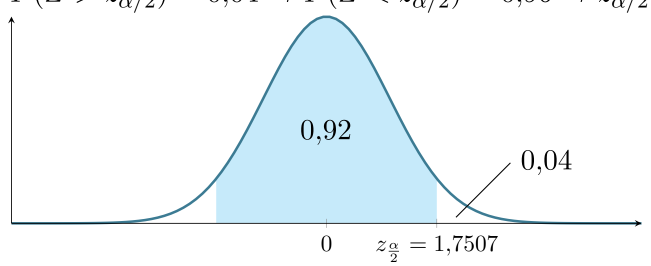
1. Se sabe que el gasto mensual en teléfono de los habitantes de una ciudad sigue una distribución normal de desviación típica 6 euros. Se toma una muestra de 10 jóvenes y se obtienen los siguientes resultados (expresados en euros):
   24.5, 11, 16.5, 18.5, 21.5, 25, 6.5, 12, 10.5, 9.5
   Construya un intervalo de confianza de nivel 92 % para la media del gasto mensual en teléfono de los habitantes de la ciudad.

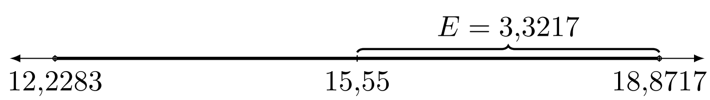
Sol: Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 15.55, la desviación típica: 6, tamaño de la muestra: 10 y el grado de confianza: 92.0 %.

Valor crítico:
$\alpha = 1 - 0{,}92 = 0{,}08 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}04$

$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0{,}04 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}96 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}7507$



Error cometido:
$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 1{,}7507 \cdot \frac{6}{3{,}1622776601683795} = 3{,}3217$
Por tanto el intervalo de confianza será:
$(\overline{x} - E, \overline{x} + E) = (15{,}55 - 3{,}3217, 15{,}55 + 3{,}3217) = (12{,}2283, 18{,}8717)$

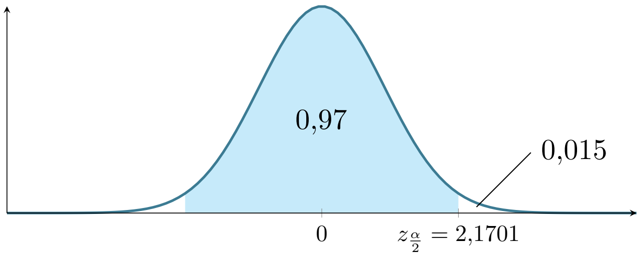


2. La duración de las bombillas de un fabricante es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 80 horas.
   Queremos construir un intervalo de confianza al 97 % para la media de la duración de las bombillas del fabricante, de forma que el error no sea mayor de 10 horas. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?

Sol: Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la media con un error máximo: 10, si la desviación típica es: 80 y el grado de confianza: 97.0 %.

Valor crítico:
$\alpha = 1 - 0{,}97 = 0{,}03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}015$

$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0{,}015 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}1701$



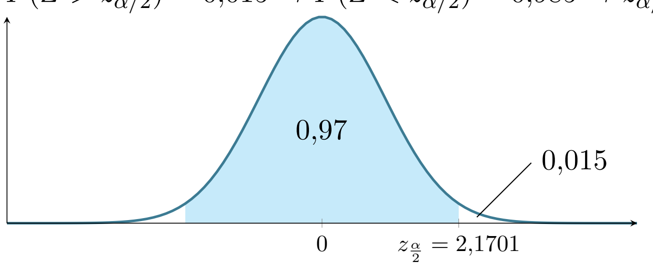
Error cometido:
$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to n \approx \frac{\sigma^2 \cdot z^2_{\alpha/2}}{E^2} = 301{,}39737664000006 \to n \geq 302$

3. La duración de las bombillas de un fabricante es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 80 horas.
   Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 150, comprobamos la duración de cada bombilla y calculamos su promedio, que resulta ser 1053 horas. Calcular el intervalo de confianza al 97 % para la media de la duración de las bombillas del fabricante.

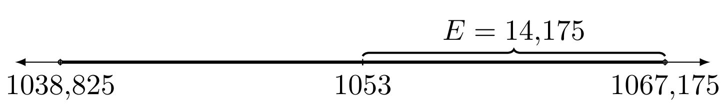
Sol: Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 1053, la desviación típica: 80, tamaño de la muestra: 150 y el grado de confianza: 97.0 %.

