

Nombre: _____

Fecha: _____

Tiempo: 50 minutos

Tipo: A

Esta prueba tiene 11 ejercicios. La puntuación máxima es de 25. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima. Para la recuperación de pendientes de 3º se tendrán en cuenta los apartados: 3.a, 3.b, 4, 5.a, 5.b, 5.c

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Puntos:	1	1	2	1	2	2	5	4	4	1	2	25

1. (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$2 \log x - \log (3x - 5) = \log 5x - 1$$

Solución: $\rightarrow 2 \log x - \log (3x - 5) = \log 5x - \log 10 \rightarrow \log \frac{x^2}{3x-5} = \log \frac{5x}{10} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{x^2}{3x-5} = \frac{x}{2} \rightarrow 2x^2 = 3x^2 - 5x \rightarrow 0 = x^2 - 5 \rightarrow 0 = x(x - 5) \rightarrow x = 0 \text{ y } x = 5 \rightarrow$
 \rightarrow de las dos soluciones, la única válida es $x = 5$ ya que $\log 0$ no existe

2. (1 punto) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$\log (x - 1) + \log 2 = \log (x^2 + 3) - \log x$$

Solución: $\rightarrow 2(x - 1) = \frac{x^2+3}{x} \rightarrow 2x^2 - 2x = x^2 + 3 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x =$
 $\frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \begin{cases} x = 3 \rightarrow \text{es solución} \\ x = -1 \rightarrow \text{no es solución, no existen los logaritmos de negativos} \end{cases}$

3. (2 puntos) Indica a cuáles de los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} pertenecen cada uno de los siguientes números:

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
$\frac{3}{4}$				
$\sqrt[3]{-27}$				
$1, \bar{3}$				
$-\frac{16}{4}$				
$-\sqrt{25}$				
$\sqrt{8}$				
4				
π				
$\sqrt{-4}$				
$\frac{26}{13}$				

Solución:

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
$\frac{3}{4}$			X	X
$\sqrt[3]{-27}$		X	X	X
$1, \overline{3}$			X	X
$-\frac{16}{4}$		X	X	X
$-\sqrt{25}$		X	X	X
$\sqrt{8}$				X
4	X	X	X	X
π				X
$\sqrt{-4}$				
$\frac{26}{13}$	X	X	X	X

4. (1 punto) Representa en la recta real y en forma de intervalo el siguiente conjunto numérico:

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 8 \leq x\}$$

Solución:

$$[8, +\infty)$$

5. Opera:

- (a) (1 punto)

$$\frac{(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)^{-4}}{(2^{-2} \cdot 3^{-3})^3}$$

$$\textbf{Solución:} = \frac{2^{-12} \cdot 3^{-8} \cdot 5^{-4}}{2^{-6} \cdot 3^{-9}} = \frac{3}{2^6 \cdot 5^4}$$

- (b) (1 punto)

$$\left(\frac{6p^3d^2}{5q}\right)^4 \cdot \left(\frac{20p^2q^3}{24d}\right)^4$$

$$\textbf{Solución:} = \left(\frac{6p^3d^2}{5q} \cdot \frac{20p^2q^3}{24d}\right)^4 = (p^5dq^2)^4 = p^{20}d^4q^8$$

6. (2 puntos) Expresa en notación científica, opera y simplifica:

$$\frac{0'0012 \cdot 0'002 \cdot 100000}{8000 \cdot 0'0003 \cdot 0'01}$$

$$\text{Solución:} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}} = \frac{2,4 \cdot 10^{-1}}{24 \cdot 10^{-3}} = 10$$

7. Opera y simplifica cada una de estas expresiones:

(a) (1 punto)

$$4\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 11\sqrt{125} - 20\sqrt{5}$$

$$\text{Solución:} = 4 \cdot 2\sqrt{5} - 3 \cdot 3\sqrt{5} + 11 \cdot 5\sqrt{5} - 20\sqrt{5} = (8 - 9 + 55 - 20) \sqrt{5} = 34\sqrt{5}$$

(b) (1 punto)

$$\sqrt{72} \cdot 3\sqrt{8}$$

$$\text{Solución:} = \sqrt{72} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{72^2} = 72$$

(c) (1 punto)

$$\sqrt[4]{\frac{25}{9}} \sqrt[3]{\frac{9}{25}}$$

$$\text{Solución:} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\frac{25}{9}\right)^3 \frac{9}{25}}} = \sqrt[12]{\left(\frac{25}{9}\right)^2} = \sqrt[6]{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{5}{3}}$$

(d) (2 puntos)

$$\frac{(3\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{3}$$

$$\text{Solución:} = \frac{9 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot 3\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} = 3 \cdot 2 + 1 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{6}$$

8. Racionaliza y simplifica:

(a) (2 puntos)

$$\frac{10}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\text{Solución:} = \frac{10 \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{10 \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{4 \cdot 3 - 2} = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

(b) (2 puntos)

$$\frac{\sqrt{45} + \sqrt{180}}{\sqrt{176} + 4\sqrt{44}}$$

$$\text{Solución: } = \frac{3\sqrt{5} + 3 \cdot 2\sqrt{5}}{4\sqrt{11} + 4 \cdot 2\sqrt{11}} = \frac{9\sqrt{5}}{12\sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{55}}{44}$$

9. Sin utilizar la calculadora, resuelve los siguientes logaritmos:

(a) (1 punto) $\log_3 27$

$$\text{Solución: } \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$$

(c) (1 punto) $\log_3 \frac{1}{81}$

$$\text{Solución: } \log_3 \frac{1}{81} = \log_3 3^{-4} = -4$$

(b) (1 punto) $\log_{1/3} \frac{1}{81}$

$$\text{Solución: } \log_{1/3} \frac{1}{81} = \log_{1/3} \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 4$$

(d) (1 punto) $\log_5 \sqrt{125}$

$$\text{Solución: } \log_5 \sqrt{125} = \log_5 5^{3/2} = \frac{3}{2}$$

10. Calcula:

(a) (1 punto)

$$\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 0,2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0,5$$

$$\text{Solución: } = -2 - (-1) + (-2) - (-1) = -2$$

11. Calcula aplicando la propiedades de los logaritmos:

(a) (2 puntos)

$$\log_2 10 + 2 \log_2 3 - \log_2 5 - \log_2 9$$

$$\text{Solución: } = \log_2 \left(\frac{10 \cdot 3^2}{5 \cdot 9} \right) = \log_2 2 = 1$$