

1. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo agudo x si:

(a) $\sin x = \frac{1}{2}$

Sol: $\sin x = \frac{1}{2}, \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 30° .

(b) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Sol: $\sin x = \frac{1}{2}, \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 30° .

(c) $\cos x = \frac{1}{2}$

Sol: $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos x = \frac{1}{2}, \tan x = \sqrt{3}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es 60° .

(d) $\tan x = \frac{1}{2}$

Sol: $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan x = \frac{1}{2}$. El ángulo agudo que cumple esas razones es $26,57^\circ$.

2. Plantea algebraicamente y resuelve los siguientes problemas

(a) Encuentra dos números tales que su suma sea 26 y la mitad de su diferencia sea 4.

Sol: $\begin{cases} x + y = 26 \\ (x - y)/2 = 4 \end{cases} \rightarrow x = 17, y = 9$

(b) Si a un número de dos cifras le sumamos 9 se obtiene un número con las cifras intercambiadas entre sí. Sabiendo que la suma de las cifras de ese número es 11, encuéntralo.

Sol: $\begin{cases} 10x + y + 9 = 10y + x \\ x + y = 11 \end{cases} \rightarrow x = 5, y = 6 \rightarrow 56$

(c) Si se aumenta la longitud de un campo rectangular en 5 m y la anchura en 7 m, la superficie aumenta en 830 m^2 ; mientras que si se disminuye la longitud en 8 m y la anchura en 4 m, la superficie disminuye en 700 m^2 . Calcular las dimensiones del campo

Sol: $\begin{cases} (x + 5) \cdot (y + 7) = xy + 830 \\ (x - 8) \cdot (y - 4) = xy - 700 \end{cases} \rightarrow x = 75, y = 54$

- (d) Busca dos números consecutivos tales que, añadiendo al mayor la mitad del menor, el resultado excede en 13 a la suma de la quinta parte del menor con la onceava parte del mayor.

$$\text{Sol: } \begin{cases} y = x + 1 \\ y + \frac{x}{2} = \frac{x}{5} + \frac{y}{11} + 13 \end{cases} \rightarrow x = 10, y = 11$$

- (e) En un triángulo rectángulo, un cateto mide 24 cm y la hipotenusa supera en 18 cm al otro cateto. Busca el perímetro y el área del triángulo.

$$\text{Sol: } \begin{cases} y = x + 18 \\ y^2 = 24^2 + x^2 \end{cases} \rightarrow [x = 7, y = 25] \rightarrow P = 56cm \wedge A = 84cm^2$$

- (f) En un corral hay conejos y gallinas, en total 50 cabezas y 134 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 50 = x + y \\ 134 = 4x + 2y \end{cases} \rightarrow x = 17, y = 33$$

3. Resuelve los siguientes sistemas no lineales:

(a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$

$$\text{Sol: } \rightarrow [\{x = \frac{7}{4}, y = -\frac{1}{4}\}, \{x = 2, y = -1\}]$$

(b) $\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = -6 \\ 4x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$

$$\text{Sol: } \rightarrow [\{x = -\sqrt{3}, y = -2\}, \{x = -\sqrt{3}, y = 2\}, \{x = \sqrt{3}, y = -2\}, \{x = \sqrt{3}, y = 2\}]$$

(c) $\begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 5^{x-y} = 25 \end{cases}$

$$\text{Sol: } \{x = 4, y = 2\}$$

(d) $\begin{cases} x + y = 22 \\ \log_{10} x - \log_{10} y = 1 \end{cases}$

$$\text{Sol: } \rightarrow [\{x = 20, y = 2\}]$$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones:

(a) $x \cdot (x + 3) - 2x > 4x + 4$

$$\text{Sol: } (-\infty, -1) \cup (4, \infty)$$

(b) $2x^2 - 4x - 6 > 0$

Sol: $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$

Sol: $(0, 1)$

(d) $-x^5 + 2x \leq x$

(c) $x^4 + 2x^2 - 3x < 0$

Sol: $[-1, 0] \cup [1, \infty)$

5. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

(a)
$$\begin{cases} 2x + 8 > 0 \\ x + \frac{1}{2} \geq \frac{x}{3} \end{cases}$$

Sol: $[-\frac{3}{4}, \infty)$

(c)
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} - \frac{x-2}{3} \leq 12 \\ \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \geq 6 \end{cases}$$

Sol: $(-\infty, -36]$

(b)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \leq 1 \\ (x+1)^2 - x^2 \geq 1 \end{cases}$$

Sol: $[0, \infty)$

(d)
$$\begin{cases} 2x + 6 > 8 \\ x + \frac{1}{3} \leq \frac{x}{2} \end{cases}$$

Sol: \emptyset