

1. p71e01-Una muestra aleatoria de 36 personas, empleadas en una gran industria, da el número medio de días al año que faltan al trabajo es $\bar{x} = 12$ con $s = 4$. a) Dar una estimación puntual de μ . b) Tomando un nivel del 99% dar el intervalo de confianza de μ . c) Tomando un nivel del 95% dar el intervalo de confianza de μ .

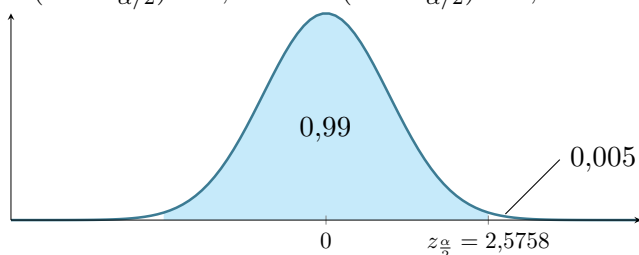
Sol: a) $\mu \approx 12$

b) Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 12, la desviación típica: 4, tamaño de la muestra: 36 y el grado de confianza: 99.0%.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,99 = 0,01 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,005 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,5758$$

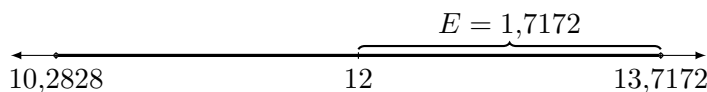


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 2,5758 \cdot \frac{4}{6,0} = 1,7172$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (12 - 1,7172, 12 + 1,7172) = (10,2828, 13,7172)$$

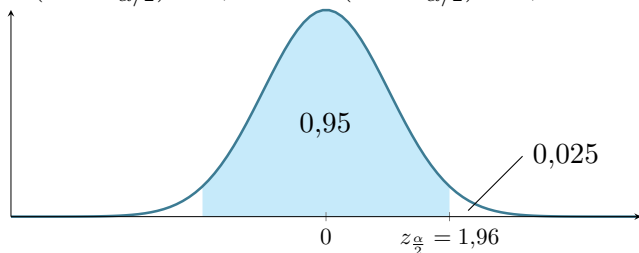


c) Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 12, la desviación típica: 4, tamaño de la muestra: 36 y el grado de confianza: 95.0%.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

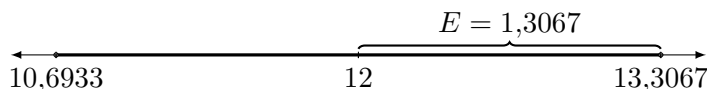


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 1,96 \cdot \frac{4}{6,0} = 1,3067$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (12 - 1,3067, 12 + 1,3067) = (10,6933, 13,3067)$$



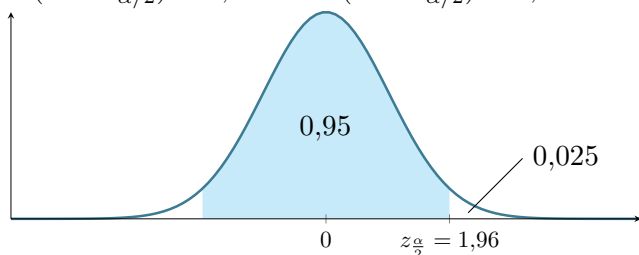
2. p71e02- Cuál debe ser el tamaño de una muestra si se quiere estimar el gasto medio de una familia en electricidad, mensualmente, con un error menor de 1.500 pesetas y el 95/medio en 1999 era de 13.300 ptas. con una desviación de 1.200 ptas.

Sol: Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la media con un error máximo: 1500, si la desviación típica es: 1200 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$



Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow n \approx \frac{\sigma^2 \cdot z_{\alpha/2}^2}{E^2} = 2,4586240000000004 \rightarrow n \geq 3$$

