Departamento de Matemáticas
4º Académicas
Examen final de trimestre 1

**Nombre:** ______________________ **Fecha:** __________

**Tiempo: 50 minutos** Tipo: A

Esta prueba tiene 15 ejercicios. La puntuación máxima es de 29. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima. Para la recuperación de pendientes de 3º se tendrán en cuenta los apartados: 3.a, 3.b, 4, 5.a, 5.b, 5.c

| Ejercicio: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Puntos: | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 5 | 4 | 4 | 1 | 2 | 29 |

1. (1 punto) Utilizando el teorema del resto para el polinomio $P(x) = -2x^3+x^2-3x-6$, resuelve:
   (a) Valor numérico para $x = -1$

   **Solución:** 0

   (b) ¿Es divisible $P(x)$ por $x+1$? Justifica tu respuesta

   **Solución:** Sí. Por el teorema del resto

2. (1 punto) Halla el valor de $k$ para que la siguiente división sea exacta: $(3x^2+kx-2):(x+2)$

   **Solución:** $\rightarrow 10-2k=0 \rightarrow k=5$

3. (1 punto) Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^3-5x^2+3x}{2x^2+x-61}$$

   **Solución:** $= \dfrac{2x\,(x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right)}{2\,(x+2)\left(x-\frac{3}{2}\right)} = \dfrac{x(x-1)}{x+2}$

4. (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - 1$$

**Solución:** $\to 2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - \log 10 \to \log \frac{x^2}{3x-5} = \log \frac{5x}{10} \to$
$\to \frac{x^2}{3x-5} = \frac{x}{2} \to 2x^2 = 3x^2 - 5x \to 0 = x^2 - 5 \to 0 = x(x-5) \to x = 0$ $y$ $x = 5 \to$
$\to$ de las dos soluciones, la única válida es $x = 5$ ya que $\log 0$ no existe

5. (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$\log(x-1) + \log 2 = \log\left(x^2+3\right) - \log x$$

**Solución:** $\to 2(x-1) = \frac{x^2+3}{x} \to 2x^2 - 2x = x^2 + 3 \to x^2 - 2x - 3 = 0 \to x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \begin{cases} x = 3 \to \text{es solución} \\ x = -1 \to \text{no es solución, no existen los logaritmos de negativos} \end{cases}$

6. (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$\left(x^2-5x+5\right)\log 5 + \log 20 = \log 4$$

**Solución:** $\to 5^{\left(x^2-5x+5\right)} \cdot 20 = 4 \to 5^{\left(x^2-5x+5\right)} = \frac{1}{5} \to 5^{\left(x^2-5x+5\right)} = 5^{-1} \to$
$x^2 - 5x + 5 = -1 \to x^2 - 5x + 6 = 0 \to x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \begin{cases} x = 3 \to \text{es solución} \\ x = 2 \to \text{es solución} \end{cases}$

7. (2 puntos) Indica a cuáles de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ pertenecen cada uno de los siguientes números:

| | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{R}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{3}{4}$ | | | | |
| $\sqrt[3]{-27}$ | | | | |
| $1,\widehat{3}$ | | | | |
| $-\frac{16}{4}$ | | | | |
| $-\sqrt{25}$ | | | | |
| $\sqrt{8}$ | | | | |
| $4$ | | | | |
| $\pi$ | | | | |
| $\sqrt{-4}$ | | | | |
| $\frac{26}{13}$ | | | | |

**Solución:**

| | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{R}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{3}{4}$ | | | X | X |
| $\sqrt[3]{-27}$ | | X | X | X |
| $1,\widehat{3}$ | | | X | X |
| $-\frac{16}{4}$ | | X | X | X |
| $-\sqrt{25}$ | | X | X | X |
| $\sqrt{8}$ | | | | X |
| $4$ | X | X | X | X |
| $\pi$ | | | | X |
| $\sqrt{-4}$ | | | | |
| $\frac{26}{13}$ | X | X | X | X |

8. (1 punto) Representa en la recta real y en forma de intervalo el siguiente conjunto numérico:

