

1. Resolver por el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones:

(a)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Sol: x=2; y=2

(b)
$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x + 9y = 23 \end{cases}$$

Sol: x=7; y=1

(c)
$$\begin{cases} 4(x + 4) - 5(y + 8) = -15 \\ 3(y + 1) - 2(x - 1) = 0 \end{cases}$$

Sol: x=1; y=-1

(d)
$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x + 3y - 13 = 0 \end{cases}$$

Sol: x=4; y=3

(e)
$$\begin{cases} 2(x - 4) - 3(y - 7) + 22 = 0 \\ 2(x + 1) + 4(y + 1) - 16 = 0 \end{cases}$$

Sol: x=-55/7; y=45/7

2. Resolver por el método de igualación los sistemas de ecuaciones que siguen:

(a)
$$\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ 3x - 7y = 1 \end{cases}$$

Sol: x=5; y=2

(b)
$$\begin{cases} x - 7(y + 4) = -5 \\ 2x - 3y - 19 = -6 \end{cases}$$

Sol: x=2; y=-3

(c)
$$\begin{cases} \frac{3x}{5} - \frac{2y}{3} = 7 \\ \frac{5x}{3} - 2y = 2 \end{cases}$$

Sol: x=285/2; y=471/4

(d)
$$\begin{cases} 3x + 2(x - y) = 3 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$

Sol: x=3/5; y=0

(e)
$$\begin{cases} 3x + 2y = -7 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Sol: x=-1; y=-2

3. Resolver por el método de reducción los sistemas de ecuaciones siguientes:

(a)
$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x + 7y = 24 \end{cases}$$

Sol: x=10; y=2

(b)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2} = 2 \\ 5x - 10y = 40 \end{cases}$$

Sol: x=12; y=2

(c)
$$\begin{cases} 3y - 2x - 16 = 0 \\ 2(x - 5) + 6(y - 2) + 20 = 0 \end{cases}$$

Sol: x=-5; y=2

$$(d) \left. \begin{aligned} 2x - y &= 7 \\ \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}y &= \frac{19}{3} - 4 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=0; y=-7

$$(e) \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} &= 2 \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y-2}{2} &= \frac{13}{6} \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=6; y=3

4. Resuelve, por el método que estimes conveniente, los sistemas de ecuaciones:

$$(a) \left. \begin{aligned} 5x - 3y &= 14 \\ x + 2y &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=28/13; y=-14/13

$$(b) \left. \begin{aligned} \frac{9x}{17} - \frac{4y}{3} &= 0 \\ 3y - 81 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=68; y=27

$$(c) \left. \begin{aligned} \frac{x-2}{3} + \frac{y-1}{4} - 1 &= x \\ 3y - 8x &= 17 \end{aligned} \right\}$$

Sol: Incompatible

$$(d) \left. \begin{aligned} 3 \left(\frac{x-2}{4} \right) - \frac{2(x-1)}{5} &= x + 3 \\ \frac{2x}{3} - \frac{3y}{4} &= \frac{4}{5} \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=-82/13; y=-3904/585

$$(e) \left. \begin{aligned} 2(x-3) + 5 \left(\frac{y}{2} - 1 \right) + 1 &= 0 \\ 3(x+1) - \frac{5x+5y-2}{9} - 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=0; y=4

$$(f) \left. \begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ 4x + 3y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=2/5; y=-1/5

$$(g) \left. \begin{aligned} 4x - 5y &= -1 \\ 7x + 8y &= 15 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=1; y=1

$$(h) \left. \begin{aligned} 6x + 8y &= 6 \\ 7x - 5y &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=1; y=0

$$(i) \left. \begin{aligned} 5x - 7y &= -4 \\ 3x + 5y &= 16 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=2; y=2

$$(j) \left. \begin{aligned} 6x - 3y &= \frac{7}{2} \\ 5x - 2y &= \frac{5}{3} \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=-2/3; y=-5/2

$$(k) \left. \begin{aligned} 10x + 3y &= 8 \\ 15x + 12y &= 22 \end{aligned} \right\}$$

Sol: x=2/5; y=4/3

$$(l) \left. \begin{aligned} 3x - 2y &= -4 \\ 4x - 5y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- (m)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3y + 2x = -9 \end{cases}$$

Sol: $x = -5/2; y = -4/3$
- (n)
$$\begin{cases} 6x - 4y = 8 \\ 9x - 6y = 12 \end{cases}$$

Sol: $x = (2y + 4)/3 \rightarrow 6y + 12 - 6y = 12 \rightarrow 0y = 0 \rightarrow \infty \text{ soluciones}$
- (ñ)
$$\begin{cases} 8x + 3y = 7 \\ 24x = 2(7 - 3y) \end{cases}$$

