1. Calcular, usando las identidades fundamentales de la trigonometría, las razones trigonométricas de un ángulo agudo x sabiendo que:

(a) $\cos x = \dfrac{1}{2}$

Sol: $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos x = \dfrac{1}{2}$, $\tan x = \sqrt{3}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 60°.

(b) $\tan x = \dfrac{1}{2}$

Sol: $\sin x = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos x = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan x = \dfrac{1}{2}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 26,57°.

(c) $\cos x = \dfrac{1}{3}$

Sol: $\sin x = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos x = \dfrac{1}{3}$, $\tan x = 2\sqrt{2}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 70,53°.

(d) $\tan x = 3$

Sol: $\sin x = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos x = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$, $\tan x = 3$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 71,57°.

(e) $\sin x = \dfrac{4}{5}$

Sol: $\sin x = \dfrac{4}{5}$, $\cos x = \dfrac{3}{5}$, $\tan x = \dfrac{4}{3}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 53,13°.

(f) $\tan x = 5$

Sol: $\sin x = \dfrac{5\sqrt{26}}{26}$, $\cos x = \dfrac{\sqrt{26}}{26}$, $\tan x = 5$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 78,69°.

2. Resuelve los triángulos rectángulos:

(a) Sabiendo que los catetos miden 8 y 15 cm.

Sol: Los lados del triángulo miden: 8, 15, 17 cm. Y los ángulos: 28,07, 61,93, 90 º

(b) Sabiendo que un cateto mide 12 cm. y su ángulo opuesto 30º

Sol: Los lados del triángulo miden: 12, 20,78, 24 cm. Y los ángulos: 30, 60, 90 º

(c) Sabiendo que un cateto mide 8 cm. y su ángulo opuesto 45º

Sol: Los lados del triángulo miden: 8, 8, 11,31 cm. Y los ángulos: 45, 45, 90 º

(d) Sabiendo que la hipotenusa mide 18 cm. y un ángulo 60º

Sol: Los lados del triángulo miden: 15,59, 9, 18 cm. Y los ángulos: 60, 30, 90 º

(e) Sabiendo que un cateto mide 18 cm. y el ángulo opuesto al otro cateto 30º

Sol: Los lados del triángulo miden: 18, 10,39, 20,78 cm. Y los ángulos: 60, 30, 90 º

3. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α si:

(a) $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \wedge \alpha \in III$

Sol: $\sin\alpha = -\dfrac{1}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 210°

(b) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \wedge \alpha \in II$

Sol: $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{1}{2}, \tan\alpha = -\sqrt{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 120°

(c) $\sin\alpha = \dfrac{1}{2} \wedge \alpha \in II$

Sol: $\sin\alpha = \dfrac{1}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \tan\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 150°

(d) $\cos\alpha = -\dfrac{1}{2} \wedge \alpha \in III$

Sol: $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{1}{2}, \tan\alpha = \sqrt{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 240°

(e) $\tan\alpha = 1 \wedge \alpha \in III$

Sol: $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \tan\alpha = 1$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 225°

(f) $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \wedge \alpha \in IV$

Sol: $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \tan\alpha = -1$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 315°

4. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α si:

(a) $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \wedge \tan\alpha > 0$

Sol:
$\sin\alpha = -\dfrac{1}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 210°

(b) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \wedge \tan\alpha < 0$

Sol:
$\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{1}{2}, \tan\alpha = -\sqrt{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 120°

(c) $\sin\alpha = \dfrac{1}{2} \wedge \cos\alpha < 0$

Sol:
$\sin\alpha = \dfrac{1}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \tan\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 150°

(d) $\cos\alpha = -\dfrac{1}{2} \wedge \tan\alpha > 0$

Sol:
$\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \cos\alpha = -\dfrac{1}{2}, \tan\alpha = \sqrt{3}$.
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 240°

(e) $\tan\alpha = 1 \wedge \cos\alpha < 0$

Sol:
$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan\alpha = 1.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 225°

(f) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \wedge \tan\alpha < 0$

Sol:
$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan\alpha = -1.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 315°

5. Resuelve las siguientes ecuaciones

(a) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Sol: $x = 30°, x = 330°$

(b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Sol: $x = 150°, x = 210°$

(c) $4(\cos x)^2 - 1 = 0$

Sol: $x = 60°, x = 120°, x = 240°, x = 300°$

(d) $2(\sin x)^2 - \sin x - 1 = 0$

Sol: $x = -30°, x = 90°, x = 210°$

6. Resuelve los siguientes problemas:

(a) El lado de un rombo mide 30 cm y el ángulo menor es de 40°. ¿Cuánto miden las diagonales del rombo?

Sol: las diagonales miden 20,52 y 56,38 respectivamente

(b) Desde el punto donde estoy, la visual al punto más alto de una torre que tengo enfrente forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si me acerco 100 m, el ángulo es de 60°. ¿Cuál es la altura del edificio?

Sol: $\begin{cases} \tan(60) = \frac{y}{x} \\ \tan(30) = \frac{y}{x+100} \end{cases} \to \{x : 50{,}0043301290378,\ y : 86{,}6125002165064\}$

(c) Dos torres distan entre sí 200 m. Desde un punto que está entre las torres vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 45° y 60°. ¿Cuál es la altura de las torres si sabemos que uno es 40 m más alto que el otro?

Sol:
Si la mayor altura se corresponde con el ángulo 45°:
$\begin{cases} \tan(60) = \frac{y}{200-x} \\ \tan(45) = \frac{y+40}{x} \end{cases} \to \{x : 141{,}436989861279,\ y : 101{,}436989861279\}$

Si la mayor altura se corresponde con el ángulo 60°:

$$\begin{cases} \tan(60) = \dfrac{y+6}{90-x} \\ \tan(45) = \dfrac{y}{x} \end{cases} \rightarrow \{x : 54{,}8621939167673,\ y : 54{,}8621939167673\}$$

(d) Halla el área de un paralelogramo cuyos lados miden 40 cm y 45 cm y forman un ángulo de 60°.

Sol: La altura mide mide 34,64 cm y por tanto el área es 1559,0 cm2