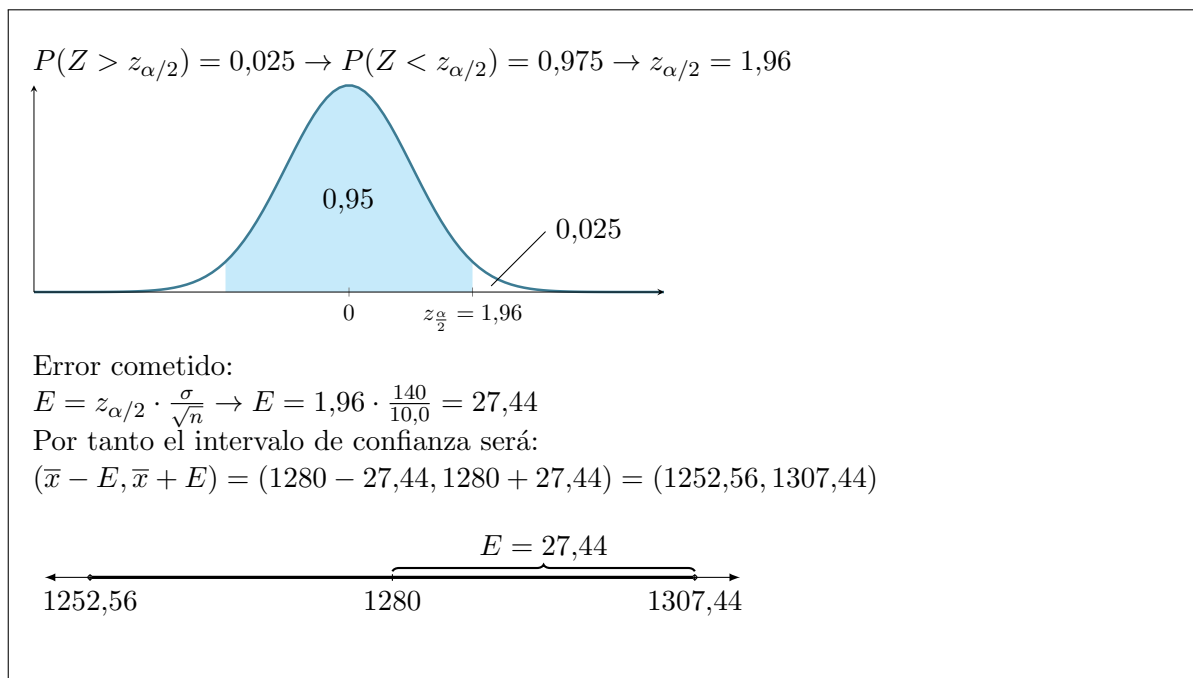
3. p71e03- Una muestra aleatoria de 100 bombillas producidas por una determinada fábrica, tiene una vida media de 1.280 horas con una desviación típica de 140 horas: i) Estimar la duración media de las bombillas fabricadas por esa fábrica. ii) Dar el intervalo de confianza, a un nivel del 0,95 de la estimación anterior.

Sol: i) $\mu \approx 1280$

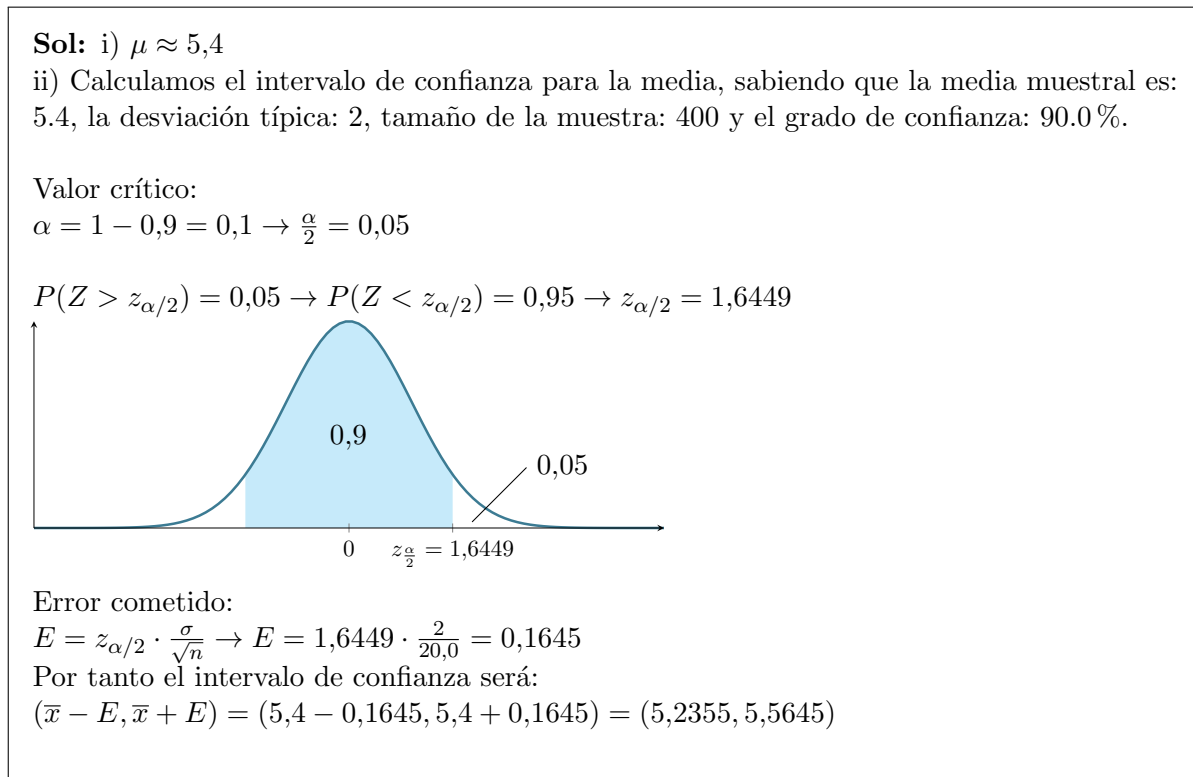
ii) Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 1280, la desviación típica: 140, tamaño de la muestra: 100 y el grado de confianza: 95.0 %.

