**Junio 14.** *(2,5 puntos)* Dados el punto $P\equiv(1,-1,0)$ y la recta: $s:\begin{cases} -2x \quad +z-1=0 \\ 3x-y \quad -3=0 \end{cases}$

**a)** *(1,5 puntos)* Determine la ecuación general del plano $(Ax+By+Cz+D=0)$ que contiene al punto P y a la recta s.

**b)** *(1 punto)* Determine el ángulo que forman el plano $\pi:2x+y-z+1=0$ y la recta s.

| |
|---|
| **SOLUCIÓN.** |
| **a)** $7x-3y+z-10=0$ **b)** $19^{o}$ 6’ 24” |

**Junio 14.** *(2,5 puntos)* Considere las rectas $r:\begin{cases} 2x-4z=2 \\ x+y+z=1 \end{cases}$ $s:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{a}=\dfrac{z-(1/2)}{1}$

**a)** *(2 puntos)* Determine la posición relativa de dichas rectas, según los diferentes valores de a.

**b)** *(0,5 puntos)* Si $a=2$, determine el ángulo que forman las rectas r y s.

| |
|---|
| **SOLUCIÓN.** |
| **a)** Si $a=-3$: paralelas ; si $a\neq-3$: se cruzan. **b)** $84^{o}$ 53’ 20” |

**Septiembre 14.** *(2,5 puntos)*

**a)** *(1,5 puntos)* Determine el valor a valores de m, si existen, para que la recta $r:\begin{cases} mx+y=2 \\ x+mz=3 \end{cases}$ sea paralela al plano $\pi:2x-y-z+6=0$.

**b)** *(1 punto)* Determine la distancia del punto $P=(2,1,1)$ a la recta r cuando $m=2$.

| |
|---|
| **SOLUCIÓN.** |
| **a)** $m=-1$ **b)** $d=\sqrt{\dfrac{38}{21}}$ |

**Septiembre 14.** *(2,5 puntos)*

**a)** *(1,5 puntos)* Estudie la posición relativa de los planos $\pi:x-y-z=0$ y $\pi':\begin{cases} x=3+2\lambda-\mu \\ y=1+\lambda+\mu \\ z=\mu \end{cases}$

**b)** *(1 punto)* Determine la ecuación de la recta perpendicular a $\pi$ que pasa por el punto $P=(1,0,1)$. Escriba la ecuación de la recta como intersección de dos planos.

**SOLUCIÓN.**

**a)** Se cortan. **b)** $\begin{cases} x+y \quad -1=0 \\ \quad y-z+1=0 \end{cases}$

**Junio 15.** *(2 puntos)*

**a)** *(1 punto)* Determine la posición relativa de las rectas siguientes:

$$r:\begin{cases} -x-2y+12=0 \\ 3y-z-15=0 \end{cases} \qquad s:\ \frac{x-2}{5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{3}$$

**b)** *(1 punto)* Calcule la distancia entre esas rectas.

**SOLUCIÓN.**

**a)** Las rectas se cruzan. **b)** $d(r,s)=\dfrac{56}{\sqrt{59}}$

**Junio 15.** *(2 puntos)*

**a)** *(1 punto)* Determine, **como intersección de dos planos**, la ecuación de la recta paralela a la recta:

$$r:\begin{cases} 5x-3y+2z=1 \\ x+3y-2z=-4 \end{cases}$$

que pasa por el punto $(0,2,-4)$.

**b)** *(1 punto)* Determine la distancia del punto $P=(1,1,0)$ a la recta r anterior.

**SOLUCIÓN.**

**a)** $\begin{cases} x=0 \\ 3y-2z=14 \end{cases}$ **b)** $d(P,r)=\dfrac{\sqrt{22}}{2}\,u$

**Septiembre 15.** *(2 puntos)*

**a)** *(1 punto)* Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores que satisfacen que $|\vec{u}|=5$, $|\vec{v}|=2$ y $\vec{u}\cdot\vec{v}=10$. Determine $\vec{u}\times\vec{v}$.

**b)** *(1 punto)* Considere las rectas siguientes: $r:\begin{cases} 2x-y=0 \\ ax-z=0 \end{cases}$ $\qquad s:\begin{cases} x+by=3 \\ y+z=3 \end{cases}$

1) *(0,5 puntos)* Determine los valores de $a\neq 0$ y $b\neq 0$ para que las rectas sean paralelas.
2) *(0,5 puntos)* ¿Existen valores de $a\neq 0$ y $b\neq 0$ para que las rectas sean coincidentes?

**SOLUCIÓN.**

**a)** $\vec{u}\times v=\vec{0}$ **b)** 1) $a=-2$, $b=-\frac{1}{2}$ 2) No.

**Septiembre 15.** *(2 puntos)*

**a)** *(0,75 puntos)* Sea a un parámetro real cualquiera. Dados los planos:

$$\pi: 3x+ay+2z-10=0 \quad y \quad \pi': x-y+az-5=0$$

¿Existen valores de a para los que los planos sean paralelos?

