de segundo grado cuyas raíces sean los números complejos:

(a)  $2 \frac{\pi}{3} y 2 \frac{5\pi}{3}$

**Sol:**  $x^2 - 2x + 4 = 0$

13. p047e51 - Calcula dos números complejos conjugados cuya suma y la suma de sus módulos sea respectivamente

(a)  $8 y 10$

**Sol:**  $4 - 3i \wedge 4 + 3i$

6. p050e07,8y28 - Hallar la recta  $r$  que:

**Sol:**  $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} + 2 = 0$

7. p051e20 - Calcula el vértice C de un triángulo isósceles ABC, sabiendo que:

(a)  $A(4, 0)$ ,  $B = (6, 2)$  y  $C \in r \equiv 3x + y - 1 = 0$

**Sol:**  $\left\{x : -\frac{5}{2}, \quad y : \frac{17}{2}\right\}$

8. p051e21 - Determinar el punto simétrico al punto y respecto de la recta siguientes:

(a)  $A(2, 5)$  y  $r \equiv 5x + y = 2$

**Sol:**  $[-x + 5y - 23, \quad \text{Point2D}(-1/2, 9/2), \quad \text{Point2D}(-3, 4)]$

9. p051e23 - Hallar la ecuación de la recta paralela y que dista una unidad a la recta:

(a)  $r \equiv 4x - 3y = 0$

**Sol:**  $\frac{|4x-3y|}{5} - 1 = 0$

10. p051e29 - Halla el valor del ángulo que forma con el eje de abscisas la mediatriz del segmento determinado por los puntos:

(a)  $A = (1, -3)$  y  $B = (4, 5)$

**Sol:** 159,44395478041653

11. p051e33y58 - Calcula el área del triángulo de vértices:

(a)  $A = (-1, 1)$ ,  $B = (1, 4)$ , y  $C = (2, -3)$

**Sol:**  $\frac{17}{2}$

(b)  $A = (0, -1)$ ,  $B = (2, 0)$ , y  $C = (1, 1)$

**Sol:**  $\frac{3}{2}$

12. p051e35 - Hallar las ecuaciones de las alturas y las coordenadas del ortocentro del triángulo de vértices:

(a)  $A = (1, 0)$ ,  $B = (-2, 5)$ , y  $C = (-1, -3)$

**Sol:**  $\left(\left[\frac{19x}{65} - \frac{152y}{65} - \frac{19}{65} = 0, \quad \frac{38x}{13} + \frac{57y}{13} - \frac{209}{13} = 0, \quad -\frac{57x}{34} + \frac{95y}{34} + \frac{114}{17} = 0\right], \quad \text{Point2D}(91/19, 9/19)\right)$



13. p051e38 - Hallar la ecuación de la recta paralela a la bisectriz del segundo cuadrante y que pasar por el punto:

(a)  $A = (3, 5)$

**Sol:**  $x + y - 8 = 0$

14. p051e45 - Hallar el punto de la bisectriz de los cuadrantes 2 y 4, que equidista de los puntos:

(a)  $A = (4, -2)$  y  $B = (10, 0)$

**Sol:**  $[\{x : 10, \quad y : -10\}]$

15. p052e46 - Hallar la longitud de la altura del triángulo ABC que pasa por C, y su área, si:

(a)  $A = (2, -1)$ ,  $B = (-5, 1)$ , y  $C = (0, 3)$

**Sol:**  $\left[\frac{24\sqrt{53}}{53}, \quad 12\right]$

16. p052e47 - Hallar las ecuaciones de las rectas de pendiente finita que:

(a) *Pasen por*  $A = (1, -2)$ , *y disten 2 de*  $B = (3, 1)$

**Sol:**  $\left[-\frac{5x}{12} + y + \frac{29}{12} = 0\right]$

17. p052e57 - Dado el triángulo, hallar la mediana correspondiente al vértice A, la altura correspondiente al vértice B y la mediatriz correspondiente al lado AB. Siendo:

(a)  $A = (2, -3)$ ,  $B = (-2, -2)$ , y  $C = (0, 3)$

**Sol:**  $\left[-\frac{7x}{2} - 3y - 2 = 0, \quad -\frac{11(x-3y-4)}{10} = 0, \quad 4x - y - \frac{5}{2} = 0\right]$

18. p052e58 - Determina el valor de m para que el área del triángulo ABC sea:

(a) *6 unidades cuadradas, siendo*  $A = (2, 1)$ ,  $B = (-3, 5)$  y  $C = (4, m)$

**Sol:**  $[-3]$

1. p21e01 - ¿Son equipolentes los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$  siendo A, B, C y D los puntos de coordenadas:?

(a) A(2, 4), B(7, 3), C(-2, 0) y D(3, -1)

**Sol:**  $Point2D(5, -1), Point2D(5, -1)$  :  
*True*

2. pa21e02 - Sea  $\{\vec{i}, \vec{j}\}$  la base canónica de  $V_2$ , y los vectores:  $\vec{u} = -3\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{z} = -\vec{i} - 4\vec{j}$  Calcular:

(a) Las coordenadas de cada uno de ellos respecto de la base canónica. Las coordenadas de los vectores:  $\vec{u} + 2\vec{v}$ ,  $5\vec{u} - \vec{w}$ ,  $-3\vec{v} + 4\vec{w}$ ,  $\vec{w} - 2\vec{z}$

**Sol:**  $[(-3, 1), (2, -2), (1, -1), (-1, -4)], [(1, -3), (6, -16), (2, -2), (3, 7)]$

3. pa21e03 - Estudia la dependencia lineal de los siguientes conjuntos de vectores:

(a)  $\vec{u} = (8, 12)$   $\vec{v} = (2, 3)$

**Sol:** *True*

**Sol:** *False*

(b)  $\vec{u} = (2, 6)$   $\vec{v} = (4, 7)$

4. pa21e04 - Respecto de una base ortonormal tenemos dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . Calcular  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,  $|\vec{u}|$  y  $|\vec{v}|$  y  $\angle(\vec{u}, \vec{v})$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (2, -5)$   $\vec{v} = (6, 2)$

(b)  $\vec{u} = (1, 4)$   $\vec{v} = (3, 8)$

**Sol:**  $[2, [\sqrt{29}, 2\sqrt{10}], 86,6335393365702]$  **Sol:**  $[35, [\sqrt{17}, \sqrt{73}], 6,51980175165697]$

5. pa21e05 - Calcula x para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  formen  $60^\circ$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (6, x)$   $\vec{v} = (10, 2)$

**Sol:**  $\left[\frac{60}{11} + \frac{78\sqrt{3}}{11}, -\frac{78\sqrt{3}}{11} + \frac{60}{11}\right]$

6. pa21e06 - Resolver las siguientes ecuaciones para ángulos en el primer cuadrante:

(a)  $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

(b)  $\tan \frac{x}{2} = 1$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{2}\right]$

(c)  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Sol:**  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$

7. pa21e07 - Resolver las siguientes ecuaciones:

(a)  $\tan 2x = \cot x$

**Sol:**  $[-90, 90, -150, 150, -30, 30]$

(b)  $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$

**Sol:**  $[-135, 45]$

(c)  $3 \sin x + \cos x = 1$

**Sol:**  $\left[0, \frac{360 \operatorname{atan}(3)}{\pi}\right]$

8. pa21e08 - Dado el siguiente número  $z$ , calcula el valor de  $\frac{z-\bar{z}}{z+\bar{z}}$

(a)  $\sqrt{3} - 2\sqrt{2}i$

(b)  $\sqrt{2} - 2\sqrt{5}i$

**Sol:**  $-\frac{2\sqrt{6}i}{3}$

**Sol:**  $-\sqrt{10}i$

1. a021be01 - Hallar las ecuaciones paramétricas y general de la recta r determinada por:

(a)  $A(2, 3)$  y  $\vec{u} = (3, -6)$

**Sol:**  $Point2D(3 * t + 2, -6 * t + 3) = (x, y)$  y  $6x + 3y - 21 = 0$

**Sol:**  $Point2D(5 * t, 5) = (x, y)$  y  $y - 5 = 0$

(c)  $A(6, 2)$  y  $\vec{u} = (2, -6)$

**Sol:**  $Point2D(2 * t + 6, -6 * t + 2) = (x, y)$  y  $6x + 2y - 40 = 0$

(b)  $A(0, 5)$  y  $\vec{u} = (5, 0)$

2. a021be01b - Halla un vector direccional y un vector perpendicular a la recta:

(a)  $2x + 3y + 5 = 0$

(c)  $y = 7$

**Sol:**  $(Point2D(1, -2/3), Point2D(2/3, 1))$

**Sol:**  $(Point2D(1, 0), Point2D(0, 1))$

(b)  $\frac{x-2}{4} = \frac{5-y}{1}$

(d)  $y = 5x + 3$

**Sol:**  $(Point2D(1, -1/4), Point2D(1/4, 1))$

**Sol:**  $(Point2D(1, 5), Point2D(-5, 1))$

3. a021be02 - Comprobar si es isósceles el triángulo de vértices:

(a)  $A = (3, 1)$ ,  $B = (1, 3)$ , y  $C = (4, 4)$

**Sol:** *True*

**Sol:** *False*

(b)  $A = (1, 1)$ ,  $B = (1, 5)$ , y  $C = (2, 6)$

4. a021be03 - Determinar el ángulo formado por las rectas:

(a)  $r \equiv 4x - 2y - 1 = 0$  y  $s \equiv 2x + 5y - 2 = 0$  (b)  $r \equiv -x + 2y + 6 = 0$  y  $s \equiv -3x + y + 1 = 0$

**Sol:** 85,23635830927383

**Sol:** 45,0

5. a021be04 - Hallar la ecuación de la recta paralela a la bisectriz del segundo cuadrante y que pasar por el punto:

(a)  $A = (1, 3)$

**Sol:**  $x + y - 4 = 0$

(b)  $A = (-1, 3)$

**Sol:**  $x + y - 2 = 0$

6. a021be05 - Determinar el punto simétrico al punto y respecto de la recta siguientes:

(a)  $A(1, 3)$  y  $r \equiv x + y = 2$

**Sol:**  $[-x + y - 2 = 0, \text{ Point2D}(0, 2), \text{ Point2D}(-1, 1)]$

(b)  $A(-1, 1)$  y  $r \equiv x + 2y = 2$

**Sol:**  $[-x + \frac{y}{2} - \frac{3}{2} = 0, \text{ Point2D}(-4/5, 7/5), \text{ Point2D}(-3/5, 9/5)]$

7. a021be06 - Calcula el vértice C de un triángulo isósceles ABC, sabiendo que:

(a)  $A(4, 0)$ ,  $B = (6, 2)$  y  $C \in r \equiv 3x + y - 1 = 0$

**Sol:**  $[\{x : -\frac{5}{2}, \quad y : \frac{17}{2}\}]$

(b)  $A(3, 0)$ ,  $B = (0, 3)$  y  $C \in r \equiv x + y + 1 = 0$

**Sol:**  $[\{x : -\frac{1}{2}, \quad y : -\frac{1}{2}\}]$

8. a021be07 - Calcula el área del triángulo de vértices:

(a)  $A = (-1, 0)$ ,  $B = (1, 3)$ , y  $C = (2, -3)$

**Sol:**  $\frac{15}{2}$

(b)  $A = (2, 1)$ ,  $B = (3, 2)$ , y  $C = (2, -3)$

**Sol:** 2

1. pa21e04 - Respecto de una base ortonormal tenemos dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . Calcular  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,  $|\vec{u}|$  y  $|\vec{v}|$  y  $\angle(\vec{u}, \vec{v})$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (2, -6)$   $\vec{v} = (5, 6)$

(b)  $\vec{u} = (2, 5)$   $\vec{v} = (4, 6)$

**Sol:**  $[-26, [2\sqrt{10}, \sqrt{61}], 121,7594800848]$

**Sol:**  $[38, [\sqrt{29}, 2\sqrt{13}], 11,888658039628]$

2. pa21e05 - Calcula x para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  formen  $60^\circ$  siendo:

(a)  $\vec{u} = (6, x)$   $\vec{v} = (10, 2)$

**Sol:**  $\left[ \frac{60}{11} + \frac{78\sqrt{3}}{11}, -\frac{78\sqrt{3}}{11} + \frac{60}{11} \right]$

3. pa21e06 - Resolver las siguientes ecuaciones para ángulos en el primer cuadrante:

(a)  $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Sol:**  $\left[ \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8} \right]$

(b)  $\tan \frac{x}{2} = \sqrt{3}$

**Sol:**  $\left[ \frac{2\pi}{3} \right]$

(c)  $\sin \left( 3x - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Sol:**  $\left[ \frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12} \right]$

4. pa21e07 - Resolver las siguientes ecuaciones:

(a)  $\tan 2x = \cot x$

**Sol:**  $[-90,0, 90,0, -150,0, 150,0, -30,0, 30,0]$

(b)  $\sin x \cos x = -\frac{1}{2}$

**Sol:**  $[-45,0, 135,0]$

(c)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -2$

**Sol:**  $[-120,0]$

5. pa22e08 - Dado el siguiente número  $z$ , calcula el valor de  $\frac{z-\bar{z}}{z+\bar{z}}$

(a)  $\sqrt{6} - 2\sqrt{4}i$

**Sol:**  $-\frac{2\sqrt{6}i}{3}$

(c)  $\sqrt{6} - 2\sqrt{4}i$

**Sol:**  $-\frac{2\sqrt{6}i}{3}$

(b)  $\sqrt{4} - 2\sqrt{6}i$

**Sol:**  $-\sqrt{6}i$

(d)  $\sqrt{4} - 2\sqrt{6}i$

**Sol:**  $-\sqrt{6}i$

6. pa22e08b - Calcular el módulo y el argumento (en radianes) de los siguientes números complejos:

(a)  $4 - 2\sqrt{3}i$

**Sol:**  $2\sqrt{7}_{-\text{atan}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$

**Sol:**  $6\sqrt{2}_{-\frac{3\pi}{4}}$

(d)  $-5i$

(b)  $-1 - i$

**Sol:**  $\sqrt{2}_{-\frac{3\pi}{4}}$

**Sol:**  $5_{-\frac{\pi}{2}}$

(e)  $3$

(c)  $-6 - 6i$

**Sol:**  $3_0$

7. pa22e08c - Escribe en forma binómica los siguientes números complejos:

(a)  $3_{\frac{\pi}{4}}$

**Sol:**  $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}i}{2}$

**Sol:**  $-2\sqrt{2}$

(d)  $7_0$

(b)  $2_{\frac{\pi}{6}}$

**Sol:**  $\sqrt{3} + i$

**Sol:**  $7$

(e)  $1_{\frac{\pi}{2}}$

(c)  $2\sqrt{2}_{\pi}$

**Sol:**  $i$

8. pa22e09 - Calcula el área del triángulo de vértices:

(a)  $A = (-1, 1), B = (1, 6), y C = (3, -3)$

**Sol:**  $14$





**3**

**Estadística**

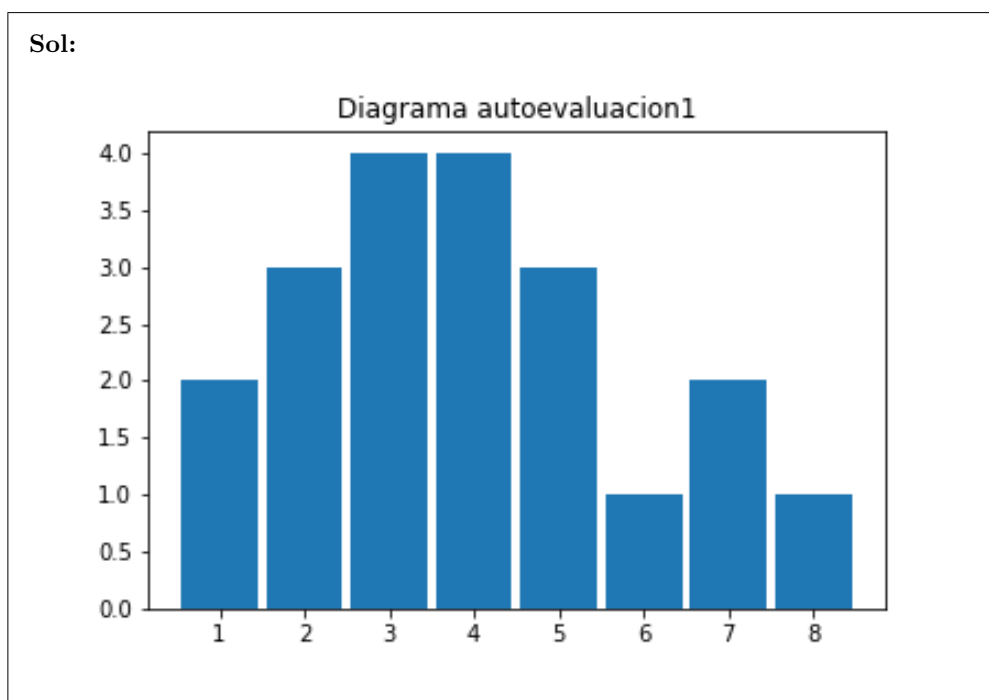
1. autoevaluacion1 - Se realiza una encuesta a un grupo de 20 personas acerca del número de veces que acuden al cine a lo largo de un año, obteniéndose los siguientes resultados: 4 2 6 8 3 4 3 5 7 1 3 4 5 7 2 2 1 3 4 5