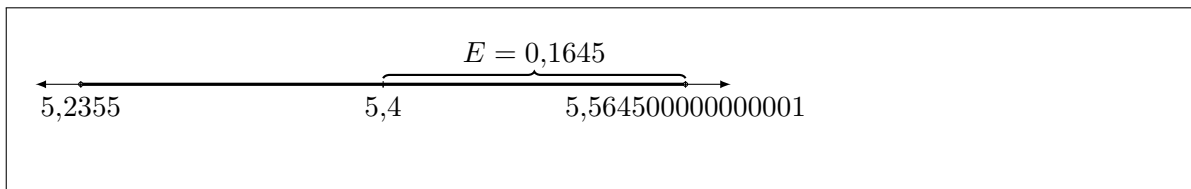
Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$



4. p71e04- La dirección de un hotel quiere saber el número de días que, de promedio, sus clientes se hospedan en él . Toma una muestra de 400 clientes y obtiene una media de 5,4 días con una desviación típica de 2 días. i) Estimar el número medio de días que los clientes permanecen en el hotel. ii) Hallar el intervalo de confianza de la estimación anterior a un nivel del 90 %





5. p71e05- Una muestra aleatoria de 225 votantes tiene 135 partidarios para el pago de impuestos destinados a la mejora de la ciudad. i) Efectuar una estimación puntual del porcentaje de votantes que están a favor de pagar el nuevo impuesto. ii) Dar el intervalo de confianza, a un nivel del 0,95 de la estimación anterior.

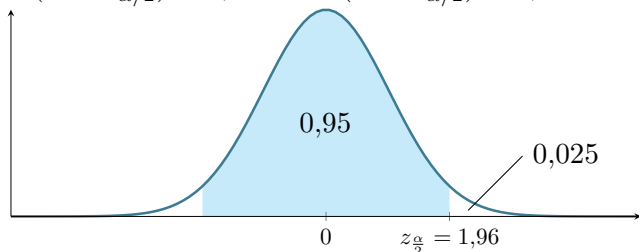
Sol: i) $p \approx \hat{p} = 60\%$

ii) Calculamos el intervalo de confianza para la proporción, si los aciertos son: 135, tamaño de la muestra: 225 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

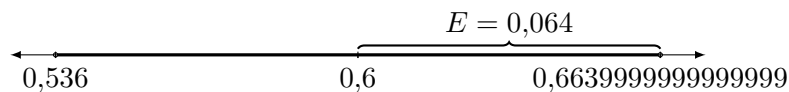


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \rightarrow E = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,6 \cdot 0,4}{225}} = 0,064$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\hat{p} - E, \hat{p} + E) = (0,6 - 0,064, 0,6 + 0,064) = (0,536, 0,664)$$



6. p71e06- El valor de diez cheques al descubierto ha sido de 670, 1400, 350, 1700, 2000, 1700, 530, 710, 1200 y 1000 euros. Si estas diez denuncias se consideran como una muestra del total de todas las que por ese motivo se realizan a lo largo de un año, ¿cuál será el valor medio de los cheques al descubierto que se expedirán.

Sol: Calculamos la media estadística para estimar la media: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 1126,0$

7. p71e07- De 120 alumnos, la proporción de que tengan dos o más hermanos es de 48/120. Indica los parámetros de la distribución a las que se ajustarían las muestras de tamaño 30.

Sol: La distribución muestral $\hat{p} \rightarrow N\left(p, \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}\right)$. Luego:

$$p \approx \hat{p} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$$

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{\frac{48}{120} \cdot \left(1 - \frac{48}{120}\right)}{30}} = \frac{\sqrt{5}}{25}$$

8. p71e08- En cierto instituto de Enseñanza Secundaria hay matriculados 800 alumnos. A una muestra seleccionada aleatoriamente de un 15 % de ellos, se les preguntó si utilizaban la cafetería del centro. Contestaron negativamente un total de 24 alumnos. Estima el porcentaje de alumnado que utiliza la cafetería del instituto. Determina, con un confianza del 99 %, el error máximo cometido con dicha estimación

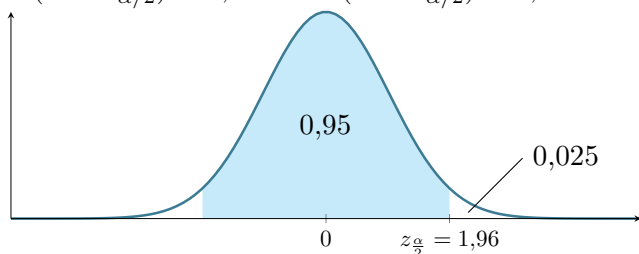
Sol: i) Tamaño de la muestra: 120,0. Alumnos de la muestra que utiliza la cafetería: 96,0 $\rightarrow p \approx \hat{p} = 80\%$

ii) Calculamos el intervalo de confianza para la proporción, si los aciertos son: 96,0, tamaño de la muestra: 120,0 y el grado de confianza: 95,0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

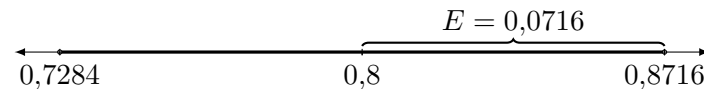


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}} \rightarrow E = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,8 \cdot 0,2}{120,0}} = 0,0716$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\hat{p} - E, \hat{p} + E) = (0,8 - 0,0716, 0,8 + 0,0716) = (0,7284, 0,8716)$$



Por tanto, el error máximo es: 0.0716

9. p71e09- Para estimar la proporción de las familias de una determinada ciudad que poseen microondas, se quiere utilizar una muestra aleatoria de medida n. Calcula el valor mínimo de n

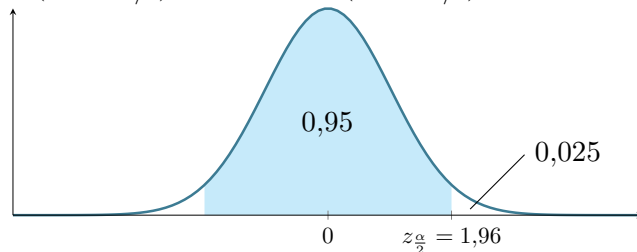
para garantizar que, a un nivel de confianza del 95 %, el error en la estimación sea menor que 0,005. (Como se desconoce la proporción, se ha de tomar el caso más desfavorable que será 0,5)

Sol: Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la proporción con un error máximo: 0,005, si la proporción muestral es: 0.5 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$



Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \rightarrow n = \frac{\hat{p}(1-\hat{p}) \cdot z_{\alpha/2}^2}{E^2} \rightarrow n \geq 38416$$

10. p71e12- En un determinado barrio se seleccionó al azar una muestra de 100 personas cuya media de ingresos mensuales resultaba igual a 106.000 ptas. con una desviación típica de 20.000 ptas.
- a) Si se toma un nivel de confianza del 95 %, ¿Cuál es el intervalo de confianza para la media de los ingresos mensuales de toda la población? b) Si se toma un nivel de significación igual a 0,01, ¿cuál es el tamaño muestral necesario para estimar la media de ingresos mensuales con un error menor de 3.000 pesetas?

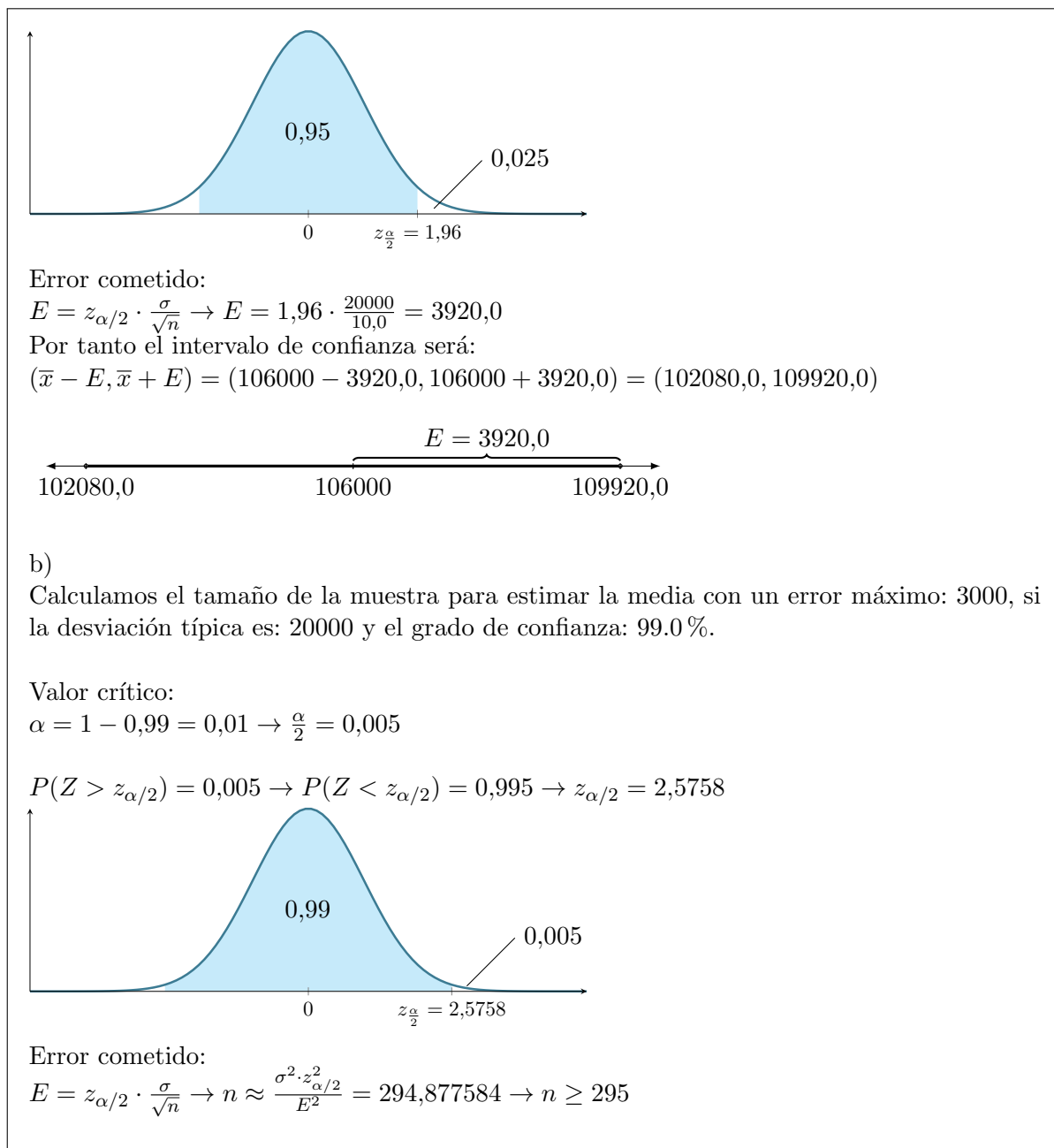
Sol: a)

