1. p43e03a5 - Utiliza la regla de Barrow para calcular :

(a) $\int_0^3 \left(3x^2 - 6\right)\,dx$

Sol: $9 \; \left(F(x) = x^3 - 6x\right)$

(b) $\int_1^2 \frac{1}{x}\,dx$

Sol: $\log(2) \; \left(F(x) = \log(x)\right)$

(c) $\int_0^1 \frac{5}{7x^2+7}\,dx$

Sol: $\frac{5\pi}{28} \; \left(F(x) = \frac{5\,\mathrm{atan}(x)}{7}\right)$

(d) $\int_2^3 \frac{1}{x\log(x)}\,dx$

Sol: $\log\left(\frac{\log(3)}{\log(2)}\right) \; \left(F(x) = \log(\log(x))\right)$

(e) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin^5(x)\cos(x)\,dx$

Sol: $-\frac{1}{6} \; \left(F(x) = \frac{\sin^6(x)}{6}\right)$

(f) $\int_2^5 e^x x\,dx$

Sol: $-e^2 + 4e^5 \; \left(F(x) = (x-1)\,e^x\right)$

(g) $\int_0^5 \begin{cases} x+1 & \text{for } x < 1 \\ -x+3 & \text{for } x \le 3 \\ x-3 & \text{otherwise} \end{cases} dx$

Sol: $\frac{11}{2} \; \left(F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + x & \text{for } x < 1 \\ -\frac{x^2}{2} + 3x - 1 & \text{for } x \le 3 \\ \frac{x^2}{2} - 3x + 8 & \text{otherwise} \end{cases}\right)$

(h) $\int_{-5}^5 |x|\,dx$

Sol: $25 \; \left(F(x) = \int |x|\,dx\right)$

(i) $\int_0^\pi |x-2|\,dx$

Sol: $-2\pi + 4 + \frac{\pi^2}{2} \; \left(F(x) = \int |x-2|\,dx\right)$

2. p43e06a33 - Calcula:

(a) El área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^3$, el eje de abscisas y las rectas x=-1 y x=1

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $[-1,0) \cup (0,1] \rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_{-1}^0 x^3\,dx = \frac{1}{4} \; \left(F(x) = \frac{x^4}{4}\right)$
$\int_0^1 x^3\,dx = \frac{1}{4} \; \left(F(x) = \frac{x^4}{4}\right)$
Área total $= \frac{1}{2}$

(b) El área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$, el eje de abscisas y las rectas x=0 y x=2

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $[0,2) \rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_0^2 \left(-x^2+4\right)\,dx = \frac{16}{3} \; \left(F(x) = -\frac{x^3}{3} + 4x\right)$
Área total $= \frac{16}{3}$

(c) El área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = x^4 - 3x^3 - 4x2 + 12x$ y el eje OX

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $(-\infty,-2)\cup(-2,0)\cup(0,2)\cup(2,3)\cup(3,\infty)\rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_{-\infty}^{-2}\left(x^4-3x^3-4x^2+12x\right)\,dx=\infty\ (F(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{3x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+6x^2)$
$\int_{-2}^{0}\left(x^4-3x^3-4x^2+12x\right)\,dx=\frac{244}{15}\ (F(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{3x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+6x^2)$
$\int_{0}^{2}\left(x^4-3x^3-4x^2+12x\right)\,dx=\frac{116}{15}\ (F(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{3x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+6x^2)$
$\int_{2}^{3}\left(x^4-3x^3-4x^2+12x\right)\,dx=\frac{113}{60}\ (F(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{3x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+6x^2)$
$\int_{3}^{\infty}\left(x^4-3x^3-4x^2+12x\right)\,dx=\infty\ (F(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{3x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+6x^2)$
Área total $=\frac{1553}{60}$

(d) El área limitada por las gráficas de $f(x)=-x^2-4x+3\wedge g(x)=x^2-x-6$

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $(-\infty,-3)\cup\left(-3,\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2},\infty\right)\rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_{-\infty}^{-3}\left((-2)\,x^2-3x+9\right)\,dx=\infty\ (F(x)=-\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+9x)$
$\int_{-3}^{\frac{3}{2}}\left((-2)\,x^2-3x+9\right)\,dx=\frac{243}{8}\ (F(x)=-\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+9x)$
$\int_{\frac{3}{2}}^{\infty}\left((-2)\,x^2-3x+9\right)\,dx=\infty\ (F(x)=-\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+9x)$
Área total $=\frac{243}{8}$

(e) El área del recinto limitado por la recta $y=3x+2$, el eje OX y las rectas x = 1 y x = 3. Comprueba el resultado por métodos geométricos

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $[1,3]\rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_{1}^{3}(3x+2)\,dx=16\ (F(x)=\frac{3x^2}{2}+2x)$
Área total $=16$

(f) El área limitada por las gráficas de las funciones $f(x)=x+1\wedge g(x)=x^2+1$

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,\infty)\rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_{-\infty}^{0}\left(x-\left(x^2+1\right)+1\right)\,dx=\infty\ (F(x)=-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2})$
$\int_{0}^{1}\left(x-\left(x^2+1\right)+1\right)\,dx=\frac{1}{6}\ (F(x)=-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2})$
$\int_{1}^{\infty}\left(x-\left(x^2+1\right)+1\right)\,dx=\infty\ (F(x)=-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2})$
Área total $=\frac{1}{6}$

(g) El área limitada por las gráficas de las funciones $f(x)=5x-9\wedge g(x)=3x^3-21x^2+47x-33$

Sol: Intervalos donde calcular la integral definida: $(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,4)\cup(4,\infty)\rightarrow$
Integrales definidas:
$\int_{-\infty}^{1}\left(5x-\left(3x^3-21x^2+47x-33\right)-9\right)\,dx=\infty\ (F(x)=-\frac{3x^4}{4}+7x^3-21x^2+24x)$

$\int_1^2 \left(5x - \left(3x^3 - 21x^2 + 47x - 33\right) - 9\right)\,dx = \frac{5}{4}\ (F(x) = -\frac{3x^4}{4} + 7x^3 - 21x^2 + 24x)$
$\int_2^4 \left(5x - \left(3x^3 - 21x^2 + 47x - 33\right) - 9\right)\,dx = 8\ (F(x) = -\frac{3x^4}{4} + 7x^3 - 21x^2 + 24x)$
$\int_4^\infty \left(5x - \left(3x^3 - 21x^2 + 47x - 33\right) - 9\right)\,dx = \infty\ (F(x) = -\frac{3x^4}{4} + 7x^3 - 21x^2 + 24x)$
Área total $= \frac{37}{4}$