**b)** *(1,25 puntos)* Encuentre la ecuación de la recta paralela a la recta intersección de los planos:

$$\pi: 3x+2y+z=10 \quad y \quad \pi': 4x-2y-8z=10$$

que pasa por el punto $(1,1,0)$.

**SOLUCIÓN.**

**a)** No. **b)** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$

**Junio 16.** *(2 puntos)*

**a)** *(1 punto)*

**a.1)** *(0,5 puntos)* Si los vectores $\vec{w}$ y $\vec{s}$ verifican que $|\vec{w}|=|\vec{s}|=2$ y el ángulo que forman $\vec{w}$ y $\vec{s}$ es 60 grados, determine $\vec{w}\cdot(\vec{w}-\vec{s})$.

**a.2)** *(0,5 puntos)* Si el producto escalar del vector $\vec{u}+\vec{v}$ por sí mismo es 25 y el producto escalar de $\vec{u}-\vec{v}$ por sí mismo es 9 ¿Cuánto vale el producto escalar de $\vec{u}$ por $\vec{v}$?

**b)** *(1 punto)* Determine el ángulo que forman las rectas siguientes:

$$r: \frac{x+1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+3}{2} \qquad s: \begin{cases} x-y-z=1 \\ x-y+2z=3 \end{cases}$$

**SOLUCIÓN.**
**a)** **a.1) 2** **a.2)** 4 **b)** $30^{o}$ 57' 49,52''

**Junio 16.** *(2 puntos)* Considere el plano $\pi$ y la recta r que aparecen a continuación:

$$\pi: mx-3y+2z=1 \qquad r: \begin{cases} 3x+y \quad\quad =1 \\ 2x-y+2z=1 \end{cases}$$

**a)** *(1 punto)* Determine para qué valores del parámetro "m" la recta r y el plano $\pi$ son secantes, es decir, se cortan.

**b)** *(1 punto)* Determine el ángulo que forman el plano $\pi$ y la recta r cuando $m=1$.

**SOLUCIÓN.**
**a)** $\forall m\neq -4$ **b)** $19^{o}$ 21' 34,74''

**Septiembre 16.** *(2 puntos)* Determine la ecuación de la recta, **expresada como intersección de dos planos**, que pasa por el punto $(1,-1,2)$ y es perpendicular al plano determinado por los puntos $A=(1,0,1)$, $B=(3,2,1)$, $C=(2,-1,0)$.

**SOLUCIÓN.**

$$\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$$

**Septiembre 16.** *(2 puntos)*

**a)** *(1,5 puntos)* Determine el valor del parámetro "a" para que el plano $\pi:\ x-3y+az=-6$ sea paralelo a la recta $r:\begin{cases} 2x-3y \phantom{+3z} =1 \\ x \phantom{-3y} +3z=-7 \end{cases}$

**b)** *(0,5 puntos)* Determine el ángulo entre esa recta r y el plano $\pi:\ 2x-3y-z+6=0$.

**SOLUCIÓN.**

**a)** $a=-3$ **b)** $4^{\circ}\ 5'\ 45{,}76''$

**Junio 17.** *(2 puntos)*

**a)** *(1 punto)* Determine la posición relativa de las dos rectas siguientes:

$$r:\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases} \qquad s:\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3y-2z=0 \end{cases}$$

**b)** *(1 punto)* Determine la distancia del punto $P(0,0,0)$ a cada una de las dos rectas anteriores.

**SOLUCIÓN.**

**a)** Se cruzan **b)** $d(P,r)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ; $d(P,s)=0$

**Junio 17.** *(2 puntos)*

**a)** *(1 punto)* Sea "m" una constante real. Determine la posición relativa de los planos siguientes, según los valores de "m":

$$\pi: mx-6y+2z=2 \qquad \pi':\begin{cases} x=\lambda+\mu \\ y=1-\lambda \\ z=2-2\lambda+\mu \end{cases}$$

**b)** *(1 punto)* Determine el ángulo que forman las rectas: $r:\begin{cases} x+z=1 \\ y=0 \end{cases}$ $\quad s:\begin{cases} 2x-4y-2z=0 \\ x+y+3z=-1 \end{cases}$

**SOLUCIÓN.**

**a)** Para $m=-2$: paralelos ; para $m\neq-2$: secantes **b)** $\alpha=\arccos\dfrac{4}{5}\simeq 36^{\circ}\ 52'\ 12''$

**Septiembre 17.** *(2 puntos)*

**a)** *(1,5 puntos)* Estudie la posición relativa de los planos:

$$\pi: x-2y+z=1 \qquad \pi': \begin{cases} x = 2\lambda+\mu \\ y = \lambda+k\mu \\ z = 1 \quad -\mu \end{cases}$$

según los diferentes valores de la constante real k.

