Nombre: ______________________________ **Fecha:** ____________

Tiempo: 50 minutos Tipo: A

Esta prueba tiene 10 ejercicios. La puntuación máxima es de 32. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Puntos:	2	4	2	2	14	2	2	2	1	1	32

1. (2 puntos) Calcula:

$$\left(\frac{8p^5d^2}{3q}\right)^3 \cdot \left(\frac{12p^4q^3}{32d}\right)^4$$

Solución: $\frac{3d^2p^{31}q^9}{8}$

2. Calcula:

   (a) (1 punto) $\frac{2}{3}\sqrt{45} - \frac{\sqrt{20}}{2} + 4\sqrt{125} - \sqrt{5}$

   Solución: $20\sqrt{5}$

   (b) (1 punto) $\dfrac{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}}$

   Solución: $\sqrt[4]{2^3}$

   (c) (1 punto) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

   Solución: $2\sqrt{2}+3$

   (d) (1 punto) $\sqrt[8]{4} \cdot \sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[12]{8^5}$

   Solución: $4\sqrt[6]{2}$

3. Calcula:

   (a) (1 punto) $\log_9 3$

   Solución: $\frac{1}{2}$

(b) (1 punto) $\log_4 \sqrt{0,25}$

Solución: $-\frac{1}{2}$

4. (2 puntos) Calcula:

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{2}{x+1}\right) : \frac{x^2+x}{x-1}$$

Solución: $= \frac{x+3}{x(x+1)} : \frac{x^2+x}{x-1} = \frac{(x-1)(x+3)}{x^2(x+1)^2} = \dfrac{x^2+2x-3}{x^4+2x^3+x^2}$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) (2 puntos)

$$\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$$

Solución: $\to (-2x^2+14x+60) = 0 \to x = -3 \vee x = 10$

(b) (2 puntos)

$$2x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 2x = 0$$

Solución: $P(x)2x^4-6x^3+6x^2-2x = 2x\,(x-1)^3$. Soluciones: $x = 0$ y $x = 1$ triple

(c) (2 puntos)

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$$

Solución: $x = 0, x = 4$

(d) (2 puntos)

$$\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$$

Solución: $\to \sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{x-1} \to 3x-2 = 9+x-1-6\sqrt{x-1} \to 6\sqrt{x-1} = 9+x-1-3x+32 \to 6\sqrt{x-1} = 10-2x \to 3\sqrt{x-1} = 5-x \to x-1 = 25+x^2-10x \to x^2-19x+34 = 0$. Soluciones: $x = 2$ (Sí) y $x = 17$ No

(e) (2 puntos)

$$5 \cdot 5^{3x-3} = 625$$

Solución: $5 \cdot 5^{3x-3} = 625 \rightarrow x = 2$

(f) (2 puntos)

$$2^{x^2-4x+1} = \frac{1}{4}$$

Solución: $2^{x^2-4x+1} = \frac{1}{4} \rightarrow x = 1, x = 3$

(g) (2 puntos)

$$2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - 1$$

Solución: $\rightarrow 2\log x - \log(3x-5) = \log 5x - \log 10 \rightarrow \log \frac{x^2}{3x-5} = \log \frac{5x}{10} \rightarrow$
$\rightarrow \frac{x^2}{3x-5} = \frac{x}{2} \rightarrow 2x^2 = 3x^2 - 5x \rightarrow 0 = x^2 - 5 \rightarrow 0 = x(x-5) \rightarrow x = 0\ y\ x = 5 \rightarrow$
$\rightarrow$ de las dos soluciones, la única válida es $x = 5$ ya que $\log 0$ no existe

6. (2 puntos) Sabiendo que $\log x = 1{,}5$ y $\log y = -0{,}6$, calcula:

$$\log(\frac{8 \cdot x^2}{\sqrt{y}})$$

Solución: $\log(\frac{8 \cdot x^2}{\sqrt{y}}) = 2\log(x) - \frac{\log(y)}{2} + 3\log(2) = 3\log(2) - \frac{-0{,}6}{2} + 2 \cdot 1{,}5 = 3\log(2) + 3{,}3$

7. (2 puntos) Sabiendo que $\log x = 1{,}3$ y $\log y = 0{,}8$, calcula:

$$\log(\frac{y}{x^2})$$

Solución: $\log(\frac{y}{x^2}) = -2\log(x) + \log(y) = 0{,}8 - 2 \cdot 1{,}3 = -1{,}8$

8. (2 puntos) Indica a cuáles de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ pertenecen cada uno de los siguientes números:

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{8}{16}$				
$\sqrt[3]{-27}$				
$3{,}0\widehat{1}$				
$-\frac{12}{4}$				
$-\sqrt{25}$				
$\sqrt{8}$				
4				
π				
$\sqrt{-4}$				
$\frac{39}{13}$				

9. (1 punto) Calcula $A \cup B$ y $A \cap B$ siendo $A = (-1, 4]$ y $B = \{x|1 \leq x \leq 4\}$ (da el resultado en forma de intervalo y de desigualdad)

Solución: $Unió\widehat{}n:$
A$\cup B = (-1, 4]$ ó $A \cup B = \{x|x \leq 4 \wedge -1 < x\}$
Intersección:
$A \cap B = [1, 4]$ ó $A \cap B = \{x|1 \leq x \wedge x \leq 4\}$

10. (1 punto) Representa en la recta real y en forma de intervalo el siguiente conjunto numérico:

$$\{x \in \mathbb{R}\,|-5 \leqslant x < -1\}$$

Solución: