Septiembre 2014.

a) *(2 puntos)* Dada la función: $f(x)=\dfrac{x^2+4}{x}$, encontrar los extremos absolutos de f en el intervalo $x\in[1,5]$.

b) *(1,5 puntos)* Calcular: $\int_1^4 \left(2-e^{3x}\right)dx$

SOLUCIÓN.
a) Máximo absoluto en $x=5$ y mínimo absoluto en $x=2$. **b)** $6-\dfrac{e^{12}-e^3}{3}$

Septiembre 2014.

a) *(2 puntos)* Dada la función: $f=xy$ definida para $x\in(0,9)$, $y\in(0,3)$, encontrar el punto (x,y) que maximiza f sujeto a la restricción $x+y^2=9$.

b) *(1,5 puntos)* Calcular: $\int_1^2 \left(7x^2+\dfrac{3}{x}\right)dx$

SOLUCIÓN.
a) $\left(6,\sqrt{3}\right)$ **b)** $\dfrac{49}{3}+3\ln 2$

Junio 2015.

a) *(1,25 puntos)* Dada la función $f(x)=3x^3+2x^2+ax+3$, calcular, si existe, el valor de *a* de forma que tenga un mínimo relativo en $x=2$.

b) *(1 punto)* Calcular: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{9x^2+3}}{2x+5}$

c) *(1,25 puntos)* Calcular: $\int_1^2 \left(x^2+3x+\dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{x^2}\right)dx$

SOLUCIÓN.
a) $a=-44$ **b)** $\dfrac{3}{2}$ **c)** $\dfrac{35}{6}+6\ln 2$

Junio 2015.

a) *(2,5 puntos)* Dada la función: $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & \text{si } x\in(-\infty,0) \\ \dfrac{x+3}{2x+3} & \text{si } x\in[0,2) \\ \dfrac{2x+1}{x^2+12} & \text{si } x\in[2,+\infty) \end{cases}$

a.1) *(0,75 puntos)* Estudiar la continuidad de f

a.2) *(1,75 puntos)* Calcular el máximo valor que toma f para $x \in [4\,,6]$.

b) *(1 punto)* Calcular: $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{9x^2 + 4x + 1} - 3x \right)$

SOLUCIÓN.

a.1) La función es discontinua (salto finito) en $x = 2$. **a.2)** $f(4) = \frac{9}{28}$

b) $\frac{2}{3}$

Septiembre 2015.

(3,5 puntos) Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{bx+3}{1-x} & \text{si } x \in (-\infty\,,0] \\ x+3 & \text{si } x \in (0\,,3] \\ \dfrac{ax+3}{x^2+1} & \text{si } x \in (3\,,+\infty) \end{cases}$

a) *(1 punto)* Calcular a para que la función sea continua en $x = 3$.

b) *(1,5 puntos)* Calcular b para que la función sea derivable en $x = 0$.

c) *(1 punto)* Calcular: $\int_1^2 \left(\frac{3}{x} + e^{5x} + 8x \right) dx$

SOLUCIÓN.

a) $a = 19$ **b)** $b = -2$ **c)** $3\ln 2 + \frac{e^{10} - e^5}{5} + 12$

Septiembre 2015.

(3,5 puntos) Sea la función: $f(x) = \frac{2x+5}{x^2-4}$

Calcular:

a) *(0,5 puntos)* Su dominio.

b) *(1 punto)* ¿Para qué valores de x es $f(x)$ mayor que 0?

c) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

d) *0,75 puntos)* Sus asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si existen.

SOLUCIÓN.

a) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\,,2\}$ **b)** $x \in \left(-\frac{5}{2}\,,-2\right) \cup (2\,,+\infty)$

c) Máximo relativo: $\left(-4\,,-\frac{1}{4}\right)$; mínimo relativo: $(-1\,,-1)$

d) Asíntotas verticales: $x = -2$ y $x = 2$. Asíntota horizontal: $y = 0$.

Junio 2016.

(3,5 puntos)

a) *(2 puntos)* Encontrar los extremos absolutos de la función $f(x)=2x^3+3x^2-12x+8$ en el intervalo $x\in[-4\,,2]$

b) *(1,5 puntos)* Calcular: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+9x}-2x\right)$

SOLUCIÓN.

a) Mínimo absoluto: $(-4\,,-24)$, máximo absoluto: $(-2\,,28)$ **b)** $\dfrac{9}{4}$

Junio 2016.

(3,5 puntos) Dada la función f, definida para $x\geq 0$:

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & \text{si } 0\leq x\leq 5 \\ 9-\dfrac{25}{x} & \text{si } 5<x\leq 10 \\ 4\sqrt{x+6}-\dfrac{x}{5} & \text{si } x>10 \end{cases}$$

a) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de $x>0$ es la función f continua?

b) *(1,75 puntos9* ¿Cuál es el máximo valor que toma $f(x)$ para $x\in[30\,,100]$?

c) *(1 punto)* Calcula: $\int_6^8 f(x)\,dx$

SOLUCIÓN.

a) $(0\,,+\infty)-\{10\}$ **b)** En $x=94$: 21,2 **c)** $18-25\ln\dfrac{4}{3}$

Septiembre 2016.