(a) Realiza una tabla de frecuencias

**Sol:**

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%_i$	$\%A_i$
1	2	2	0.1	0.1	10	10
2	3	5	0.15	0.25	15	25
3	4	9	0.2	0.45	20	45
4	4	13	0.2	0.65	20	65
5	3	16	0.15	0.8	15	80
6	1	17	0.05	0.85	5	85
7	2	19	0.1	0.95	10	95
8	1	20	0.05	1	5	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



(c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 3.95, 'mediana': 4.0, 'moda': ModeResult(mode=array([3]), count=array([4]))

(d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 5.0, 'Q1': 2.75, 'Q3': 5.0, 'D4': 3.0

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 7, 'varianza': 3.747500000000001, 'desviación típica': 1.93584606826059, 'coeficiente variación': 0.490087612217872

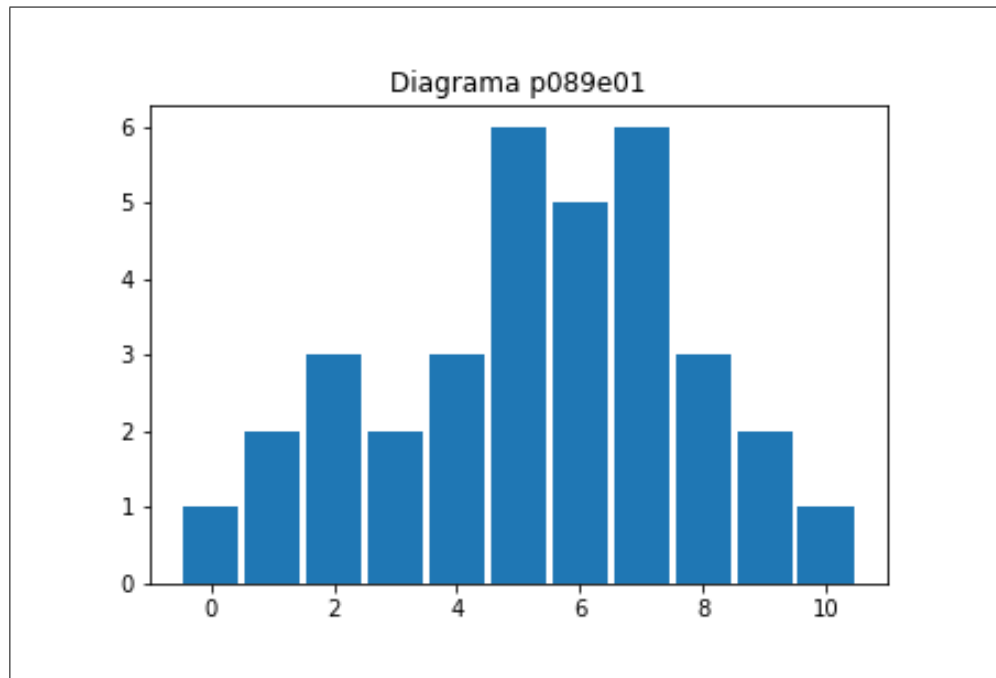
2. p089e01 - Las calificaciones de un grupo de 34 alumnos han sido: 9 6 5 0 1 5 7 9 10 7 5 1 2 5 7 6 3 4 6 8 8 6 4 4 6 5 3 5 7 7 8 7 2 2

- (a) Realiza una tabla de frecuencias

	<u>x<sub>i</sub></u>	<u>f<sub>i</sub></u>	<u>F<sub>i</sub></u>	<u>h<sub>i</sub></u>	<u>H<sub>i</sub></u>	<u>%<sub>i</sub></u>	<u>%A<sub>i</sub></u>
<b>Sol:</b>	0	1	1	0.0294118	0.0294118	2.94118	2.94118
	1	2	3	0.0588235	0.0882353	5.88235	8.82353
	2	3	6	0.0882353	0.176471	8.82353	17.6471
	3	2	8	0.0588235	0.235294	5.88235	23.5294
	4	3	11	0.0882353	0.323529	8.82353	32.3529
	5	6	17	0.176471	0.5	17.6471	50
	6	5	22	0.147059	0.647059	14.7059	64.7059
	7	6	28	0.176471	0.823529	17.6471	82.3529
	8	3	31	0.0882353	0.911765	8.82353	91.1765
	9	2	33	0.0588235	0.970588	5.88235	97.0588
	10	1	34	0.0294118	1	2.94118	100

- (b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias

**Sol:**



- (c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 5.294117647058823, 'mediana': 5.5, 'moda': ModeResult(mode=array([5]), count=array([6]))

- (d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 7.0, 'Q1': 4.0, 'Q3': 7.0, 'D4': 5.0

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

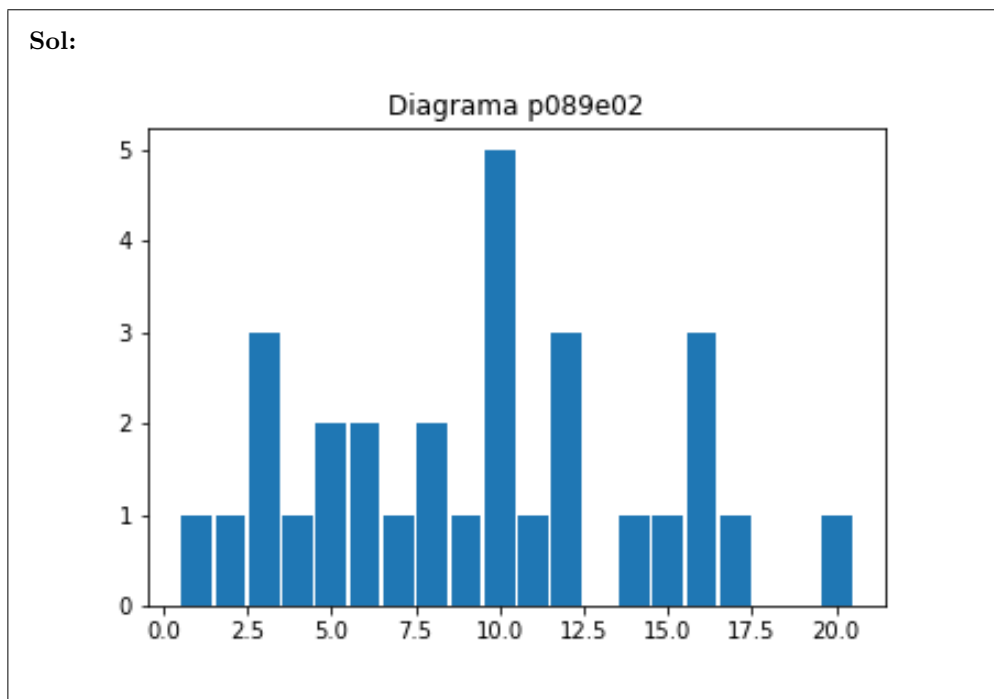
**Sol:** 'rango': 10, 'varianza': 6.031141868512111, 'desviación típica': 2.45583832295860, 'coeficiente variación': 0.463880572114402

3. p089e02 - En un grupo de personas de 1º de Bachillerato hemos preguntado por el número medio de días que practican deporte al mes. Las respuestas han sido las siguientes: 16 11 17 12 10 5 1 8 10 14 15 20 10 3 8 10 2 5 12 6 16 7 6 16 10 3 3 9 4 12

- (a) Realiza una tabla de frecuencias

	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%i$	$\%A_i$
	1	1	1	0.0333333	0.0333333	3.33333	3.33333
	2	1	2	0.0333333	0.0666667	3.33333	6.66667
	3	3	5	0.1	0.166667	10	16.6667
	4	1	6	0.0333333	0.2	3.33333	20
	5	2	8	0.0666667	0.266667	6.66667	26.6667
	6	2	10	0.0666667	0.333333	6.66667	33.3333
	7	1	11	0.0333333	0.366667	3.33333	36.6667
	8	2	13	0.0666667	0.433333	6.66667	43.3333
Sol:	9	1	14	0.0333333	0.466667	3.33333	46.6667
	10	5	19	0.166667	0.633333	16.6667	63.3333
	11	1	20	0.0333333	0.666667	3.33333	66.6667
	12	3	23	0.1	0.766667	10	76.6667
	14	1	24	0.0333333	0.8	3.33333	80
	15	1	25	0.0333333	0.833333	3.33333	83.3333
	16	3	28	0.1	0.933333	10	93.3333
	17	1	29	0.0333333	0.966667	3.33333	96.6667
	20	1	30	0.0333333	1	3.33333	100

- (b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



- (c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 9.366666666666667, 'mediana': 10.0, 'moda': ModeResult(mode=array([10]), count=array([5]))

- (d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 12.0, 'Q1': 5.25, 'Q3': 12.0, 'D4': 8.0

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 19, 'varianza': 24.232222222222227, 'desviación típica': 4.92262351010335, 'coeficiente variación': 0.525546993961212

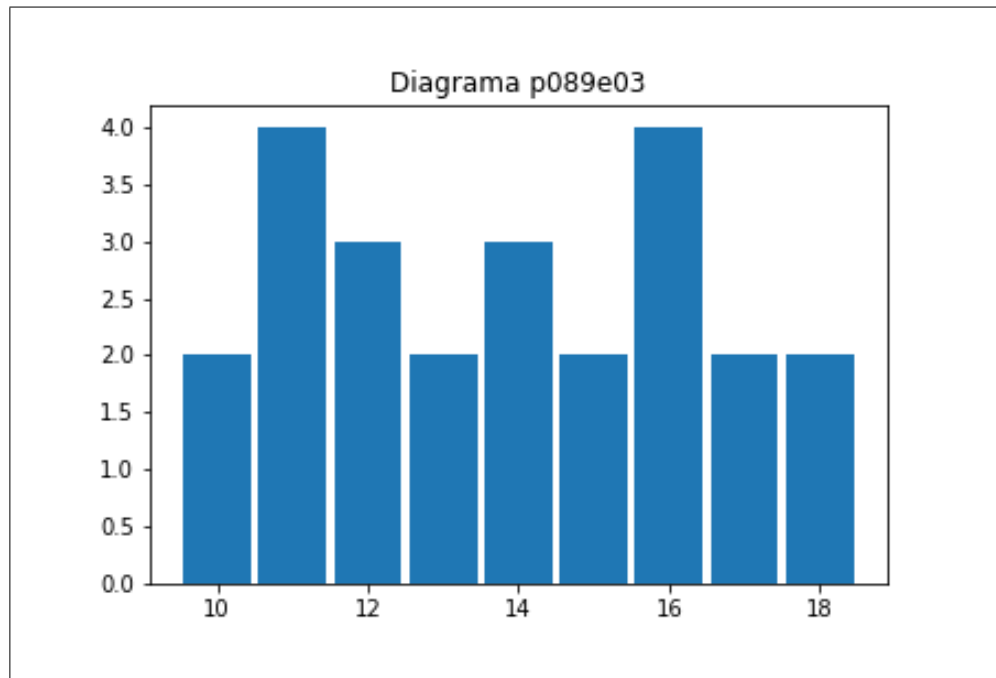
4. p089e03 - Estos datos reflejan el tiempo, en minutos, que tardan en llegar a su centro escolar varios alumnos. 10 15 11 11 14 14 11 14 17 11 17 15 10 16 12 12 13 16 13 16 18 12 18 16

- (a) Realiza una tabla de frecuencias

	x <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	h <sub>i</sub>	H <sub>i</sub>	% <sub>i</sub>	%A <sub>i</sub>
<b>Sol:</b>	10	2	2	0.0833333	0.0833333	8.33333	8.33333
	11	4	6	0.166667	0.25	16.6667	25
	12	3	9	0.125	0.375	12.5	37.5
	13	2	11	0.0833333	0.458333	8.33333	45.8333
	14	3	14	0.125	0.583333	12.5	58.3333
	15	2	16	0.0833333	0.666667	8.33333	66.6667
	16	4	20	0.166667	0.833333	16.6667	83.3333
	17	2	22	0.0833333	0.916667	8.33333	91.6667
	18	2	24	0.0833333	1	8.33333	100

- (b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias

**Sol:**



- (c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 13.833333333333334, 'mediana': 14.0, 'moda': ModeResult(mode=array([11]), count=array([4]))

- (d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 16.0, 'Q1': 11.75, 'Q3': 16.0, 'D4': 13.0

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

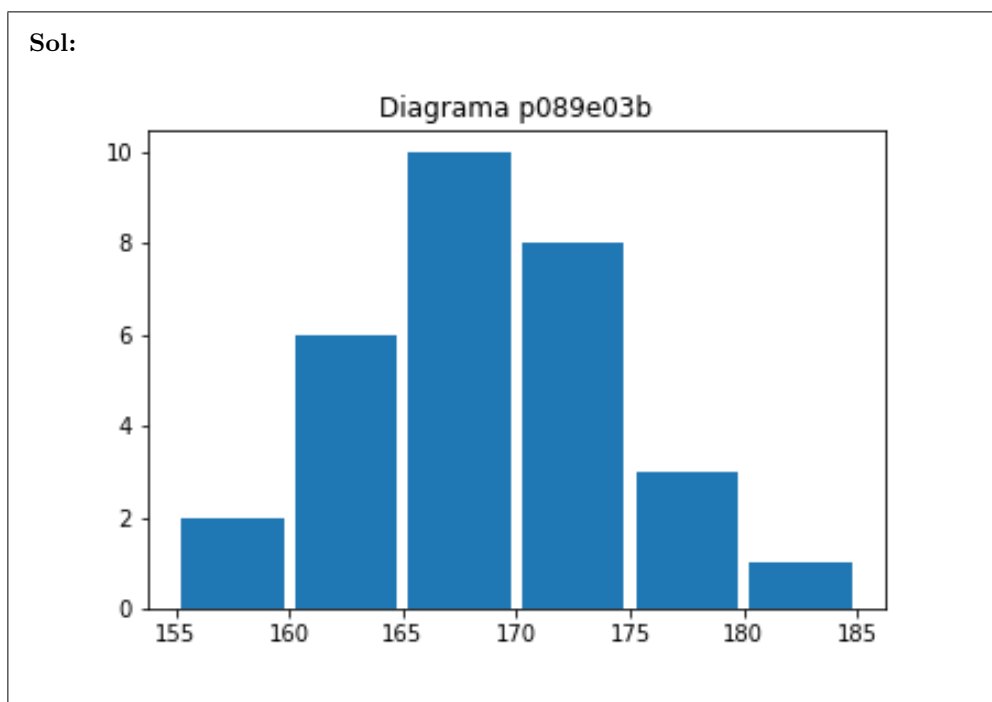
**Sol:** 'rango': 8, 'varianza': 6.222222222222221, 'desviación típica': 2.49443825784929, 'coeficiente variación': 0.180320837916816

5. p089e03b - La altura en cm de 30 alumnos de un curso son: 174 157 168 166 169 168 173 184 176 171 172 168 167 162 162 163 166 166 167 167 174 159 170 172 173 164 161 163 176 177

- (a) Realiza una tabla de frecuencias

	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$r_i$	$R_i$	$\%_i$	$\%A_i$
	157.5	2	2	0.0666667	0.0666667	6.66667	6.66667
	162.5	6	8	0.2	0.266667	20	26.6667
<b>Sol:</b>	167.5	10	18	0.333333	0.6	33.3333	60
	172.5	8	26	0.266667	0.866667	26.6667	86.6667
	177.5	3	29	0.1	0.966667	10	96.6667
	182.5	1	30	0.0333333	1	3.33333	100

- (b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



- (c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 168.66666666666666, 'mediana': 167.5, 'moda': ModeResult(mode=array([167.5]), count=array([10]))

- (d) Calcular los parámetros de posición

**Sol:** 'Q1': 163.75, 'Q3': 172.5

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 25.0, 'varianza': 34.47222222222222, 'desviación típica': 5.87130498460285, 'coeficiente variación': 0.0348101086043647



