Título de la materia:	Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas		
Nivel:	ESO 4	Opción:	B
Nombre:		Grupo:	
Evaluación:		N.º:	
Calificación:		Fecha:	

Ejercicio nº 1.-

Halla el valor de *k* para que la siguiente división sea exacta:

$\left(3x^2 + kx - 2\right) : \left(x + 2\right)$

Solución:

Llamamos $P(x) = 3x^2 + kx - 2$.

Para que la división sea exacta, ha de ser $P(-2) = 0$; es decir:

$P(-2) = 12 - 2k - 2 = 10 - 2k = 0 \rightarrow k = 5$

Ejercicio nº 2.-

Descompón en factores los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 13x^2 + 36x$

b) $2x^3 - 9x^2 - 8x + 15$

Solución:

a) Sacamos factor común y hallamos las otras raíces resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$x^3 - 13x^2 + 36x = x\left(x^2 - 13x + 36\right)$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0 \rightarrow x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 9 \\ x = 4 \end{cases}$$

Por tanto:

$x^3 - 13x^2 + 36x = x(x - 9)(x - 4)$

b) Utilizamos la regla de Ruffini:

	2	−9	−8	15
1		2	−7	−15
	2	−7	−15	0
5		10	15	
	2	3	0	

$2x^3 - 9x^2 - 8x + 15 = (x - 1)(x - 5)(2x + 3)$

Ejercicio nº 3.-

Factoriza el siguiente polinomio:

$$\boldsymbol{A(x) = 8x^3 - 6x^2 - 3x + 1}$$

Solución:

Utilizamos la regla de Ruffini para localizar una raíz entre los divisores de 6.

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 8 & -6 & -3 & 1 \\ 1 & & 8 & 2 & -1 \\ \hline & 8 & 2 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

1 es raíz de $A(x)$. Buscamos raíces de $8x^2 + 2x - 1$:

$$8x^2+2x-1=0 \rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+32}}{16}=\frac{-2\pm\sqrt{36}}{16}=\frac{-2\pm 6}{16} \begin{cases} x=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4} \\ x=\dfrac{-8}{16}=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$$

Entonces:

$$A(x)=(x-1)\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$

Ejercicio nº 4.-

Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{2x^3-5x^2+3x}{2x^2+x-6}$$

Solución:

Factorizamos ambos polinomios:

$2x^3 - 5x^2 + 3x = x \cdot (2x^2 - 5x + 3)$

$$2x^2-5x+3=0 \rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{4}=\frac{5\pm 1}{4} \begin{cases} \frac{6}{4}=\frac{3}{2} \\ \frac{4}{4}=1 \end{cases}$$

Luego:

$$2x^3-5x^2+3x=2x(x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right)$$

$2x^2+x-6=2(x+2)\left(x-\frac{3}{2}\right)$ ya que:

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-1\pm 7}{4} \begin{cases} \frac{6}{4}=\frac{3}{2} \\ \frac{-8}{4}=-2 \end{cases}$$

Por tanto:

$$\frac{2x^3-5x^2+3x}{2x^2+x-6}=\frac{2x(x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right)}{2(x+2)\left(x-\frac{3}{2}\right)}=\frac{x(x-1)}{x+2}$$

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

Calcula y simplifica:

a) $\dfrac{x^4-3x^2+2x}{x^2-2x+1}\cdot\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+2x}$

b) $\dfrac{2x+4}{x+4}-\dfrac{2x-14}{x-5}$

Solución:

a) Efectuamos el producto:

$$\frac{x^4-3x^2+2x}{x^2-2x+1}\cdot\frac{x^2-6x+9}{x^2+2x}=\frac{\left(x^4-3x^2+2x\right)\cdot\left(x^2-6x+9\right)}{\left(x^2-2x+1\right)\cdot\left(x^2+2x\right)}$$

Factorizamos para simplificar:

$x^4-3x^2+2x=x\,(x^3-3x+2)$

Aplicamos Ruffini para calcular las raíces de la ecuación $x^3-3x+2=0$:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2+x-2=0\rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2}\;\begin{cases}\dfrac{2}{2}=1\\[2mm]\dfrac{-4}{2}=-2\end{cases}$$

Así:

$x^4-3x^2+2x=x\,(x-1)^2(x+2)$

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

$x^2 + 2x = x\,(x + 2)$

Por tanto:

$$\frac{\left(x^4 - 3x^2 + 2x\right)\cdot\left(x^2 - 6x + 9\right)}{\left(x^2 - 2x + 1\right)\cdot\left(x^2 + 2x\right)} = \frac{x\left(x - 1\right)^2\left(x + 2\right)\cdot\left(x - 3\right)^2}{\left(x - 1\right)^2\cdot x\left(x + 2\right)} = \left(x - 3\right)^2$$

b) mín.c.m. $\left[\left(x + 4\right),\left(x - 5\right)\right] = \left(x + 4\right)\left(x - 5\right)$

$$\frac{2x + 4}{x + 4} - \frac{2x - 14}{x - 5} = \frac{\left(2x + 4\right)\left(x - 5\right)}{\left(x + 4\right)\left(x - 5\right)} - \frac{\left(2x - 14\right)\left(x + 4\right)}{\left(x + 4\right)\left(x - 5\right)} =$$

$$= \frac{2x^2 - 10x + 4x - 20}{\left(x + 4\right)\left(x - 5\right)} - \frac{2x^2 + 8x - 14x - 56}{\left(x + 4\right)\cdot\left(x - 5\right)} = \frac{2x^2 - 6x - 20 - 2x^2 + 6x + 56}{\left(x + 4\right)\cdot\left(x - 5\right)} =$$

$$= \frac{36}{\left(x + 4\right)\left(x - 5\right)} = \frac{36}{x^2 - x - 20}$$