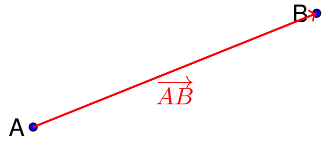
Geometría Analítica

Departamento de Matemáticas
IES Pedro Cerrada

1 Vectores Libres

Dados dos puntos en el plano (A y B, podemos trazar una flecha que vaya del primero al segundo. A esta flecha la llamaremos vector (fijo) y se denota $\overrightarrow{AB}$ o $\overrightarrow{v}$.



- **Módulo**: La longitud del vector
- **Dirección**: La recta que contiene al vector y cualquiera de sus paralelas
- **Sentido**: El que va del origen al final o su contrario. Viene representado por punta "la cabeza de la flecha"

Dos vectores (fijos) son **equipolentes** cuando tienen el mismo módulo, misma dirección y mismo sentido. Un vector fijo y todos sus equipolentes forman lo que de denomina un **vector libre**. Un vector libre viene determinado por sus coordenadas:

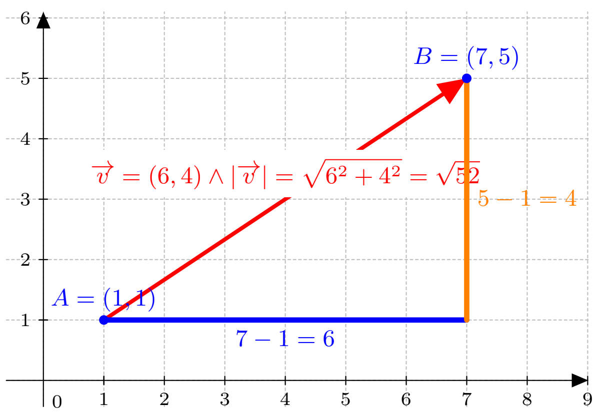
2 Coordenadas y módulo de un vector

Un vector se puede ver como el desplazamiento que tenemos que hacer horizontalmente y verticalmente para ir del origen al extremo del mismo. Al desplazamiento horizontal le llamaremos primera coordenada y al vertical, segunda.

- Dados $A(x_1, y_2), B(x_2, y_2) \to \overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$
- A partir de las coordenadas del punto podremos calcular su módulo. Dados $\overrightarrow{u}(x, y), \to |\overrightarrow{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

2.1. Ejemplo

Determina las coordenadas y el módulo del vector libre cuyo representante es el vector que va de $A(1, 1)$ a $B(7, 5)$



3 Operaciones con vectores

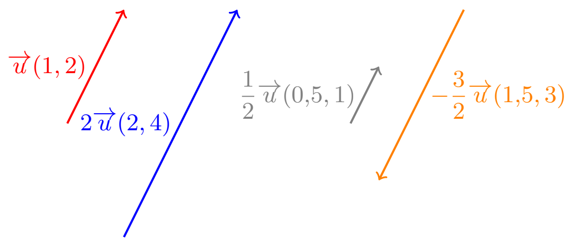
3.1. Producto de un número por un vector

Definición Dado $k \in \mathbb{R}$ y $\overrightarrow{u}$ se define $k \cdot \overrightarrow{u}$ como un $\overrightarrow{v}$ que:

- $|\overrightarrow{v}| = |k| \cdot |\overrightarrow{u}|$
- $\overrightarrow{v} \,//\, \overrightarrow{u}$
- Mismo sentido que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$ o sentido contrario si $k > 0$

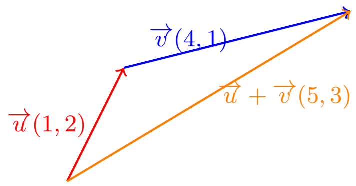
Además se cumple que si $\overrightarrow{u}(x_1, y_1) \to k\overrightarrow{u}(k \cdot x_1, k \cdot y_1)$

3.1.1. Ejemplos



3.2. Suma y resta de vectores

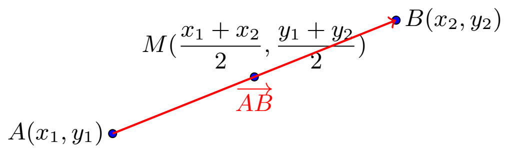
Definición de suma Dados $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ se define la suma como el vector que si los ponemos seguidos va del origen del primer vector al extremo del segundo vector. Además se cumple que si $\overrightarrow{u}(x_1, y_1)\ y\ \overrightarrow{v}(x_2, y_2) \to \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$



Definición de resta Dados $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ se define la resta como la suma del primero con el opuesto del segundo. Además se cumple que si $\overrightarrow{u}(x_1, y_1)\ y\ \overrightarrow{v}(x_2, y_2) \to \overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}(x_1 - x_2, y_1 - y_2)$

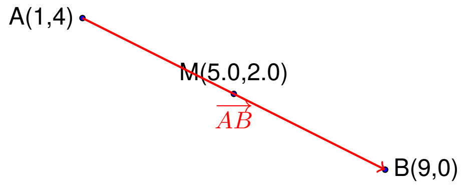
4 Punto medio de un segmento

Dados dos puntos del plano, $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, el punto medio es $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$.



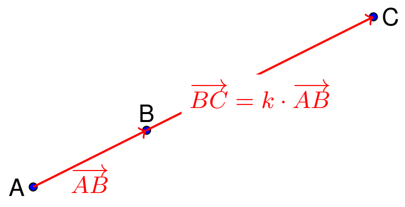
La demostración es sencilla aplicando la propiedad geométrica que cumple el punto medio: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

4.1. Ejemplo



5 Puntos alineados

Dados los puntos A, B y C estarán alineados si los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ son colineales, o tienen la misma dirección, y por tanto: $\exists k \in \mathbb{R} | \overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AB}$



5.1. Ejemplo