(3,5 puntos) Dada la función: $f(x)=\dfrac{x^2+2}{4x+2}$, calcular:

a) *(0,5 puntos)* Dominio de f.

b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x es la función positiva?

c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

SOLUCIÓN.

a) $D(f)=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ **b)** $\forall x\in\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ **c)** **Vertical:** $x=-\dfrac{1}{2}$ **Oblicua:** $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{8}$

d) Máximo relativo: $(-2\,,-1)$, mínimo relativo: $\left(1\,,\dfrac{1}{2}\right)$

Septiembre 2016.

(3,5 puntos)

a) *(2 puntos)* Dada la función $f(x)=ax^3+bx$, encontrar a y b de forma que $f(2)=4$ y f tenga un mínimo relativo en $x=1$.

b) *(1,5 puntos)* Calcular: $\int_1^2 \left(e^{3x} + \frac{7}{x} + \frac{3}{4x^4} - 9 \right) dx$

SOLUCIÓN.

a) $a = 2$, $b = -6$ **b)** $\frac{e^6 - e^3}{3} + 7\ln 2 + \frac{7}{32} - 9$

Junio 2017.

(3,25 puntos)

a) *(2 puntos)* Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + 2$, con $x \in \mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tal que f tenga un máximo relativo en $x = -1$ con valor $f(-1) = 2$.

b) *(1,25 puntos)* Calcular: $\int_1^2 \left(7e^{3x} + \frac{4}{3}x^2 - 3\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) dx$

SOLUCIÓN.

a) $a = 2$, $b = 4$ **b)** $\frac{7e^3\left(e^3 - 1\right)}{3} + \frac{46}{9} - 4\sqrt{2} + \ln 2$

Junio 2017.

(3,25 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x - 5}$, calcular:

a) *(0,25 puntos)* Dominio de f.
b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x es la función positiva?.
c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
d) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

SOLUCIÓN.

a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{2} \right\}$ **b)** $\forall x \in (-2, 2) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty \right)$ **c)** Asíntota vertical: $x = \frac{5}{2}$;
asíntota oblicua: $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ **d)** Máximo relativo: $(1, 1)$; mínimo relativo: $(4, 4)$

Septiembre 2017.

(3,25 puntos) Los ingresos por ventas (en millones de euros) que obtiene una empresa dependen del gasto que haga en publicidad, de forma que, si gasta x millones de euros, los ingresos por ventas son iguales a:

$$V(x) = \frac{21x + 12}{x + 1}$$

a) *(0,75 puntos)* Encontrar, si existe, el valor o valores de x para los cuales los ingresos por ventas son iguales a 18 millones de euros.

b) *(1 punto)* Calcular: $\lim\limits_{x \to +\infty} V(x)$. ¿Cómo se puede interpretar el resultado?.

c) *(1,5 puntos)* Si definimos el beneficio por ventas como la diferencia entre los ingresos por ventas y el gasto en publicidad (esto es, $B(x) = V(x) - x$), calcular el máximo beneficio que se puede alcanzar cuando $x \in [0, 5]$.

SOLUCIÓN.

a) $x = 2$ **b)** 21. Por mucho que aumente el gasto en publicidad, los ingresos por ventas no alcanzarán los 21 millones de euros **c)** 16 millones de euros para un gasto de publicidad de 2 millones de euros.

Septiembre 2017.

(3,25 puntos) Dada la función, definida para $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x < -1 \\ 18 - 4x + x^2 & \text{si } -1 \le x < 3 \\ x^3 - 9x^2 + 15x + 20 & \text{si } x \ge 3 \end{cases}$

a) *(0,75 puntos)* Calcular a sabiendo que f es continua en $x = -1$

b) *(1,5 puntos)* Calcular el máximo valor que toma la función f para $x \in [4, 8]$

c) *(1 punto)* Calcular: $\int_1^2 f(x)\,dx$

SOLUCIÓN.
a) $a = -21$ **b)** $f(8) = 76$ **c)** $\frac{43}{3}$

Junio 2018.

(3,25 puntos) Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{2x + 3}$, calcular:

a) *(0,25 puntos)* Dominio de f.

b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x es la función positiva?

c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

SOLUCIÓN.
a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **b)** $\forall x \in \left(-\frac{3}{2}, 1\right) \cup (1, +\infty)$ **c)** Asíntota vertical: $x = -\frac{3}{2}$;
asíntota oblicua: $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$ **d)** Máximo relativo: $(-4, -5)$; mínimo relativo: $(1, 0)$

Junio 2018.

(3,25 puntos) Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo juguete para la campaña de Navidad. Tiene que decidir el precio de venta al público del juguete, que estará entre 1 y 10 euros. Ha realizado un estudio y sabe que el beneficio B que obtendrá en la campaña dependerá del precio de venta que le ponga al juguete. Así, si le pone un precio de venta x (en euros), el beneficio que obtendrá será de $B(x) = \dfrac{9}{x} - \dfrac{18}{x^2} - 1$ donde B está expresado en millones de euros.

a) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de $x \in [1, 10]$ el beneficio es positivo?

b) *(1,5 puntos)* ¿Qué precio de venta $x \in [1, 10]$ tiene que poner al juguete para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?

c) *(1 punto)* Calcular $\int_1^{10} B(x)\,dx$

SOLUCIÓN.
a) $\forall x \in (3, 6)$ **b)** 4 euros, Beneficio máximo: 125000 euros   **c)** $9\ln 10 - 25{,}2 = -4{,}48$

Septiembre 2018.