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 106000, la desviación típica: 20000, tamaño de la muestra: 100 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$



11. p71e13- Sea X la variable aleatoria Tiempo empleado por cada 1000 pesetas de mercancía distribuida en una determinada ruta. Una muestra de tamaño 12 proporcionó una media muestral de 3 minutos y una desviación típica de 0,5 minutos. Calcular un intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de reparto cada 1000 pesetas, suponiendo que la variable aleatoria es aproximadamente normal. a) Si el coste por hora de reparto es de 5000 pesetas calcular los límites entre los cuales estará comprendido el coste de reparto de cada 1000 pesetas con probabilidad de 0,95. b) Calcule el tamaño muestral necesario para que el coste de reparto por cada 1000 pesetas se conozca con una precisión de 5 pesetas asociada a un nivel de confianza de 0,95 (probabilidad de que el error no sobrepase las 5 ptas.)

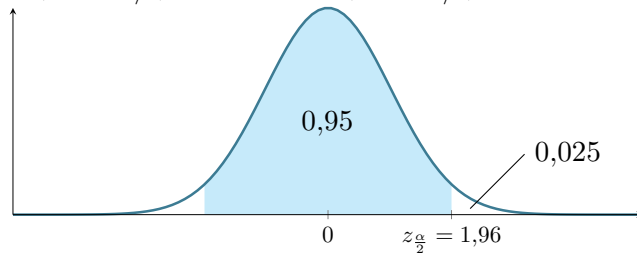
Sol: a)

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 3, la desviación típica: 0.5, tamaño de la muestra: 12 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

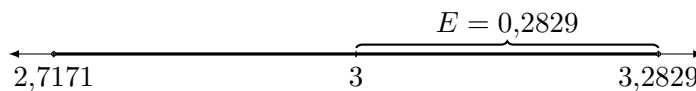


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 1,96 \cdot \frac{0,5}{\sqrt{12}} = 0,2829$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (3 - 0,2829, 3 + 0,2829) = (2,7171, 3,2829)$$



Por tanto, a 5000 pesetas por hora, el coste estará entre: 13585.5 y 16414.5.

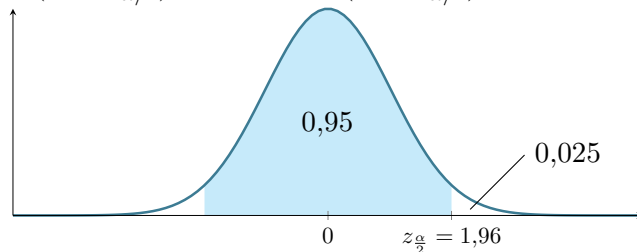
b)

Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la media con un error máximo: 5, si la desviación típica es: 0.5 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$



Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow n \approx \frac{\sigma^2 \cdot z_{\alpha/2}^2}{E^2} = 0,038416000000000006 \rightarrow n \geq 1$$

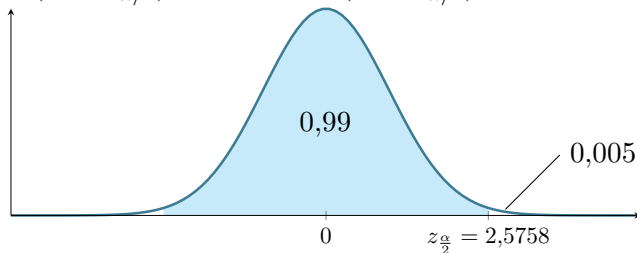
12. p71e14- Suponga que la demanda semanal de un cierto artículo, en temporada alta es una variable aleatoria cuya distribución puede considerarse aproximadamente normal. Una muestra de 5 semanas proporcionó una media muestral de 875 unidades y una desviación típica muestral de 23. Obtener con el 99 % de confianza un intervalo para la demanda media semanal de dicho artículo.

