Nombre: ______________________ **Fecha:** __________

Tiempo: 50 minutos Tipo: A

Esta prueba tiene 6 ejercicios. La puntuación máxima es de 25. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima. Para la recuperación de pendientes de 3º se tendrán en cuenta los apartados: 1.a y 4.a

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	Total
Puntos:	3	1	1	1	1	18	25

---

1. Calcula:

   (a) (1 punto) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

   Solución: $= \dfrac{\sqrt{3}\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)} = \dfrac{6\sqrt{6}}{12-2} = \dfrac{6\sqrt{6}}{10}$

   (b) (1 punto) Aplica la definición de logaritmo para calcular: $\log_4 \sqrt{0,25}$

   Solución: $\to 4^x = \sqrt{\frac{1}{4}} \to 4^x = 4^{-1/2} \to \log_4 \sqrt{0,25} = -\frac{1}{2}$

   (c) (1 punto) Aplica la definición de logaritmo para calcular: $\log_5 \sqrt[3]{25}$

   Solución: $\to 5^x = \sqrt[3]{5^2} \to 5^x = 5^{2/3} \to \log_5 \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$

2. (1 punto) Utilizando el teorema del resto para el polinomio $P(x) = -2x^3+x^2-3x-6$, resuelve:

   (a) Valor numérico para $x = -1$

   Solución: 0

   (b) ¿Es divisible $P(x)$ por $x+1$? Justifica tu respuesta

   Solución: Sí. Por el teorema del resto

3. (1 punto) Halla el valor de k para que la siguiente división sea exacta: $(3x^2+kx-2):(x+2)$

   Solución: $\to 10-2k = 0 \to k = 5$

4. (1 punto) Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^3-5x^2+3x}{2x^2+x-61}$$

Solución: $= \dfrac{2x\,(x-1)\left(x-\dfrac{3}{2}\right)}{2\,(x+2)\left(x-\dfrac{3}{2}\right)} = \dfrac{x(x-1)}{x+2}$

5. (1 punto) Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^4-6x^3+6x^2-2x}{6x^3-12x^2+6x}$$

Solución: $= \dfrac{2x\,(x-1)^3}{6x\,(x-1)^2} = \dfrac{x-1}{3}$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) (2 puntos)

$$\frac{2x}{x+1}-\frac{1}{x}=\frac{5}{6}$$

Solución: $\rightarrow \dfrac{12x^2}{6x\,(x+1)} - \dfrac{6\,(x+1)}{5x\,(x+1)\,(x+1)} = \dfrac{5}{6x\,(x+1)} \rightarrow 12x^2-6x-6=5x^2+5x \rightarrow 7x^2-11x-6=0 \rightarrow x=2\ x=-\frac{3}{7}$

(b) (2 puntos)

$$\frac{6x+1}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}=\frac{x+1}{x+2}$$

Solución: $\rightarrow \dfrac{6x+1}{(x+2)\,(x-2)} - \dfrac{x\,(x+2)}{(x+2)\,(x-2)} = \dfrac{(x+1)\,(x-2)}{(x+2)\,(x-2)} \rightarrow 6x+1-x^2-2x=x^2-2x+x-2 \rightarrow 0=2x^2-5x-3 \rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\frac{5\pm7}{4}=\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=3 \end{cases}$

(c) (2 puntos)

$$2x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 2x = 0$$

Solución: $P(x)2x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 2x = 2x\,(x-1)^3$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 1$ triple

(d) (2 puntos)

$$6x^3 - 12x^2 + 6x = 0$$

Solución: $P(x) = 6x^3 - 12x^2 + 6x = 6x\,(x-1)^2$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 1$ doble

(e) (2 puntos)

$$\sqrt{x+1} + 5 = x$$

Solución: $\rightarrow x + 1 = (x-5)^2 \rightarrow x + 1 = x^2 + 25 - 10x \rightarrow 0 = x^2 - 11x + 24$
Soluciones: $x = 8$ válida y $x = 3$ no válida

(f) (2 puntos)

$$\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$$

Solución: $\rightarrow \sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{x-1} \rightarrow 3x - 2 = 9 + x - 1 - 6\sqrt{x-1} \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 9 + x - 1 - 3x + 32 \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 10 - 2x \rightarrow 3\sqrt{x-1} = 5 - x \rightarrow x - 1 = 25 + x^2 - 10x \rightarrow x^2 - 19x + 34 = 0$. Soluciones: $x = 2$ (Sí) y $x = 17$ No

(g) (2 puntos)

$$2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - 1$$

Solución: $\rightarrow 2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - \log 10 \rightarrow \log \frac{x^2}{3x-5} = \log \frac{5x}{10} \rightarrow$
$\rightarrow \frac{x^2}{3x-5} = \frac{x}{2} \rightarrow 2x^2 = 3x^2 - 5x \rightarrow 0 = x^2 - 5 \rightarrow 0 = x\,(x-5) \rightarrow x = 0\ y\ x = 5 \rightarrow$
$\rightarrow$ de las dos soluciones, la única válida es $x = 5$ ya que $\log 0$ no existe

(h) (2 puntos)

$$\log(x-1) + \log 2 = \log\left(x^2+3\right) - \log x$$

Solución: $\rightarrow 2(x-1)=\frac{x^2+3}{x} \rightarrow 2x^2-2x=x^2+3 \rightarrow x^2-2x-3=0 \rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\begin{cases} x=3 \rightarrow \text{es solución} \\ x=-1 \rightarrow \text{no es solución, no existen los logaritmos de negativos} \end{cases}$

(i) (2 puntos)

$$\left(x^2-5x+5\right)\log 5+\log 20=\log 4$$

Solución: $\rightarrow 5^{\left(x^2-5x+5\right)}\cdot 20=4 \rightarrow 5^{\left(x^2-5x+5\right)}=\frac{1}{5} \rightarrow 5^{\left(x^2-5x+5\right)}=5^{-1} \rightarrow x^2-5x+5=-1 \rightarrow x^2-5x+6=0 \rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\begin{cases} x=3 \rightarrow \text{es solución} \\ x=2 \rightarrow \text{es solución} \end{cases}$