Junio 2014.

(3,5 puntos)

a) *(2,5 puntos)* Los tres profesores de matemáticas de un instituto, María, Ana y Carlos, tienen edades cuya suma es 120 años. La suma de las edades de María y Ana es el doble que la edad de Carlos. Además, dentro de 4 años, la suma de las edades que tengan Ana y Carlos será el triple de la edad que tenga María. Plantear y resolver un sistema lineal que permita conocer las edades de los tres profesores.

b) *(1 punto)* Encontrar, si existe, la matriz inversa de: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

SOLUCIÓN.

a) María: 29 años, Ana: 51 años y Carlos: 40 años.

b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$

Junio 2014.

(3,5 puntos) Un deportista solamente puede tomar para desayunar barritas de chocolate y barritas de cereales. Cada barrita de chocolate proporciona 40 gramos de hidratos de carbono, 30 gramos de proteínas y 200 Kcal, mientras que cada barrita de cereales proporciona 80 gramos de hidratos de carbono, 10 gramos de proteínas y 100 Kcal. El deportista quiere tomar al menos 320 gramos de hidratos de carbono y 90 gramos de proteínas, pero no quiere tomar más de 1000 Kcal. El coste de cada barrita de chocolate es de 2 euros, mientras que el de cada barrita de cereales es de 1 euro. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas barritas de cada tipo tiene que tomar el deportista para desayunar de forma que cumpla las condiciones anteriores y gaste la menor cantidad de dinero.

SOLUCIÓN.
Dos barritas de chocolate y tres de cereales.

Septiembre 2014.
(3,5 puntos)

a) *(2,5 puntos)* Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&-1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&-1\\2&0\\0&1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2&3\\1&4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1&8\\0&5\end{pmatrix}$

Encontrar, si existe, una matriz X tal que verifique: $AB+2CX=D$.

b) *(1 punto)* Encontrar el rango de la matriz: $\begin{pmatrix}1&0&2\\-1&-1&1\\1&-1&5\end{pmatrix}$

SOLUCIÓN.
a) $X=\begin{pmatrix}-3/2&1\\1/2&1/2\end{pmatrix}$ **b)** 2

Septiembre 2014.
(3,5 puntos) Una empresa tiene dos fábricas A y B en las que produce acero. Por cada hora de funcionamiento de la fábrica A se producen 5 Tm de acero y 3 Tm de desperdicios y se emiten a la atmósfera 2 Tm de dióxido de carbono. Por cada hora de funcionamiento de la fábrica B se producen 6 Tm de acero y 1 Tm de desperdicios y se emiten a la atmósfera 4 Tm de dióxido de carbono. Por normativa medioambiental, la empresa no puede producir (entre las dos fábricas) más de 48 Tm de desperdicios al día ni puede emitir a la atmósfera (entre las dos fábricas) más de 72 Tm de dióxido de carbono al día. Por otra parte, cada una de las fábricas debe funcionar al menos 6 horas al día, y ninguna de las dos puede funcionar más de 18 horas al día. Plantear y resolver un problema de programación lineal que permita determinar cuántas horas al día debe funcionar cada fábrica para maximizar la cantidad de acero producida por la empresa, teniendo en cuenta las restricciones anteriores.

SOLUCIÓN.
Cada una de las fábricas debe trabajar 12 horas al día.

Junio 2015.
(3,5 puntos) Una empresa agroalimentaria produce dos tipos de bebida: A y B. Cada litro de bebida A lleva 0,2 litros de zumo de naranja y 0,4 litros de zumo de mandarina, además de otros componentes. Cada litro de bebida B lleva 0,6 litros de zumo de naranja y 0,2 litros de zumo de mandarina, además de otros componentes. La empresa puede utilizar como máximo 1200 litros de zumo de naranja y 1500 litros de zumo de mandarina. Se quiere que la cantidad producida de tipo A sea mayor o igual que la de tipo B. Sabiendo que el beneficio por litro de bebida de tipo A es de 0,8 euros y por litro de bebida B es de 1 euro, determinar la cantidad de bebida de cada tipo que tiene que producir para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál será el máximo beneficio?

SOLUCIÓN.
3300 litros de bebida A y 900 litros de B. Máximo beneficio: 3540 €.

Junio 2015.
(3,5 puntos)
a) *(2,25 puntos)* Un padre decidió repartir su fortuna de 360 monedas de oro entre sus tres hijas, Isabel, Catalina y Juana, de forma que se cumplieran las siguientes condiciones. La cantidad que recibiera Isabel debía ser igual al doble de la suma de las cantidades que recibieran Catalina y Juana. Además, la suma de las cantidades que recibieran Isabel y Juana debía ser igual al triple de la cantidad que recibiera Catalina. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones para determinar cuántas monedas debía recibir cada hija.

b) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de: $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

SOLUCIÓN.
a) Isabel: 240 monedas. Catalina: 90 monedas. Juana: 30 monedas.
b) $\begin{pmatrix} 1/5 & -2/5 \\ 1/5 & 1/10 \end{pmatrix}$

Septiembre 2015.
(3,5 puntos) Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

a) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de A.
b) *(1,25 puntos)* Encontrar una matriz X, si existe, tal que $2X+B^2=3A$.
c) *(1 punto)* Sea $C=A+B$. Calcular el rango de C.

SOLUCIÓN.
a) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1/10 & -3/10 \\ 1/5 & 2/5 \end{pmatrix}$ **b)** $X=\begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 1/2 & -1 \end{pmatrix}$ **c)** $\text{rg}\, C=2$

Septiembre 2015.
(3,5 puntos) Un agricultor tiene 40 hectáreas de terreno en las que puede plantar cebada o maíz (o no plantar nada). Cada hectárea de cebada necesitará 5 hectómetros cúbicos de agua mientras que cada hectárea de maíz necesitará 10 hectómetros cúbicos de agua. El agricultor podrá disponer de hasta 225 hectómetros cúbicos de agua. El beneficio que obtendrá por cada hectárea de cebada es de 100 euros mientras que por cada hectárea de maíz obtendrá un beneficio de 160 euros; además, las hectáreas en las que no plante nada las arrendará y obtendrá un beneficio de 50 euros por hectárea. La normativa no le permite plantar más hectáreas de maíz que de cebada. ¿Cuántas hectáreas de cebada y cuántas de maíz tiene que plantar para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el beneficio máximo?

SOLUCIÓN.
15 ha de cebada y 15 ha de maíz. El máximo beneficio es de 4400 euros.

Junio 2016.
(3,5 puntos) Una empresa conservera va a preparar lotes de dos tipos, A y B, con sus productos. En cada lote de tipo A pone 10 frascos de pimientos, 2 frascos de espárragos y 1 frasco de alcachofas. En cada lote de tipo B pone 4 frascos de pimientos, 5 frascos de espárragos y 1 frasco de alcachofas. Puede utilizar, como máximo, 500 frascos de pimientos, 310 frascos de espárragos y 65 frascos de alcachofas. Sabiendo que por cada lote de tipo A obtiene un beneficio de 10 euros y por cada lote de tipo B obtiene un beneficio de 6 euros, ¿cuántos lotes de cada tipo tendrá que preparar para que su beneficio sea máximo? ¿Cuál será el valor de ese beneficio máximo?

SOLUCIÓN.
40 lotes de tipo A y 25 lotes de tipo B. El máximo beneficio es de 550 euros.

Junio 2016.
(3,5 puntos)

a) *(2 puntos)* Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

encontrar, si existe, una matriz X tal que: $5X+3C^2=2AB$

SOLUCIÓN.
$X=\begin{pmatrix} -17/5 & 1/5 \\ 7/5 & 64/5 \end{pmatrix}$

Septiembre 2016.
(3,5 puntos) Un ganadero puede comprar dos tipos de pienso, A y B, para alimentar a sus cerdos. Cada saco de pienso A contiene 4 kilos de cereales y 2 kilos de bellotas, además de otros ingredientes, y cuesta 4 euros. Cada saco de pienso B contiene 2 kilos de cereales y 3 kilos de bellotas, además de otros ingredientes, y cuesta 5 euros. Para alimentar a sus cerdos quiere tener, al menos, 160 kilos de cereales y 120 kilos de bellotas. Como tiene que transportar los sacos en su furgoneta, no quiere comprar, entre los dos tipos de pienso, más de 70 sacos. ¿Cuántos sacos de cada tipo de pienso tiene que comprar para que el coste sea mínimo? ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

SOLUCIÓN.
30 sacos de tipo A y 20 sacos de tipo B. El coste mínimo es de 220 euros.

Septiembre 2016.
(3,5 puntos)
a) *(2,25 puntos)* Un pintor ha comprado pintura de 3 colores: azul, roja y verde. Cada kilo de pintura azul cuesta 2 euros, cada kilo de pintura roja cuesta 4 euros y cada kilo de pintura verde cuesta 3 euros. En total ha comprado 500 kilos de pintura y se ha gastado 1400 euros. Además, sabemos que la suma de las cantidades de pintura azul y verde es el triple que la cantidad de pintura roja. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones para determinar la cantidad de pintura de cada color que ha comprado.
b) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

