Nombre: ______________________________ **Fecha:** ____________

Tiempo: 50 minutos Tipo: A

Instrucciones:

- **Si tienes alguna/s evaluación pendiente:** Tienes que hacer **todos** los ejercicios salvo el último
- **Si tienes todas las evaluaciones aprobadas:** Tienes que hacer el **último ejercicio**, y luego del resto cuatro ejercicios

1. Calcula:

   (a) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (1 *punto*)

   Solución: $= \dfrac{\sqrt{3}\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)} = \dfrac{6+\sqrt{6}}{12-2} = \dfrac{6+\sqrt{6}}{10}$

   (b) Aplica la definición de logaritmo para calcular: $\log_4\sqrt{0,25}$ (1 *punto*)

   Solución: $\to 4^x = \sqrt{\frac{1}{4}} \to 4^x = 4^{-1/2} \to \log_4\sqrt{0,25} = -\frac{1}{2}$

2. Resuelve la siguiente ecuación: (1 *punto*)
   $\sqrt{3x-2}+\sqrt{x-1}=3$

   Solución: $\to \sqrt{3x-2} = 3-\sqrt{x-1} \to 3x-2 = 9+x-1-6\sqrt{x-1} \to 6\sqrt{x-1} = 9+x-1-3x+32 \to 6\sqrt{x-1} = 10-2x \to 3\sqrt{x-1} = 5-x \to x-1 = 25+x^2-10x \to x^2-19x+34=0.$
   Soluciones: $x=2$ (Sí) y $x=17$ No

3. Resuelve las siguientes inecuaciones de manera justificada:

   (a) $x < x^3$ (1 *punto*)

   Solución: $(-1,0)\cup(1,\infty)$

   (b) $\dfrac{x-1}{x^2+x} \geqslant 0$ (1 *punto*)

   Solución: $(-1,0)\cup[1,\infty)$

4. El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 metros cuadrados. Calcula sus dimensiones (2 *puntos*)

Solución: d=h=6m

5. Desde el lugar donde me encuentro la visual de la torre forma un ángulo de 32º con la horizontal. Si me acerco 15 m, el ángulo es de 50º. ¿Cuál es la altura de la torre? (2 *puntos*)

Solución: $\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} 32 &= \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} 50 &= \frac{y}{x-15} \end{aligned}\right\}$
$\rightarrow \frac{15\tan\left(\frac{8\pi}{45}\right)\tan\left(\frac{5\pi}{18}\right)}{-\tan\left(\frac{8\pi}{45}\right)+\tan\left(\frac{5\pi}{18}\right)} \approx 19{,}7048244137178m$

6. Resuelve las siguientes cuestiones relacionadas con combinatoria:
   (a) ¿De cuántas formas podrán distribuirse dos premios iguales entre diez aspirantes? (1 *punto*)

   Solución: $C_{10}^{2} = \frac{10!}{8!\cdot 2!} = 45$

   (b) ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra AMBROSI de forma que comiencen y terminen por vocal? (1 *punto*)

   Solución: $V_3^2 \cdot P_5 = 3 * 2 \cdot 5! = 6 \cdot 120 = 720$

7. Dados el triángulo de vértices $A(3,-1)$, $B(5,3)$ y $C(-1,3)$, determina:
   (a) La recta que contiene a la altura que pasa por A y la recta que contiene a la altura C (1 *punto*)

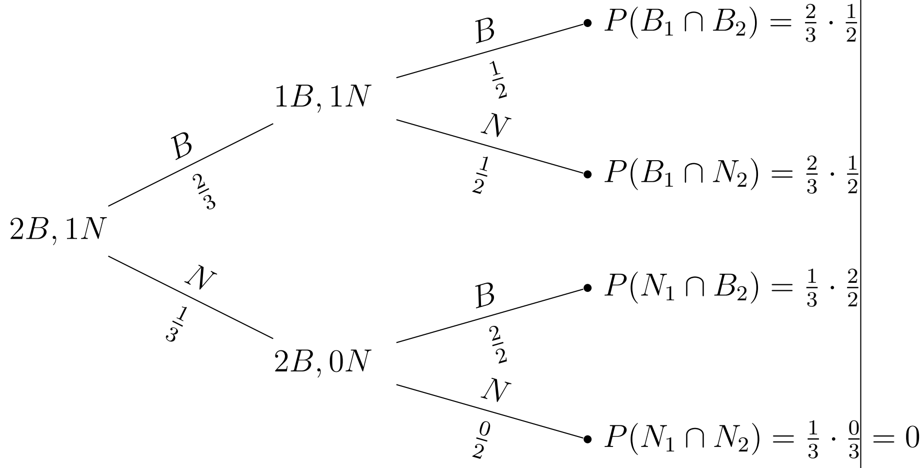
   Solución: $x = 3$ (-2*x - 4*y + 10 = 0)

   (b) El punto donde se cortan ambas rectas. (1 *punto*)

   Solución: x: 3, y: 1

8. En una urna hay cinco bolas blancas y cuatro negras. Se extraen dos bolas **sin** reemplazamiento. Cuál es la probabilidad de que sean:
   (a) de distinto color

   Solución:



$P(Distinto\ color) = P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

(b) del mismo color

Solución: $P(Mismo\ color) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) = \frac{1}{3} + \frac{0}{9} = \frac{1}{3}$

(c) Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido blanca:

Solución: $P(B_1|B_2) = \dfrac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}$

(d) Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido negra:

Solución: $P(N_1|B_2) = \dfrac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \dfrac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}$