Sol: Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 875, la desviación típica: 23, tamaño de la muestra: 5 y el grado de confianza: 99.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,99 = 0,01 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,005 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,5758$$

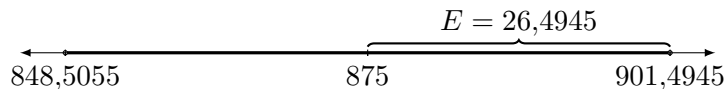


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 2,5758 \cdot \frac{23}{\sqrt{5}} = 26,4945$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (875 - 26,4945, 875 + 26,4945) = (848,5055, 901,4945)$$



13. p71e15- i) En un almacén se realizan pedidos de un artículo cualquiera, para que en el momento de la reposición, el nivel de género sea siempre una cantidad fija. Una muestra de tamaño 15 dio un tiempo medio necesario para alcanzar el nivel establecido de seguridad (y por tanto de reposición) de 25 días y una desviación típica muestral de 3 días. Obtenga un intervalo de confianza para estimar el tiempo medio de reposición, con un nivel de confianza del 96 %
 ii) Calcule el tamaño muestral necesario para estimar el tiempo medio de reposición con una precisión de 1 día con un nivel de confianza de 0,95.

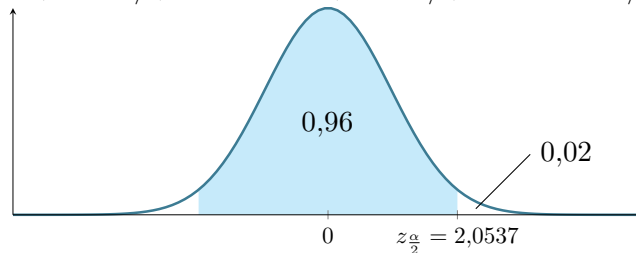
Sol: i) Al enunciado le faltaría indicar que la distribución de pedidos sigue una normal ya que el tamaño de la muestra es menor de 30

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 25, la desviación típica: 3, tamaño de la muestra: 15 y el grado de confianza: 96.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,96 = 0,04 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,02$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,02 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,98 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,0537$$

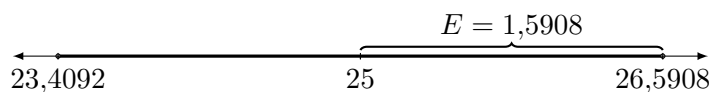


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 2,0537 \cdot \frac{3}{\sqrt{3,872983346207417}} = 1,5908$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (25 - 1,5908, 25 + 1,5908) = (23,4092, 26,5908)$$



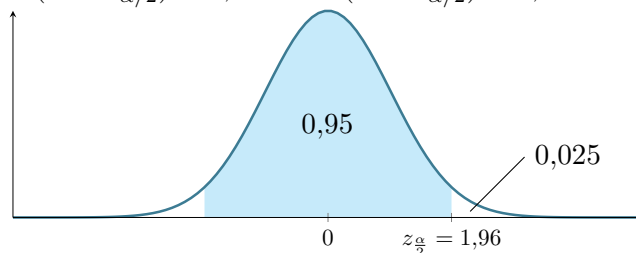
ii)

Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la media con un error máximo: 3000, si la desviación típica es: 3 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$



Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow n \approx \frac{\sigma^2 \cdot z_{\alpha/2}^2}{E^2} = 3,8416e - 06 \rightarrow n \geq 1$$

14. p71e16- En un municipio de 8940 personas, mayores de 18 años, nos interesa conocer el porcentaje de sujetos que tienen carnet de conducir. Al nivel de confianza del 98 % y con un error no superior a 0,03 , ¿Qué tamaño tiene que tener la muestra?.

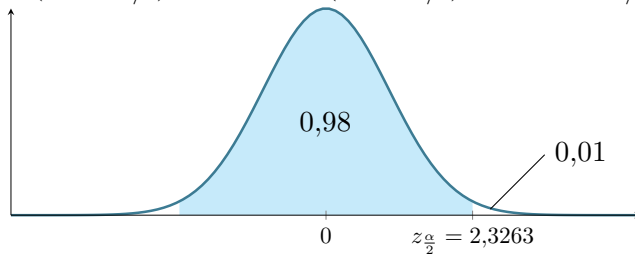
Sol: Como no sabemos la proporción muestral, tomamos el valor 0.5 que es el que maximiza $p \cdot (1 - p)$

Calculamos el tamaño de la muestra para estimar la proporción con un error máximo: 0.03, si la proporción muestral es: 0.5 y el grado de confianza: 98.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,98 = 0,02 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,01$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,01 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,99 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,3263$$



Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \rightarrow n = \frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p}) \cdot z_{\alpha/2}^2}{E^2} \rightarrow n \geq 1504$$