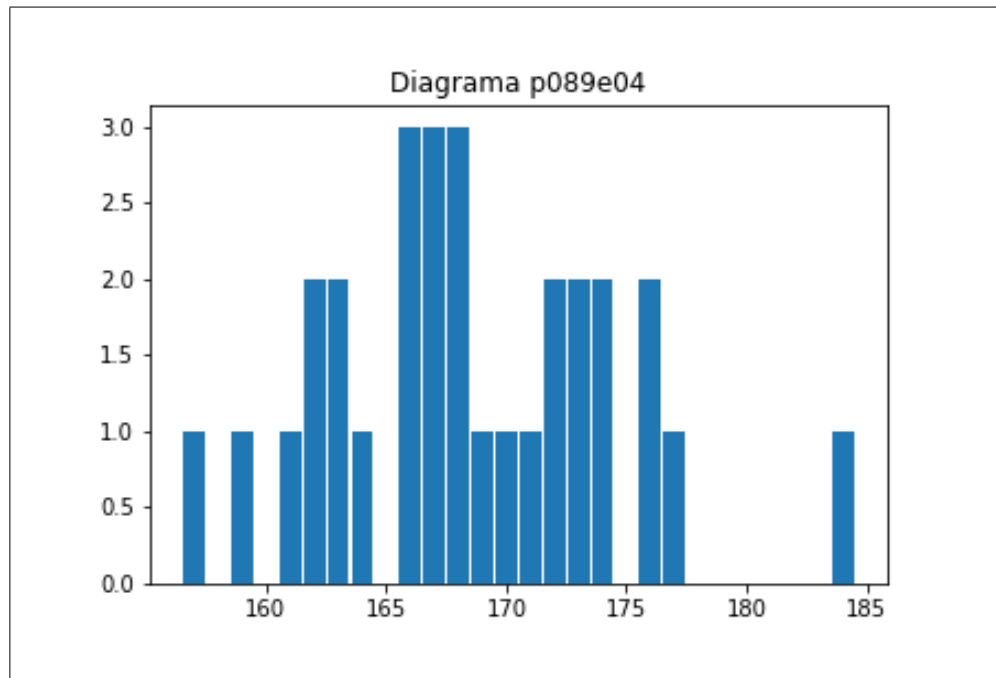
6. p089e04 - La altura en cm de 30 alumnos de un curso son: 174 157 168 166 169 168 173 184 176 171 172 168 167 162 162 163 166 166 167 167 174 159 170 172 173 164 161 163 176 177

(a) Realiza una tabla de frecuencias

	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%_i$	$\%A_i$
	157	1	1	0.0333333	0.0333333	3.33333	3.33333
	159	1	2	0.0333333	0.0666667	3.33333	6.66667
	161	1	3	0.0333333	0.1	3.33333	10
	162	2	5	0.0666667	0.166667	6.66667	16.6667
	163	2	7	0.0666667	0.233333	6.66667	23.3333
	164	1	8	0.0333333	0.266667	3.33333	26.6667
	166	3	11	0.1	0.366667	10	36.6667
	167	3	14	0.1	0.466667	10	46.6667
<b>Sol:</b>	168	3	17	0.1	0.566667	10	56.6667
	169	1	18	0.0333333	0.6	3.33333	60
	170	1	19	0.0333333	0.633333	3.33333	63.3333
	171	1	20	0.0333333	0.666667	3.33333	66.6667
	172	2	22	0.0666667	0.733333	6.66667	73.3333
	173	2	24	0.0666667	0.8	6.66667	80
	174	2	26	0.0666667	0.866667	6.66667	86.6667
	176	2	28	0.0666667	0.933333	6.66667	93.3333
	177	1	29	0.0333333	0.966667	3.33333	96.6667
	184	1	30	0.0333333	1	3.33333	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias

**Sol:**



- (c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 168.5, 'mediana': 168.0, 'moda': ModeResult(mode=array([166]), count=array([3]))

- (d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 172.0, 'Q1': 164.5, 'Q3': 172.75, 'D4': 167.0

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 27, 'varianza': 34.31666666666667, 'desviación típica': 5.85804290413331, 'coeficiente variación': 0.0347658332589514

7. p090e06 - La medida del tórax de una muestra de varones se distribuye:

	Duración	Cantidad
0	[79,5, 85,5)	4
1	[85,5, 91,5)	8
2	[91,5, 97,5)	12
3	[97,5, 103,5)	20
4	[103,5, 109,5)	9
5	[109,5, 115,5)	5
6	[115,5, 121,5)	2

- (a) Haz una tabla de frecuencias

		lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i
	0	79.5	85.5	82.5	4	4	0.0666667	0.0666667	330	27225
	1	85.5	91.5	88.5	8	12	0.133333	0.2	708	62658
	2	91.5	97.5	94.5	12	24	0.2	0.4	1134	107163
<b>Sol:</b>	3	97.5	103.5	100.5	20	44	0.333333	0.733333	2010	202005
	4	103.5	109.5	106.5	9	53	0.15	0.883333	958.5	102080
	5	109.5	115.5	112.5	5	58	0.0833333	0.966667	562.5	63281.2
	6	115.5	121.5	118.5	2	60	0.0333333	1	237	28084.5
	7	nan	nan	nan	60	nan	1	nan	5940	592497

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 99.0, 'varianza': 73.950000000000073, 'desviación típica': 8.59941858499752, 'coeficiente de variación': 0.0868628139898739

8. p090e07 - En una consulta médica la distribución de pacientes por su edad ha sido, en la última semana, la siguiente:

	Duración	Cantidad
0	[15, 23)	3
1	[23, 31)	4
2	[31, 39)	5
3	[39, 47)	8
4	[47, 55)	10
5	[55, 63)	12
6	[63, 71)	15
7	[71, 79)	12
8	[79, 87)	6

- (a) Haz una tabla de frecuencias

		lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i
	0	15	23	19	3	3	0.04	0.04	57	1083
	1	23	31	27	4	7	0.0533333	0.0933333	108	2916
	2	31	39	35	5	12	0.0666667	0.16	175	6125
	3	39	47	43	8	20	0.106667	0.266667	344	14792
<b>Sol:</b>	4	47	55	51	10	30	0.133333	0.4	510	26010
	5	55	63	59	12	42	0.16	0.56	708	41772
	6	63	71	67	15	57	0.2	0.76	1005	67335
	7	71	79	75	12	69	0.16	0.92	900	67500
	8	79	87	83	6	75	0.08	1	498	41334
	9	nan	nan	nan	75	nan	1	nan	4305	268867

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 57.4, 'varianza': 290.13333333333367, 'desviación típica': 17.0333007175161, 'coeficiente de variación': 0.296747399259862

- (c) La edad mas frecuente de los pacientes

**Sol:** 'Intervalo modal': '  
*left*[63,0,71,0  
*right*)', 'moda': 67.0

- (d) El percentil 47

**Sol:** 'k': 47, 'N': 75.0, ' $L_i$ ': 55.0, ' $f_i$ ': 12.0, ' $F_{i-1}$ ': 30.0, ' $C_i$ ': 8.0, 'percentil': 58.5

- (e) ¿Qué porcentaje de pacientes tenían una edad superior a 60 años?

**Sol:** 'valor': 60, 'N': 75.0, ' $L_i$ ': 55.0, ' $f_i$ ': 12.0, ' $F_{i-1}$ ': 30.0, ' $C_i$ ': 8.0, 'Porcentaje': 50.00000000000000

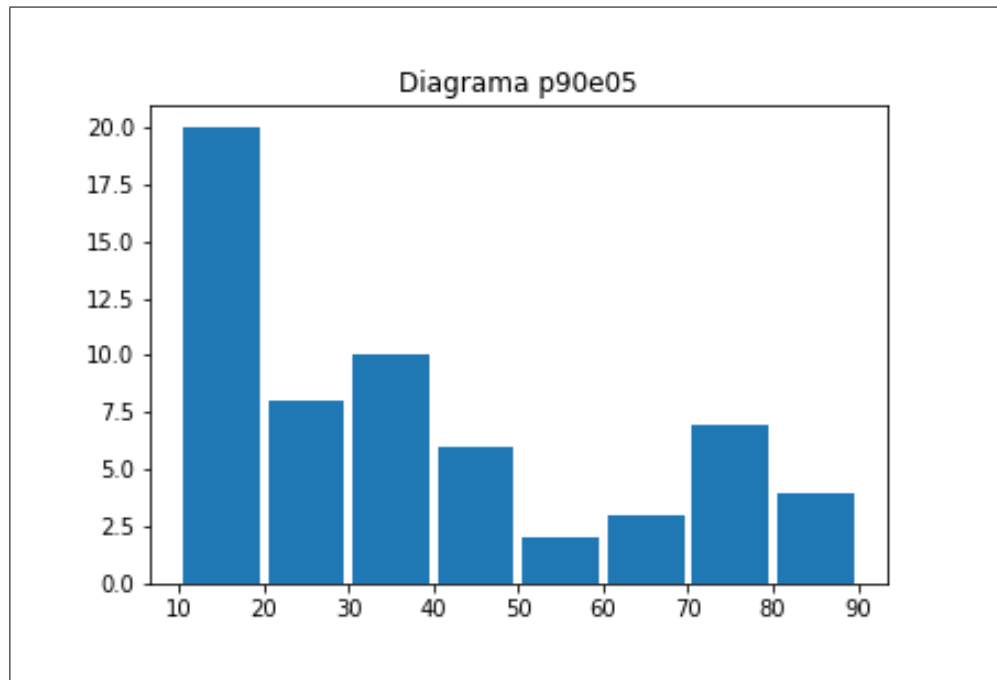
9. p90e05 - La realización de una prueba de habilidad motora por parte de 60 niños ha dado los resultados siguientes: 15 76 29 35 75 31 18 19 52 23 15 46 73 23 18 81 35 17 19 81 35 27 15 62 15 81 44 18 41 31 63 76 18 45 24 27 31 27 32 32 69 74 45 15 19 18 18 31 29 13 47 17 18 19 30 76 82 77 14 50

- (a) Realiza una tabla de frecuencias

	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$r_i$	$R_i$	$\%_i$	$\%A_i$
	15	20	20	0.333333	0.333333	33.3333	33.3333
	25	8	28	0.133333	0.466667	13.3333	46.6667
	35	10	38	0.166667	0.633333	16.6667	63.3333
<b>Sol:</b>	45	6	44	0.1	0.733333	10	73.3333
	55	2	46	0.0333333	0.766667	3.33333	76.6667
	65	3	49	0.05	0.816667	5	81.6667
	75	7	56	0.116667	0.933333	11.6667	93.3333
	85	4	60	0.0666667	1	6.66667	100

- (b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias

**Sol:**



- (c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 38.166666666666664, 'mediana': 35.0, 'moda': ModeResult(mode=array([15.]), count=array([20]))

- (d) Calcular los parámetros de posición

**Sol:** 'Q1': 15.0, 'Q3': 55.0

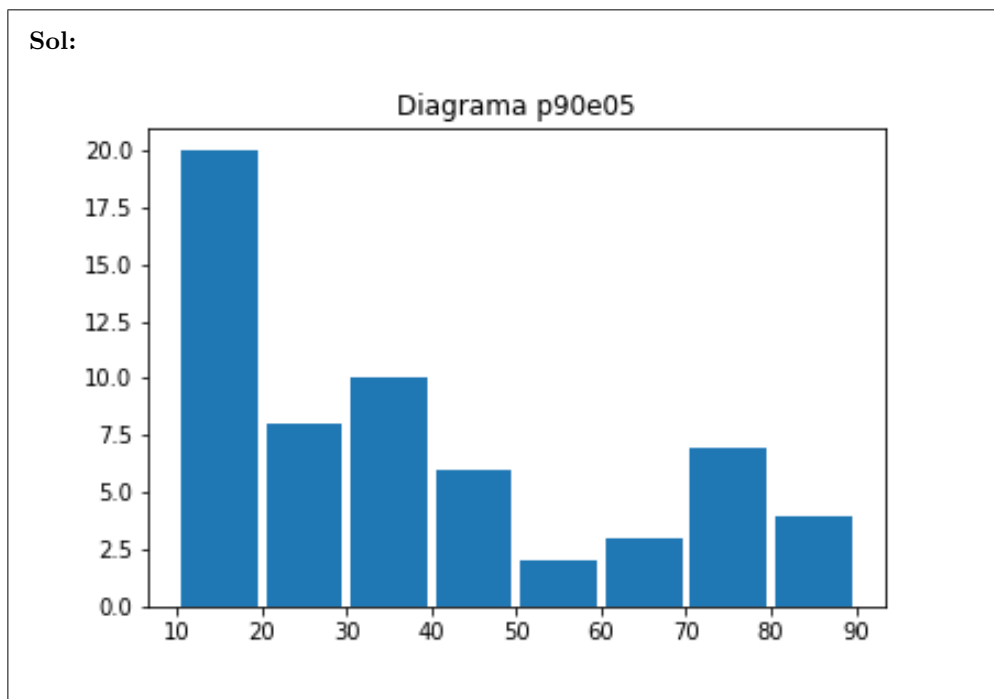
- (e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 70.0, 'varianza': 558.30555555555554, 'desviación típica': 23.6284903359388, 'coeficiente variación': 0.619087083037699

- (f) Realiza una tabla de frecuencias

	x <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	r <sub>i</sub>	R <sub>i</sub>	% <sub>i</sub>	%A <sub>i</sub>
	15	20	20	0.333333	0.333333	33.3333	33.3333
	25	8	28	0.133333	0.466667	13.3333	46.6667
	35	10	38	0.166667	0.633333	16.6667	63.3333
<b>Sol:</b>	45	6	44	0.1	0.733333	10	73.3333
	55	2	46	0.033333	0.766667	3.3333	76.6667
	65	3	49	0.05	0.816667	5	81.6667
	75	7	56	0.116667	0.933333	11.6667	93.3333
	85	4	60	0.066667	1	6.6667	100

- (g) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



- (h) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 38.166666666666664, 'mediana': 35.0, 'moda': ModeResult(mode=array([15.]), count=array([20]))

- (i) Calcular los parámetros de posición

**Sol:** 'Q1': 15.0, 'Q3': 55.0

- (j) Calcular los parámetros de dispersión

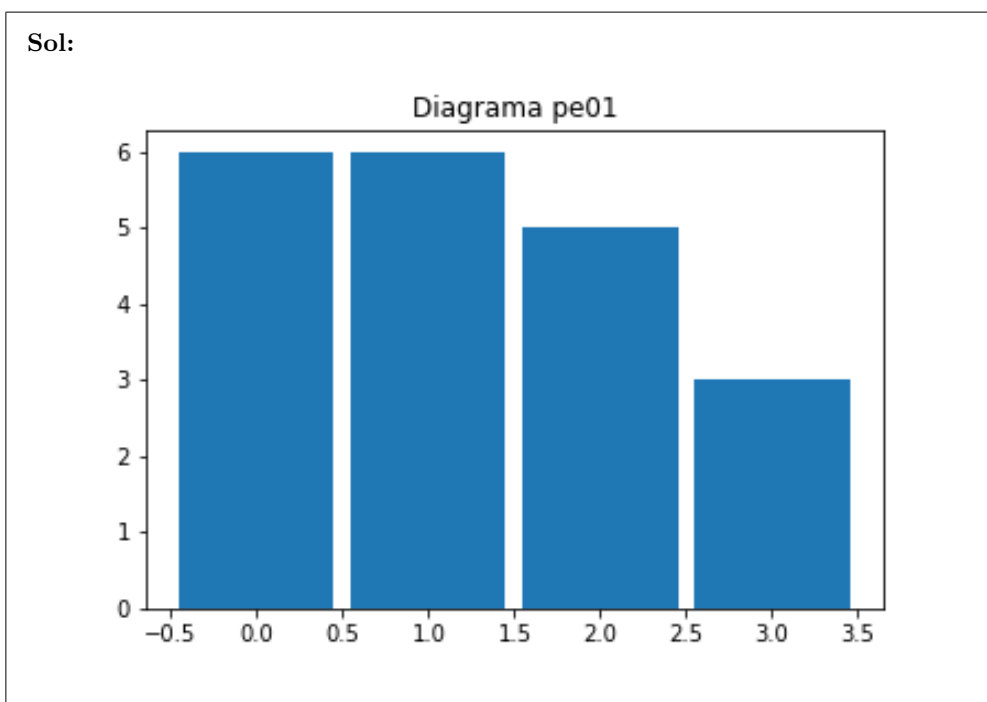
**Sol:** 'rango': 70.0, 'varianza': 558.305555555554, 'desviación típica': 23.6284903359388, 'coeficiente variación': 0.619087083037699

1. pe01 - Se realiza una encuesta a un grupo de 20 personas acerca del número de hermanos que tienen, obteniéndose los siguientes resultados: 0 1 2 3 3 2 0 1 1 1 2 2 1 0 0 0 1 2 3

(a) Realiza una tabla de frecuencias

	x <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	h <sub>i</sub>	H <sub>i</sub>	% <sub>i</sub>	%A <sub>i</sub>
<b>Sol:</b>	0	6	6	0.3	0.3	30	30
	1	6	12	0.3	0.6	30	60
	2	5	17	0.25	0.85	25	85
	3	3	20	0.15	1	15	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



(c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 1.25, 'mediana': 1.0, 'moda': ModeResult(mode=array([0]), count=array([6]))

(d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 2.0, 'Q1': 0.0, 'Q3': 2.0, 'D4': 1.0

(e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 3, 'varianza': 1.0875, 'desviación típica': 1.04283268073071, 'coeficiente variación': 0.834266144584568

