

1. Realiza las siguientes divisiones:

(a) $(2x^3 + 15x + 3 - 9x^2) : (-2x + x^2 + 1)$

Sol: cociente: $2x - 5$
resto: $3x + 8$

(b) $(-5 + x - 2x^2 - 6x^3 + 5x^4) : (x^2 + x - 1)$

Sol: cociente: $5x^2 - 11x + 14$
resto: $-24x + 9$

2. Averigua si $x^2 + 3$ es divisor de $12x^4 - 26x^3 + 2x^2 + 15x$

Sol: NO porque el cociente es $12x^2 - 26x - 34$
resto: $93x + 102$

3. Halla los valores de m, n y p sabiendo que $(x - 2)(mx^2 + nx + p) = 2x^3 - 9x^2 + 14x - 8$

Sol: $m = 2, n = -5, p = 4$

4. Aplicar Ruffini para realizar las siguientes divisiones:

(a) $(x^4 - 8x^2 + 2x - 5) : (x - 2)$

Sol: Cociente $x^3 + 2x^2 - 4x - 6$
Resto -17

(b) $(x^2 - 9x + 7) : (x + 5)$

Sol: Cociente $x - 14$
Resto 77

5. Halla el valor de k para que:

(a) $x^2 + kx + 6$ sea divisible por $x - 2$

Sol: $k = -5$

Sol: $k = 0$

(b) $5x^4 + kx^3 + 2x - 3$ tenga como factor $x + 1$

(c) $(x^5 - x^4 + x + 3k) : (x - 2)$ tenga como resto 5

Sol: $k = -\frac{13}{3}$

6. Halla el resto de la división del polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 + 4x - 5$ entre $x + 2$. Calcula $P(-2)$ aplicando el teorema del resto.

Sol: Resto: 19

7. Factoriza los siguientes polinomios, diciendo también sus raíces:

(a) $P(x) = 8x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 3x$

Sol: $8x(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right) = x(x-1)(2x-1)(4x+3)$

Sol: $= 2(x-1)(x^2-4) = 2(x-1)(x+2)(x-2)$

(b) $P(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 5x - 10$

Sol: $= (x-1)(x^3+2x^2+5x+10) = (x-1)(x+2)(x^2+5)$

(d) $P(x) = 6x^3 + 11x^2 - 3x - 2$

Sol: $= (x+2)(6x^2-x-1) = 6(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right) = (x+2)(2x-1)(3x+1)$

(c) $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$

8. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas (recuerda que antes hay que factorizar, en caso de que no lo esté):

(a)

$$\frac{x(x+2)^2(x-3)^2(x-1)}{x^2(x+2)^3(x-3)(x-1)}$$

Sol: $= \frac{12x(x-y)}{12y(x-y)} = \frac{x}{y}$

(d)

$$\frac{2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x}{4x^2 + 8x + 4}$$

(c)

Sol: $= \frac{(x-3)}{x(x+2)}$

$$\frac{a^2 - ab}{a^4 - a^2b^2}$$

(b)

$$\frac{12x^2 - 12xy}{12xy - 12y^2}$$

Sol: $= \frac{a(a-b)}{a^2(a^2-b^2)} = \frac{(a-b)}{a(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a(a+b)}$

Sol: $= \frac{2x(x^3+x^2+x+1)}{4(x+1)^2} = \frac{2x(x+1)(x^2-1)}{4(x+1)^2} = \frac{2x(x+1)(x+1)(x-1)}{4(x+1)^2} = \frac{x(x-1)}{2}$

9. Halla el *m.c.m* y *m.c.d* de los siguientes polinomios:

(a) $P(x) = x^2 - 4$, $Q(x) = x^4 + 9x^3 + 30x^2$ y $R(x) = x^2 + 4x + 4$

Sol: $P(x) = (x+2)(x-2)$, $Q(x) = x(x^2+9x+30)$, $R(x) = (x+2)^2$
m.c.m(P, Q, R) = $x(x-2)(x+2)^2(x^2+9x+30)$
M.C.D(P, Q, R) = 1

(b) $P(x) = 2x^2 + 2x$ y $L(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

Sol: $P(x) = 2x(x+1)$, $L(x) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$
 $m.c.m(P, L) = 2x(x-1)^2(x+1)$
 $M.C.D(P, L) = (x+1)$

10. Opera y simplifica:

(a) $\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2}$

(c) $\frac{2x^3-5x^2+3x}{2x^2+x-6}$

Sol: $= \frac{x^2+1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{x^2+1}{x+1}$

Sol: $= \frac{x(x-1)-x(x-2)-x}{(x-1)(x-2)} = \frac{x^2-x-x^2+2x-x}{(x-1)(x-2)} = \frac{0}{(x-1)(x-2)} = 0$

Sol: $\frac{x(2x-3)(x-1)}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x(x-1)}{x+2}$

(f)

$1 + \frac{1}{2x-1} - \frac{2x}{4x^2-1}$

(b)

$\frac{1}{x^2-x} + \frac{2x-1}{x-1} - \frac{3x-1}{x}$

(d)

$\frac{3x^3-3x}{x^5-x}$

Sol: $= \frac{4x^2-1+(2x+1)-2x}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{4x^2}{(2x+1)(2x-1)}$

Sol: $= \frac{1+(2x^2-x)-(3x-1)(x-1)}{x(x-1)} = \frac{1+2x^2-x-3x^2+4x-1}{x(x-1)} = \frac{-x^2-3x}{x(x-1)} = \frac{-x(x+3)}{x(x-1)} = -\frac{x+3}{x-1}$

Sol: $= \frac{3x(x+1)(x-1)}{x(x^2+1)(x+1)(x-1)} = \frac{3}{x^2+1}$

(e)

$\left(\frac{1}{x} + x\right) \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$