SOLUCIÓN.
a) 225 kilos de pintura azul, 125 kilos de pintura roja y 150 kilos de pintura verde. **b)** $\begin{pmatrix} 1/4 & 3/8 \\ 1/4 & -1/8 \end{pmatrix}$

Junio 2017.
(3,25 puntos) Una empresa de transporte va a realizar el transporte de animales de compañía entre dos ciudades. Para ello, va a alquilar furgonetas especializadas en este tipo de transporte, que pueden ser de dos tipos, A y B. Cada furgoneta de tipo A tiene 4 jaulas individuales para perros y 3 jaulas individuales para gatos, mientras que cada furgoneta de tipo B tiene 2 jaulas individuales para perros y 6 jaulas individuales para gatos. El coste de alquiler de cada furgoneta de tipo A es de 240 euros y el coste de alquiler de cada furgoneta de tipo B es de 400 euros. Además, por razones comerciales, el número de furgonetas de tipo B

debe ser mayor o igual que el número de furgonetas de tipo A. La empresa tiene que garantizar espacio para, al menos, 24 perros y 54 gatos. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas furgonetas de cada tipo debe alquilar para que el coste sea mínimo. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

SOLUCIÓN.
2 furgonetas de tipo A y 8 furgonetas de tipo B. El coste mínimo es de 3680 euros.

Junio 2017.
(3,25 puntos) Una empresa invirtió un total de 10000 euros entre tres fondos A, B y C. El beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo A fue de 0,05 euros, el beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo B fue de 0,1 euros y el beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo C fue de 0,02 euros. Con las inversiones realizadas en los fondos, la empresa obtuvo un beneficio total de 497 euros. Además, la inversión en el fondo A fue igual al triple de la suma de las inversiones en los fondos B y C. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales para determinar cuánto dinero invirtió en cada fondo.

SOLUCIÓN.
7500 euros en el fondo A, 900 euros en el fondo B y 1600 euros en el fondo C.

Septiembre 2017.
(3,25 puntos) Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) *(0,5 puntos)* ¿Se puede calcular AB? Si es así, calcularla; si no se puede, razonar por qué.
b) *(0,5 puntos)* ¿Se puede calcular BA? Si es así, calcularla; si no se puede, razonar por qué.
c) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de C.
d) *(1 punto)* Encontrar, si existe, una matriz X tal que $2C+4X=3D$

SOLUCIÓN.
a) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 14 \\ 0 & 14 & -7 \end{pmatrix}$ **b)** No **c)** $C^{-1}=\begin{pmatrix} -2/3 & 0 & -1/3 \\ -5/3 & 0 & -1/3 \\ 19/3 & 1 & 5/3 \end{pmatrix}$ **d)** $X=\begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 & 3 \\ 1/2 & 3/4 & -1/2 \\ 13/4 & -7/4 & 3/2 \end{pmatrix}$

Septiembre 2017.
(3,25 puntos) Una asociación está organizando un viaje a un parque temático para sus socios. Para comprar las entradas, la asociación ha llegado a un acuerdo con la dirección del parque, de forma que puede comprar dos tipos de entradas, "Grupal-A" y "Grupal-B" con las siguientes características:

- Cada entrada de tipo "Grupal-A" permite entrar al parque a 2 adultos y 3 niños, y cuesta 85 euros.
- Cada entrada de tipo "Grupal-B" permite entrar al parque a 4 adultos y 12 niños, y cuesta 230 euros.
- Deben comprarse, al menos, 4 entradas de tipo "Grupal-A" y 2 entradas de tipo "Grupal-B".

La asociación quiere que entren al parque, al menos, 40 adultos y 96 niños. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas entradas de cada tipo "Grupal-A" y "Grupal-B" debe comprar para minimizar el coste total. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

SOLUCIÓN.
8 entradas del tipo "Grupal-A" y 6 entradas del tipo "Grupal-B". El coste mínimo es de 2060 euros.

Junio 2018.

(3,25 puntos) Una empresa de carpintería tiene dos fábricas A y B en las que produce sillas, mesas y taburetes, y tiene que decidir el número de horas de trabajo en cada una de las dos fábricas para la semana próxima. Por cada hora de trabajo de la fábrica A, se producen 1 silla, 2 mesas y 4 taburetes, por cada hora de trabajo de la fábrica B se producen 4 sillas, 3 mesas y 2 taburetes. Durante la semana próxima la empresa tiene que producir, al menos, 80 sillas, 120 mesas y 96 taburetes. El coste por cada hora de trabajo de la fábrica A es de 1500 euros, mientras que el coste por cada hora de trabajo de la fábrica B es de 1000 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de horas que tiene que trabajar cada una de las fábricas para minimizar el coste. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

SOLUCIÓN.
6 horas la fábrica A y 36 horas la fábrica B. El coste mínimo es de 45000 euros.