Sol: $x = 0; y = 7/3$
- (o)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 8 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$$

Sol: $x = -4; y = -5$
- (p)
$$\begin{cases} 0, 3x + 0, 2y = 1 \\ 0, 1x - 0, 2y = -0, 3 \end{cases}$$

Sol: $x = 7/4; y = 19/8$
- (q)
$$\begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{2y}{3} = 1 \\ \frac{5x}{2} + \frac{4y}{3} = 14 \end{cases}$$

Sol: $x = 4; y = 3$
- (r)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{7}{3} \\ \frac{x+4}{y+4} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

Sol: $x = -10; y = -4$
- (s)
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Sol: Incompatible
- (t)
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$$

Sol: $x = -y \rightarrow -2y + 2y = 0 \rightarrow 0y = 0 \rightarrow \infty \text{ soluciones}$
- (u)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{y}{3} - \frac{x}{2} = 0 \end{cases}$$

Sol: $x = 2; y = 3$

5. Resuelve los siguientes sistemas no lineales

(a)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 625 \\ x + y = 35 \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = 15, y = 20\}, \{x = 20, y = 15\}]$

(b)
$$\begin{cases} 3xy - 4y^2 = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = \frac{1}{3}, y = 0\}, \{x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{2}\}]$

$$(c) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy + 12 = 0 \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = -4, y = 3\}, \{x = -3, y = 4\}, \{x = 3, y = -4\}, \{x = 4, y = -3\}]$

$$(d) \begin{cases} \sqrt{x-2} + y = 3 \\ -5 + 2x = x - y \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = 2, y = 3\}, \{x = 3, y = 2\}]$

$$(e) \begin{cases} 3y - x = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = 1, y = \frac{2}{3}\}, \{x = 2, y = 1\}]$

$$(f) \begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 5^{x-y} = 25 \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = 4, y = 2\}]$

$$(g) \begin{cases} x + y = 33 \\ \log_{10} x - \log_{10} y = 1 \end{cases}$$

Sol: $\rightarrow [\{x = 30, y = 3\}]$

6. Encuentra dos números tales que la suma de dos de los mismos sea 19 y la diferencia de ambos multiplicada por 6 sea 54.

Sol: $\begin{cases} x + y = 19 \\ 6(x - y) = 54 \end{cases} \rightarrow x = 14, y = 5 \rightarrow \text{Números 14 y 5}$

7. La sexta parte de la suma de dos números es 14 y la mitad de su diferencia es 13. Halla esos números.

Sol: $\begin{cases} \frac{1}{6}(x + y) = 14 \\ \frac{1}{2}(x - y) = 13 \end{cases} \rightarrow x = 55, y = 29 \rightarrow \text{Números 55 y 29}$

8. Un ganadero vende 7 cerdos y 9 corderos por 660 euros y luego vende 10 cerdos y 5 corderos por el mismo dinero. Calcula el precio de cada animal.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 7x + 9y = 660 \\ 10x + 5y = 660 \end{cases} \rightarrow x = 48, y = 36 \rightarrow 48 \text{ cerdos y } 36 \text{ corderos}$$

9. Las dos cifras de un número suman 10 y la diferencia entre el número y el que resulta de invertir el orden de sus cifras es 36. Averigua de que número se trata.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 10 \\ 10x + y - (10y + x) = 36 \end{cases} \rightarrow x = 7, y = 3 \rightarrow \text{Número } 73$$

10. La suma de las cifras de un número de tres cifras es 18. La cifra de las unidades es 8 y las de las centenas es dos unidades mayor que la de las decenas. Halla dicho número.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y + 8 = 18 \\ x = y + 2 \end{cases} \rightarrow x = 6, y = 4 \rightarrow \text{Número } 648$$

11. Un número de dos cifras es cuatro veces mayor que la suma de sus cifras. Si al número le sumamos 18 resulta un número que tiene las mismas cifras que el número dado, aunque en orden inverso. Busca el número inicial.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 10x + y = 4(x + y) \\ 10x + y + 18 = 10y + x \end{cases} \rightarrow x = 2, y = 4 \rightarrow \text{Número } 24$$

12. Si a un número de dos cifras le quitamos el que resulta de invertir sus cifras da 27 y si le sumamos 9 unidades duplicamos el número que resulta de invertir el orden de sus cifras. Halla el número.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 10x + y - (10y + x) = 27 \\ 10x + y + 9 = 2(10y + x) \end{cases} \rightarrow x = 6, y = 3 \rightarrow \text{Número } 63$$

