

1. Se lanza un dado en forma de dodecaedro regular, cuyas caras están numeradas del 1 al 12. Si A es el suceso "salir múltiplo de 3"; B, "salir un número primo"; y C, "salir un número mayor que 5":

(a) calcula A, B y C.

Sol: $A = \{3, 6, 9, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, $C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

(b) halla \bar{A} , \bar{B} y \bar{C} .

Sol: $\bar{A} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$, $\bar{B} = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$ y $\bar{C} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(c) calcula $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$, $B \cap C$.

Sol: $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup C = \{3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $A \cap C = \{6, 9, 12\}$, $B \cup C = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $B \cap C = \{7, 11\}$

2. Cuál es el suceso contrario de:

(a) salir par

Sol: No salir par (=salir impar)

(b) salir un número primo

Sol: no salir un número primo

(c) salir oros (al extraer una carta)

Sol: no salir oros

(d) salir al menos una carta de oros (al extraer cuatro cartas)

Sol: no salir al menos una carta de oros (=no salir oros)

(e) salir las cuatro cartas de oros (al extraer cuatro cartas)

Sol: no salir las cuatro cartas de oros (=salir al menos una carta que no sea de oros)

3. De una baraja de 40 cartas se extraen dos sin remplazamiento. Halla la probabilidad:

(a) de que sean el as de oros y el as de copas

Sol: $\frac{V_{12}^2}{V_{40}^2} = \frac{2}{40 \cdot 39} = \frac{1}{780}$ ó $P[(A_0 \cap A_C) \cup (A_0 \cap A_C)] = 2 \cdot P(A_0) \cdot P(A_C|A_0) = 2 \cdot \frac{1}{40 \cdot 39}$

(b) de que sean dos figuras (sota, caballo o rey)

Sol: $\frac{V_{12}^2}{V_{40}^2} = \frac{12 \cdot 11}{40 \cdot 39} = \frac{11}{130}$ ó $P(2F) = P(F_1) \cdot P(F_2|F_1) = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39}$

- (c) de que al menos una sea de oros

$$\text{Sol: } 1 - \frac{V_{30}^2}{V_{40}^2} = 1 - \frac{30 \cdot 29}{40 \cdot 39} = \frac{23}{52} \text{ ó } 1 - P(NO) = P(NO_1) \cdot P(NO_2|NO_1) = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39}$$

- (d) de que sean dos reyes

$$\text{Sol: } \frac{V_4^2}{V_{40}^2} = \frac{4 \cdot 3}{40 \cdot 39} = \frac{1}{130} \text{ ó } P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2|R_1) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39}$$

- (e) de que sean del mismo palo

$$\text{Sol: } \frac{V_4^1 \cdot V_{10}^2}{V_{40}^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 9}{40 \cdot 39} = \frac{3}{13} \text{ ó } 4 \cdot P(P_1 \cap P_2) = 4 \cdot P(P_1) \cdot P(P_2|P_1) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39}$$

- (f) de que sean un rey y un caballo.

$$\text{Sol: } \frac{V_8^1 \cdot V_4^1}{V_{40}^2} = \frac{8 \cdot 4}{40 \cdot 39} = \frac{4}{195} \text{ ó } 2 \cdot P(R_1 \cap C_2) = 2 \cdot P(R_1) \cdot P(C_2|R_1) = 2 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39}$$

4. De una baraja de 40 cartas se extraen dos con remplazamiento. Halla la probabilidad:

- (a) de que sean el as de oros y el as de copas

$$\text{Sol: } \frac{V_2^2}{V_{40}^2} = \frac{2}{40 \cdot 40} = \frac{1}{800} \text{ ó } P[(A_0 \cap A_C) \cup (A_0 \cap A_C)] = 2 \cdot P(A_0) \cdot P(A_c) = 2 \cdot \frac{1}{40 \cdot 40}$$

- (b) de que sean dos figuras (sota, caballo o rey)

$$\text{Sol: } \frac{VR_{12}^2}{VR_{40}^2} = \frac{12 \cdot 12}{40 \cdot 40} = \frac{9}{100} \text{ ó } P(2F) = P(F_1) \cdot P(F_2) = \frac{12}{40} \cdot \frac{12}{40}$$

- (c) de que al menos una sea de oros

$$\text{Sol: } 1 - \frac{VR_{30}^2}{VR_{40}^2} = 1 - \frac{30 \cdot 30}{40 \cdot 40} = \frac{7}{16} \text{ ó } 1 - P(NO) = P(NO_1) \cdot P(NO_2) = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{30}{40}$$

- (d) de que sean dos reyes

$$\text{Sol: } \frac{VR_4^2}{VR_{40}^2} = \frac{4 \cdot 4}{40 \cdot 40} = \frac{1}{100} \text{ ó } P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40}$$

- (e) de que sean del mismo palo

$$\text{Sol: } \frac{VR_4^1 \cdot VR_{10}^2}{VR_{40}^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10}{40 \cdot 40} = \frac{1}{4} \text{ ó } 4 \cdot P(P_1 \cap P_2) = 4 \cdot P(P_1) \cdot P(P_2) = 4 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40}$$

- (f) de que sean un rey y un caballo.