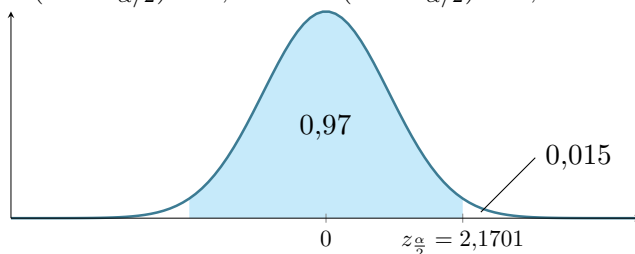
15. p71e17- Al objeto de optimizar los pedidos de tallas de una prenda de vestir para la próxima temporada, se registraron los porcentajes del número de veces que fueron solicitadas las distintas tallas sobre una muestra de 500 clientes. Si el porcentaje del número de veces para la talla media fueron del 23 %, calcule un intervalo de confianza para tal porcentaje con un nivel de significación del 3 %

Sol: Calculamos el intervalo de confianza para la proporción, si los aciertos son: 115.0, tamaño de la muestra: 500 y el grado de confianza: 97.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,97 = 0,03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,015$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,015 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,1701$$

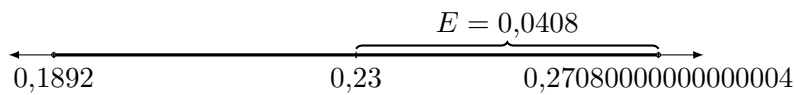


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \rightarrow E = 2,1701 \cdot \sqrt{\frac{0,23 \cdot 0,77}{500}} = 0,0408$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\hat{p} - E, \hat{p} + E) = (0,23 - 0,0408, 0,23 + 0,0408) = (0,1892, 0,2708)$$



16. p71e18- La producción de una máquina se distribuye según la ley normal y fabrica piezas con un peso medio de 245 gr y una desviación típica de 36,3 gr. Para determinar si las piezas que produce en la actualidad están de acuerdo a estas normas, se toma cada cuatro horas una muestra de 16 piezas y se determina su peso medio. Calcula los límites de confianza al 95 y 99 %, construyendo el correspondiente gráfico de control.

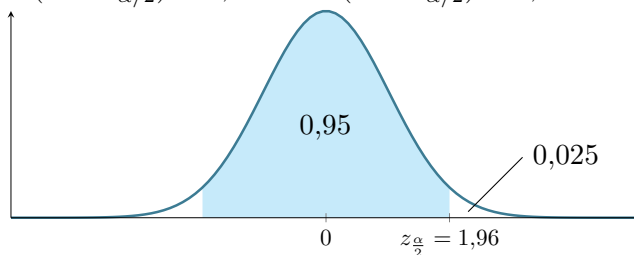
Sol: i) Al 95 %:

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 245, la desviación típica: 36.3, tamaño de la muestra: 16 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

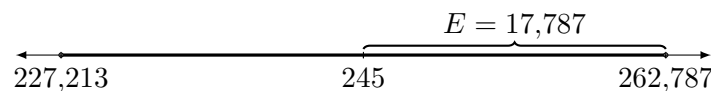


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 1,96 \cdot \frac{36,3}{4,0} = 17,787$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (245 - 17,787, 245 + 17,787) = (227,213, 262,787)$$