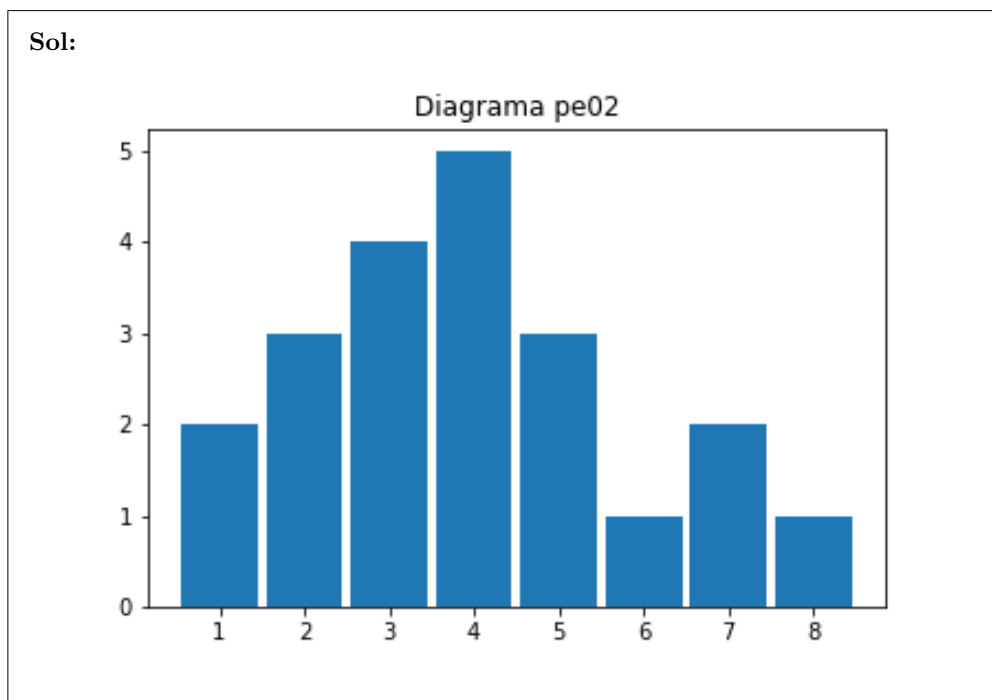


2. pe02 - Se realiza una encuesta a un grupo de 21 personas acerca del número de veces que acuden al cine a lo largo de un año, obteniéndose los siguientes resultados: 4 2 6 8 3 4 3 5 7 1 3 4 5 7 2 2 1 3 4 5 4

(a) Realiza una tabla de frecuencias

	$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%_i$	$\%A_i$
	1	2	2	0.0952381	0.0952381	9.52381	9.52381
	2	3	5	0.142857	0.238095	14.2857	23.8095
	3	4	9	0.190476	0.428571	19.0476	42.8571
<b>Sol:</b>	4	5	14	0.238095	0.666667	23.8095	66.6667
	5	3	17	0.142857	0.809524	14.2857	80.9524
	6	1	18	0.047619	0.857143	4.7619	85.7143
	7	2	20	0.0952381	0.952381	9.52381	95.2381
	8	1	21	0.047619	1	4.7619	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



(c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 3.9523809523809526, 'mediana': 4.0, 'moda': ModeResult(mode=array([4]), count=array([5]))

(d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 5.0, 'Q1': 3.0, 'Q3': 5.0, 'D4': 3.0

- (e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 7, 'varianza': 3.569160997732426, 'desviación típica': 1.88922232617880, 'coeficiente variación': 0.477996010238009

1. p090e06 - La medida del tórax de una muestra de varones se distribuye:

	Duración	Cantidad
0	[79,5, 85,5)	4
1	[85,5, 91,5)	8
2	[91,5, 97,5)	12
3	[97,5, 103,5)	20
4	[103,5, 109,5)	9
5	[109,5, 115,5)	5
6	[115,5, 121,5)	2

- (a) Haz una tabla de frecuencias

	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i
0	79.5	85.5	82.5	4	4	0.0666667	0.0666667	330	27225
1	85.5	91.5	88.5	8	12	0.133333	0.2	708	62658
2	91.5	97.5	94.5	12	24	0.2	0.4	1134	107163
<b>Sol:</b> 3	97.5	103.5	100.5	20	44	0.333333	0.733333	2010	202005
4	103.5	109.5	106.5	9	53	0.15	0.883333	958.5	102080
5	109.5	115.5	112.5	5	58	0.0833333	0.966667	562.5	63281.2
6	115.5	121.5	118.5	2	60	0.0333333	1	237	28084.5
7	nan	nan	nan	60	nan	1	nan	5940	592497

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 99.0, 'varianza': 73.950000000000073, 'desviación típica': 8.59941858499752, 'coeficiente de variación': 0.0868628139898739

2. Una oficina bancaria ha tabulado las cantidades de dinero que retiran de sus cuentas 100 clientes jóvenes en un determinado día:

	Euros	Cientes
0	[0, 40)	40
1	[40, 80)	35
2	[80, 120)	25

- (a) Realizar una tabla de frecuencias con los datos que vayas a necesitar para resolver el ejercicio

<b>Sol:</b>									
	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i
0	0	40	20	40	40	0.4	0.4	800	16000
1	40	80	60	35	75	0.35	0.75	2100	126000
2	80	120	100	25	100	0.25	1	2500	250000
3	nan	nan	nan	100	nan	1	nan	5400	392000

- (b) Calcula la media y la varianza.

**Sol:** {'media': 54.0, 'varianza': 1004.0, 'desviación típica': 31.6859590355097}

- (c) Calcula la mediana. Ayuda:

$$P_k = L_i + \frac{k \frac{N}{100} - F_{i-1}}{f_i} \cdot C_i$$

**Sol:** 'k': 50, 'N': 100, 'L<sub>i</sub>': 40, 'f<sub>i</sub>': 35, 'F<sub>i-1</sub>': 40, 'C<sub>i</sub>': 40, 0  
51.42857142857143

- (d) ¿Qué porcentaje de clientes ha retirado menos de 60€?

**Sol:** 'valor': 60, 'N': 100, 'L<sub>i</sub>': 40, 'f<sub>i</sub>': 35, 'F<sub>i-1</sub>': 40, 'C<sub>i</sub>': 40, 0  
57.5

3. p090e07 - En una consulta médica la distribución de pacientes por su edad ha sido, en la última semana, la siguiente:

	Duración	Cantidad
0	[15, 23)	3
1	[23, 31)	4
2	[31, 39)	5
3	[39, 47)	8
4	[47, 55)	10
5	[55, 63)	12
6	[63, 71)	15
7	[71, 79)	12
8	[79, 87)	6

- (a) Haz una tabla de frecuencias

	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i	
Sol:	0	15	23	19	3	3	0.04	0.04	57	1083
	1	23	31	27	4	7	0.0533333	0.0933333	108	2916
	2	31	39	35	5	12	0.0666667	0.16	175	6125
	3	39	47	43	8	20	0.106667	0.266667	344	14792
	4	47	55	51	10	30	0.133333	0.4	510	26010
	5	55	63	59	12	42	0.16	0.56	708	41772
	6	63	71	67	15	57	0.2	0.76	1005	67335
	7	71	79	75	12	69	0.16	0.92	900	67500
	8	79	87	83	6	75	0.08	1	498	41334
	9	nan	nan	nan	75	nan	1	nan	4305	268867

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 57.4, 'varianza': 290.13333333333367, 'desviación típica': 17.0333007175161, 'coeficiente de variación': 0.296747399259862

- (c) La edad mas frecuente de los pacientes

**Sol:** 'Intervalo modal': '  
*left*[63,0,71,0  
*right*)', 'moda': 67.0

- (d) El percentil 47

**Sol:** 'k': 47, 'N': 75.0, ' $L_i$ ': 55.0, ' $f_i$ ': 12.0, ' $F_{i-1}$ ': 30.0, ' $C_i$ ': 8.0, 'percentil': 58.5

- (e) ¿Qué porcentaje de pacientes tenían una edad superior a 60 años?

**Sol:** 'valor': 60, 'N': 75.0, ' $L_i$ ': 55.0, ' $f_i$ ': 12.0, ' $F_{i-1}$ ': 30.0, ' $C_i$ ': 8.0, 'Porcentaje': 50.0000000000000

1. p093e05 - La temperatura media en los meses de invierno en varias ciudades y el gasto medio por habitante en calefacción ha sido

	0	1	2	3
Temperatura (grados)	10	12	14	16
Gasto (euros)	150	120	102	90

- (a) Haz una tabla de frecuencias con los datos que necesites para hacer el resto de apartados

**Sol:**

	x	y	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
0	10	150	1500	100	22500
1	12	120	1440	144	14400
2	14	102	1428	196	10404
3	16	90	1440	256	8100
4	52	462	5808	696	55404

- (b) Calcula el gasto medio

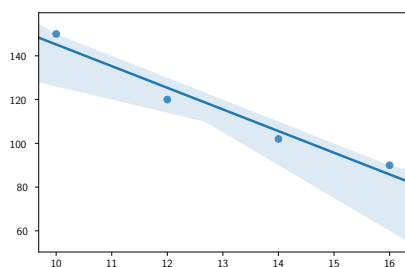
**Sol:** 'media': 115.5

- (c) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo

**Sol:** 'media de x': 13.0, 'desviación de x': 2.23606797749979, 'media de y': 115.5, 'desviación de y': 22.599778759979046, 'covarianza': -49.5, 'coeficiente de correlación': -0.9795260923726159

- (d) Estima el gasto medio por habitante de una ciudad si la temperatura media hubiera sido 11°C

**Sol:**  $y = -9,9x + 244,2$



La estimación para  $x=11$  es: 135.3

1. au31e01 - Se realiza una encuesta a un grupo de 10 personas acerca del número de veces que acuden a la peluquería a lo largo de un año, obteniéndose los siguientes resultados: 3 5 5 2 3 4 5 8 4 4

(a) Realiza una tabla de frecuencias

**Sol:**

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%_i$	$\%A_i$
2	1	1	0.1	0.1	10	10
3	2	3	0.2	0.3	20	30
4	3	6	0.3	0.6	30	60
5	3	9	0.3	0.9	30	90
8	1	10	0.1	1	10	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



(c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 4.3, 'mediana': 4.0, 'moda': ModeResult(mode=array([4]), count=array([3]))

(d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 5.0, 'Q1': 3.25, 'Q3': 5.0, 'D4': 4.0

(e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 6, 'varianza': 2.41, 'desviación típica': 1.55241746962600, 'coeficiente variación': 0.361027318517675

2. au31e02 - En una consulta médica la distribución de pacientes por su edad ha sido, en la última semana, la siguiente:

	Duración	Cantidad
0	[0, 30)	10
1	[30, 60)	20
2	[60, 90)	25
3	[90, 120)	3

(a) Haz una tabla de frecuencias

	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i
<b>Sol:</b>	0	30	15	10	10	0.172414	0.172414	150	2250
	1	60	45	20	30	0.344828	0.517241	900	40500
	2	90	75	25	55	0.431034	0.948276	1875	140625
	3	120	105	3	58	0.0517241	1	315	33075
	4	nan	nan	58	nan	1	nan	3240	216450

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 55.86206896551724, 'varianza': 611.3258026159338, 'desviación típica': 24.7250035918285, 'coeficiente de variación': 0.442608088989523

- (c) La edad mas frecuente de los pacientes

**Sol:** 'Intervalo modal': '  
*left*[60,0,90,0  
*right*)', 'moda': 65.55555555555556

- (d) El percentil 47

**Sol:** 'k': 47, 'N': 58.0, 'L<sub>i</sub>': 30.0, 'f<sub>i</sub>': 20.0, 'F<sub>i-1</sub>': 10.0, 'C<sub>i</sub>': 30.0, 'percentil': 55.89

- (e) ¿Qué porcentaje de pacientes tenían una edad superior a 60 años?

**Sol:** 'valor': 60, 'N': 58.0, 'L<sub>i</sub>': 60.0, 'f<sub>i</sub>': 25.0, 'F<sub>i-1</sub>': 30.0, 'C<sub>i</sub>': 30.0, 'Porcentaje': 51.7241379310345

3. au31e03 - La temperatura media en los meses de invierno en varias ciudades y el gasto medio por habitante en calefacción ha sido

	0	1	2	3
Temperatura (grados)	10	14	17	20
Gasto (euros)	150	102	55	18

- (a) Haz una tabla de frecuencias con los datos que necesites para hacer el resto de apartados

	x	y	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
<b>Sol:</b>	0	10	1500	100	22500
	1	14	1428	196	10404
	2	17	935	289	3025
	3	20	360	400	324
	4	61	4223	985	36253

- (b) Calcula el gasto medio



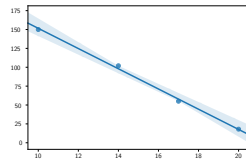
**Sol:** 'media': 81.25

- (c) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo

**Sol:** 'media de x': 15.25, 'desviación de x': 3.6996621467371855, 'media de y': 81.25, 'desviación de y': 49.61539579606314, 'covarianza': -183.3125, 'coeficiente de correlación': -0.9986505695692516

- (d) Estima el gasto medio por habitante de una ciudad si la temperatura media hubiera sido 8°C

**Sol:**  $y = -13,3926940639269x + 285,488584474886$



La estimación para x=8 es: 178.34703196347

4. au31e04 - De los 30 alumnos de una clase, 16 escogieron francés, como idioma y 14 inglés. 9 eligieron ambos idiomas y el resto no optó por ninguno de ellos. elegido un alumno al azar, calcula las probabilidades de que escogiera:

- (a) i) Francés  
 ii) Inglés  
 iii) Ambos idiomas  
 iv) Francés o Inglés  
 v) Francés, pero no inglés  
 vi) Inglés, pero no francés

**Sol:**  $\left[\frac{8}{15}, \frac{7}{15}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{7}{30}, \frac{1}{6}\right]$

5. au31e99-0 - Sea X una variable aleatoria discreta cuya función de probabilidad es  $(x_i : p_i)$ :  
 1: 0.2, 2: 0.2, 3: 0.3, 4: 0.2, 5: 0.1

- (a) Calcula sus parámetros

**Sol:**  
 La media es: 2,8  
 La varianza: 1,56

- (b) Calcula  $P(X < 4,5)$ ,  $P(X \geq 3)$ ,  $P(3 \leq X < 4,5)$

**Sol:** [0,9, 0,6, 0,5]

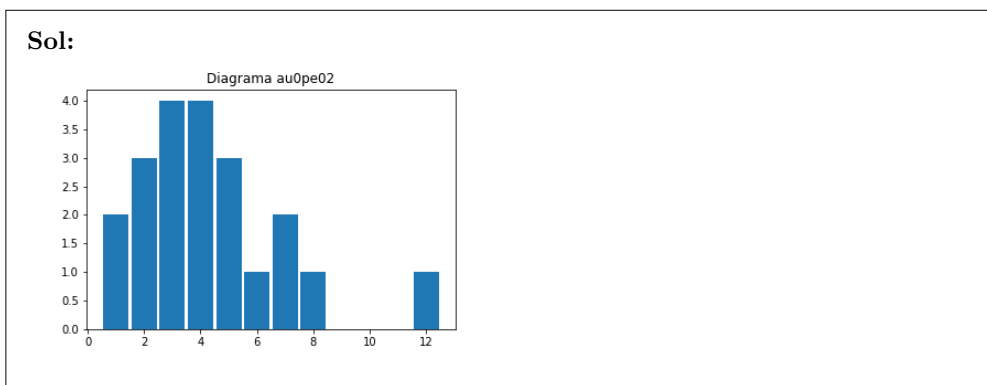
1. au0pe02 - Se realiza una encuesta a un grupo de 21 personas acerca del número de veces que acuden al cine a lo largo de un año, obteniéndose los siguientes resultados: 4 2 6 8 3 4 3 5 7 1 3 4 5 7 2 2 1 3 12 5 4

(a) Realiza una tabla de frecuencias

**Sol:**

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%_i$	$\%A_i$
1	2	2	0.0952381	0.0952381	9.52381	9.52381
2	3	5	0.142857	0.238095	14.2857	23.8095
3	4	9	0.190476	0.428571	19.0476	42.8571
4	4	13	0.190476	0.619048	19.0476	61.9048
5	3	16	0.142857	0.761905	14.2857	76.1905
6	1	17	0.047619	0.809524	4.7619	80.9524
7	2	19	0.0952381	0.904762	9.52381	90.4762
8	1	20	0.047619	0.952381	4.7619	95.2381
12	1	21	0.047619	1	4.7619	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



(c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 4.333333333333333, 'mediana': 4.0, 'moda': ModeResult(mode=array([3]), count=array([4]))

(d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 5.0, 'Q1': 3.0, 'Q3': 5.0, 'D4': 3.0

(e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 11, 'varianza': 6.507936507936508, 'desviación típica': 2.55106575923407, 'coeficiente variación': 0.588707482900170

2. au1p090e06 - La medida del tórax de una muestra de varones se distribuye:

	Duración	Cantidad
0	[79,5, 85,5)	4
1	[85,5, 91,5)	8
2	[91,5, 97,5)	12
3	[97,5, 103,5)	20
4	[103,5, 109,5)	9
5	[109,5, 115,5)	5
6	[115,5, 121,5)	2

(a) Haz una tabla de frecuencias

	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i	
Sol:	0	79.5	85.5	82.5	4	4	0.0666667	0.0666667	330	27225
	1	85.5	91.5	88.5	8	12	0.133333	0.2	708	62658
	2	91.5	97.5	94.5	12	24	0.2	0.4	1134	107163
	3	97.5	103.5	100.5	20	44	0.333333	0.733333	2010	202005
	4	103.5	109.5	106.5	9	53	0.15	0.883333	958.5	102080
	5	109.5	115.5	112.5	5	58	0.0833333	0.966667	562.5	63281.2
	6	115.5	121.5	118.5	2	60	0.0333333	1	237	28084.5
	7	nan	nan	nan	60	nan	1	nan	5940	592497

(b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 99.0, 'varianza': 73.950000000000073, 'desviación típica': 8.59941858499752, 'coeficiente de variación': 0.0868628139898739

3. au2p090e07 - En una consulta médica la distribución de pacientes por su edad ha sido, en la última semana, la siguiente:

	Duración	Cantidad
0	[15, 23)	3
1	[23, 31)	4
2	[31, 39)	5
3	[39, 47)	8
4	[47, 55)	10
5	[55, 63)	12
6	[63, 71)	15
7	[71, 79)	12
8	[79, 87)	6

(a) Haz una tabla de frecuencias

	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x.if_i	x^2.if_i	
Sol:	0	15	23	19	3	3	0.04	0.04	57	1083
	1	23	31	27	4	7	0.0533333	0.0933333	108	2916
	2	31	39	35	5	12	0.0666667	0.16	175	6125
	3	39	47	43	8	20	0.106667	0.266667	344	14792
	4	47	55	51	10	30	0.133333	0.4	510	26010
	5	55	63	59	12	42	0.16	0.56	708	41772
	6	63	71	67	15	57	0.2	0.76	1005	67335
	7	71	79	75	12	69	0.16	0.92	900	67500
	8	79	87	83	6	75	0.08	1	498	41334
	9	nan	nan	nan	75	nan	1	nan	4305	268867

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 57.4, 'varianza': 290.133333333333367, 'desviación típica': 17.0333007175161, 'coeficiente de variación': 0.296747399259862

- (c) La edad mas frecuente de los pacientes

**Sol:** 'Intervalo modal': '  
*left*[63,0,71,0  
*right*)', 'moda': 67.0

- (d) El percentil 47

**Sol:** 'k': 47, 'N': 75.0, ' $L_i$ ': 55.0, ' $f_i$ ': 12.0, ' $F_{i-1}$ ': 30.0, ' $C_i$ ': 8.0, 'percentil': 58.5

- (e) ¿Qué porcentaje de pacientes tenían una edad superior a 60 años?

