

Nombre: _____ Fecha: _____

Tiempo: 50 minutos

Tipo: A

Instrucciones:

- **Si tienes alguna/s evaluación pendiente:** Tienes que hacer **todos** los ejercicios salvo el último
- **Si tienes todas las evaluaciones aprobadas:** Tienes que hacer el **último ejercicio**, y luego del resto cuatro ejercicios

1. Calcula:

- (a) Racionaliza y simplifica: $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ (1 punto)

$$\text{Solución: } = \frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{6 + \sqrt{6}}{12 - 2} = \frac{6 + \sqrt{6}}{10}$$

- (b) Aplica la definición de logaritmo para calcular: $\log_4 \sqrt{0,25}$ (1 punto)

$$\text{Solución: } \rightarrow 4^x = \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow 4^x = 4^{-1/2} \rightarrow \log_4 \sqrt{0,25} = -\frac{1}{2}$$

2. Resuelve la siguiente ecuación:

(1 punto)

$$\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } &\rightarrow \sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{x-1} \rightarrow 3x-2 = 9 + x - 1 - 6\sqrt{x-1} \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 9 + x - 1 - 3x + 32 \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 10 - 2x \rightarrow \\ &3\sqrt{x-1} = 5 - x \rightarrow x - 1 = 25 + x^2 - 10x \rightarrow x^2 - 19x + 34 = 0. \\ \text{Soluciones: } &x = 2 \text{ (Sí) y } x = 17 \text{ No} \end{aligned}$$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones de manera justificada:

- (a) $x < x^3$ (1 punto)

$$\text{Solución: } (-1, 0) \cup (1, \infty)$$

- (b) $\frac{x-1}{x^2+x} \geq 0$ (1 punto)

$$\text{Solución: } (-1, 0) \cup [1, \infty)$$

4. El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 metros cuadrados. Calcula sus dimensiones (2 puntos)

Solución: $d=h=6m$

5. Desde el lugar donde me encuentro la visual de la torre forma un ángulo de 32° con la horizontal. Si me acerco 15 m, el ángulo es de 50° . ¿Cuál es la altura de la torre? (2 puntos)

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 32 = \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} 50 = \frac{y}{x-15} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{15 \tan\left(\frac{8\pi}{45}\right) \tan\left(\frac{5\pi}{18}\right)}{-\tan\left(\frac{8\pi}{45}\right) + \tan\left(\frac{5\pi}{18}\right)} \approx 19,7048244137178m$$

6. Resuelve las siguientes cuestiones relacionadas con combinatoria:

- (a) ¿De cuántas formas podrán distribuirse dos premios iguales entre diez aspirantes? (1 punto)

Solución: $C_{10}^2 = \frac{10!}{8! \cdot 2!} = 45$

- (b) ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra AMBROSI de forma que comiencen y terminen por vocal? (1 punto)

Solución: $V_3^2 \cdot P_5 = 3 \cdot 2 \cdot 5! = 6 \cdot 120 = 720$

7. Dados el triángulo de vértices $A(3, -1)$, $B(5, 3)$ y $C(-1, 3)$, determina:

- (a) La recta que contiene a la altura que pasa por A y la recta que contiene a la altura C (1 punto)

Solución: $x = 3$ ($-2x - 4y + 10 = 0$)

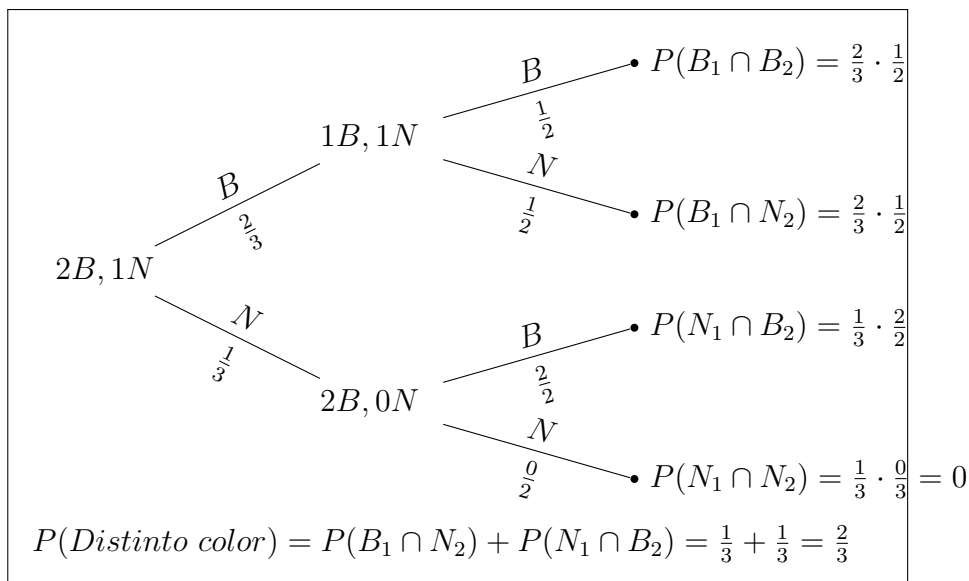
- (b) El punto donde se cortan ambas rectas. (1 punto)

Solución: $x: 3, y: 1$

8. En una urna hay cinco bolas blancas y cuatro negras. Se extraen dos bolas **sin** reemplazamiento.Cuál es la probabilidad de que sean:

- (a) de distinto color

Solución:



(b) del mismo color

Solución: $P(\text{Mismo color}) = P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) = \frac{1}{3} + \frac{0}{9} = \frac{1}{3}$

(c)Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido blanca:

Solución: $P(B_1|B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}$

(d)Cuál es la probabilidad de que, habiendo sido la segunda bola blanca, la primera haya sido negra:

Solución: $P(N_1|B_2) = \frac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{2}$