13. Si a un número de dos cifras le sumamos 18 se obtiene un número con las cifras intercambiadas entre sí. Sabiendo que la suma de las cifras de ese número es 16, encuéntralo.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 10x + y + 18 = 10y + x \\ x + y = 16 \end{cases} \rightarrow x = 7, y = 9 \rightarrow \text{Número 79}$$

14. La suma de las cifras de un capicúa de la forma aba es 19 y si a ese número le restamos el número de dos cifras ab da por resultado 609. ¿cuál es el número capicúa?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y + x = 19 \\ 100x + 10y + x - (10x + y) = 609 \end{cases} \rightarrow x = 6, y = 7 \rightarrow \text{Número 676}$$

15. La cifra de las decenas de un número es triple que la de las unidades y el número disminuye en 36 cuando se invierte el orden de las cifras. Halla el número.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x = 3y \\ 10x + y = 10y + x + 36 \end{cases} \rightarrow x = 6, y = 2 \rightarrow \text{Número 62}$$

16. Un número capicúa es de la forma $abba$. Intercambiamos los valores de sus cifras para obtener $baab$ y la diferencia entre ambos es 8019. Si se sabe que la suma de sus cifras es 18, ¿cuál es el número?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y + y + x = 18 \\ 1000x + 100y + 10y + x - (1000y + 100x + 10x + y) = 8019 \end{cases} \rightarrow x = 9, y = 0 \rightarrow \text{Número 9009}$$

17. Juan le dice a Luis: Actualmente mi edad es triple que la tuya, pero hace siete años era diez veces mayor que tú. ¿Qué edad tiene cada uno?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x = 3y \\ x - 7 = 10(y - 7) \end{cases} \rightarrow x = 27, y = 9 \rightarrow \text{Juan 27 años y Luis 9 años}$$

18. Si a cada uno de los términos de una fracción le sumamos 3 resulta una fracción equivalente a $10/11$, pero si les restásemos 4 resultaría equivalente a $3/4$. Halla la fracción.

$$\text{Sol: } \begin{cases} (x+3)/(y+3) = 10/11 \\ (x-4)/(y-4) = 3/4 \end{cases} \rightarrow x = 7, y = 8 \rightarrow \text{Fracción } 7/8$$

19. Una embarcación va a favor de la corriente de un río a 20 km/h y en contra de la corriente a 14 km/h. ¿A qué velocidad descenderá un trozo de madera por el río?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 14 \end{cases} \rightarrow x = 17, y = 3 \rightarrow \text{Velocidad del tronco } 3 \text{ km/h}$$

20. Una persona lleva en el monedero 50 monedas diversas, de uno y de cinco euros, por un valor de 190 euros. ¿Cuántas monedas lleva de un euro?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 50 \\ x + 5y = 190 \end{cases} \rightarrow x = 15, y = 35 \rightarrow 15 \text{ monedas de un euro y } 35 \text{ monedas de cinco euros}$$

21. Determina una fracción tal que si le sumamos una unidad al numerador se transforma en una fracción equivalente a $1/2$ y si aumentásemos en dos unidades el denominador se transformaría en otra equivalente a $1/3$.

$$\text{Sol: } \begin{cases} (x+1)/y = 1/2 \\ x/(y+2) = 1/3 \end{cases} \rightarrow x = 4, y = 10 \rightarrow \text{Fracción } 4/10$$

22. En una hucha hay 55 monedas de cinco y dos euros. Si en total hay 212 euros. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 55 \\ 5x + 2y = 212 \end{cases} \rightarrow x = 34, y = 21 \rightarrow 34 \text{ monedas de cinco euros y } 21 \text{ monedas de dos euros}$$

23. Halla una fracción equivalente a $3/5$ cuya suma de sus términos sea 32.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x/y = 3/5 \\ x + y = 32 \end{cases} \rightarrow x = 12, y = 20 \rightarrow \text{Fracción } 12/20$$

24. Con dos clases de café de 5,4 euros/kg y 7,2 euros/kg se quiere obtener una mezcla cuyo precio resulte a 6 euros/kg. Calcula la cantidad que hay que poner de cada uno para lograr 600 kg de mezcla.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 5,4x + 7,2y = 6 \cdot 600 \\ x + y = 600 \end{cases} \rightarrow x = 400,0, y = 200,0 \rightarrow 400 \text{ kg de 5,4 euros/kg y } 200 \text{ kg de 7,2 euros/kg}$$

25. En un corral hay conejos y gallinas en total hay 59 cabezas y 202 patas. ¿cuántos conejos y gallinas hay?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 59 \\ 4x + 2y = 202 \end{cases} \rightarrow x = 42, y = 17 \rightarrow 42 \text{ conejos y } 17 \text{ gallinas}$$

26. En las anotaciones de un camarero se podía leer:

Mesa 10: 2 cafés y 4 zumos 5,2 euros.