Junio 2018.

(3,25 puntos) Discutir, según los valores de a, el sistema: $\begin{matrix} 2x+ay+az=4 \\ -x+ay+z=a \\ x+y+az=3 \end{matrix}$. Resolverlo para $a=-3$.

SOLUCIÓN.
▪ Compatible determinado para $a\neq -1$ y $a\neq 1$. ▪ Incompatible para $a=-1$. ▪ Compatible indeterminado para $a=1$. Para $a=-3$: $x=2$, $y=1/4$, $z=-1/4$

Septiembre 2018.

(3, 25 puntos) Un artesano de vidrio va a fabricar figuras de dos tipos durante la próxima semana: cisne y elefante. Cada figura de cisne necesita 0,1 kg de vidrio y 30 minutos de trabajo, mientras que cada figura de elefante necesita 0,2 kg de vidrio y 20 minutos de trabajo. El artesano puede utilizar como máximo q6 kg de vidrio y 40 horas de trabajo. Además, el número de figuras de cisne que fabrique ha de ser menor o igual que el doble de figuras de elefante. Por cada figura de cisne obtiene un beneficio de 10 euros y por cada figura de elefante obtiene un beneficio de 8 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de figuras de cada tipo que tiene que fabricar para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?

SOLUCIÓN.
40 cisnes y 60 elefantes. El beneficio máximo es de 880 euros.

Septiembre 2018.

(3,25 puntos) Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} -8 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) *(1 punto)* Calcular $(AB)^2$

b) *(1 punto)* Encontrar, si existe, una matriz X tal que $2A+3X=4C$

c) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de D.

SOLUCIÓN.

a) $\begin{pmatrix} -41 & -115 \\ 230 & 350 \end{pmatrix}$ b) $X=\begin{pmatrix} 20/3 & 2 & -2 \\ -4/3 & -4/3 & 4/3 \end{pmatrix}$ **d)** $D^{-1}=\begin{pmatrix} -3/4 & -1/4 & -1/2 \\ 3/2 & 3/2 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Junio 2019.

(3,25 puntos) Dadas las matrices: $A=\begin{pmatrix} x & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \\ y & 2y \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$

a) *(2 puntos)* ¿Para qué valores de x e y se tiene $AB=C$?
b) *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de C.

SOLUCIÓN.
a) $x=-\frac{9}{5}$, $y=\frac{3}{10}$ **b)** $C^{-1}=\begin{pmatrix} -4/19 & -3/19 \\ -9/19 & -2/19 \end{pmatrix}$

Junio 2019.
(3,25 puntos) Un ebanista fabrica sillas y taburetes. Cada silla necesita 4 kilos de madera y 1 hora de trabajo, mientras que cada taburete necesita 2 kilos de madera y 3 horas de trabajo. El beneficio por cada silla es de 70 euros y por cada taburete es de 50 euros. Para la semana que viene quiere fabricar, al menos, 6 sillas y 4 taburetes; dispone, como máximo, de 72 kilos de madera y de 48 horas de trabajo. ¿Cuántas sillas y taburetes debe fabricar para maximizar su beneficio? ¿Cuál es el valor del beneficio en ese caso?

SOLUCIÓN.
12 sillas y 12 taburetes. El beneficio máximo es de 1440 euros.

Septiembre 2019.
(3,25 puntos) Un restaurante compra la fruta a una tienda ecológica. Esta tienda vende dos tipos de lotes, A y B. El lote A incluye 1 kilo de manzanas, 5 kilos de naranjas y 1 kilo de peras, mientras que el lote B incluye 4 kilos de manzanas, 2 kilos de naranjas y 1 kilo de peras. Cada lote de tipo A cuesta 8 euros y cada lote de tipo B cuesta 10 euros. Sabiendo que para mañana el restaurante quiere tener, al menos, 24 kilos de manzanas, 30 kilos de naranjas y 12 kilos de peras, plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántos lotes de cada tipo debe comprar para minimizar el coste. ¿Cuál será el valor del coste en ese caso?

SOLUCIÓN.
8 lotes de tipo A y 4 lotes de tipo B. El coste mínimo es de 104 euros.

Septiembre 2019.
(3,25 puntos) Un hotel tiene habitaciones individuales (para una persona), dobles (para dos personas) y familiares (para cuatro personas). El hotel tiene un total de 144 habitaciones con una capacidad total de 312 personas; además, el número de habitaciones dobles es igual al triple de la suma de habitaciones individuales y familiares. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales para determinar el número de habitaciones de cada tipo que tiene el hotel.

SOLUCIÓN.
16 habitaciones individuales, 108 habitaciones dobles y 20 habitaciones familiares.