

1. p019e01 - Resuelve los sistemas:

(a)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + 6y = 7 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{20}{3} & \frac{20}{3} \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 1, \quad y : 1\}$

(b)
$$\begin{cases} 6x - 2y = 14 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 14 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : \frac{y}{3} + \frac{7}{3}\}$

(c)
$$\begin{cases} 6x - 2y = 9 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & \frac{11}{2} \end{bmatrix} \rightarrow$$

 \emptyset

(d)
$$\begin{cases} 4x + 7y = -3 \\ 7x + 4y = 36 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 4 & 7 & -3 \\ 0 & -\frac{33}{4} & \frac{165}{4} \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 8, \quad y : -5\}$

(e)
$$\begin{cases} 4x + 16 = 5y \\ 5y - 19 = 3x \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} -4 & 5 & 16 \\ 0 & -\frac{5}{4} & -7 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 3, \quad y : \frac{28}{5}\}$

(f)
$$\begin{cases} x - 5 = y + 2 \\ 1 + 3x + 2y = x - 4 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 0 & -4 & 19 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : \frac{9}{4}, \quad y : -\frac{19}{4}\}$

(g)
$$\begin{cases} x - 5 = y + 2 \\ 3x - 2y = x - 5 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 19 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 \emptyset

(h)
$$\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 6y - 5 = 7 - 2x \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : -3y + 6\}$

(i)
$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 24 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 0 & 2 & 16 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 16, \quad y : 8\}$

(j)
$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 11 \\ 0 & -5 & -20 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 3, \quad y : 4\}$

(k)
$$\begin{cases} 3x - 4y = -9 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & -9 \\ 0 & \frac{11}{3} & 11 \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 1, \quad y : 3\}$

(l)
$$\begin{cases} 10(x - 2) + y = 1 \\ x + 3(x - y) = 5 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 21 \\ 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{17}{5} \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : 2, \quad y : 1\}$

(m)
$$\begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{x-y}{3} = 5 \\ \frac{x+y}{4} + y = 3 \end{cases}$$

Sol:
$$\begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{5}{6} & 5 \\ 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \rightarrow$$

 $\{x : \frac{29}{5}, \quad y : -\frac{1}{5}\}$

$$(n) \quad \begin{cases} \frac{3(y+2x+2)}{4} = \frac{4x+y-1}{3} \\ \frac{1}{3}(x+y) - \frac{1}{6}(x-y) = \frac{y-1}{6} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{5}{12} & \frac{11}{6} \\ 0 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 39, \quad y : -20\}$$

$$(o) \quad \begin{cases} \frac{3-2y}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1-2x}{6} \\ \frac{25}{8} - 1 = \frac{x+3}{2} - \frac{3(1+y)}{8} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 5, \quad y : 4\}$$

$$(\tilde{n}) \quad \begin{cases} x - 2(x+y) = 3y - 2 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & -\frac{7}{6} & \frac{7}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 12, \quad y : -2\}$$

$$(p) \quad \begin{cases} \frac{4y-5x}{6} + \frac{3x-2y}{2} = 1 - \frac{2}{9}(x+y) \\ \frac{4y+x-8}{8} - x = \frac{2(y-2x)}{3} \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} & 1 \\ 0 & \frac{7}{64} & -\frac{31}{64} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : \frac{4}{7}, \quad y : -\frac{31}{7}\}$$

2. p020e02 - Resuelve mediante expresiones algebraicas:

- (a) Halla dos números sabiendo que al dividir el mayor por el menor, obtenemos 3 de cociente y 4 de resto, mientras que la razón entre los dos después de aumentarlos en 9 unidades es 2.

$$\text{Sol: } \begin{cases} y = 3x + 4 \\ \frac{y+9}{x+9} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 5, \quad y : 19\}$$

- (b) Un automóvil sale de una población A a 60 km/h. Tres horas después sale a su alcance otro automóvil, que marcha a 75 km/h. Halla la distancia del punto en que se verifica el encuentro a A, y el tiempo que han tardado en encontrarse.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 75y = 60(y+3) \\ x = 75y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -75 & 0 \\ 0 & 15 & 180 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 900, \quad y : 12\}$$

- (c) En un corral hay conejos y gallinas, en total 50 cabezas y 134 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 50 = x + y \\ 134 = 4x + 2y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 50 \\ 0 & -2 & -66 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 17, \quad y : 33\}$$

- (d) Se tienen 140 euros, en 20 billetes, unos de 5 euros y de 10 los restantes. ¿Cuántos billetes hay de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 140 = 5x + 10y \rightarrow \\ 20 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & 140 \\ 0 & -1 & -8 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 12, \quad y : 8\}$$

- (e) Un librero vendió 84 libros, unos a 45 euros y otros a 36 y obtuvo de la venta 3.105 euros. ¿Cuántos vendió de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 3105 = 45x + 36y \rightarrow \\ 84 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 45 & 36 & 3105 \\ 0 & \frac{1}{5} & 15 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 9, \quad y : 75\}$$

- (f) En una clase los $\frac{2}{3}$ del número de alumnas es igual a los $\frac{5}{7}$ del número de alumnos. Si el número de alumnas aumenta en 26, entonces es igual al doble del número de alumnos. ¿Cuántos alumnos y alumnas tiene la clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{5y}{7} \rightarrow \\ x + 26 = 2y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{5}{7} & 0 \\ 0 & \frac{13}{14} & 26 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 30, \quad y : 28\}$$

- (g) Un comerciante vendió 18 m de una pieza de tela y 20 m de otra de distinta longitud, y le quedó un sobrante, entre las dos, que es los $\frac{2}{5}$ de la longitud de la segunda pieza. Si hubiera vendido un metro más de cada pieza, el sobrante hubiera sido $\frac{1}{3}$ de la longitud de la segunda pieza. ¿Cuántos metros tenía cada pieza?

$$\text{Sol: } \begin{cases} (x - 18) + (y - 20) = \frac{2y}{5} \rightarrow \\ (x - 19) + (y - 21) = \frac{y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -\frac{3}{5} & -38 \\ 0 & -\frac{1}{15} & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 20, \quad y : 30\}$$

- (h) Un padre para estimular a su hijo a estudiar matemáticas, le dice: Por cada ejercicio que resuelvas bien te daré 70 céntimos de euro y por cada uno que hagas mal me darás 50 céntimos. Después de hacer 25 ejercicios, el muchacho se encuentra con 5,5 euros. ¿Cuántos ejercicios ha resuelto bien?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 550 = 70x - 50y \rightarrow \\ 25 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 70 & -50 & 550 \\ 0 & \frac{12}{7} & \frac{120}{7} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 15, \quad y : 10\}$$

- (i) El dueño de un estanco necesita hacer una compra de cerillas y mecheros, y dispone para ello de 325 euros. Si compra al proveedor 2.600 cajas de cerillas y 300 mecheros, éste le

devuelve 15 euros. Si compra 1.600 cajas de cerillas y 400 mecheros le devuelve 5 euros. ¿Cuánto cuesta cada caja de cerillas? ¿y cada mechero?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 310 = 2600x + 300y \rightarrow \\ 320 = 1600x + 400y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 2600 & 300 & 310 \\ 0 & \frac{2800}{13} & \frac{1680}{13} \end{bmatrix} \rightarrow \left\{ x : \frac{1}{20}, \quad y : \frac{3}{5} \right\}$$

- (j) Un comerciante está programando las rebajas de enero. Si descuenta un 30% las camisetas, aún gana 3 euros sobre el precio de coste. Si rebaja un poco más, descontando el 40% pierde 2 euros en cada camiseta de esa marca. ¿Cuál era el precio de coste y el de venta de ese tipo de camisetas?

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{70y}{100} - x = 3 \rightarrow \\ x - \frac{60y}{100} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & \frac{7}{10} & 3 \\ 0 & \frac{1}{10} & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 32, \quad y : 50\}$$

- (k) Se desea mezclar vino de 11 euros con otro de 8 euros litro de modo que la mezcla resulte a 9 euros el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 300 litro de la mezcla?

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{11x+8y}{300} = 9 \rightarrow \\ x + y = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{11}{300} & \frac{2}{75} & 9 \\ 0 & \frac{1}{11} & \frac{600}{11} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 100, \quad y : 200\}$$

- (l) Miguel y Ana tienen un perro. Averigua el peso de cada uno de los tres sabiendo que Miguel y Ana pesan 50 kg juntos, y Ana y su perro 29 kg y, finalmente, Miguel y el perro 35 kg.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 50 \\ y + z = 29 \\ x + z = 35 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 29 \\ 0 & 1 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & -2 & -44 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 28, \quad y : 22, \quad z : 7\}$$

- (m) Un grupo de personas comen en un restaurante y les cobran 240 euros. Si hubiesen asistido 2 personas menos y cada una hubiese hecho un gasto de 5 euros más, la cuenta habría sido de 250 euros. Halla el número de personas y el gasto de cada una de ellas.

$$\text{Sol: } \begin{cases} xy = 240 \\ (x-2)(y+5) = 250 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} y & x & 240 \\ 0 & 0 & 250 \end{bmatrix} \rightarrow [\{x : -8, \quad y : -30\}, \quad \{x : 12, \quad y : 20\}]$$

- (n) El área de un triángulo es 78 cm² y entre la base y la altura suman 25 cm. Calcula la base y la altura.

