Título de la materia:	Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas		
Nivel:	ESO 4	Opción:	A
Nombre:		Grupo:	
Evaluación:		N.º:	
Calificación:		Fecha:	

<u>Ejercicio nº 1.-</u>

a) Halla el valor numérico de $P(x) = -2x^3 + x^2 - 3x - 6$ para $x = -1$.

b) ¿Es divisible el polinomio anterior, $P(x)$, entre $x + 1$?

Solución:

a) $P(-1) = 2 + 1 + 3 - 6 = 0$

b) Sí. Por el teorema del resto, sabemos que el resto de la división $P(x) : (x + 1)$ coincide con $P(-1)$. En este caso $P(-1) = 0$; por tanto, $P(x)$ es divisible entre $x + 1$.

<u>Ejercicio nº 2.-</u>

Factoriza estos polinomios:

a) $x^4 - 2x^3 + x^2$

b) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

Solución:

a) Sacamos factor común y utilizamos que $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$:

$x^4 - 2x^3 + x^2 = x^2(x^2 - 2x + 1) = x^2(x - 1)^2$

b) Utilizamos la regla de Ruffini:

	1	−4	1	6
2		2	−4	−6
	1	−2	−3	0
3		3	3	
	1	1	0	

$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x - 2)\,(x - 3)\,(x + 1)$

Ejercicio nº 3.-

Factoriza el siguiente polinomio:

$$P(x) = x^5 - x^4 - x^3 - 2x^2$$

Solución:

Todos los sumandos tienen el factor x^2. Por tanto, podemos sacar x^2 como factor común:

$P(x) = x^2(x^3 - x^2 - x - 2)$

Utilizamos la regla de Ruffini para localizar una raíz entre los divisores de 2.

	1	−1	−1	−2
2		2	2	2
	1	1	1	0

El polinomio de segundo grado resultante, $x^2 + x + 1$, es irreducible. Por tanto, la factorización es:

$P(x) = x^2(x - 2)\ (x^2 + x + 1)$

Ejercicio nº 4.-

Descompón en factores el dividendo y el divisor y después simplifica:

$$\frac{x^3 + 7x^2 + 12x}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48}$$

Solución:

−Numerador → Sacamos factor común y descomponemos en factores el polinomio de grado 2 que nos queda:

$x^3 + 7x^2 + 12x = x(x^2 + 7x + 12)$

$$x^2+7x+12=0 \rightarrow x=\frac{-7\pm\sqrt{49-48}}{2}=\frac{-7\pm1}{2} \begin{cases} \frac{-8}{2}=-4 \\ \frac{-6}{2}=-3 \end{cases}$$

Así:

$x^3 + 7x^2 + 12x = x(x + 4)(x + 3)$

− Denominador → Descomponemos aplicando Ruffini:

	1	3	−16	−48
4		4	28	48
	1	7	12	0

$x^2 + 7x + 12$ es una expresión de 2º grado cuyas raíces se calculan resolviendo la

ecuación: $x^2 + 7x + 12 = 0$, que coincide con la del numerador. Así, finalmente, el denominador descompuesto en factores será: $x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = (x - 4)(x + 4)(x + 3)$

− Simplificación de la fracción algebraica:

$$\frac{x^3+7x^2+12x}{x^3+3x^2-16x-48}=\frac{x(x+4)(x+3)}{(x-4)(x+4)(x+3)}=\frac{x}{x-4}$$

Ejercicio nº 5.-

Calcula y simplifica:

a) $\frac{1}{x^2-x}+\frac{2x-1}{x-1}-\frac{3x-1}{x}$

b) $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+2x-15}:\dfrac{2x-10}{x^2-25}$

Solución:

a) mín.c.m. $\left[\left(x^2-x\right),\left(x-1\right),x\right]=x\left(x-1\right)$

$$\frac{1}{x^2-x}+\frac{2x-1}{x-1}-\frac{3x-1}{x}=\frac{1}{x\left(x-1\right)}+\frac{x\left(2x-1\right)}{x\left(x-1\right)}-\frac{\left(3x-1\right)\left(x-1\right)}{x\left(x-1\right)}=$$

$$=\frac{1}{x\left(x-1\right)}+\frac{2x^2-x}{x\left(x-1\right)}-\frac{3x^2-3x-x+1}{x\left(x-1\right)}=\frac{1+2x^2-x-3x^2+3x+x-1}{x\left(x-1\right)}=$$

$$=\frac{-x^2+3x}{x\left(x-1\right)}=\frac{x\left(-x+3\right)}{x\left(x-1\right)}=\frac{-x+3}{x-1}$$

b) Efectuamos el cociente:

$$\frac{x^2-6x+9}{x^2+2x-15}:\frac{2x-10}{x^2-25}=\frac{\left(x^2-6x+9\right)\left(x^2-25\right)}{\left(x^2+2x-15\right)\left(2x-10\right)}$$

Factorizamos para simplificar:

$x^2 - 25 = (x - 5)\ (x + 5) \rightarrow$ Producto notable

$2x - 10 = 2(x - 5)$

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, ya que las raíces de $x^2 - 6x + 9 = 0$ son:

$x=\dfrac{6\pm\sqrt{36-36}}{2}=\dfrac{6}{2}=3\rightarrow$ Raíz doble

$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)\ (x - 3)$, ya que las raíces de $x^2 + 2x - 15 = 0$ son:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2} \begin{cases} \frac{-10}{2} = -5 \\ \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Así:

$$\frac{\left(x^2-6x+9\right)\left(x^2-25\right)}{\left(x^2+2x-15\right)\left(2x-10\right)} = \frac{\left(x-3\right)^2\left(x-5\right)\left(x+5\right)}{\left(x+5\right)\left(x-3\right)2\left(x-5\right)} = \frac{x-3}{2}$$