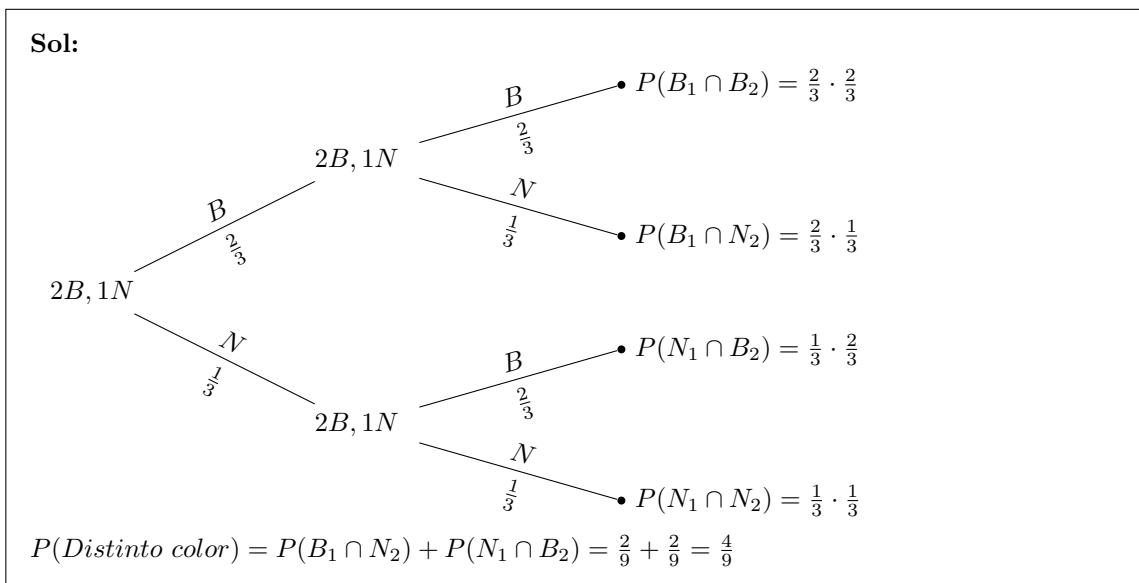
$$\text{Sol: } \frac{VR_8^1 \cdot VR_4^1}{VR_{40}^2} = \frac{8 \cdot 4}{40 \cdot 40} = \frac{1}{50} \text{ ó } 2 \cdot P(R_1 \cap C_2) = 2 \cdot P(R_1) \cdot P(C_2) = 2 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40}$$

5. Al tirar 8 monedas, ¿cuál es la probabilidad de que salgan 6 caras y 2 cruces?

$$\text{Sol: } \frac{C_8^2}{V R_8^2} = \frac{8!}{6! \cdot 2! \cdot 2^8} = \frac{7}{64} \text{ ó } C_8^2 \cdot P('66666622') = C_8^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{8!}{6! \cdot 2! \cdot 2^8}$$

6. En una urna hay dos bolas blancas y una negra. Se extraen dos bolas **con** reemplazamiento. Cuál es la probabilidad de que sean:

(a) de distinto color



(b) del mismo color

$$\text{Sol: } P(\text{Mismo color}) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

(c) Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido blanca:

$$\text{Sol: } P(B_1|B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{6}{9}} = \frac{2}{3}$$

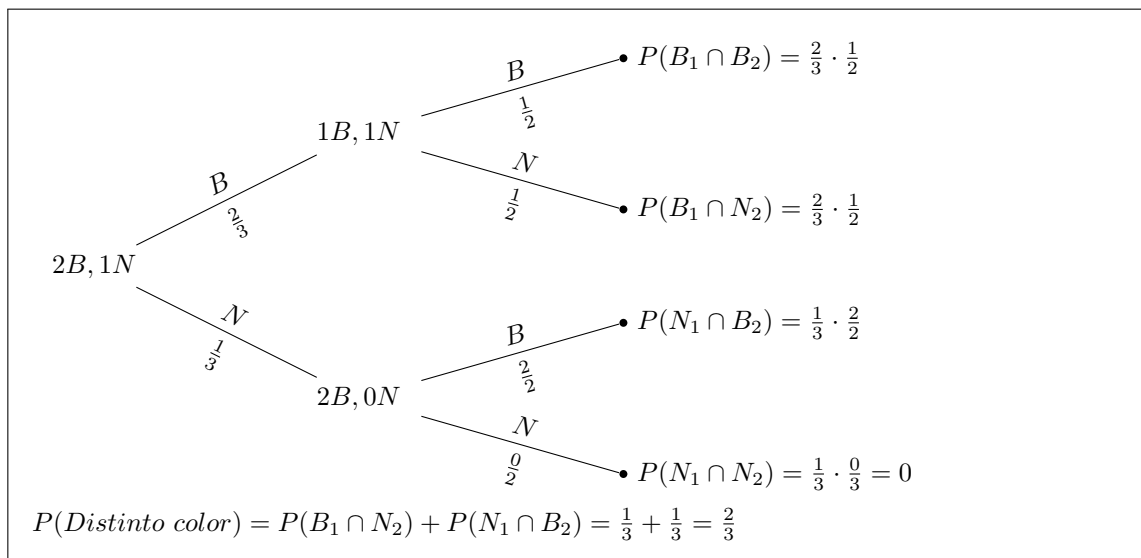
(d) Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido negra:

$$\text{Sol: } P(N_1|B_2) = \frac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{6}{9}} = \frac{1}{3}$$

7. En una urna hay dos bolas blancas y una negra. Se extraen dos bolas **sin** reemplazamiento. Cuál es la probabilidad de que sean:

(a) de distinto color

Sol:



(b) del mismo color

Sol: $P(\text{Mismo color}) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) = \frac{1}{3} + \frac{0}{9} = \frac{1}{3}$

(c) Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido blanca:

Sol: $P(B_1|B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}$

(d) Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido negra:

Sol: $P(N_1|B_2) = \frac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}$