

Nombre: _____ Fecha: _____

Tiempo: 50 minutos

Tipo: B

Esta prueba tiene 5 ejercicios. La puntuación máxima es de 12. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	Total
Puntos:	3	2	3	2	2	12

1. Resuelve las siguientes inecuaciones de manera justificada:

(a) $x^3 + x < 2x^2$ (1 punto)

Solución: $(-\infty, 0)$

(b) $\frac{x-1}{x^2+x} \geq 0$ (2 puntos)

Solución: $(-1, 0) \cup [1, \infty)$

2. Calcula el perímetro y el área de un triángulo rectángulo sabiendo que la altura y la proyección de un cateto sobre la hipotenusa son de 2 cm y 2,5 cm, respectivamente. (2 puntos)

Solución: $2^2 = 2,5 \cdot x \rightarrow x = \frac{4}{2,5} = 1,6$

$$c_1 = \sqrt{(1,6 + 2,5) \cdot 1,6} \approx 2,56124969497314 \text{ cm}$$

$$c_2 = \sqrt{(1,6 + 2,5) \cdot 2,5} \approx 3,20156211871642 \text{ cm}$$

$$P \approx 4,1 + 2,6 + 3,2 = 9,9 \text{ cm}$$

$$A \approx \frac{4,1 \cdot 2}{2} = 4,1 \text{ cm}^2$$

3. Si $\cos \alpha = \frac{5}{13}$:

(a) Calcula el resto de las razones trigonométricas (seno y tangente) usando las relaciones trigonométricas fundamentales y sabiendo que $\alpha \in I$ (primer cuadrante) (2 puntos)

Solución: $\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13} \approx 0,923076923076923 \rightarrow$
 $\text{tg } \alpha = \frac{12}{5} = 2,4$

(b) Utilizando el apartado anterior calcula las razones trigonométricas (seno, coseno y tangente) del ángulo $\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ (1 punto)

$$\begin{aligned}\text{Solución: } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= \cos \alpha = \frac{12}{13} \approx 0,923076923076923 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\sin \alpha = -\frac{5}{13} \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\cotg \alpha = -\frac{5}{12} \approx -0,416666666666667\end{aligned}$$

4. El lado de un rombo mide 8 cm y el ángulo menor es de 60°. ¿Cuánto miden las diagonales del rombo y calcula su área? (2 puntos)

$$\begin{aligned}\text{Solución: } \sin 30 &= \frac{x}{8} \rightarrow d = 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 8\text{cm} \\ \cos 30 &= \frac{y}{8} \rightarrow D = 2 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \approx 13,856406460551\text{cm} \\ A &= \frac{D \cdot d}{2} = 32\sqrt{3} \approx 55,4256258422041\text{cm}^2\end{aligned}$$

5. Una antena de radio está sujeta al suelo con dos cables, que forman con la antena ángulos de 30° y 45°. Los puntos de sujeción de los cables están alineados con el pie de la antena y distan entre sí 98 m. Calcula la altura de la antena y la longitud de los cables. (2 puntos)

$$\begin{aligned}\text{Solución: } \left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 60 &= \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} 45 &= \frac{y}{98 - x} \end{aligned} \right\} \rightarrow \\ x &= \frac{98 \operatorname{tg} 45}{\operatorname{tg} 45 + \operatorname{tg} 60} \approx 35,870489570875\text{m} \\ y &= \frac{98 \operatorname{tg} 45 \operatorname{tg} 60}{\operatorname{tg} 45 + \operatorname{tg} 60} \approx 62,129510429125\text{m} \\ x_1 &= \frac{y}{\operatorname{sen} 60} \approx 71,74097914175\text{m} \\ x_2 &= \frac{y}{\operatorname{sen} 45} \approx 87,8643962724692\text{m}\end{aligned}$$

Si has pensado que los ángulos eran sobre el suelo

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 30 &= \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg} 45 &= \frac{y}{98 - x} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\begin{aligned}x &= \frac{98 \operatorname{tg} 45}{\operatorname{tg} 45 + \operatorname{tg} 30} \approx 62,129510429125\text{m} \\ y &= \frac{98 \operatorname{tg} 45 \operatorname{tg} 30}{\operatorname{tg} 45 + \operatorname{tg} 30} \approx 35,870489570875\text{m} \\ x_1 &= \frac{y}{\operatorname{sen} 30} \approx 71,74097914175\text{m} \\ x_2 &= \frac{y}{\operatorname{sen} 45} \approx 50,7285328400941\text{m}\end{aligned}$$