Inecuaciones

1. Demuestra que son equivalentes las siguientes inecuaciones:

(a) 
$$\frac{x}{3} - 3x + 4 > x - 2$$

(b) 
$$7x < 12$$

Sol: No son equivalentes: 
$$\left(-\infty, \frac{18}{11}\right) \neq \left(-\infty, \frac{12}{7}\right)$$

2. ¿Son equivalentes las siguientes inecuaciones?

(a) 
$$x - 2 \ge \frac{x}{3}$$

(b) 
$$3x - \frac{x}{6} + 2 \geqslant 3 + \frac{5x}{2}$$

Sol: Sí: 
$$[3, \infty) = [3, \infty)$$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita:

(a) 
$$5x + 6 - \frac{x}{2} > -1$$
 (d)  $8x - 6 \ge \frac{2x}{5}$ 

Sol: 
$$\left(-\frac{14}{9},\infty\right)$$

(b)  $3 \cdot (x-3) > 1 - 5x$ 

(d) 
$$8x - 6 \ge \frac{2x}{5}$$

Sol: 
$$\left[\frac{15}{19},\infty\right)$$

ol: 
$$\left[\frac{15}{10},\infty\right)$$

(e) 
$$\frac{2x}{x} - \frac{x}{x} + 5 < x - \frac{1}{2}$$

Sol: 
$$\left(\frac{5}{4},\infty\right)$$

Sol: 
$$\left(\frac{32}{5},\infty\right)$$

(c) 
$$2 - \frac{x}{3} + 2x > 1 - x$$
 (f)  $\frac{4-3x}{2} < x + 3$ 

Sol: 
$$\left(-\frac{3}{8},\infty\right)$$

(f) 
$$\frac{4-3x}{2} < x+3$$

Sol: 
$$\left(-\frac{2}{5},\infty\right)$$

(g) 
$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{5} > 1 + \frac{x-1}{15}$$

Sol: 
$$(3, \infty)$$

(e) 
$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} + 5 < x - \frac{1}{3}$$
 (h)  $\frac{x-2}{5} - \frac{3x+1}{2} < \frac{x}{2} - 3x$ 

Sol: 
$$\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$$

(i) 
$$3x - \frac{1-2x}{4} < \frac{x-1}{2} + 1$$

Sol: 
$$\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

(a) 
$$2x^2 - 12x + 16 \le 0$$

(b) 
$$-x^2 + 4 \le 0$$

Sol: 
$$(-\infty, -2]$$
  $\cup$   $[2, \infty)$ 

(c) 
$$x^2 + 6x + 9 \le 0$$

**Sol:** 
$$\{-3\}$$

(d) 
$$x^2 - x - 6 > 0$$

Sol: 
$$(-\infty, -2)$$
  $\cup$   $(3, \infty)$ 

(e) 
$$x^2 - 6x + 8 > 0$$

Sol: 
$$(-\infty, 2)$$
  $\cup$   $(4, \infty)$ 

(f) 
$$x^2 + 6x + 24 > 0$$

Sol: 
$$(-\infty, \infty)$$

(g) 
$$x^2 - 3x > 0$$

Sol: 
$$(-\infty, 0)$$
  $\cup$   $(3, \infty)$ 

**Sol:** 
$$[-1, 6]$$

(j) 
$$x \cdot (x+1) + 3x > 5x + 6$$

(h) 
$$2x^2 - 10x - 12 \le 0$$

Sol: 
$$(-\infty, -1]$$
  $\cup$   $[3, \infty)$ 

(i)  $-3x^2 + 6x + 9 \le 0$ 

Sol: 
$$(-\infty, -2)$$
  $\cup$   $(3, \infty)$ 

5. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita:

(a) 
$$\begin{cases} 2x + 6 < 0 \\ x + \frac{1}{3} \geqslant \frac{x}{2} \end{cases}$$

(b) 
$$\begin{cases} x+4 < 0 \\ x+1 < \frac{x}{2} \end{cases}$$

**Sol:** 
$$(-\infty, -4)$$

(c) 
$$\begin{cases} x \leqslant 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - 6 \leqslant 5 \end{cases}$$

Sol: 
$$(-\infty, 0]$$

(d) 
$$\begin{cases} x - 2 \leqslant 2x + 1 \\ 3 - x < 1 - 2x \end{cases}$$

**Sol:** 
$$[-3, -2)$$

e) 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + x < 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 0 \end{cases}$$

(f) 
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} + \frac{x+2}{3} \leqslant 2\\ \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \leqslant 1 \end{cases}$$

**Sol:** 
$$[-6, 4]$$

Sol: 
$$(-\infty, 0]$$
Sol:  $[-6, 4]$ 

(d) 
$$\begin{cases} x - 2 \le 2x + 1 \\ 3 - x < 1 - 2x \end{cases}$$
(g) 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \geqslant 1 \\ (x + 1)^2 - x^2 \le 1 \end{cases}$$
Sol:  $[-3, -2)$ 
Sol:  $(-\infty, -6]$ 

(e) 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + x < 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 0 \end{cases}$$
(h) 
$$\begin{cases} 5x + 8 \le 14 + 3x \\ 14x - 34 > 12x - 4 \end{cases}$$

**Sol:** 
$$(-\infty, -6]$$

(h) 
$$\begin{cases} 5x + 8 \le 14 + 3x \\ 14x - 34 > 12x - 36 \end{cases}$$

**Sol:** 
$$(-1,3]$$

6. Resuelve los siguientes inecuaciones de expresión racional:

$$(a) \quad \frac{(x+3)}{x-4} \geqslant 0$$

Sol: 
$$(-\infty, -3]$$
  $\cup$   $(4, \infty)$ 

$$(b) \quad \frac{2x+6}{x-5} \geqslant 0$$

$$\frac{2x+6}{x-5} \geqslant 0$$

$$\mathbf{Sol:} \ (-\infty, -3] \quad \cup$$

$$(5, \infty)$$

$$(1) \quad \frac{x-2}{x+2} < 0$$

$$\mathbf{Sol:} \ (-2, 2)$$

$$(2x+6) \quad (2x+2) \quad (3x+3) \quad (4x+3) \quad (4x+2) \quad (4$$

(c) 
$$\frac{x-8}{3x-6} < 0$$

(d) 
$$\frac{x-2}{x+2} < 0$$

**Sol:** 
$$(-2,2)$$

(e) 
$$\frac{x+3}{4x} < 0$$

**Sol:** 
$$(-3,0)$$

(f) 
$$\frac{(x-1)\cdot(x-2)}{3x^2+4} \geqslant 0$$

Sol: 
$$(-\infty, 1]$$
  $\cup$   $[2, \infty)$