**Sol:** 'valor': 60, 'N': 75.0, ' $L_i$ ': 55.0, ' $f_i$ ': 12.0, ' $F_{i-1}$ ': 30.0, ' $C_i$ ': 8.0, 'Porcentaje': 50.00000000000000

4. au3p093e05 - La temperatura media en los meses de invierno en varias ciudades y el gasto medio por habitante en calefacción ha sido

	0	1	2	3	4	5
Temperatura (grados)	10	12	14	15	17	20
Gasto (euros)	150	120	102	90	50	18

- (a) Haz una tabla de frecuencias con los datos que necesites para hacer el resto de apartados

**Sol:**

	x	y	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
0	10	150	1500	100	22500
1	12	120	1440	144	14400
2	14	102	1428	196	10404
3	15	90	1350	225	8100
4	17	50	850	289	2500
5	20	18	360	400	324
6	88	530	6928	1354	58228

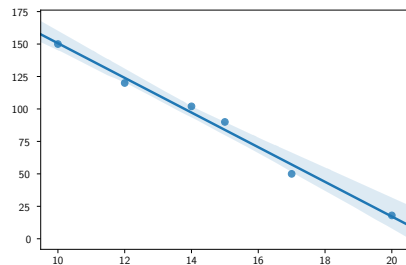
- (b) Calcula el gasto medio

**Sol:** 'media': 88.33333333333333

- (c) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo

**Sol:** 'media de x': 14.666666666666666, 'desviación de x': 3.2489314482696545, 'media de y': 88.33333333333333, 'desviación de y': 43.61065109453067, 'covarianza': -140.88888888888889, 'coeficiente de correlación': -0.9943599539663297

- (d) Estima el gasto medio por habitante de una ciudad si la temperatura media hubiera sido 8°C

**Sol:**  $y = -13,3473684210526x + 284,094736842105$ 

La estimación para x=8 es: 177.315789473684

1. au31e01 - Se realiza una encuesta a un grupo de 10 personas acerca del número de veces que acuden a la peluquería a lo largo de un año, obteniéndose los siguientes resultados: 3 5 5 2 3 4 5 8 4 4

(a) Realiza una tabla de frecuencias

**Sol:**

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$\%_i$	$\%A_i$
2	1	1	0.1	0.1	10	10
3	2	3	0.2	0.3	20	30
4	3	6	0.3	0.6	30	60
5	3	9	0.3	0.9	30	90
8	1	10	0.1	1	10	100

(b) Realiza un diagrama de barras y un polígono de frecuencias



(c) Calcular los parámetros de centralización

**Sol:** 'media': 4.3, 'mediana': 4.0, 'moda': ModeResult(mode=array([4]), count=array([3]))

(d) Calcular los parámetros de posición P70, Q1, Q3, D4

**Sol:** 'P70': 5.0, 'Q1': 3.25, 'Q3': 5.0, 'D4': 4.0

(e) Calcular los parámetros de dispersión

**Sol:** 'rango': 6, 'varianza': 2.41, 'desviación típica': 1.55241746962600, 'coeficiente variación': 0.361027318517675

2. au31e02 - En una consulta médica la distribución de pacientes por su edad ha sido, en la última semana, la siguiente:

	Duración	Cantidad
0	[0, 30)	10
1	[30, 60)	20
2	[60, 90)	25
3	[90, 120)	3

(a) Haz una tabla de frecuencias

	lim_inf	lim_sup	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	x_if_i	x^2_if_i
<b>Sol:</b>	0	30	15	10	10	0.172414	0.172414	150	2250
	1	60	45	20	30	0.344828	0.517241	900	40500
	2	90	75	25	55	0.431034	0.948276	1875	140625
	3	120	105	3	58	0.0517241	1	315	33075
	4	nan	nan	58	nan	1	nan	3240	216450

- (b) Calcula media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

**Sol:** 'media': 55.86206896551724, 'varianza': 611.3258026159338, 'desviación típica': 24.7250035918285, 'coeficiente de variación': 0.442608088989523

- (c) La edad mas frecuente de los pacientes

**Sol:** 'Intervalo modal': '  
left[60,0,90,0  
right)', 'moda': 65.55555555555556

- (d) El percentil 47

**Sol:** 'k': 47, 'N': 58.0, 'L<sub>i</sub>': 30.0, 'f<sub>i</sub>': 20.0, 'F<sub>i-1</sub>': 10.0, 'C<sub>i</sub>': 30.0, 'percentil': 55.89

- (e) ¿Qué porcentaje de pacientes tenían una edad superior a 60 años?

**Sol:** 'valor': 60, 'N': 58.0, 'L<sub>i</sub>': 60.0, 'f<sub>i</sub>': 25.0, 'F<sub>i-1</sub>': 30.0, 'C<sub>i</sub>': 30.0, 'Porcentaje': 51.7241379310345

3. au31e03 - La temperatura media en los meses de invierno en varias ciudades y el gasto medio por habitante en calefacción ha sido

	0	1	2	3
Temperatura (grados)	10	14	17	20
Gasto (euros)	150	102	55	18

- (a) Haz una tabla de frecuencias con los datos que necesites para hacer el resto de apartados

	x	y	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
<b>Sol:</b>	0	10	1500	100	22500
	1	14	1428	196	10404
	2	17	935	289	3025
	3	20	360	400	324
	4	61	4223	985	36253

- (b) Calcula el gasto medio

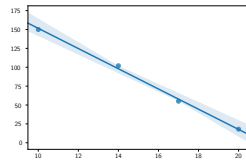
**Sol:** 'media': 81.25

- (c) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo

**Sol:** 'media de x': 15.25, 'desviación de x': 3.6996621467371855, 'media de y': 81.25, 'desviación de y': 49.61539579606314, 'covarianza': -183.3125, 'coeficiente de correlación': -0.9986505695692516

- (d) Estima el gasto medio por habitante de una ciudad si la temperatura media hubiera sido 8°C

**Sol:**  $y = -13,3926940639269x + 285,488584474886$



La estimación para x=8 es: 178.34703196347

4. au31e04 - De los 30 alumnos de una clase, 16 escogieron francés, como idioma y 14 inglés. 9 eligieron ambos idiomas y el resto no optó por ninguno de ellos. elegido un alumno al azar, calcula las probabilidades de que escogiera:

- (a) i) Francés  
 ii) Inglés  
 iii) Ambos idiomas  
 iv) Francés o Inglés  
 v) Francés, pero no inglés  
 vi) Inglés, pero no francés

**Sol:**  $\left[\frac{8}{15}, \frac{7}{15}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{7}{30}, \frac{1}{6}\right]$

5. au31e99-0 - Sea X una variable aleatoria discreta cuya función de probabilidad es  $(x_i : p_i)$ :  
 1: 0.2, 2: 0.2, 3: 0.3, 4: 0.2, 5: 0.1

- (a) Calcula sus parámetros

**Sol:**  
 La media es: 2,8  
 La varianza: 1,56

- (b) Calcula  $P(X < 4,5)$ ,  $P(X \geq 3)$ ,  $P(3 \leq X < 4,5)$

**Sol:** [0,9, 0,6, 0,5]



1. p098e05 - De los 39 alumnos de una clase, 16 escogieron francés, como idioma y 27 inglés. 9 eligieron ambos idiomas y el resto no optó por ninguno de ellos. elegido un alumno al azar, calcula las probabilidades de que escogiera:

- (a) i) Francés  
ii) Inglés  
iii) Ambos idiomas  
iv) Francés o Inglés  
v) Francés, pero no inglés

vi) Inglés, pero no francés

**Sol:**  $\left[\frac{16}{39}, \frac{9}{13}, \frac{3}{13}, \frac{34}{39}, \frac{7}{39}, \frac{6}{13}\right]$

2. p098e06 - En la ciudad, el 53 % de sus habitantes es mayor de 30 años, el 45 % está casado y el 60 % está casado o es mayor de 30 años. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- (a) i) Ser mayor de 30 años y estar casado  
ii) No estar casado

**Sol:**  $\left[\frac{19}{50}, \frac{11}{20}\right]$

3. p098e08 - Se tiene una urna con 15 bolas negras y 10 blancas, y se realizan dos extracciones sucesivas de una bola. Halla la probabilidad de que las dos bolas sean blancas en los siguientes casos:

- (a) i) Con devolución a la urna de la primera bola extraída ii) Sin devolución

**Sol:**  $\left[\frac{4}{25}, \frac{3}{20}\right]$

4. p098e09 - Una urna contiene 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul. Extraemos una bola, anotamos su color, la devolvemos a la urna, sacamos otra bola y anotamos su color. Halla las siguientes probabilidades:

- (a) i) Que las dos bolas sean rojas ii) Que haya alguna bola azul iii) que no haya ninguna bola verde iv) que las dos bolas sean del mismo color

**Sol:**  $\left[\frac{1}{4}, \frac{11}{36}, \frac{4}{9}, \frac{7}{18}\right]$

5. p099e16 - En una población hay el doble de mujeres que de hombres. El 25 son rubios

- (a) i) Si se elige al azar una persona y resulta ser rubia, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? ii) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar

sea hombre y no sea rubia?

**Sol:**  $\left[\frac{5}{6}, \frac{3}{10}\right]$

6. p099e17 - Se eligen al azar 2 tarjetas de un total de 9. Cada una lleva escrito un número del 1 al 9. Se sabe que la suma de los dígitos de las tarjetas es par.

- (a) Calcula la probabilidad de que las tarjetas elegidas lleven escritos números impares.

**Sol:**  $\left[\frac{5}{18}\right]$

7. p099e18 - Dos máquinas se usan para producir marcapasos. La máquina A produce el 75% El 10% de los marcapasos producidos por la máquina B son defectuosos. Se selecciona un marcapasos al azar de entre todos los producidos

- (a) i) calcular la probabilidad de que sea defectuoso ii) Si sabemos que el marcapasos es defectuoso, calcula la probabilidad de que haya sido producido por la máquina

A.

**Sol:**  $\left[\frac{1}{80}, \frac{3}{5}\right]$

Tabla de distribución de probabilidad de la Normal  $Z(0, 1)$

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,5279	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,5438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,6293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,6591	0,66276	0,6664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,7054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,7224
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,7549
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,7673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,7823	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,8665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,879	0,881	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,9032	0,9049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,9222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,9452	0,9463	0,94738	0,94845	0,9495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,9608	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,9732	0,97381	0,97441	0,975	0,97558	0,97615	0,9767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,9803	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,983	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,985	0,98537	0,98574
2,2	0,9861	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,9884	0,9887	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,9901	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,9918	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,9943	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,9952
2,6	0,99534	0,99547	0,9956	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,9972	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,9976	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,999
3,1	0,99903	0,99906	0,9991	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,9994	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,9995
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,9996	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,9997	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,9998	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,9999	0,9999	0,9999	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

1. p105e02-0 - Sea  $X$  una variable aleatoria discreta cuya función de probabilidad es  $(x_i : p_i)$ :  
0: 0.1, 1: 0.2, 2: 0.1, 3: 0.4, 4: 0.1, 5: 0.1

(a) Calcula sus parámetros

**Sol:**

La media es: 2,5

La varianza: 2,05

(b) Calcula  $P(X < 4,5)$ ,  $P(X \geq 3)$ ,  $P(3 \leq X < 4,5)$

**Sol:** [0,9, 0,6, 0,5]

2. p105e08-0 - En una distribución binomial  $B(9, 0.2)$  calcula:

(a)  $P(X > 3)$

**Sol:** 0,085641728

(c)  $P(X > 0)$

**Sol:** 0,865782272

(b)  $P(X \geq 7)$

**Sol:** 0,000313856

(d)  $P(X \leq 9)$

**Sol:** 1,0

3. p105e09-0 - La última novela de cierto afamado autor ha tenido un importante éxito, hasta el punto de que el 80 % de los lectores ya la han leído. Un grupo de 4 amigos son aficionados a la lectura

(a) Describe la variable que indica el número de individuos del grupo que han leído la novela

**Sol:** {0 : 0,0016, 1 : 0,0256, 2 : 0,1536, 3 : 0,4096, 4 : 0,4096}

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo hayan leído la obra 2 personas? ¿Y al menos 2?

**Sol:** 0,1536 y 0,9728

4. p105e10-0 - La probabilidad de que un jugador de baloncesto enceste una canasta de 3 puntos es 0.6. Si tira 6 veces:

(a) Describe la variable del ejercicio

**Sol:**  $\{0 : 0,004096, \quad 1 : 0,036864, \quad 2 : 0,13824, \quad 3 : 0,27648, \quad 4 : 0,31104, \quad 5 : 0,186624, \quad 6 : 0,0466\}$

- (b) Calcula la probabilidad de que encestes 3

**Sol:**  $P(X = 3) = 0,27648$

- (c) Calcula la probabilidad de que encestes al menos 1

**Sol:**  $P(X \geq 1) = 0,995904$

- (d) Calcula la probabilidad de que encestes más de 3

**Sol:**  $P(X > 3) = 0,54432$

5. p105e18-0 - En una estación de ferrocarril se sabe que la probabilidad de que un tren llegue a la hora es del 95 %. Un determinado día en el que llegan 20 trenes a la estación:

- (a) Calcula la probabilidad de que al menos 18 lleguen a la hora

**Sol:**  $P(X \geq 18) = 0,924516326211503$

- (b) ¿Y la de que como máximo 1 no llegue a la hora?