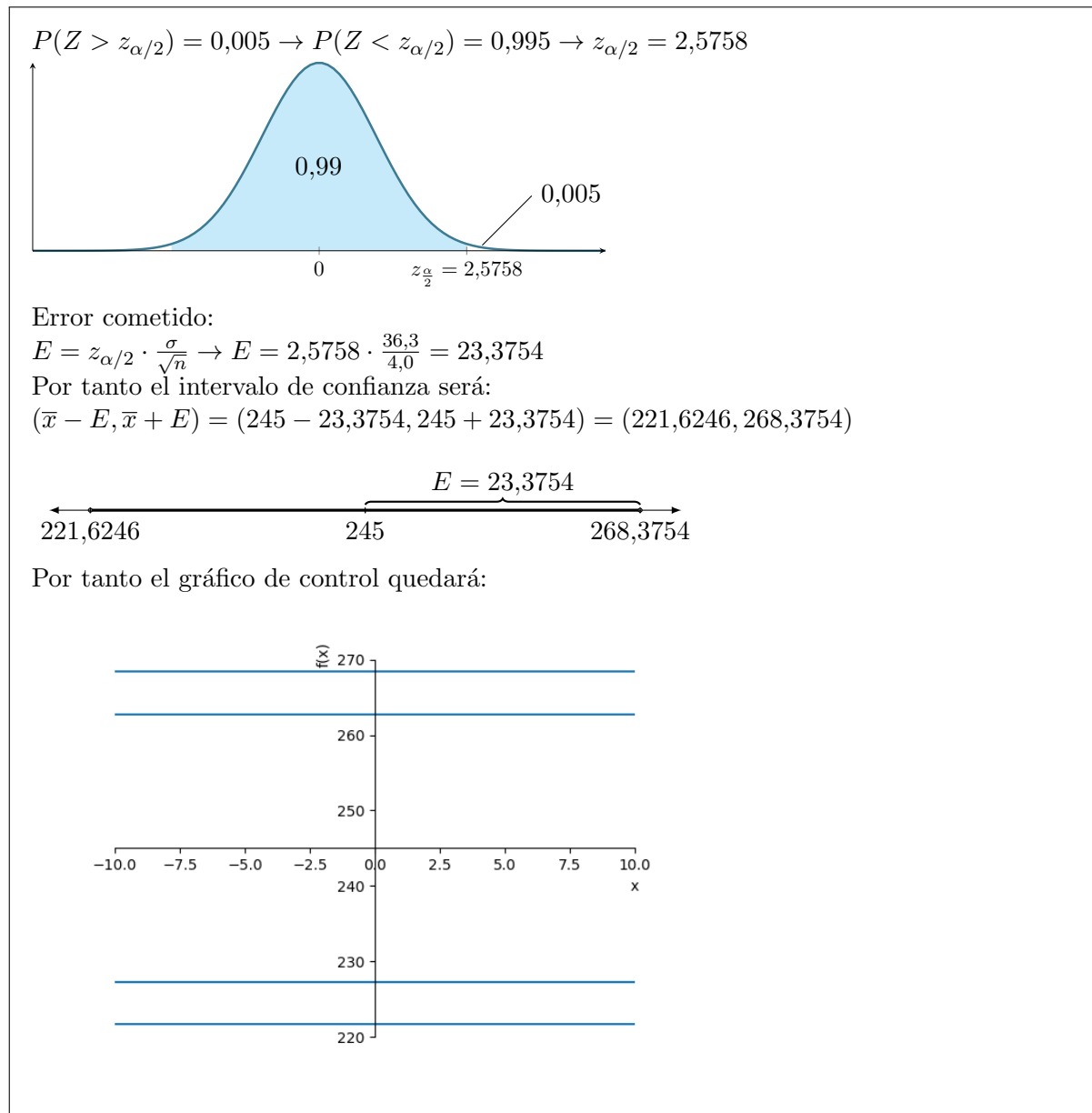


ii) Al 99 %:

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 245, la desviación típica: 36.3, tamaño de la muestra: 16 y el grado de confianza: 99.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,99 = 0,01 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005$$



17. p71e19- Los pesos de los paquetes de café que envasan en una factoría siguen una distribución normal con un peso medio de 250 gr y desviación típica de 16 gr. En el proceso de control de calidad del envasado se toma una muestra de 16 envases cada cuatro horas y se calcula el peso medio de la muestra. Diseña un gráfico sobre el que podamos representar semanalmente los análisis efectuados y controlar la calidad del proceso con los niveles de confianza del 95 y 99 %.

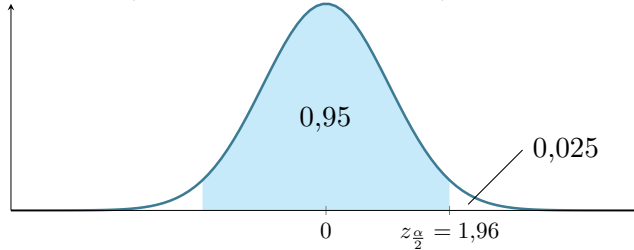
Sol: i) Al 95 %:

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 250, la desviación típica: 16, tamaño de la muestra: 16 y el grado de confianza: 95.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,025 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

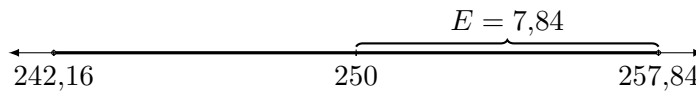


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 1,96 \cdot \frac{16}{4,0} = 7,84$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (250 - 7,84, 250 + 7,84) = (242,16, 257,84)$$



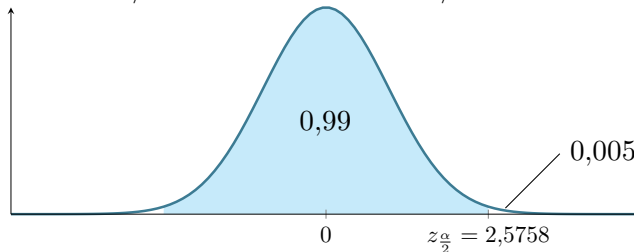
ii) Al 99 %:

Calculamos el intervalo de confianza para la media, sabiendo que la media muestral es: 250, la desviación típica: 16, tamaño de la muestra: 16 y el grado de confianza: 99.0 %.

Valor crítico:

$$\alpha = 1 - 0,99 = 0,01 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005$$

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = 0,005 \rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,5758$$

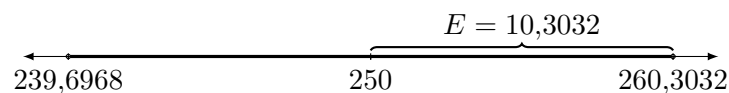


Error cometido:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 2,5758 \cdot \frac{16}{4,0} = 10,3032$$

Por tanto el intervalo de confianza será:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (250 - 10,3032, 250 + 10,3032) = (239,6968, 260,3032)$$



Por tanto el gráfico de control quedará:

