

Nombre: _____

Fecha: _____

Tiempo: 50 minutos

Tipo: A

Esta prueba tiene ?? ejercicios. La puntuación máxima es de ??. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima. Para la recuperación de pendientes de 3º se tendrán en cuenta los apartados: 1.a y 4.a

Run L^AT_EX again to produce the table

1. Calcula:

(a) (1 punto) Racionaliza y simplifica: $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

Solución: $= \frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{6\sqrt{6}}{12 - 2} = \frac{6\sqrt{6}}{10}$

(b) (1 punto) Aplica la definición de logaritmo para calcular: $\log_4 \sqrt{0,25}$

Solución: $\rightarrow 4^x = \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow 4^x = 4^{-1/2} \rightarrow \log_4 \sqrt{0,25} = -\frac{1}{2}$

(c) (1 punto) Aplica la definición de logaritmo para calcular: $\log_5 \sqrt[3]{25}$

Solución: $\rightarrow 5^x = \sqrt[3]{5^2} \rightarrow 5^x = 5^{2/3} \rightarrow \log_5 \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$

2. (1 punto) Utilizando el teorema del resto para el polinomio $P(x) = -2x^3 + x^2 - 3x - 6$, resuelve:

(a) Valor numérico para $x = -1$

Solución: 0

(b) ¿Es divisible $P(x)$ por $x + 1$? Justifica tu respuesta

Solución: Sí. Por el teorema del resto

3. (1 punto) Halla el valor de k para que la siguiente división sea exacta: $(3x^2 + kx - 2) : (x + 2)$

Solución: $\rightarrow 10 - 2k = 0 \rightarrow k = 5$

4. (1 punto) Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^3 - 5x^2 + 3x}{2x^2 + x - 6}$$

Solución:
$$= \frac{2x(x-1)\left(x - \frac{3}{2}\right)}{2(x+2)\left(x - \frac{3}{2}\right)} = \frac{x(x-1)}{x+2}$$

5. (1 punto) Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 2x}{6x^3 - 12x^2 + 6x}$$

Solución:
$$= \frac{2x(x-1)^3}{6x(x-1)^2} = \frac{x-1}{3}$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- (a) (2 puntos)

$$\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$$

Solución:
$$\rightarrow \frac{12x^2}{6x(x+1)} - \frac{6(x+1)}{5x(x+1)(x+1)} = \frac{5}{6x(x+1)} \rightarrow 12x^2 - 6x - 6 = 5x^2 + 5x \rightarrow 7x^2 - 11x - 6 = 0 \rightarrow x = 2 \quad x = -\frac{3}{7}$$

- (b) (2 puntos)

$$\frac{6x+1}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} = \frac{x+1}{x+2}$$

Solución:
$$\rightarrow \frac{6x+1}{(x+2)(x-2)} - \frac{x(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \rightarrow 6x + 1 - x^2 - 2x = x^2 - 2x + x - 2 \rightarrow 0 = 2x^2 - 5x - 3 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} =$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

(c) (2 puntos)

$$2x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 2x = 0$$

Solución: $P(x)2x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 2x = 2x(x-1)^3$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 1$ triple

(d) (2 puntos)

$$6x^3 - 12x^2 + 6x = 0$$

Solución: $P(x) = 6x^3 - 12x^2 + 6x = 6x(x-1)^2$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 1$ doble

(e) (2 puntos)

$$\sqrt{x+1} + 5 = x$$

Solución: $\rightarrow x+1 = (x-5)^2 \rightarrow x+1 = x^2 + 25 - 10x \rightarrow 0 = x^2 - 11x + 24$
Soluciones: $x = 8$ válida y $x = 3$ no válida

(f) (2 puntos)

$$\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$$

Solución: $\rightarrow \sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{x-1} \rightarrow 3x-2 = 9 + x - 1 - 6\sqrt{x-1} \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 9 + x - 1 - 3x + 32 \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 10 - 2x \rightarrow 3\sqrt{x-1} = 5 - x \rightarrow x-1 = 25 + x^2 - 10x \rightarrow x^2 - 19x + 34 = 0$. Soluciones: $x = 2$ (Sí) y $x = 17$ No

(g) (2 puntos)

$$2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - 1$$

Solución: $\rightarrow 2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - \log 10 \rightarrow \log \frac{x^2}{3x-5} = \log \frac{5x}{10} \rightarrow \rightarrow \frac{x^2}{3x-5} = \frac{x}{2} \rightarrow 2x^2 = 3x^2 - 5x \rightarrow 0 = x^2 - 5x \rightarrow 0 = x(x-5) \rightarrow x = 0$ y $x = 5 \rightarrow$
 \rightarrow de las dos soluciones, la única válida es $x = 5$ ya que $\log 0$ no existe

(h) (2 puntos)

$$\log(x-1) + \log 2 = \log(x^2+3) - \log x$$

$$\textbf{Solución:} \rightarrow 2(x-1) = \frac{x^2+3}{x} \rightarrow 2x^2-2x = x^2+3 \rightarrow x^2-2x-3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \begin{cases} x = 3 \rightarrow \text{es solución} \\ x = -1 \rightarrow \text{no es solución, no existen los logaritmos de negativos} \end{cases}$$

(i) (2 puntos)

$$(x^2 - 5x + 5) \log 5 + \log 20 = \log 4$$

$$\textbf{Solución:} \rightarrow 5^{(x^2-5x+5)} \cdot 20 = 4 \rightarrow 5^{(x^2-5x+5)} = \frac{1}{5} \rightarrow 5^{(x^2-5x+5)} = 5^{-1} \rightarrow x^2-5x+5 = -1 \rightarrow x^2-5x+6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \begin{cases} x = 3 \rightarrow \text{es solución} \\ x = 2 \rightarrow \text{es solución} \end{cases}$$