**Sol:**  $P(X \geq 19) = 0,735839524943849$

6. p106e19-0 - En una distribución Normal  $Z(0, 1)$  calcula:

- (a)  $P(Z \leq 1,83)$

**Sol:** 0,966375030580372

**Sol:** 0

- (b)  $P(Z \geq 0,27)$

**Sol:** 0,39358012680196

- (f)  $P(Z \geq -2,71 \wedge Z \leq -1,83)$

**Sol:** 0,0302608090129591

- (c)  $P(Z \leq 0,78)$

**Sol:** 0,782304562414267

- (g)  $P(Z \geq 1,5 \wedge Z \leq 2,5)$

**Sol:** 0,0605975359430819

- (d)  $P(Z \geq -2,4)$

**Sol:** 0,991802464075404

- (h)  $P(Z \geq -1,87 \wedge Z \leq 1,25)$

**Sol:** 0,863608317403679

- (e)  $P(Z = 1,6)$

- (i)  $P(Z \geq 1,32)$



**Sol:** 0,0934175089934718

**Sol:** 0,0440732724132314

(j)  $P(Z \geq -1,32)$

(m)  $P(Z \geq -2,03 \wedge Z \leq -1,52)$

**Sol:** 0,906582491006528

**Sol:** 0,0430772181762636

(k)  $P(Z \leq -2,17)$

(n)  $P(Z \leq 0)$

**Sol:** 0,0150034229737322

**Sol:** 0,5

(l)  $P(Z \geq 1,52 \wedge Z \leq 2,05)$

7. p106e20-0 - Calcula el valor de k en cada uno de los siguientes casos:

(a)  $P(Z < k) = 0,8635$

(c)  $P(Z > k) = 0,8635$

**Sol:** 1,1

**Sol:** -1,1

(b)  $P(Z < k) = 0,1894$

(d)  $P(Z > -k \wedge Z < k) = 0,95$

**Sol:** -0,88

**Sol:** -1,96

8. p106e22-0 - En una distribución Normal  $N(5, 2)$  calcula:

(a)  $P(X \leq 6)$

(c)  $P(X \leq 7,2)$

**Sol:** 0,691462461274013

**Sol:** 0,864333939053617

(b)  $P(X \geq 4,5)$

(d)  $P(X \geq 3 \wedge X \leq 6)$

**Sol:** 0,598706325682924

**Sol:** 0,532807207342556

9. p106e23-0 - Calcula el valor de k en cada uno de los siguientes casos:

(a)  $P(X \geq k) = 0,8106$

**Sol:** 5,1

**Sol:** 3,24

(c)  $P(X > -k + 5 \wedge X < k + 5) = 0,5934$

(b)  $P(X \geq k) = 0,4801$

**Sol:** 1,66

10. p106e24-0 - La duración media de un lavavajillas es de 15 años, con una desviación típica igual a 0.5 años. Si la vida útil del electrodoméstico se distribuye normalmente:

(a) Halla la probabilidad de que al comprar un lavavajillas, este dure más de 16 años

**Sol:**  $P(X \geq 16) = 0,0227501319481792$

11. p106e26-0 - Las tallas de 800 recién nacidos se distribuyen normalmente con una media de 50 cm y una desviación típica de 5:

(a) Calcula cuántos recién nacidos cabe esperar con tallas comprendidas entre 47 y 52 cm

**Sol:**  $P(X \geq 47 \wedge X \leq 52) = 0,381168623860251$ , luego 305 recién nacidos

12. p107e39-0 - En un examen tipo test de 200 preguntas de elección múltiple, cada pregunta tiene una respuesta correcta y una incorrecta. Se aprueba si se contestan más de 110 respuestas correctas:

(a) Suponiendo que se contesta al azar, calcula la probabilidad de aprobar el examen

**Sol:** La media: 100,0, la desviación: 7,07106781186548,  $P(X > 110,5) = 0,0687819469549518$

13. p107e41-0 - La probabilidad de que determinadas piezas de una máquina sean defectuosas es del 6%. En un almacén se han recibido 2000 piezas.:

(a) ¿Cuántas habrá defectuosas por término medio?, ¿Cuál será la desviación típica?

**Sol:** La media: 120,0, la desviación: 10,6207344378814

(b) La probabilidad de que haya más de 5 personas que han leído más de 3 libros

**Sol:** La media: 9,0, la desviación: 2,76586333718787,  $P(X > 5,5) = 0,897140969367886$

(c) La probabilidad de que como máximo haya 6 personas que han leído más de tres libros

**Sol:**  $P(X < 6,5) = 0,183030337628131$



4

## Análisis

1. p65e06-0 - Halla el dominio de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = 0x - 3$

**Sol:**  $Dom(f) = \mathbb{R}$

(b)  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2$

**Sol:**  $Dom(f) = \mathbb{R}$

(c)  $f(x) = \frac{x-1}{x+5}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -5) \cup (-5, \infty)$

(d)  $f(x) = 7x - 1$

**Sol:**  $Dom(f) = \mathbb{R}$

(e)  $f(x) = \frac{2}{x}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

(f)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-2}}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

(g)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

(h)  $f(x) = \sqrt{x+3}$

**Sol:**  $Dom(f) = [-3, \infty)$

2. p65e17-0 - Dadas las funciones  $f(x) = x^2 + 5$ ,  $g(x) = \frac{x-1}{x+3}$  y  $h(x) = \sqrt{x}$ . Calcula:

(a)  $g \circ f$

**Sol:**  $g(f(x)) = \frac{x^2+4}{x^2+8}$

(b)  $f \circ g$

**Sol:**  $f(g(x)) = \frac{(x-1)^2}{(x+3)^2} + 5$

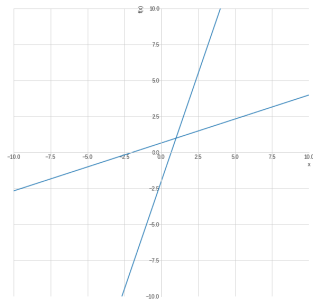
(c)  $h \circ g \circ f$

**Sol:**  $h(g(f(x))) = \frac{\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+8}}$

3. p66e23y24 - Halla la función inversa de  $f(x)$ , y comprueba el resultado, siendo:

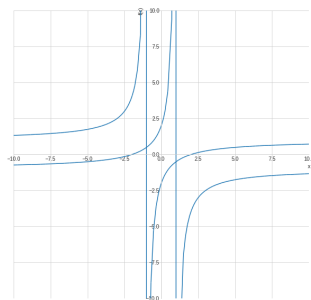
(a)  $f(x) = 3x - 2$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = x = x$



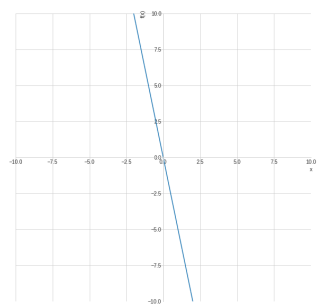
(b)  $f(x) = \frac{x+2}{-x+1}$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{x+1}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = \frac{-2 + \frac{x+2}{-x+1}}{1 + \frac{x+2}{-x+1}} = x$

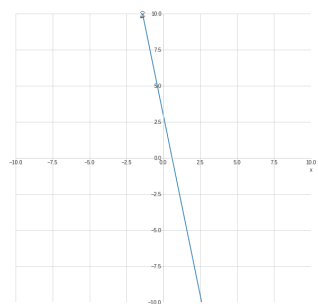


4. p68e28 - Representa gráficamente las siguientes funciones:

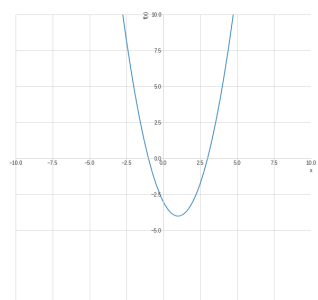
(a)  $y = -5x$

**Sol:**

(b)  $y = -5x + 3$

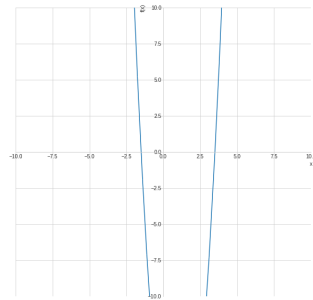
**Sol:**

(c)  $y = x^2 - 2x - 3$

**Sol:**

(d)  $y = 4x^2 - 8x - 21$

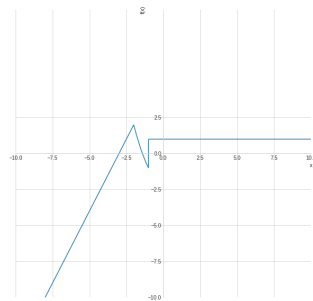
**Sol:**



5. p68e35 - Representa gráficamente las siguientes funciones:

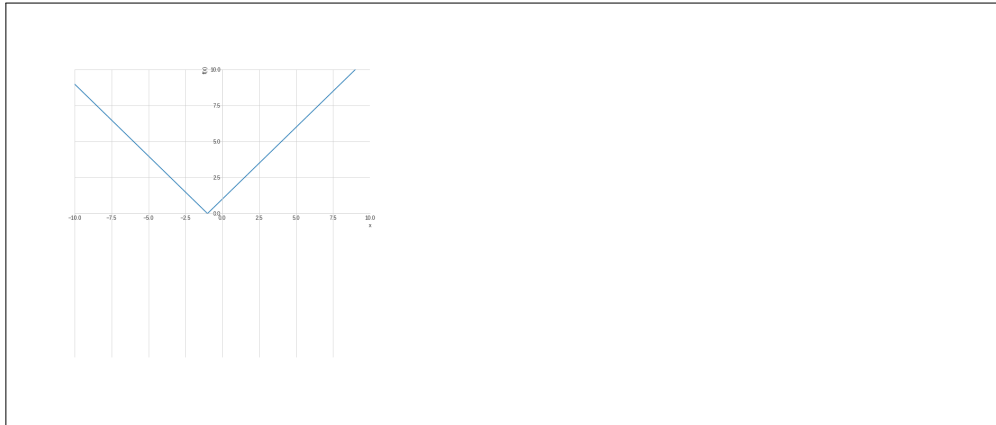
(a)  $y = \begin{cases} 2x + 6 & \text{for } x < -2 \\ x^2 - 2 & \text{for } x \leq -1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$

**Sol:**



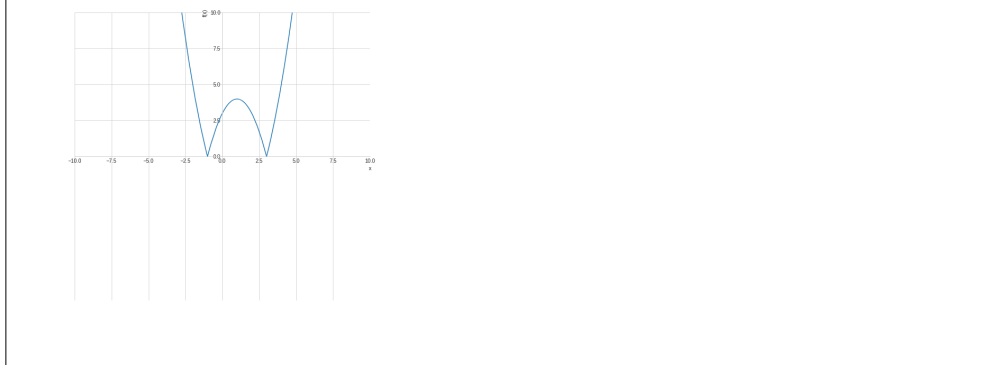
(b)  $y = |x + 1|$

**Sol:**



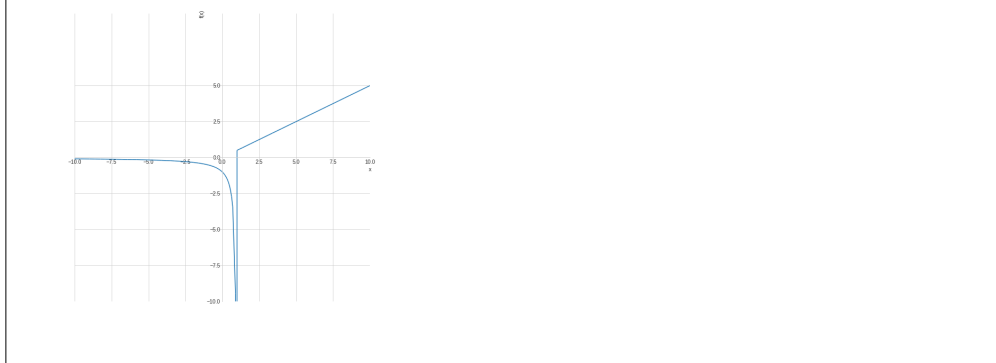
(c)  $y = |x^2 - 2x - 3|$

**Sol:**



(d)  $y = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{for } x \geq 1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{otherwise} \end{cases}$

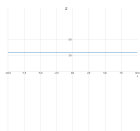
**Sol:**



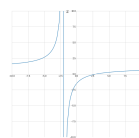
1. e1-0 - Halla analíticamente el dominio de las siguientes funciones y comprueba el resultado con la gráfica que aparece en la solución:

(a)  $f(x) = 0x + 3$

**Sol:**  $Dom(f) = \mathbb{R}$



**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$



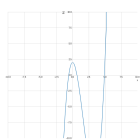
(d)  $f(x) = 2x - 3$

**Sol:**  $Dom(f) = \mathbb{R}$



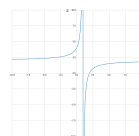
(b)  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2$

**Sol:**  $Dom(f) = \mathbb{R}$



(e)  $f(x) = 2 - \frac{2}{x-1}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$



(c)  $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$

2. e1b-0 - Halla analíticamente el dominio de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-3}}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, 3) \cup (3, \infty)$

(b)  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2x^2+2x-12}}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$

(c)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

3. e3-0 - Dadas las funciones  $f(x) = x^2 + 4$ ,  $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$  y  $h(x) = \sqrt{2x}$ . Calcula:

(a)  $g \circ f$

**Sol:**  $g(f(x)) = \frac{x^2+3}{x^2+6}$

**Sol:**  $f(g(x)) = \frac{(x-1)^2}{(x+2)^2} + 4$

(c)  $h \circ g \circ f$

**Sol:**  $h(g(f(x))) = \frac{\sqrt{2}\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+6}}$

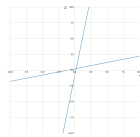
(b)  $f \circ g$

4. e4 - Halla la función inversa de  $f(x)$ , y comprueba el resultado, siendo:

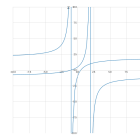
(a)  $f(x) = 5x - 1$

(b)  $f(x) = \frac{x+1}{2-x}$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = \frac{x}{5} + \frac{1}{5}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = x = x$



**Sol:**  $f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x+1}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = \frac{-1 + \frac{2(x+1)}{2-x}}{1 + \frac{x+1}{2-x}} = x$



5. e5 - Calcula los siguientes límites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 3} ((x^2 - 3x) - 1)$

**Sol:**  $-1$

**Sol:**  $\frac{7}{2}$

**Sol:**  $-\infty$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{(x^2 - 10x) + 4}{x} \right)$

**Sol:**  $-6$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1-x}{(3-x)^2} \right)$

**Sol:**  $-\infty$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{(x^2 - x) - 2}{(3x^2 + 12x) + 12} \right)$

**Sol:**  $0$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{2x-1}{\sqrt{x}} \right)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{7}{(x^2 - 6x) + 9} \right)$

**Sol:**  $\infty$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right)$

**Sol:**  $2$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x-1}{x^2} \right)$



1. Ejercicios: - Calcula los siguientes límites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 14x + 12}{x^2 - 10x + 4} \right)$$

**Sol:** 2

(f)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( -\frac{3}{1-x^2} + \frac{1}{1-x} \right)$$

**Sol:** No existe el límite

(k)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( -x + \sqrt{x^3 + x + 1} \right)$$

**Sol:**  $\infty$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{(5x-4)(2x^2-3)}{2x^3-4x+1} \right)$$

**Sol:** 5

(g)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2x^3 + 6x^2 - 3x}{2x^2 + 5x} \right)$$

**Sol:**  $-\frac{3}{5}$

(l)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( -x + \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$$

**Sol:**  $\frac{1}{2}$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2x + 1} \right)$$

**Sol:** No existe el límite

(h)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^3 + 6x^2 - 3x}{2x^2 + 5x} \right)$$

**Sol:**  $\infty$

(m)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 3}{3x^2 - 5} \right)^{\frac{x^2}{2-x}}$$

**Sol:**  $\infty$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2} \right)$$

**Sol:** -2

(i)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^3 + 6x^2 - 3x}{2x^2 + 5x} \right)$$

**Sol:**  $-\infty$

(n)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{3}{x-1}}$$

**Sol:**  $e^{\frac{3}{2}}$

(e)

$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{-a^2 - 2ax + 3x^2}{a^2 - 3ax + 2x^2} \right)$$

**Sol:** 4

(j)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x^2 - x + 3}{3x^2 + x - 3} \right)^{\frac{x}{1-x}}$$

**Sol:**  $\frac{3}{4}$

(ñ)

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x-1)^{\frac{1}{x-2}}$$

**Sol:**  $e$

1. p076e10: - Hallar el dominio de continuidad de las siguientes funciones:

(a)

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$$

**Sol:**

$$\mathbb{R}$$

(b)

$$f(x) = \frac{2x-1}{2x^2-5x+2}$$

**Sol:**

$$\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right) \cup (2, \infty)$$

(c)

$$f(x) = \frac{x-1}{x^4-3x^3+6x-4}$$

**Sol:**

$$\left(-\infty, -\sqrt{2}\right) \cup \left(-\sqrt{2}, 1\right) \cup \left(1, \sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, 2\right) \cup (2, \infty)$$

(d)

$$f(x) = \sqrt{2x^2-5x+2}$$

**Sol:**

$$\left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup [2, \infty)$$

(e)

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-3}}$$

**Sol:**

$$(-\infty, -1] \cup (3, \infty)$$

(f)

$$f(x) = \frac{2}{|x| - 2}$$

**Sol:**

$$(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$$

(g)

$$f(x) = \frac{2}{|x - 2| - 2}$$

**Sol:**

$$(-\infty, 0) \cup (0, 4) \cup (4, \infty)$$

(h)

$$f(x) = xe^{x^2}$$

**Sol:**

$$\mathbb{R}$$

2. p076e14: - Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{for } x < 1 \\ \log(x) & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:** Singularidades de las expresiones analíticas:  $\emptyset$ .

Posibles discontinuidades en los extremos de los trozos: 1.

En 1 no es continua porque no existe límite. Límites laterales:  $e$  y 0

(b)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{for } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:** Singularidades de las expresiones analíticas:  $\{0\}$ .

Posibles discontinuidades en los extremos de los trozos: 1.