Mesa 15: 3 cafés y 2 zumos 4,2 euros.

¿Cuánto valían el café y el zumo en ese bar?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 2x + 4y = 5,2 \\ 3x + 2y = 4,2 \end{cases} \rightarrow x = 0,8, y = 0,9 \rightarrow \text{Café 0,8 euros y zumo 0,9 euros}$$

27. De acuerdo con las previsiones, entre las dos fábricas de una misma empresa deberían producir 360 máquinas al mes. La primera de ellas cumplió el plan previsto al 112% y la segunda al 110% y entre ambas produjeron un total de 400 máquinas. ¿Cuántas máquinas produjo cada una por separado?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 360 \\ 1,12x + 1,1y = 400 \end{cases} \rightarrow x = 200,0, y = 160,0 \rightarrow 224 \text{ y } 176 \text{ máquinas}$$

28. Una persona tiene una bañera de 492 litros. Si quiere llenar a rebosar la bañera, con ella completamente sumergida, debe echar 35 cubos de agua pero si la persona tuviera doble volumen harían falta cinco cubos menos. ¿Cuál es el volumen de la persona y la capacidad del cubo?

$$\text{Sol: } \begin{cases} 492 - x = 35y \\ 492 - 2x = 30y \end{cases} \rightarrow x = \frac{123}{2}, y = \frac{123}{10} \rightarrow \text{Cubo 12,3 litros y la persona 61,5 litros}$$

29. Hace cinco años Pedro tenía triple edad que Jesús y dentro de un año sólo será el doble. ¿Cuáles son las edades de ambos en la actualidad?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x - 5 = 3(y - 5) \\ x + 1 = 2(y + 1) \end{cases} \rightarrow x = 23, y = 11 \rightarrow \text{Pedro 23 años y Jesús 11 años}$$

30. Halla una fracción equivalente a $3/8$ cuyo numerador más denominador sume 55.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x/y = 3/8 \\ x + y = 55 \end{cases} \rightarrow x = 15, y = 40 \rightarrow \text{Fracción } 15/40$$

31. El área de un rectángulo no variaría si se aumentase su base en 6 cm y a la vez se disminuyese su altura en 3 cm. Tampoco variaría si la base disminuyese en 4 cm y la altura aumentase en 3 cm. ¿Cuáles son las dimensiones actuales del rectángulo?

$$\text{Sol: } \begin{cases} xy = (x + 6)(y - 3) \\ xy = (x - 4)(y + 3) \end{cases} \rightarrow x = 24, y = 15 \rightarrow \text{Base 24 cm y altura 15 cm}$$

32. Las dos cifras de un número suman 6. Ese número y el que resulta de invertir el orden de sus cifras están en la relación 4:7. Hállalo.

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 6 \\ (10x + y)/(10y + x) = 4/7 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = 4 \rightarrow \text{Número 24}$$

33. Dos pueblos A y B están situados en lados opuestos de un puerto de montaña. Un ciclista que sube a 12 km/h y desciende a 36 km/h emplea 45 minutos en ir de A a B; en cambio, el viaje de regreso le lleva diez minutos más. ¿Qué distancia, por carretera, separa a y B?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x/12 + y/36 = 45/60 \\ y/12 + x/36 = 55/60 \end{cases} \rightarrow x = 6, y = 9 \rightarrow 15 \text{ kilómetros}$$

34. En otro puerto de montaña también hay dos pueblos situados a lados distintos y, en este caso, distantes 18 km por carretera. Un ciclista, que sube a 12 km/h y desciende a 30 km/h, emplea una hora en ir de uno al otro. ¿Cuántos kilómetros tiene de subida y bajada?

$$\text{Sol: } \begin{cases} x + y = 18 \\ x/12 + y/30 = 1 \end{cases} \rightarrow x = 8, y = 10 \rightarrow \text{Subida 8 km y bajada 10 km}$$

35. Dos capitales son tales que colocados el mayor al 5% y el menor al 6% se obtiene una renta anual de 930 euros, pero si se intercambiasen los intereses la renta sería de 940 euros. Halla ambos capitales.

$$\text{Sol: } \begin{cases} 0,05x + 0,06y = 930 \\ 0,06x + 0,05y = 940 \end{cases} \rightarrow x = 9000,0, y = 8000,0 \rightarrow \text{Mayor 9.000 euros y menor 8.000 euros}$$