Título de la materia:	Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas

Nivel:	ESO 4	Opción:	A
Nombre:		Grupo:	
Evaluación:		N.º:	
Calificación:		Fecha:	

Ejercicio nº 1.-

Halla el valor de k para que el polinomio $P(x) = kx^3 + 2kx^2 - 3x + 1$ sea divisible entre

$x - 1$.

Solución:

Para que $P(x)$ sea divisible ente $x - 1$, ha de ser $P(1) = 0$; es decir:

$$P(1) = k + 2k - 3 + 1 = 3k - 2 = 0 \;\rightarrow\; k = \frac{2}{3}$$

Ejercicio nº 2.-

Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^4 - 18x^2$

b) $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$

Solución:

a) Sacamos factor común y tenemos en cuenta que $a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$:

$2x^4 - 18x^2 = 2x^2(x^2 - 9) = 2x^2\,(x + 3)\,(x - 3)$

b) Utilizamos la regla de Ruffini:

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\
-1 & & -1 & 2 & -1 & 2 \\
\hline
 & 1 & -2 & 1 & -2 & \boxed{0} \\
2 & & 2 & 0 & 2 & \\
\hline
 & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

$x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = (x + 1)\,(x - 2)\,(x^2 + 1)$

(El polinomio $x^2 + 1$ no tiene raíces reales).

Ejercicio nº 3.-

Factoriza el siguiente polinomio:

$$\boldsymbol{P(x) = x^5 - x^4 - x^3 - 2x^2}$$

Solución:

Todos los sumandos tienen el factor x^2. Por tanto, podemos sacar x^2 como factor común:

$P(x) = x^2(x^3 - x^2 - x - 2)$

Utilizamos la regla de Ruffini para localizar una raíz entre los divisores de 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & & 2 & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

El polinomio de segundo grado resultante, $x^2 + x + 1$, es irreducible. Por tanto, la factorización es:

$P(x) = x^2(x - 2)\ (x^2 + x + 1)$

Ejercicio nº 4.-

Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^3 - 5x^2 + 3x}{2x^2 + x - 6}$$

Solución:

Factorizamos ambos polinomios:

$2x^3 - 5x^2 + 3x = x \cdot (2x^2 - 5x + 3)$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} \begin{cases} \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

Luego:

$$2x^3 - 5x^2 + 3x = 2x(x - 1)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$2x^2 + x - 6 = 2(x+2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$ ya que:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \begin{cases} \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

Por tanto:

$$\frac{2x^3 - 5x^2 + 3x}{2x^2 + x - 6} = \frac{2x(x-1)\left(x - \frac{3}{2}\right)}{2(x+2)\left(x - \frac{3}{2}\right)} = \frac{x(x-1)}{x+2}$$

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

Efectúa y simplifica:

a) $\left(\frac{1}{x} + x\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$

b) $1 + \frac{1}{2x-1} - \frac{2x}{4x^2 - 1}$

Solución:

a) Efectuamos cada paréntesis y luego multiplicamos:

$$\left(\frac{1}{x} + x\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) = \frac{1+x^2}{x} \cdot \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{1+x^2}{x} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{1+x^2}{x+1}$$

b) Observamos que $4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$.

Así, el mín.c.m. $\left[1, (2x-1), (4x^2-1)\right] = (2x-1)(2x+1)$.

Luego:

$$1+\frac{1}{2x-1}-\frac{2x}{4x^2-1}=\frac{(2x-1)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)}+\frac{2x+1}{(2x-1)(2x+1)}-\frac{2x}{(2x-1)(2x+1)}=$$

$$=\frac{4x^2-1+2x+1-2x}{4x^2-1}=\frac{4x^2}{4x^2-1}$$