En 1 no es continua porque no existe límite. Límites laterales: 1 y 0

(c)

$$f(x) = \begin{cases} |x+2| & \text{for } x < -1 \\ x^2 & \text{for } x < 1 \\ 2x+1 & \text{for } x > 1 \end{cases}$$

**Sol:** Singularidades de las expresiones analíticas:  $\emptyset$ .

Posibles discontinuidades en los extremos de los trozos: -1, 1.

En -1 es continua ya que hay límite y  $\lim = f(-1) = 1$ .

En 1 no es continua porque no existe límite. Límites laterales: 1 y 3

3. p076e15: - Calcula el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{for } x \leq 2 \\ k-x & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{5\}$ 

(b)

$$f(x) = \begin{cases} k+x & \text{for } x \leq 0 \\ x^2-1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{-1\}$ 

(c)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x-1} & \text{for } x < 1 \\ k & \text{for } x \leq 1 \\ \frac{x^4-1}{x-1} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{4\}$ 

(d)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{for } x \leq 1 \\ k & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{\frac{1}{2}\}$ 

4. p076e16: - Halla a y b de modo que las siguientes funciones sean continuas:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{for } x < 0 \\ ax + b & \text{for } x < 1 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{a : 2, b : 0\}$ 

(b)

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 & \text{for } x < 0 \\ \sin(b+x) & \text{for } x < \pi \\ \frac{\pi}{x} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $[\{a : -1, b : -\frac{\pi}{2}\}, \{a : -1, b : \frac{3\pi}{2}\}]$ 

(c)

$$f(x) = \begin{cases} \log(x) & \text{for } x < 1 \\ ax^2 + b & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{-b\}$

1. p80e16 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = 2x$

**Sol:**  $y' = 2$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$

(b)  $y = 3x - 5$

**Sol:**  $y' = 3$

(l)  $y = \frac{x^2-3}{x^3+x}$

**Sol:**  $y' = \frac{-x^4+10x^2+3}{x^2(x^4+2x^2+1)}$

(c)  $y = 7x^5 - 3x^2 + x + 2345$

**Sol:**  $y' = 35x^4 - 6x + 1$

(m)  $y = \frac{x+1}{x}$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{x^2}$

(d)  $y = x(x+2)$

**Sol:**  $y' = 2x + 2$

(n)  $y = \frac{xx^2(x^2-1)}{3} - 3$

**Sol:**  $y' = \frac{5x^4}{3} - x^2$

(e)  $y = (x-1)(x+1)$

**Sol:**  $y' = 2x$

(ñ)  $y = \frac{1}{x^3}$

**Sol:**  $y' = -\frac{3}{x^4}$

(f)  $y = \frac{5x^4}{7} - \frac{x^3}{55} - \frac{3x^2}{4} + x - 1255$

**Sol:**  $y' = \frac{20x^3}{7} - \frac{3x^2}{55} - \frac{3x}{2} + 1$

(o)  $y = x^{\frac{1}{2}}$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(g)  $y = (x+1)^3$

**Sol:**  $y' = 3(x+1)^2$

(p)  $y = x^{\frac{2}{3}}$

**Sol:**  $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

(h)  $y = (x^3 + x + 1)^4$

**Sol:**  $y' = (12x^2 + 4)(x^3 + x + 1)^3$

(q)  $y = x^{\frac{-2}{3}}$

**Sol:**  $y' = -\frac{2}{3x^{\frac{5}{3}}}$

(i)  $y = -(3x-1)^2 + (3x+1)^2$

**Sol:**  $y' = 12$

(r)  $y = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{5}} + x^{\frac{1}{6}}$

**Sol:**  $y' = \frac{\frac{49}{2} + \frac{x^{\frac{13}{10}}}{6} + \frac{x^{\frac{4}{3}}}{5}}{x^{\frac{32}{15}}}$

(j)  $y = \frac{1}{x^2}$

**Sol:**  $y' = -\frac{2}{x^3}$

(s)  $y = \sqrt{3}\sqrt{x}$

**Sol:**  $y' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}}$

(k)  $y = \frac{1}{x+1}$

2. p80e16-cont - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = \frac{x^3}{\sqrt{x}}$

**Sol:**  $y' = \frac{5x^{\frac{3}{2}}}{2}$

(b)  $y = x^3 x^{\frac{1}{3}}$

**Sol:**  $y' = \frac{10x^{\frac{7}{3}}}{3}$

(c)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x}$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}}$

(d)  $y = (1 - x^2)^3$

**Sol:**  $y' = -6x(x^2 - 1)^2$

(e)  $y = \sqrt{2x - 4}$

**Sol:**  $y' = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{x-2}}$

(f)  $y = \sqrt{2 - x}$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}}$

(g)  $y = \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{x^2}$

**Sol:**  $y' = \frac{2\sqrt[3]{2} \operatorname{sign}(x)}{3\sqrt[3]{|x|}}$

(h)  $y = \sqrt{3x^2 - 1}$

**Sol:**  $y' = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 - 1}}$

(i)  $y = \frac{2x}{\sqrt{x-1}}$

**Sol:**  $y' = \frac{x-2}{(x-1)^{\frac{3}{2}}}$

(j)  $y = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$

**Sol:**  $y' = \frac{\sqrt{\frac{1-x}{x+1}}}{x^2 - 1}$

(k)  $y = e^{2x}$

**Sol:**  $y' = 2e^{2x}$

(l)  $y = 2^{5x}$

**Sol:**  $y' = 5 \cdot 32^x \log(2)$

(m)  $y = 8^{3x^2 - 1}$

**Sol:**  $y' = 9 \cdot 2^{9x^2 - 2} x \log(2)$

(n)  $y = a^x x^a$

**Sol:**  $y' = a^x x^{a-1} (a + x \log(a))$

(ñ)  $y = e^{\sqrt{x}}$

**Sol:**  $y' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

(o)  $y = \frac{\log(2x-1)}{\log(10)}$

**Sol:**  $y' = \frac{2}{(2x-1)\log(10)}$

(p)  $y = \log(x + 3)$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{x+3}$

(q)  $y = \cos(5x)$

**Sol:**  $y' = -5 \sin(5x)$

(r)  $y = 3 \tan(2x)$

**Sol:**  $y' = \frac{6}{\cos^2(2x)}$

(s)  $y = \sin^2(x)$

<b>Sol:</b> $y' = \sin(2x)$
-----------------------------

(t)  $y = \sin(x^2)$



**Sol:**  $y' = 2x \cos(x^2)$

3. p80e17 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = \log(3x^2 - 7)$

**Sol:**  $y' = \frac{6x}{3x^2 - 7}$

(b)  $y = \log((x-2)^2)$

**Sol:**  $y' = \frac{2}{x-2}$

(c)  $y = \frac{\log(x^2 - 2x)}{\log(10)}$

**Sol:**  $y' = \frac{2(x-1)}{x(x-2)\log(10)}$

(d)  $y = \frac{\log(2x^3 + 3x^2)}{\log(2)}$

**Sol:**  $y' = \frac{6(x+1)}{x(2x+3)\log(2)}$

(e)  $y = \sqrt{\log(x)}$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{2x\sqrt{\log(x)}}$

(f)  $y = \frac{\log(x)}{x}$

**Sol:**  $y' = \frac{1 - \log(x)}{x^2}$

(g)  $y = \log\left(\frac{1-x}{x+1}\right)$

**Sol:**  $y' = \frac{2}{x^2 - 1}$

(h)  $y = \log\left(x^{\frac{3}{4}}\right)$

**Sol:**  $y' = \frac{3}{4x}$

(i)  $y = \frac{\log(2x+1)}{\log(4)}$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{(2x+1)\log(2)}$

(j)  $y = \log\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{1 - e^x}$

(k)  $y = \frac{1 - \log(x)}{\log(x) + 1}$

**Sol:**  $y' = -\frac{2}{x(\log(x) + 1)^2}$

(l)  $y = \frac{e^x}{x-1}$

**Sol:**  $y' = \frac{(x-2)e^x}{x^2 - 2x + 1}$

(m)  $y = e^{-x} + \frac{e^x - e^{-x}}{e^x}$

**Sol:**  $y' = (2 - e^x)e^{-2x}$

(n)  $y = e^{\sqrt{x^2 + 1}}$

**Sol:**  $y' = \frac{xe^{\sqrt{x^2 + 1}}}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(ñ)  $y = \sin(2x)$

**Sol:**  $y' = 2 \cos(2x)$

(o)  $y = \sin(7x - 3)$

**Sol:**  $y' = 7 \cos(7x - 3)$

(p)  $y = \cos(5x)$

**Sol:**  $y' = -5 \sin(5x)$

(q)  $y = 3 \tan(2x)$

**Sol:**  $y' = \frac{6}{\cos^2(2x)}$

(r)  $y = \sin^2(x)$



$$\text{Sol: } y' = \sin(2x)$$

$$(s) \quad y = \sin(x^2)$$

$$\text{Sol: } y' = 2x \cos(x^2)$$

4. p80e17-cont - Calcula las siguientes derivadas:

$$(a) \quad y = \cos^2(x^2 + 1)$$

$$\text{Sol: } y' = -4x \sin(x^2 + 1) \cos(x^2 + 1)$$

$$(b) \quad y = \tan^3(5x)$$

$$\text{Sol: } y' = (15 \tan^2(5x) + 15) \tan^2(5x)$$

$$(c) \quad y = \sin^3(4x)$$

$$\text{Sol: } y' = 12 \sin^2(4x) \cos(4x)$$

$$(d) \quad y = \sqrt{\sin(2x)}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{\cos(2x)}{\sqrt{\sin(2x)}}$$

$$(e) \quad y = \log(-\tan(x-1))$$

$$\text{Sol: } y' = -\frac{-\tan^2(x-1)-1}{\tan(x-1)}$$

$$(f) \quad y = \sqrt[3]{\sin(x)}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{\cos(x)}{3 \sin^{\frac{2}{3}}(x)}$$

$$(g) \quad y = \sin^3(x) \cos(x)$$

$$\text{Sol: } y' = -\sin^4(x) + 3 \sin^2(x) \cos^2(x)$$

$$(h) \quad y = \sec(5x+2)$$

$$\text{Sol: } y' = 5 \tan(5x+2) \sec(5x+2)$$

$$(i) \quad y = \operatorname{asin}(2x)$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$(j) \quad y = \operatorname{acos}(x^2)$$

$$\text{Sol: } y' = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$$

$$(k) \quad y = \operatorname{atan}\left(\frac{x-1}{1-x}\right)$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{\frac{1}{1-x} + \frac{x-1}{(1-x)^2}}{1 + \frac{(x-1)^2}{(1-x)^2}}$$

$$(l) \quad y = \operatorname{asin}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{(x-1)^2}}{\sqrt{1 - \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}}}$$

$$(m) \quad y = \tan^2(\sin(x))$$

$$\text{Sol: } y' = 2(\tan^2(\sin(x)) + 1) \cos(x) \tan(\sin(x))$$

$$(n) \quad y = \sin^{\frac{1}{x}}(x)$$

$$\text{Sol: } y' = \left( \frac{\cos(x)}{x \sin(x)} - \frac{\log(\sin(x))}{x^2} \right) \sin^{\frac{1}{x}}(x)$$

$$(\tilde{n}) \quad y = x^{\tan(x)}$$

$$\text{Sol: } y' = x^{\tan(x)} \left( (\tan^2(x) + 1) \log(x) + \frac{\tan(x)}{x} \right)$$

$$(o) \quad y = 2^{\log(\cos(x))}$$

$$\text{Sol: } y' = -\frac{2^{\log(\cos(x))} \log(2) \sin(x)}{\cos(x)}$$

$$(p) \quad y = \sin^{\operatorname{atan}(x)}(x)$$

$$\text{Sol: } y' = \left( \frac{\cos(x) \operatorname{atan}(x)}{\sin(x)} + \frac{\log(\sin(x))}{x^2+1} \right) \sin^{\operatorname{atan}(x)}(x)$$

(q)  $y = \operatorname{atan}^x(x)$

$$\text{Sol: } y' = \left( \frac{x}{(x^2+1)^{\operatorname{atan}(x)}} + \log(\operatorname{atan}(x)) \right) \operatorname{atan}^x(x) \quad \text{Sol: } y' = x^{\sec(x)} \left( \log(x) \tan(x) \sec(x) + \frac{\sec(x)}{x} \right)$$

(r)  $y = x^{\sec(x)}$

5. p81e18 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = x^{\log(x)}$

$$\text{Sol: } y' = \frac{2x^{\log(x)} \log(x)}{x}$$

$$\text{Sol: } y' = x^{\frac{1}{x}} \left( -\frac{\log(x)}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)$$

(c)  $y = \cos^{\sin(x)}(x)$

(b)  $y = x^{\frac{1}{x}}$

$$\text{Sol: } y' = \left( \log(\cos(x)) \cos(x) - \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)} \right) \cos^{\sin(x)}(x)$$

1. au34p01 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = 1200$

**Sol:**  $y' = 0$

(b)  $y = 5x + 3$

**Sol:**  $y' = 5$

(c)  $y = (-3)x^4 + 7x - 5$

**Sol:**  $y' = 7 - 12x^3$

(d)  $y = (1 - x^3)(2x^2 + 5)$

**Sol:**  $y' = x(-10x^3 - 15x + 4)$

(e)  $y = (3x + 1)^5$

**Sol:**  $y' = 15(3x + 1)^4$

(f)  $y = \frac{1}{x}$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{x^2}$

(g)  $y = \frac{x-1}{x+3}$

**Sol:**  $y' = \frac{4}{(x+3)^2}$

(h)  $y = \frac{x^2}{x^3+1}$

**Sol:**  $y' = -\frac{x(x^3-2)}{x^6+2x^3+1}$

(i)  $y = \frac{2}{x+1}$

**Sol:**  $y' = -\frac{2}{(x+1)^2}$

(j)  $y = \frac{(-2)x^2+2x}{x^2+3}$

**Sol:**  $y' = \frac{-2x^2-12x+6}{x^4+6x^2+9}$

(k)  $y = \frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{x^2}$

(l)  $y = \frac{-1}{(x+2)^2}$

**Sol:**  $y' = \frac{2}{(x+2)^3}$

(m)  $y = \frac{x^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{6}}}{\sqrt[3]{x}}$

**Sol:**  $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

(n)  $y = \frac{16}{x^2(x-4)}$

**Sol:**  $y' = \frac{128-48x}{x^3(x^2-8x+16)}$

(ñ)  $y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4}$

**Sol:**  $y' = \frac{-2x^2-3x+4}{x^5}$

2. au34p02 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = \frac{3x}{\log(x)}$

**Sol:**  $y' = \frac{3(\log(x)-1)}{\log(x)^2}$

**Sol:**  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

(b)  $y = \sqrt{x^2+3}$

(c)  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{2(x+1)^{\frac{3}{2}}}$

(d)  $y = x\sqrt{x^2 - 1}$

**Sol:**  $y' = \frac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}$

(i)  $y = \log\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{x-1}$

(e)  $y = 2 \log(3x + 5)$

**Sol:**  $y' = \frac{6}{3x+5}$

(j)  $y = 5 \log(e^{x^3})$

**Sol:**  $y' = 15x^2$

(f)  $y = \log(x + 3)$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{x+3}$

(k)  $y = e^{x^2+2x-1}$

**Sol:**  $y' = 2(x+1)e^{x^2+2x-1}$

(g)  $y = \log(x^2 - 3x)$

**Sol:**  $y' = \frac{2x-3}{x(x-3)}$

(l)  $y = e^{\log(x)}$

**Sol:**  $y' = 1$

(h)  $y = \log\left(\frac{1}{x}\right)$

**Sol:**  $y' = -\frac{1}{x}$

(m)  $y = e^{\frac{1}{x}}$

**Sol:**  $y' = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$

3. au34p03 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = \left(x - \sqrt{1-x^2}\right)^2$

**Sol:**  $y' = \frac{2(2x^2-1)}{\sqrt{1-x^2}}$

**Sol:**  $y' = \frac{2x}{x^2+1}$

(b)  $y = \sqrt{\sqrt{x} + 1}$

**Sol:**  $y' = \frac{1}{4\sqrt{x}\sqrt{\sqrt{x}+1}}$

(f)  $y = \log\left(\frac{3-5x}{2x+7}\right)$

**Sol:**  $y' = \frac{41}{10x^2+29x-21}$

(c)  $y = \left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)^2$

**Sol:**  $y' = \frac{(x^2+2)(-x^2+x(2x+1)-2)}{(2x+1)^3}$

(g)  $y = \log\left(\frac{x}{x^2+4}\right)$

**Sol:**  $y' = \frac{4-x^2}{x(x^2+4)}$

(d)  $y = \frac{x^6}{(3x+2)^2}$

**Sol:**  $y' = \frac{12x^5(x+1)}{(3x+2)^3}$

(h)  $y = e^{-x^2}$

**Sol:**  $y' = -2xe^{-x^2}$

(i)  $y = e^{2x}(x^2 + 1)$

**Sol:**  $y' = 2(x^2 + x + 1)e^{2x}$

(e)  $y = \log(x^2 + 1)$

4. au34p03cont - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = e^{\sqrt{x}}$

