

Departamento de Matemáticas 4^{0} Académicas



Geometría Analítica

1. Calcula la distancia que hay entre los puntos A(8,10) y B(-2,14)

Sol: $2\sqrt{29}$

2. Dados los siguientes vectores: $\overrightarrow{u}(3, 2)$ y $\overrightarrow{v}(1, 4)$, calcula:

(a)
$$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$$

(b)
$$\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$$

(c)
$$2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}$$

(d)
$$3\overrightarrow{u} - 4\overrightarrow{v}$$

Sol:
$$(2, -2)$$

Sol:
$$(5, -10)$$

3. Averigua el punto simétrico de A(5,-1) con respecto a B(4,-2).

Sol: B tiene que ser el punto medio $\rightarrow (4,-2) = (\frac{5+x_1}{2}, \frac{-1+x_2}{2}) \rightarrow (3,-3)$

4. Halla el punto medio del segmento de extremos A(5,-1) y B(4,-2)

Sol: (9/2, -3/2)

5. Dados los puntos A(2,-3), B(-1,4) y C(x,3), determina el valor de x para que A, B y C estén alineados.

Sol: $-\frac{4}{7}$

6. Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que A(-1,-2), B(3,1) y C(1,3).

Sol: (-3,0)

7. Halla las coordenadas de los puntos medios de los lados del triángulo de vértices $A(1,3),\,B(2,5)$ y C(1,-1)

Sol: (3/2,4), (3/2,2) y (1,1)

8. Las coordenadas del punto medio del segmento AB son M(0,1). Si las coordenadas de B son (1,2), ¿cuáles son las del punto A?

Sol: A(-1,0)

9. Calcula el punto simétrico de A(1,3) respecto de B(-5,7)

Sol: C(-11,11)

10. Sea un paralelogramo ABCD. Si A(2,3), B(5,1) y C(4,0), halla el vértice D

Sol: D(1,2)

- 11. Escribe la ecuación vectorial y las paramétricas de la recta que pasa por el punto P y tiene por vector direccional a \overrightarrow{v} :
 - (a) $P(2,1), \vec{v}(1,1)$

Sol: (x,y)=(2,1)+t(1,1); x=2+t, y=1+t

(c) $P(0,1), \overrightarrow{v}(2,5)$

Sol: (x,y)=(0,1)+t(2,5); x=2t, y=1+5t

(b) $P(2,2), \overrightarrow{v} = [\overrightarrow{CD}], \text{ siendo } C(2,1) \text{ y}$ D(1,0)

Sol: (x,y)=(2,2)+t(-1,-1); x=2-t, y=2-t

(d) $P(8,1), \overrightarrow{v} = [\overrightarrow{PO}]$, siendo O el origen de coordenadas

Sol: (x,y)=(8,1)+t(-8,-1); x=8-8t, y=1-t

- 12. Escribe la ecuación continua y general de las recta que pasa por el punto P y tiene por vector direccional a \overrightarrow{v} :
 - (a) $P(2,1), \vec{v}(1,1)$

Sol: (x-2)/1=(y-1)/1, x-y-1=0

(c) $P(0,1), \vec{v}(2,5)$

Sol: (x-0)/2=(y-1)/5, 5x-2y+2=0

(b) $P(2,2), \overrightarrow{v} = [\overrightarrow{CD}], \text{ siendo } C(2,1) \text{ y}$ D(1,0)

(d) $P(8,1), \overrightarrow{v} = [\overrightarrow{PO}]$, siendo O el origen de coordenadas

Sol: (x-2)/-1=(y-2)/-1, x-y=0

Sol: (x-8)/-8=(y-1)/-1, x-8y=0

13. Dada la recta $r \equiv 3x + y = 2$, halla una recta s, paralela a r, y otra perpendicular t, que pasen por el punto P(2,-1).

Sol:
$$r \equiv y = 2 - 3x \rightarrow m_1 = -3 \rightarrow m_2 = \frac{1}{3}$$

 $s \equiv y = -3x + n_1 \land P(2, -1) \in s \rightarrow n_1 = 5 \rightarrow s \equiv y = 5 - 3x$
 $t \equiv y = \frac{1}{3}x + n_2 \land P(2, -1) \in s \rightarrow n_2 = -\frac{5}{3} \rightarrow t \equiv y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

14. Halla el coeficiente a para que la recta ax + 4y = 11 pase por el punto P(1,2)

Sol:
$$a + 8 = 11 \rightarrow a = 3$$

15. Halla las ecuaciones paramétricas de la recta paralela a 2x - y + 3 = 0 y que pasa por el punto P(4,3).

Sol: Paramétrica:
$$(-3t/2+4, -3t+3)$$
, general: $3x - 3y/2 - 15/2 = 0$

16. Dadas las rectas: $r \equiv \begin{cases} x=2-4\lambda \\ y=-2+\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x=3+8\lambda \\ y=-1-2\lambda \end{cases}$ averigua su posición relativa. Si se cortan, di cuál es el punto de corte

Sol:
$$\overrightarrow{d}(-4,1)$$
 y $\overrightarrow{d'}(8,-2)$, como $\overrightarrow{d'}=-2 \cdot \overrightarrow{d} \rightarrow \overrightarrow{d} /\!\!/ \overrightarrow{d'}$

17. ¿Cuál ha de ser el valor de k para que estas dos rectas sean paralelas?

$$x + 3y - 2 = 0$$
 $kx + 2y + 3 = 0$

Sol:
$$m = -1/3$$
 y $m' = -k/2$ entonces $m = m' \rightarrow -1/3 = -k/2 \rightarrow k = 2/3$

18. Halla el valor de k para que las rectas 2x - 3y + 4 = 0, -3x + ky - 1 = 0 sean perpendiculares

Sol:
$$m = 2/3$$
 y $m' = 3/k$ entonces $m \cdot m' = -1 \rightarrow 2/k = -1 \rightarrow k = -2$

19. Dados los puntos A(-1, -1), B(1, 4) y C(5, 2), hallar:

(a) Si están alineados

Sol: No

Sol: Recta BC: 2x+4y-18=0, Mediana B:-4x+2y-2=0

(b) Mediana trazada desde B

Sol: Punto medio AC: (2, 1/2), Mediana B:-7x/2 - y + 15/2 = 0

(c) Altura trazada desde A

(d) Mediatriz del lado AB

Sol: Recta AB: -5x + 2y - 3 = 0, Mediatriz AB: -2x - 5y + 13/2 = 0

20. Sean A(1,0), B(4,-3) y C(5,2) los tres vértices de un triángulo. Hallar:

(a) La ecuación de la recta que pasando por A es paralela a la que pasa por B y C

Sol: Recta BC: -5x + y + 23 = 0, Paralela por A:-5 * x + y + 5 = 0

(b) La ecuación de la mediana que pasa por C.

Sol: Punto medio AB: (5/2, -3/2), Mediana C:-7x/2 + 5y/2 + 25/2 = 0