(3,25 puntos) Dada la función, definida para $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{si } x < -2 \\ \dfrac{x+b}{x^2+1} & \text{si } -2 \le x < 0 \\ x^3 - 9x^2 + 24x + 4 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$

a) *(1 punto)* Calcular a y b sabiendo que f es continua en todos los puntos.

b) *(1,5 puntos)* Calcular el mínimo valor que toma la función f para $x \in [3, 8]$.

c) *(0,75 puntos)* Calcular $\int_1^2 f(x)\,dx$

SOLUCIÓN.		
a) $a = 3/10$, $b = 4$	**b)** $(4, 20)$	**c)** $91/4 = 22{,}75$

Septiembre 2018.

(3,25 puntos) Un programa de televisión emitido ayer duró 120 minutos. La cuota de pantalla que tuvo el programa, medida en porcentaje, fue variando a lo largo del tiempo según la función:

$$C(x) = \frac{1}{200}\left(-x^2 + 100x + 7500\right)$$

donde $x \in [0, 120]$ es el tiempo (en minutos) transcurrido desde el inicio del programa y C es la cuota de pantalla, en porcentaje.

a) *(0,75 puntos)* Encontrar los valores de tiempo, si los hubo, en los que la cuota de pantalla fue igual a 18.

b) *(1,5 puntos)* ¿En qué instantes de tiempo se alcanzaron la mínima y máxima cuotas de pantalla del programa? ¿Cuáles fueron dichas cuotas?

c) *(1 punto)* Calcular $\int_{10}^{20} C(x)\,dx$

SOLUCIÓN.	
a) No lo hay	**b)** Mínima: en el minuto 120 con un 25,5%, máxima: en el minuto 50 con un 50%
c) $1315/3 = 438{,}3$	

Junio 2019.

(3,25 puntos) El precio (en euros) de una acción de una compañía entre las nueve y las diez de la mañana ha venido dado por la siguiente expresión

$$P(x) = 12 - \frac{2x-8}{x^2+4x+4}$$

donde $x \in [0, 60]$ es el tiempo en minutos desde las nueve de la mañana. Calcular:

a) *(0,25 puntos)* El precio de la acción a las nueve y media.

b) *(1 punto)* Entre las nueve y las diez de la mañana, ¿durante cuánto tiempo la acción ha tenido un precio mayor que 12 euros?

c) *(2 puntos)* El máximo y mínimo precio que ha alcanzado la acción entre las nueve y las diez de la mañana.

SOLUCIÓN.		
a) 11,95 euros	**b) Entre las 9:00 y las 9:04 horas**	**c)** Máximo: 14 euros. Mínimo: 11,92 euros.

Junio 2019.
(3, 25 puntos)
a) *(2 puntos)* Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+3x-6$, con $x\in\mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tales que f tenga un máximo relativo en $x=-2$ con valor $f(-2)=-6$.

b) *(1,25 puntos)* Calcular: $\int_0^1\left(\dfrac{5x}{\sqrt{8x^2+1}}-3xe^{-4x^2}\right)dx$

SOLUCIÓN.
a) $a=3/4$, $b=3$ **b)** $\dfrac{7}{8}+\dfrac{3}{8e^4}$

Septiembre 2019.
(3,25 puntos) Dada la función: $f(x)=\dfrac{4x^2+4x+5}{2x+1}$
Calcular:
a) *(0,25 puntos)* Dominio de f.
b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x se cumple $f(x)=5$?
c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
d) *(1,25 puntos)* Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

SOLUCIÓN.
a) $\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ **b)** $x=0$ y $x=\dfrac{3}{2}$ **c)** A. verticales: $x=-\dfrac{1}{2}$; A. horizontales: No ; A. oblicuas: $y=2x+1$
d) La función es creciente en $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ y decreciente en $\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$

Septiembre 2019.
(3,25 puntos)
a) *(2 puntos)* Tenemos 4000 euros para invertir en dos fondos M y N. Sea x la cantidad, en miles de euros, que invertimos en el fondo M e y la cantidad, en miles de euros, que invertimos en el fondo N; así, se cumple $x+y=4$. El beneficio que se obtiene, en euros, viene dado por $B=10(2x+1)^2 y$.
Determinar cuánto dinero tenemos que invertir en cada fondo para obtener el máximo beneficio y cuál será ese beneficio máximo.

b) *(1,25 puntos)* Calcular: $\int_0^1\left(\dfrac{5}{3x+1}-\dfrac{4}{\sqrt{3x+1}}\right)dx$

SOLUCIÓN.
a) 2500 euros en M y 1500 euros en N. Beneficio: 540 euros. **b)** $\dfrac{5}{3}\ln 4-\dfrac{8}{3}$