

1. p43e03a5 - Utiliza la regla de Barrow para calcular :

(a) $\int_0^3 (3x^2 - 6) dx$

Sol: $9 (F(x) = x^3 - 6x)$

(f) $\int_2^5 e^x x dx$

Sol: $-e^2 + 4e^5 (F(x) = (x - 1) e^x)$

(b) $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$

Sol: $\log(2) (F(x) = \log(x))$

(g) $\int_0^5 \begin{cases} x + 1 & \text{for } x < 1 \\ 3 - x & \text{for } x \leq 3 \\ x - 3 & \text{otherwise} \end{cases} dx$

Sol: $\frac{11}{2} (F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + x & \text{for } x < 1 \\ -\frac{x^2}{2} + 3x - 1 & \text{for } x \leq 3 \\ \frac{x^2}{2} - 3x + 8 & \text{otherwise} \end{cases})$

(c) $\int_0^1 \frac{5}{7x^2 + 7} dx$

Sol: $\frac{5\pi}{28} (F(x) = \frac{5 \operatorname{atan}(x)}{7})$

(d) $\int_2^3 \frac{1}{x \log(x)} dx$

Sol: $\log\left(\frac{\log(3)}{\log(2)}\right) (F(x) = \log(\log(x)))$

(h) $\int_{-5}^5 |x| dx$

Sol: $25 (F(x) = \int |x| dx)$

(e) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin^5(x) \cos(x) dx$

Sol: $-\frac{1}{6} (F(x) = \frac{\sin^6(x)}{6})$

(i) $\int_0^{\pi} |x - 2| dx$

Sol: $-2\pi + 4 + \frac{\pi^2}{2} (F(x) = \int |x - 2| dx)$

2. p43e06- - Calcula:

- (a) El área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^3$, el eje de abscisas y las rectas $x=-1$ y $x=1$

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $[-1, 0) \cup (0, 1] \rightarrow$

Integrales definidas:

$$\int_{-1}^0 x^3 dx = -\frac{1}{4} (F(x) = \frac{x^4}{4})$$

$$\int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4} (F(x) = \frac{x^4}{4})$$

$$\text{Área total} = \frac{1}{2}$$

- (b) El área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=2$

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $[0, 2) \rightarrow$

Integrales definidas:

$$\int_0^2 (4 - x^2) dx = \frac{16}{3} \quad (F(x) = -\frac{x^3}{3} + 4x)$$

$$\text{Área total} = \frac{16}{3}$$

- (c) El área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x$ y el eje OX

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $(-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 3) \cup (3, \infty) \rightarrow$

Integrales definidas:

$$\int_{-\infty}^{-2} (x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x) dx = \infty \quad (F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 6x^2)$$

$$\int_{-2}^0 (x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x) dx = -\frac{244}{15} \quad (F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 6x^2)$$

$$\int_0^2 (x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x) dx = \frac{116}{15} \quad (F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 6x^2)$$

$$\int_2^3 (x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x) dx = -\frac{113}{60} \quad (F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 6x^2)$$

$$\int_3^{\infty} (x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x) dx = \infty \quad (F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 6x^2)$$

$$\text{Área total} = \infty$$

- (d) El área limitada por las gráficas de $f(x) = -x^2 - 4x + 3 \wedge g(x) = x^2 - x - 6$

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $(-\infty, -3) \cup (-3, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, \infty) \rightarrow$

Integrales definidas:

$$\int_{-\infty}^{-3} ((-2)x^2 - 3x + 9) dx = -\infty \quad (F(x) = -\frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 9x)$$

$$\int_{-3}^{\frac{3}{2}} ((-2)x^2 - 3x + 9) dx = \frac{243}{8} \quad (F(x) = -\frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 9x)$$

$$\int_{\frac{3}{2}}^{\infty} ((-2)x^2 - 3x + 9) dx = -\infty \quad (F(x) = -\frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 9x)$$

$$\text{Área total} = \infty$$

- (e) El área del recinto limitado por la recta $y = 3x + 2$, el eje OX y las rectas $x = 1$ y $x = 3$. Comprueba el resultado por métodos geométricos

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $[1, 3] \rightarrow$

Integrales definidas:

$$\int_1^3 (3x + 2) dx = 16 \quad (F(x) = \frac{3x^2}{2} + 2x)$$

$$\text{Área total} = 16$$