**Sol:**  $y' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

(c)  $y = e^{\log(x^3)}$

**Sol:**  $y' = 3x^2$

(b)  $y = \frac{e^x}{e^x + 1}$

**Sol:**  $y' = \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1}$

(d)  $y = \frac{e^x}{x+1}$

**Sol:**  $y' = \frac{xe^x}{x^2 + 2x + 1}$

5. au34p04 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = e^{-\sin(x)}$

**Sol:**  $y' = -e^{-\sin(x)} \cos(x)$

**Sol:**  $y' = -(2x + 2) \sin((x + 1)^2)$

(b)  $y = x^2 \sin(x)$

**Sol:**  $y' = x(x \cos(x) + 2 \sin(x))$

(f)  $y = \frac{\log(\cos(x-1))}{\log(2)}$

**Sol:**  $y' = -\frac{\tan(x-1)}{\log(2)}$

(c)  $y = x^3 \cos(x)$

**Sol:**  $y' = x^2(-x \sin(x) + 3 \cos(x))$

(g)  $y = 5 \sin^2(x)$

**Sol:**  $y' = 5 \sin(2x)$

(d)  $y = \sin(x) \cos(x)$

**Sol:**  $y' = \cos(2x)$

(h)  $y = 2 \sin(\cos(3x))$

**Sol:**  $y' = -6 \sin(3x) \cos(\cos(3x))$

(e)  $y = \cos((x+1)^2)$

6. au34p05 - Calcula las siguientes derivadas, siendo a un número cualquiera:

(a)  $y = \frac{a+\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}}$

**Sol:**  $y' = \frac{a}{\sqrt{x}(a-\sqrt{x})^2}$

**Sol:**  $y' = a(2x + \cos(ax))$

(c)  $y = \log\left(\frac{a-x}{a+x}\right)$

**Sol:**  $y' = \frac{2a}{-a^2+x^2}$

(b)  $y = ax^2 + \sin(ax)$



1. ae01-0 - Halla analíticamente el dominio de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, \infty)$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

(b)  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, 0) \cup [1, \infty)$

(d)  $f(x) = \ln x^2 - 3$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \infty)$

(c)  $f(x) = \frac{1}{4x^2-1}$

2. ae02-0 - Dadas las funciones  $f(x) = x^3 + 2$ ,  $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$  y  $h(x) = \sqrt{x-1}$ . Calcula:

(a)  $g \circ f$

**Sol:**  $g(f(x)) = \frac{x^3+3}{x^3-1}$

**Sol:**  $f(g(x)) = 2 + \frac{(x+1)^3}{(x-3)^3}$

(c)  $h \circ g \circ f$

**Sol:**  $h(g(f(x))) = 2\sqrt{\frac{1}{x^3-1}}$

(b)  $f \circ g$

3. ae03 - Halla la función inversa de  $f(x)$ , siendo:

(a)  $f(x) = -\frac{1}{x+4}$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = -4 - \frac{1}{x}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = x = x$

(d)  $f(x) = \log(3x+1)$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = \frac{e^x}{3} - \frac{1}{3}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = x = x$

(b)  $f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = -\frac{4x+1}{3x-2}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = \frac{-\frac{4(2x-1)}{3x+4}-1}{\frac{3(2x-1)}{3x+4}-2} = x$

(e)  $f(x) = \sqrt{x^2-3}$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = -\sqrt{x^2+3}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = -|x| = -|x|$

(c)  $f(x) = E^{2x} + 5$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = \log(-\sqrt{x-5})$   
 $f^{-1} \circ f(x) = \log(-e^x) = x + i\pi$

(f)  $f(x) = \sqrt{x^2-3}$

**Sol:**  $f^{-1}(x) = -\sqrt{x^2+3}$   
 $f^{-1} \circ f(x) = -|x| = -|x|$

4. ae04 - Calcula los siguientes límites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 14x + 12}{x^2 - 10x + 4} \right)$$

(e)

$$\text{Sol: } -\frac{3}{5}$$

(h)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( -x + \sqrt{x^3 + x + 1} \right)$$

$$\text{Sol: } 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^3 + 6x^2 - 3x}{2x^2 + 5x} \right)$$

$$\text{Sol: } \infty$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{(5x - 4)(2x^2 - 3)}{2x^3 - 4x + 1} \right)$$

(f)

$$\text{Sol: } \infty$$

(i)

$$\text{Sol: } 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^3 + 6x^2 - 3x}{2x^2 + 5x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 3}{3x^2 - 5} \right)^{\frac{x^2}{2-x}}$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2} \right)$$

(g)

$$\text{Sol: } -\infty$$

(j)

$$\text{Sol: } \infty$$

$$\text{Sol: } -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x^2 - x + 3}{3x^2 + x - 3} \right)^{\frac{x}{1-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2)^{\frac{1}{x-3}}$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2x^3 + 6x^2 - 3x}{2x^2 + 5x} \right)$$

$$\text{Sol: } \frac{3}{4}$$

$$\text{Sol: } e$$

5. ae05: - Halla a y b de modo que las siguientes funciones sean continuas:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{for } x < -2 \\ ax + 2 & \text{for } x < 2 \\ b + x^2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} \log(x) & \text{for } x < 1 \\ ax^2 + b & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \left\{ a : -\frac{3}{2}, b : -5 \right\}$$

$$\text{Sol: } \{-b\}$$

6. ae06: - Calcula el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{kx}}{x^2+2} & \text{for } x < 0 \\ 2kx + k + x^2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} \log(x) & \text{for } x \leq 1 \\ kx^2 + 2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{-2\}$ 

(c)

$$f(x) = \begin{cases} kx + x^2 & \text{for } x \leq -2 \\ k - x^2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{\frac{8}{3}\}$ 

7. ae07 - Calcula las asíntotas de las funciones:

(a)  $\frac{2x-4}{x+2}$

**Sol:** Asíntotas:

$x = -2$

$y = 2$

$y = 2$

$y = 2$

$y = 2$

(b)  $\frac{x^2-3}{x-2}$

**Sol:** Asíntotas:

$x = 2$

$y = x + 2$

$y = x + 2$

8. ae08 - Calcula las siguientes derivadas:

(a)  $y = 2x^5 - x^2 + 5x + 2$

**Sol:**  $y' = 10x^4 - 2x + 5$ 

(f)  $y = (1 - x^2)^4$

**Sol:**  $y' = -8x(1 - x^2)^3$ 

(b)  $y = x(x+2)(x+3)$

**Sol:**  $y' = x(x+2) + x(x+3) + (x+2)(x+3)$ 

(g)  $y = \sqrt[3]{2x^2 + 5x + 7}$

**Sol:**  $y' = \frac{\frac{4x}{3} + \frac{5}{3}}{(2x^2 + 5x + 7)^{\frac{2}{3}}}$ 

(c)  $y = \frac{x^3}{\sqrt{x^2-x}}$

**Sol:**  $y' = \frac{x^3(\frac{1}{2}-x)}{(x^2-x)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3x^2}{\sqrt{x^2-x}}$ 

(h)  $y = \sqrt{\frac{2-x}{x+2}}$

**Sol:**  $y' = \frac{\sqrt{\frac{2-x}{x+2}}(x+2)\left(-\frac{2-x}{2(x+2)^2} - \frac{1}{2(x+2)}\right)}{2-x}$ 

(d)  $y = x^4 x^{\frac{1}{4}}$

**Sol:**  $y' = \frac{17x^{\frac{13}{4}}}{4}$ 

(i)  $y = e^{\sin(x)}$

**Sol:**  $y' = e^{\sin(x)} \cos(x)$ 

(e)  $y = \frac{\sqrt{x^3}}{x}$

**Sol:**  $y' = \frac{\sqrt{x^3}}{2x^2}$ 

(j)  $y = 2^{5 \cos(x)}$

**Sol:**  $y' = -5 \cdot 2^{5 \cos(x)} \log(2) \sin(x)$ 

(k)  $y = 8^{3 \tan^2(x)-1}$

**Sol:**  $y' = 3 \cdot 8^{3 \tan^2(x)-1} (2 \tan^2(x) + 2) \log(8) \tan(x)$  **Sol:**  $y' = -\sin^5(x) + 4 \sin^3(x) \cos^2(x)$

(l)  $y = \log\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)$

(q)  $y = 2^{\log(\cos(x))}$

**Sol:**  $y' = \frac{(2x+1)\left(-\frac{2(2x-1)}{(2x+1)^2} + \frac{2}{2x+1}\right)}{2x-1}$

**Sol:**  $y' = -\frac{2^{\log(\cos(x))} \log(2) \sin(x)}{\cos(x)}$

(m)  $y = \cos^3(x^3 + 1)$

(r)  $y = (x^2)^{\log(\cos(x))}$

**Sol:**  $y' = -9x^2 \sin(x^3 + 1) \cos^2(x^3 + 1)$

**Sol:**  $y' = \left(-\frac{\log(x^2) \sin(x)}{\cos(x)} + \frac{2 \log(\cos(x))}{x}\right) (x^2)^{\log(\cos(x))}$

(n)  $y = \tan^3(5x)$

(s)  $y = \cos^{e^x}(x)$

**Sol:**  $y' = (15 \tan^2(5x) + 15) \tan^2(5x)$

**Sol:**  $y' = \left(e^x \log(\cos(x)) - \frac{e^x \sin(x)}{\cos(x)}\right) \cos^{e^x}(x)$

(ñ)  $y = \log(-\sin(x-1))$

(t)  $y = x^{\tan(x)}$

**Sol:**  $y' = \frac{\cos(x-1)}{\sin(x-1)}$

**Sol:**  $y' = x^{\tan(x)} \left((\tan^2(x) + 1) \log(x) + \frac{\tan(x)}{x}\right)$

(o)  $y = \sqrt[3]{\sin(x)}$

(u)  $y = \cos^{\frac{1}{x}}(x)$

**Sol:**  $y' = \frac{\cos(x)}{3 \sin^{\frac{2}{3}}(x)}$

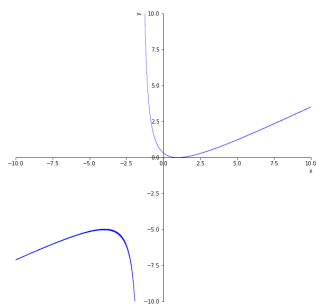
**Sol:**  $y' = \left(-\frac{\sin(x)}{x \cos(x)} - \frac{\log(\cos(x))}{x^2}\right) \cos^{\frac{1}{x}}(x)$

(p)  $y = \sin^4(x) \cos(x)$

1. fin301-0 - Dada la función:  $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{2x+3}$ , calcular:

(a) Dominio de  $f(x)$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (-\frac{3}{2}, \infty)$



(b) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, en caso que existan

**Sol:** Asíntotas:

A.V.  $x = -3/2$

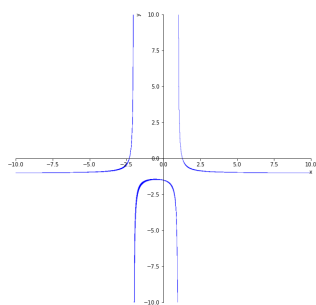
A.O.  $y = \frac{x}{2} - \frac{7}{4}$

A.O.  $y = \frac{x}{2} - \frac{7}{4}$

2. fin301-1 - Dada la función:  $f(x) = \frac{-x^2-x+3}{x^2+x-2}$ , calcular:

(a) Dominio de  $f(x)$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, \infty)$



(b) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, en caso que existan

**Sol:** Asíntotas:

A.V.  $x = -2$

, A.V.  $x = 1$

A.H.  $y = -1$

A.H.  $y = -1$

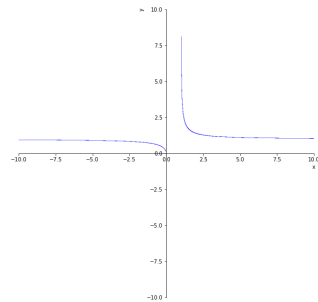
A.O.  $y = -1$

A.O.  $y = -1$

3. fin301-2 - Dada la función:  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$ , calcular:

(a) Dominio de  $f(x)$

**Sol:**  $Dom(f) = (-\infty, 0] \cup (1, \infty)$



(b) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, en caso que existan

**Sol:** Asíntotas:

A.V.  $x = 1$

A.H.  $y = 1$

A.H.  $y = 1$

A.O.  $y = 1$

A.O.  $y = 1$

4. fin302-0 - Estudia en qué puntos de  $\mathbb{R}$  la función no es continua:

(a) 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+7x+3}{x^2-9} & \text{for } x \leq -2 \\ \frac{\sqrt{x+3}-1}{x^2+2x} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:** Singularidades de las expresiones analíticas:  $\{-3, 0\}$ .

Posibles discontinuidades en los extremos de los trozos: -2.

En -2 no es continua porque no existe límite. Límites laterales:  $\frac{3}{5}$  y  $-\frac{1}{4}$

5. fin302-1 - Estudia en qué puntos de  $\mathbb{R}$  la función no es continua:

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} & \text{for } x < 2 \\ 4 & \text{for } x < 5 \\ e^{x-5} + 3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:** Singularidades de las expresiones analíticas:  $\{1\}$ .  
 Posibles discontinuidades en los extremos de los trozos: 2, 5.  
 En 2 es continua ya que hay límite y  $\lim = f(2) = 4$ .  
 En 5 es continua ya que hay límite y  $\lim = f(5) = 4$

6. fin303-0 - Halla a y b de modo que las siguientes funciones sean continuas:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} a + e^{x+2} & \text{for } x \leq -2 \\ \frac{x+1}{3-x} & \text{for } x < 1 \\ bx + 3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{a : -\frac{6}{5}, b : -2\}$

7. fin303-1 - Halla a y b de modo que las siguientes funciones sean continuas:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} a + e^{x+3} & \text{for } x \leq -3 \\ \frac{x+2}{4-x} & \text{for } x < 1 \\ bx + 6 & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Sol:**  $\{a : -\frac{8}{7}, b : -5\}$

8. fin304-0 - Calcula los siguientes límites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{3x^2 - 11x + 6}{x^3 - 3x^2 + x - 3} \right)$$

**Sol:** 0

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 4}{x^2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$$

**Sol:**  $\frac{7}{10}$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{x^3 + x^2 - x + 2}{x^2 + 4x + 4} \right)$$

**Sol:**  $e^2$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{1-x}$$

**Sol:** No existe el límite

9. fin304-1 - Calcula los siguientes límites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}{3x^2 - 8x + 4} \right)$$

(c)

**Sol:** 0

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - x}{x + 3} \right)^{\frac{1}{x-3}}$$

**Sol:**  $\frac{3}{2}$ 

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2x + 1} \right)$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-1}$$

**Sol:** No existe el límite**Sol:**  $e^{\frac{2}{3}}$ 

10. fin305-0 - Deriva las siguientes funciones (simplificando el resultado al máximo):

$$(a) \quad y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{4x}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

$$(c) \quad y = \frac{\log(x^2)}{x}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{1}{4\sqrt{x}\sqrt{\sqrt{x}+1}}$$

$$(d) \quad y = 3 \sin(\cos(2x))$$

$$\text{Sol: } y' = -6 \sin(2x) \cos(\cos(2x))$$

$$(b) \quad y = \sqrt{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{2 - \log(x^2)}{x^2}$$

11. fin305-1 - Deriva las siguientes funciones (simplificando el resultado al máximo):

$$(a) \quad y = \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{2x}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

$$(c) \quad y = \frac{\log(x)}{x}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{1}{4\sqrt{x}\sqrt{2-\sqrt{x}}}$$

$$(d) \quad y = 2 \cos(\sin(2x))$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{1 - \log(x)}{x^2}$$

$$(b) \quad y = \sqrt{2 - \sqrt{x}}$$

$$\text{Sol: } y' = -4 \sin(\sin(2x)) \cos(2x)$$

12. fin308-0 - Se dispone de dos cajas, la caja A contiene 3 bolas moradas y 2 bolas rojas; mientras que la caja B contiene 4 bolas moradas y 4 rojas.

(a) Se escoge una bola cualquiera de la caja A y se pasa a la caja B. Posteriormente se saca una bola de la caja B. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja B sea morada?.

$$\text{Sol: } \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} + \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{23}{45}$$

(b) Ahora volvemos a la situación original de las cajas. Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja A?



$$\text{Sol: } \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{4}{9}$$

13. fin308-1 - Se dispone de dos cajas, la caja A contiene 6 bolas verdes y 2 bolas blancas; mientras que la caja B contiene 4 bolas verdes y 4 blancas.

(a) Se escoge una bola cualquiera de la caja A y se pasa a la caja B. Posteriormente se saca una bola de la caja B. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja B sea verde?.

$$\text{Sol: } \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{19}{36}$$

(b) Ahora volvemos a la situación original de las cajas. Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja A?

$$\text{Sol: } \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

14. fin308-2 - Se dispone de dos cajas, la caja A contiene 3 bolas verdes y 2 bolas blancas; mientras que la caja B contiene 4 bolas verdes y 4 blancas.

(a) Se escoge una bola cualquiera de la caja A y se pasa a la caja B. Posteriormente se saca una bola de la caja B. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja B sea verde?.

$$\text{Sol: } \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} + \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{23}{45}$$

(b) Ahora volvemos a la situación original de las cajas. Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja A?

$$\text{Sol: } \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{4}{9}$$