$$\text{Sol: } \begin{cases} \frac{xy}{2} = 78 \\ x + y = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 25 \\ 0 & \frac{x}{2} - \frac{y}{2} & -\frac{25y}{2} + 78 \end{bmatrix} \rightarrow [\{x : 12, \quad y : 13\}, \quad \{x : 13, \quad y : 12\}]$$

- (ñ) El área de un rectángulo es de 50 cm² y la diagonal mide 10 cm. Halla los lados.

$$\text{Sol: } \begin{cases} xy = 50 \\ x^2 + y^2 = 10^2 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} y & x & 50 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \rightarrow \left[\left\{ x : \frac{\sqrt{2}(-10-5\sqrt{2})(-5\sqrt{2}+10)}{10}, \quad y : -5\sqrt{2} \right\}, \quad \left\{ x : -\frac{\sqrt{2}(-10+5\sqrt{2})(5\sqrt{2}+10)}{10}, \quad y : 5\sqrt{2} \right\} \right]$$

3. p021e23 - Resuelve los sistemas:

(a)
$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 13 \\ 2x - 5y + z = 19 \\ x + 3y - 2z = -4 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 & 13 \\ 0 & \frac{9}{5} & -\frac{23}{5} & \frac{82}{5} \\ 0 & 0 & \frac{52}{9} & -\frac{104}{9} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 4, \quad y : -2, \quad z : 1\}$$

(b)
$$\begin{cases} x - y + z = 7 \\ x + y - 3z = 1 \\ 2x + y - 4z = 5 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 4 & -2 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : z + 4, \quad y : 2z - 3\}$$

(c)
$$\begin{cases} x - 2y + z = 13 \\ 3x - 4y + 2z = 1 \\ 2x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & -25 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow \square$$

(d)
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + z = 4 \\ y - 3z = -15 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : -2, \quad y : 3, \quad z : 6\}$$

(e)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 6 \\ x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 5 & -1 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow \square$$

$$(f) \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 9 \\ 2x - y = 6 \\ 4x + 3y - 6z = 24 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\left\{ x : \frac{3z}{5} + \frac{21}{5}, \quad y : \frac{6z}{5} + \frac{12}{5} \right\}$$

$$(g) \quad \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 6y - 3z = 1 \\ 3z - 4x = -1 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -3 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : \frac{3}{4}, \quad y : \frac{1}{2}, \quad z : \frac{2}{3}\}$$

$$(h) \quad \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = -1 \\ -x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -3 & -11 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \emptyset$$

$$(i) \quad \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 4y - z = 1 \\ 2x - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : -2, \quad y : -1, \quad z : -5\}$$

$$(j) \quad \begin{cases} x + 2 = -y \\ -y + 3 = 2x \\ 4x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & -21 \end{bmatrix} \rightarrow \emptyset$$

$$(k) \quad \begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 2x - 3y + z = 1 \\ 3x - y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{18}{5} & \frac{36}{5} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 3, \quad y : 2, \quad z : 1\}$$

$$(l) \quad \begin{cases} x - 6 + y = 0 \\ -3y + x - 2 = 0 \\ 5x - 26 + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 5, \quad y : 1\}$$

$$(m) \quad \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ x + 6 = y \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \emptyset$$

$$(n) \quad \begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - 2y + 3z = 13 \\ x + 3y + 4z = 11 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{13}{2} & -\frac{13}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 2, \quad y : -1, \quad z : 3\}$$

$$(\tilde{n}) \quad \begin{cases} z - 2(x + y) = -9 \\ 3x - y = 3 \\ 3y - z = 9 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & -9 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 3, \quad y : 6, \quad z : 9\}$$

$$(o) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 7 \\ x - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 11 \\ \frac{x}{3} - y - \frac{z}{2} = 5 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 7 \\ 0 & \frac{5}{6} & -\frac{11}{18} & \frac{26}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{73}{180} & \frac{73}{30} \end{bmatrix} \rightarrow \{x : 6, \quad y : -6, \quad z : 6\}$$

$$(p) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 9 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{9} + \frac{z}{3} = 6 \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 13 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 9 \\ 0 & -\frac{1}{6} & -\frac{4}{9} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{14}{9} & 10 \end{bmatrix} \rightarrow$$
$$\left\{ x : \frac{6}{7}, \quad y : \frac{45}{7}, \quad z : \frac{135}{7} \right\}$$

$$\text{Sol: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{29}{36} & \frac{15}{4} \end{bmatrix} \rightarrow$$
$$\left\{ x : \frac{177}{29}, \quad y : -\frac{135}{29}, \quad z : -\frac{167}{29} \right\}$$

$$(q) \quad \begin{cases} x - y + z = 5 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{2x+y}{6} - \frac{3z+y}{8} = 4 \end{cases}$$