Valor crítico:
$\alpha = 1 - 0{,}97 = 0{,}03 \to \frac{\alpha}{2} = 0{,}015$

$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0{,}015 \to P(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}985 \to z_{\alpha/2} = 2{,}1701$



Error cometido:
$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to E = 2{,}1701 \cdot \frac{80}{12{,}24744871391589} = 14{,}175$
Por tanto el intervalo de confianza será:
$(\overline{x} - E, \overline{x} + E) = (1053 - 14{,}175, 1053 + 14{,}175) = (1038{,}825, 1067{,}175)$



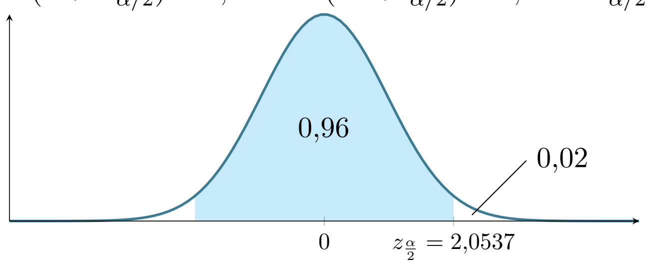
4. Para optimizar los pedidos de las tallas de zapatos para un centro comercial, se registraron los porcentajes del número de veces que fueron solicitadas las distintas tallas sobre una muestra de

1000 clientes. Si el porcentaje del número de veces para la talla media fueron del 25 %, calcule un intervalo de confianza para tal porcentaje con un nivel de significación del 4 %

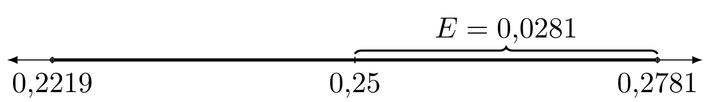
Sol: Calculamos el intervalo de confianza para la proporción, si los aciertos son: 250.0, tamaño de la muestra: 1000 y el grado de confianza: 96.0 %.

Valor crítico:
$\alpha = 1 - 0{,}96 = 0{,}04 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}02$

$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0{,}02 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}98 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}0537$



Error cometido:
$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\widehat{p}\cdot(1-\widehat{p})}{n}} \rightarrow E = 2{,}0537 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25\cdot 0{,}75}{1000}} = 0{,}0281$
Por tanto el intervalo de confianza será:
$(\widehat{p} - E, \widehat{p} + E) = (0{,}25 - 0{,}0281, 0{,}25 + 0{,}0281) = (0{,}2219, 0{,}2781)$

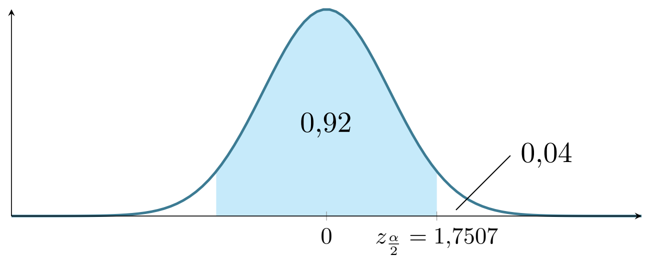


5. Para estimar la proporción de las familias de una determinada ciudad que tienen smart tv, se quiere utilizar una muestra aleatoria de medida n. Calcula el valor mínimo de n para garantizar que, a un nivel de confianza del 92 %, el error en la estimación sea menor que 0,05. (PISTA: Como se desconoce la proporción, se ha de tomar el caso más desfavorable que será 0.5)

Sol: Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la proporcion con un error máximo: 0.05, si la proporción muestral es: 0.5 y el grado de confianza: 92.0 %.

Valor crítico:
$\alpha = 1 - 0{,}92 = 0{,}08 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}04$

$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0{,}04 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}96 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}7507$



Error cometido:
$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\widehat{p}\cdot(1-\widehat{p})}{n}} \to n = \frac{\widehat{p}\cdot(1-\widehat{p})\cdot z^2_{\alpha/2}}{E^2} \to n \geq 307$

6. La cantidad de horas semanales que los habitantes de Utebo emplean en ver series de TV se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 0,64. Se toma una muestra aleatoria simple y se obtienen los siguientes datos:
6.9, 7.3, 7.6, 6.6, 6.5, 7.1, 6.2, 6.9, 7.8, 6.7, 7.0, 6.5, 5.5, 7.2, 7.6, 5.8

   Determinar el nivel de confianza para el cual el intervalo de confianza para la media de horas semanales que se ven series de TV es (6.65 , 7). Detallar los pasos realizados para obtener los resultados.

Sol: La media muestral es: 6.825
Del intervalo obtenemos la media muestral: 6.825 y el error máximo: $6{,}825 - 6{,}65 = 0{,}175$
Calculamos el grado de confianza para un error máximo: 0.175, siendo el tamaño muestral: 16 y la desviación típica: 0.64.

Como $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{E\cdot\sqrt{n}}{\sigma} \to z_{\alpha/2} = 1{,}09$
$P(Z > z_{\alpha/2}) = P(Z > 1{,}09) = \frac{\alpha}{2} = 0{,}1379$
$\alpha = 0{,}2757 \to \quad confianza = 1 - \alpha = 0{,}7243 \to 72{,}43\,\%$