

1 POTENCIAS

Es importante destacar que las propiedades se pueden leer (y por tanto aplicar) de izquierda a derecha o al revés.

$$\forall n, m \in \mathbb{N} \quad \forall n, m \in \mathbb{R} :$$

Definición de potencia:	$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$
Potencia de exponente negativo:	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Potencia de exponente 0 (Si $a \neq 0$):	$a^0 = 1$
Producto de potenc. de la misma base:	$a^n a^m = a^{n+m}$
Cociente de potenc. de la misma base:	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
Potencia de una potencia:	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Potencia de un producto:	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Potencia de un cociente:	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

1.1. Ejemplos

$$\begin{aligned} 2^3 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 & 3^0 &= 1 & 2^{-3} &= \frac{1}{2^3} \\ 2^3 \cdot 2^4 &= 2^{4+3} = 2^7 & \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} &= \left(\frac{5}{2}\right)^3 & \frac{2^4}{2^3} &= 2^{4-3} = 2 \\ 2^5 : 2^3 &= 2^{5-3} = 2^2 & (3^2)^4 &= 3^{2 \cdot 4} = 3^8 & \left(\frac{1}{2}\right)^3 &= \frac{1^3}{2^3} \\ 2^3 \cdot 3^3 &= (2 \cdot 3)^3 = 6^3 \end{aligned}$$

2 RADICALES

Recuerda que: $\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$. De la definición se deducen las siguientes propiedades:

Forma Exponencial:	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
Simplificación:	$\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a}^p$
Raíz de un producto:	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Raíz de un cociente:	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
Potencia de un radical	$(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$
Raíz de un radical	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Suma y resta de radicales: Recuerda que solo se pueden sumar o restar expresiones con radicales idénticos

Racionalizar radicales: Se multiplica el numerador y denominador por una expresión que permita que desaparezcan los radicales del denominador

2.1. Ejemplos

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{4} &= 4^{\frac{1}{2}} & \sqrt[6]{3^2} &= 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{1}{3}} \\ \sqrt[4]{5^2} &= \sqrt[2]{5} & \sqrt[3]{2^6} &= 2^2 = 4 \\ \sqrt{2 \cdot 3} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} & \sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} &= \sqrt[3]{27} = 3 & \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{300}{3}} = \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2})^2 &= \sqrt{2^2} = 2 & \sqrt[3]{\sqrt[5]{3}} &= \sqrt[15]{3} \\ 3\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7} &= 2\sqrt[3]{7} & 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{5} + 2\sqrt[3]{5} &= 4\sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{5} \\ 3\sqrt{28} - \sqrt{7} - \sqrt{63} &= 3 \cdot 2\sqrt{7} - \sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 2\sqrt{7} \\ \frac{1}{\sqrt[6]{5^2}} &= \frac{1 \cdot \sqrt[6]{5^4}}{\sqrt[6]{5^2} \cdot \sqrt[6]{5^4}} = \frac{\sqrt[6]{5^4}}{5} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5} \\ \frac{1}{\sqrt{3}-1} &= \frac{1 \cdot (\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1) \cdot (\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{aligned}$$

3 LOGARITMOS

Definición de logaritmo:	$\log_b x = n \iff b^n = x$
Logaritmo de un producto:	$\log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$
Logaritmo de un cociente:	$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
Logaritmo de una potencia:	$\log_b x^n = n \cdot \log_b x$
Logaritmo de una raíz:	$\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \cdot \log_b x$
Cambio de base:	$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
Logaritmo decimal:	$\log x = \log_{10} x$

3.1. Ejemplos

$$\begin{aligned} \log_3 3 &= 1 & \log_3 1 &= 0 \\ \log_2 8 &= \log_2 2^3 = 3 \\ \log_2 (4 \cdot 16) &= \log_2 4 + \log_2 16 = 2 + 4 \\ \log_{10} \frac{1000}{10} &= \log_{10} 1000 - \log_{10} 10 = 3 - 1 = 2 \\ \log_3 81^3 &= 3 \cdot \log_3 81 = 3 \cdot 4 = 12 \\ \log_3 \sqrt[4]{81} &= \frac{1}{4} \log_3 81 = \frac{1}{4} \log_3 3^4 = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \\ \log_6 4 &= \frac{\log_{10} 6}{\log_{10} 6} \end{aligned}$$