Inecuaciones

1. Demuestra que son equivalentes las siguientes inecuaciones:

(a)
$$\frac{x}{3} - 3x + 4 > x - 2$$

(b)
$$7x < 12$$

Sol: No son equivalentes:
$$\left(-\infty, \frac{18}{11}\right) \neq \left(-\infty, \frac{12}{7}\right)$$

2. ¿Son equivalentes las siguientes inecuaciones?

(a)
$$x - 2 \ge \frac{x}{3}$$

(b)
$$3x - \frac{x}{6} + 2 \geqslant 3 + \frac{5x}{2}$$

Sol: Sí:
$$[3, \infty) = [3, \infty)$$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita:

(a)
$$5x + 6 - \frac{x}{2} > -1$$
 (d) $8x - 6 \ge \frac{2x}{5}$

Sol:
$$\left(-\frac{14}{9},\infty\right)$$

(b) $3 \cdot (x-3) > 1 - 5x$

(d)
$$8x - 6 \ge \frac{2x}{5}$$

Sol:
$$\left[\frac{15}{19},\infty\right)$$

ol:
$$\left[\frac{15}{10},\infty\right)$$

(e)
$$\frac{2x}{x} - \frac{x}{x} + 5 < x - \frac{1}{2}$$

Sol:
$$\left(\frac{5}{4},\infty\right)$$

Sol:
$$\left(\frac{32}{5},\infty\right)$$

(c)
$$2 - \frac{x}{3} + 2x > 1 - x$$
 (f) $\frac{4-3x}{2} < x + 3$

Sol:
$$\left(-\frac{3}{8},\infty\right)$$

(f)
$$\frac{4-3x}{2} < x+3$$

Sol:
$$\left(-\frac{2}{5},\infty\right)$$

(g)
$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{5} > 1 + \frac{x-1}{15}$$

Sol:
$$(3, \infty)$$

(e)
$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} + 5 < x - \frac{1}{3}$$
 (h) $\frac{x-2}{5} - \frac{3x+1}{2} < \frac{x}{2} - 3x$

Sol:
$$\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$$

(i)
$$3x - \frac{1-2x}{4} < \frac{x-1}{2} + 1$$

Sol:
$$\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

(a)
$$2x^2 - 12x + 16 \le 0$$

(b)
$$-x^2 + 4 \le 0$$

Sol:
$$(-\infty, -2]$$
 \cup $[2, \infty)$

(c)
$$x^2 + 6x + 9 \le 0$$

Sol:
$$\{-3\}$$

(d)
$$x^2 - x - 6 > 0$$

Sol:
$$(-\infty, -2)$$
 \cup $(3, \infty)$

(e)
$$x^2 - 6x + 8 > 0$$

Sol:
$$(-\infty, 2)$$
 \cup $(4, \infty)$

(f)
$$x^2 + 6x + 24 > 0$$

Sol:
$$(-\infty, \infty)$$

(g)
$$x^2 - 3x > 0$$

Sol:
$$(-\infty, 0)$$
 \cup $(3, \infty)$

Sol:
$$[-1, 6]$$

(i) $-3x^2 + 6x + 9 \le 0$

(j)
$$x \cdot (x+1) + 3x > 5x + 6$$

(h)
$$2x^2 - 10x - 12 \le 0$$

Sol:
$$(-\infty, -1]$$
 \cup $[3, \infty)$

Sol:
$$(-\infty, -2)$$
 \cup $(3, \infty)$

5. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita:

(a)
$$\begin{cases} 2x + 6 < 0 \\ x + \frac{1}{3} \geqslant \frac{x}{2} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - 2 \le 2x + 1 \\ 3 - x < 1 - 2x \end{cases}$$

Sol:
$$[-6, 4]$$

(d)
$$\begin{cases} x - 2 \leqslant 2x + 1 \\ 3 - x < 1 - 2x \end{cases}$$

Sol:
$$(-\infty, 0]$$
Sol: $[-6, 4]$

(d)
$$\begin{cases} x - 2 \le 2x + 1 \\ 3 - x < 1 - 2x \end{cases}$$
(g)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \geqslant 1 \\ (x + 1)^2 - x^2 \le 1 \end{cases}$$
Sol: $[-3, -2)$
Sol: $(-\infty, -6]$

(e)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + x < 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 0 \end{cases}$$
(h)
$$\begin{cases} 5x + 8 \le 14 + 3x \\ 14x - 34 > 12x - 4 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} x+4 < 0 \\ x+1 < \frac{x}{2} \end{cases}$$

Sol:
$$[-3, -2)$$

Sol:
$$(-\infty, -6]$$

Sol:
$$(-\infty, -4)$$

(e)
$$\begin{cases} \frac{3}{3} + x < 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 0 \end{cases}$$

(h)
$$\begin{cases} 5x + 8 \le 14 + 3x \\ 14x - 34 > 12x - 36 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x \leqslant 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - 6 \leqslant 5 \end{cases}$$

(f)
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} + \frac{x+2}{3} \leqslant 2\\ \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \leqslant 1 \end{cases}$$

Sol:
$$(-1,3]$$

6. Resuelve los siguientes inecuaciones de expresión racional:

(a)
$$\frac{(x+3)}{x-4} \geqslant 0$$

$$(c) \quad \frac{x-8}{3x-6} < 0$$

Sol: (-3,0)

Sol:
$$(-\infty, -3]$$
 \cup $(4, \infty)$

(d)
$$\frac{x-2}{x+2} < 0$$

(f)
$$\frac{(x-1)\cdot(x-2)}{3x^2+4} \geqslant 0$$

$$(b) \quad \frac{2x+6}{x-5} \geqslant 0$$

Sol:
$$(-\infty, 1]$$
 \cup $[2, \infty)$

$$\frac{2x+6}{x-5} \geqslant 0$$

$$\mathbf{Sol:} \ (-\infty, -3] \quad \cup$$

$$(5, \infty)$$

$$(1) \quad \frac{x-2}{x+2} < 0$$

$$\mathbf{Sol:} \ (-2, 2)$$

$$(2x+6) \quad (2x+2) \quad (3x+3) \quad (4x+3) \quad (4x+2) \quad (4$$

(e)
$$\frac{x+3}{4x} < 0$$