**b)** *(0,5 puntos)* Determine el ángulo que forman esos planos cuando $k=3$.

**SOLUCIÓN.**

**a)** Para $k=0$: coincidentes. Para $k\neq 0$: secantes **b)** $90^{o}$

**Septiembre 17.** *(2 puntos)*

**a)** *(1,5 puntos)* Determine, **como intersección de dos planos**, la ecuación de la recta que es paralela a la recta:

$$r: \begin{cases} 2x-3y+z=4 \\ y+z=0 \end{cases}$$

y pasa por el punto $P(2,1,-1)$.

**b)** *(0,5 puntos)* Determine el ángulo que forman los dos planos siguientes:

$$\pi: 2x-3y+z=4 \qquad y \qquad \pi': y+z=0$$

**SOLUCIÓN.**

**a)** $\begin{cases} x-2y = 0 \\ y+z=0 \end{cases}$ **b)** 11**2**$^{o}$ 12’ 27,56”

**Junio 18.** *(1,5 puntos)*

Determine la ecuación del plano que pasa por el punto $(0,0,0)$ y contiene a la recta $r: \begin{cases} 2x-y-2=0 \\ 3y-2z+4=0 \end{cases}$

**SOLUCIÓN.**

$4x+y-2z=0$

**Junio 18.** *(1,5 puntos)*

Considere el plano $\pi: 2ax+y+az=4$ y la recta $r: \begin{cases} 2x+y+z=2 \\ -x+y+2z=3 \end{cases}$

**a)** *(0,75 puntos)* Determine la posición del plano y la recta según los diferentes valores de a.

**b)** *(0,75 puntos)* Para $a=2$, determine la recta que es perpendicular al plano $\pi$ y pasa por el punto $P(0,1,0)$.

**SOLUCIÓN.**

**a)** Para $a\neq 1$: secantes , para $a=1$: paralelos **b)** $\frac{x}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$

**Septiembre 18.** *(1,5 puntos)*

**a)** *(0,5 puntos)* Dados los vectores $\vec{u}=(1,2,1)$, $\vec{v}=(2,1,1)$ y $\vec{w}=(0,2,1)$, determine el volumen del paralelepípedo que definen estos tres vectores.

**b)** *(1 punto)* Determine la posición relativa de las rectas r y s siguientes:

$$r:\ \frac{x+1}{4}=\frac{y}{6}=\frac{z+2}{1} \qquad s:\begin{cases} -x+y+2z-4=0 \\ x+2y+z-5=0 \end{cases}$$

**SOLUCIÓN.**
**a)** $1\ u^3$ **b)** **Se cruzan**

**Septiembre 18.** *(1,5 puntos)*

Determine el valor de los parámetros m y n que hacen que la recta $r:\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+z=3 \end{cases}$ esté contenida en el plano $\pi:\ mx+y+nz=4$.

**SOLUCIÓN.**
$m=\frac{5}{3}$ , $n=\frac{7}{3}$

**Junio 19.**

**a)** *(1 punto)* Determine el valor de las constantes a y b para que los puntos siguientes estén alineados $A:(1,1,2)$, $B:(2,2,2)$ y $C:(-1,a,b)$ y determine la recta que los contiene.

**b)** *(0,5 puntos)* Dados dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, calcule el vector: $(\vec{u}-\vec{v})\times(\vec{u}-\vec{v})$ donde el símbolo "$\times$" representa el producto vectorial.

**SOLUCIÓN.**
**a)** $a=-1$ , $b=2$ ; $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{0}$ **b)** $\vec{0}$

**Junio 19.**

**a)** *(1 punto)* Determine la ecuación del plano determinado por el punto $P:(2,1,2)$ y la recta $r:(1,0,0)+t(-1,1,1)$.

**b)** *(0,5 puntos)* Dados los vectores $\vec{u}=(1,2,0)$ y $\vec{v}=(2,1,-3)$, determine el área del triángulo que tiene por lados esos vectores.

**SOLUCIÓN.**
**a)** $x+3y-2z-1=0$ **b)** $\frac{3\sqrt{6}}{2}\ u^2$

**Septiembre 19.**

**a)** *(0,75 puntos)* Determine el volumen del paralelepípedo determinado por los siguientes vectores: $\vec{u}=(1,1,1)$, $\vec{v}=(2,1,0)$ y $\vec{w}$, siendo $\vec{w}=\vec{u}\times\vec{v}$, y donde el símbolo $\times$ representa el producto vectorial.

**b)** *(0,75 puntos)* Determine la ecuación del plano que pasa por el punto $P:(1,3,2)$ y es perpendicular a la recta $r: \begin{cases} 3x-2y = -1 \\ 2y+3z=3 \end{cases}$

**SOLUCIÓN.**
**a)** $V = 6\,u^3$ **b)** $2x+3y-2z-7=0$

**Septiembre 19.**

*(1,5 puntos)* Determine la ecuación del plano que contiene a la recta: $r: \begin{cases} 3x+y = -1 \\ 4y+3z=5 \end{cases}$ y pasa por el punto $A:(1,3,-1)$

**SOLUCIÓN.**
$4x-8y-7z+13=0$