

Nombre: _____ Fecha: _____

Tiempo: 50 minutos

Tipo: B

Instrucciones:

- **Si tienes alguna/s evaluación pendiente:** Tienes que hacer **todos** los ejercicios salvo el último
- **Si tienes todas las evaluaciones aprobadas:** Tienes que hacer el **último ejercicio**, y luego del resto cuatro ejercicios

1. Calcula:

- (a) Racionaliza y simplifica:
- $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
- (1 punto)

$$\text{Solución: } = \frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{6 + \sqrt{6}}{12 - 2} = \frac{6 + \sqrt{6}}{10}$$

- (b) Aplica la definición de logaritmo para calcular:
- $\log_4 \sqrt{0,25}$
- (1 punto)

$$\text{Solución: } \rightarrow 4^x = \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow 4^x = 4^{-1/2} \rightarrow \log_4 \sqrt{0,25} = -\frac{1}{2}$$

- (c) Resuelve la siguiente ecuación:
- $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$
- (1 punto)

$$\begin{aligned} \text{Solución: } \rightarrow \sqrt{3x-2} &= 3 - \sqrt{x-1} \rightarrow 3x-2 = 9 + x - 1 - 6\sqrt{x-1} \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 9 + x - 1 - 3x + 32 \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 10 - 2x \\ \rightarrow 3\sqrt{x-1} &= 5 - x \rightarrow x - 1 = 25 + x^2 - 10x \rightarrow x^2 - 19x + 34 = 0. \text{ Soluciones: } x = 2 \text{ (Sí) y } x = 17 \text{ No} \end{aligned}$$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones de manera justificada:

- (a)
- $x < x^3$
- (1 punto)

$$\text{Solución: } (-1, 0) \cup (1, \infty)$$

- (b)
- $\frac{2x-2}{1-3x} < -\frac{2}{3}$
- (puntos)

$$\text{Solución: } (-\infty, \frac{1}{3})$$

3. Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo y su área. (2 puntos)

Solución: Los lados iguales miden 10 cm, y el lado desigual, 12 cm.

4. En lo alto de un edificio en construcción hay una grúa de 4 m. Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de la grúa bajo un ángulo de 45° con respecto a la horizontal y el punto más alto del edificio bajo un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula la altura del edificio. (2 puntos)

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 40 = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 45 = \frac{h+4}{x} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow h = \operatorname{tg} 40 \cdot x \rightarrow h = 20,86$$

5. Resuelve las siguientes cuestiones relacionadas con combinatoria:

- (a) ¿De cuántas formas podrán distribuirse dos premios iguales entre diez aspirantes? (1 punto)

Solución: $C_{10}^2 = \frac{10!}{8! \cdot 2!} = 45$

- (b) ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra AMBROSI de forma que comiencen y terminen por vocal? (1 punto)

Solución: $V_3^2 \cdot P_5 = 3 \cdot 2 \cdot 5! = 6 \cdot 120 = 720$

6. Dados el triángulo de vértices $A(3, -1)$, $B(5, 3)$ y $C(-1, 3)$, determina:

- (a) La recta que contiene a la altura que pasa por A y la recta que contiene a la altura C (1 punto)

Solución: $x = 3$ ($-2x - 4y + 10 = 0$)

- (b) El punto donde se cortan ambas rectas. (1 punto)

Solución: $x: 3, y: 1$

7. Halla el área de un paralelogramo cuyos lados miden 16 cm y 24 cm y forman un ángulo de 40° . (1 punto)

Solución: $A = 246,72 \text{ cm}^2$