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 8 \leqslant x\}$$

**Solución:**

$$[8\ ,+\infty)$$

9. Opera:

(a) (1 punto)

$$\frac{(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)^{-4}}{(2^{-2} \cdot 3^{-3})^3}$$

**Solución:** $= \dfrac{2^{-12} \cdot 3^{-8} \cdot 5^{-4}}{2^{-6} \cdot 3^{-9}} = \dfrac{3}{2^6 \cdot 5^4}$

(b) (1 punto)

$$\left(\frac{6p^3d^2}{5q}\right)^4 \cdot \left(\frac{20p^2q^3}{24d}\right)^4$$

**Solución:** $= \left(\dfrac{6p^3d^2}{5q} \cdot \dfrac{20p^2q^3}{24d}\right)^4 = (p^5dq^2)^4 = p^{20}d^4q^8$

10. (2 puntos) Expresa en notación científica, opera y simplifica:

$$\frac{0'0012 \cdot 0'002 \cdot 100000}{8000 \cdot 0'0003 \cdot 0'01}$$

**Solución:** $= \dfrac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{5}}{8 \cdot 10^{3} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}} = \dfrac{2,4 \cdot 10^{-1}}{24 \cdot 10^{-3}} = 10$

11. Opera y simplifica cada una de estas expresiones:

(a) (1 punto)

$$4\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 11\sqrt{125} - 20\sqrt{5}$$

**Solución:** $= 4 \cdot 2\sqrt{5} - 3 \cdot 3\sqrt{5} + 11 \cdot 5\sqrt{5} - 20\sqrt{5} = (8 - 9 + 55 - 20)\sqrt{5} = 34\sqrt{5}$

(b) (1 punto)

$$\sqrt{72} \cdot 3\sqrt{8}$$

**Solución:** $= \sqrt{72} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{72^2} = 72$

(c) (1 punto)

$$\sqrt[4]{\frac{25}{9}\sqrt[3]{\frac{9}{25}}}$$

**Solución:** $= \sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\dfrac{25}{9}\right)^3 \dfrac{9}{25}}} = \sqrt[12]{\left(\dfrac{25}{9}\right)^2} = \sqrt[6]{\left(\dfrac{5}{3}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{5}{3}}$

(d) (2 puntos)

$$\frac{\left(3\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2}{3}$$

**Solución:** $= \dfrac{9 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot 3\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} = 3 \cdot 2 + 1 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{6}$

12. Racionaliza y simplifica:

(a) (2 puntos)

$$\frac{10}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

**Solución:** $= \dfrac{10 \cdot \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) \cdot \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)} = \dfrac{10 \cdot \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{4 \cdot 3 - 2} = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(b) (2 puntos)

$$\frac{\sqrt{45}+\sqrt{180}}{\sqrt{176}+4\sqrt{44}}$$

**Solución:** $= \dfrac{3\sqrt{5}+3\cdot 2\sqrt{5}}{4\sqrt{11}+4\cdot 2\sqrt{11}} = \dfrac{9\sqrt{5}}{12\sqrt{11}} = \dfrac{3\sqrt{55}}{44}$

13. Sin utilizar la calculadora, resuelve los siguientes logaritmos:

(a) (1 punto) $\log_3 27$

**Solución:** $\log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$

(b) (1 punto) $\log_{1/3} \frac{1}{81}$

**Solución:** $\log_{1/3} \frac{1}{81} = \log_{1/3} \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 4$

(c) (1 punto) $\log_3 \frac{1}{81}$

**Solución:** $\log_3 \frac{1}{81} = \log_3 3^{-4} = -4$

(d) (1 punto) $\log_5 \sqrt{125}$

**Solución:** $\log_5 \sqrt{125} = \log_5 5^{3/2} = \frac{3}{2}$

14. Calcula:

(a) (1 punto)

$$\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 0,2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0,5$$

**Solución:** $= -2-(-1)+(-2)-(-1) = -2$

15. Calcula aplicando la propiedades de los logaritmos:

(a) (2 puntos)

$$\log_2 10 + 2\log_2 3 - \log_2 5 - \log_2 9$$

**Solución:** $= \log_2 \left(\dfrac{10\cdot 3^2}{5\cdot 9}\right) = \log_2 2 = 1$