

1. Calcular, usando las identidades fundamentales de la trigonometría, las razones trigonométricas de un ángulo agudo x sabiendo que:

(a) $\cos x = \frac{1}{2}$

Sol:

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos x = \frac{1}{2}, \tan x = \sqrt{3}.$$

El ángulo agudo que cumple esas razones es 60° .

(c) $\cos x = \frac{1}{3}$

Sol:

$$\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos x = \frac{1}{3}, \tan x = 2\sqrt{2}.$$

El ángulo agudo que cumple esas razones es $70,53^\circ$.

(e) $\sin x = \frac{4}{5}$

Sol:

$$\sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}, \tan x = \frac{4}{3}.$$

El ángulo agudo que cumple esas razones es $53,13^\circ$.

(b) $\tan x = \frac{1}{2}$

Sol:

$$\sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan x = \frac{1}{2}.$$

El ángulo agudo que cumple esas razones es $26,57^\circ$.

(d) $\tan x = 3$

Sol:

$$\sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \cos x = \frac{\sqrt{10}}{10}, \tan x = 3.$$

El ángulo agudo que cumple esas razones es $71,57^\circ$.

(f) $\tan x = 5$

Sol:

$$\sin x = \frac{5\sqrt{26}}{26}, \cos x = \frac{\sqrt{26}}{26}, \tan x = 5.$$

El ángulo agudo que cumple esas razones es $78,69^\circ$.

2. Resuelve los triángulos rectángulos:

- (a) Sabiendo que los catetos miden 8 y 15 cm.

Sol: Los lados del triángulo miden: 8, 15, 17 cm. Y los ángulos: $28,07^\circ$, $61,93^\circ$, 90°

Sol: Los lados del triángulo miden: 12, 20,78, 24 cm. Y los ángulos: 30° , 60° , 90°

- (c) Sabiendo que un cateto mide 8 cm. y su ángulo opuesto 45°

Sol: Los lados del triángulo miden: 8, 8, 11,31 cm. Y los ángulos: 45° , 45° , 90°

- (d) Sabiendo que la hipotenusa mide 18 cm. y un

ángulo 60°

Sol: Los lados del triángulo miden: 15,59, 9, 18 cm. Y los ángulos: 60° , 30° , 90°

- (e) Sabiendo que un cateto mide 18 cm. y el ángulo opuesto al otro cateto 30°

Sol: Los lados del triángulo miden: 18, 10,39, 20,78 cm. Y los ángulos: 60° , 30° , 90°

3. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α si:

(a) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \alpha \in III$

Sol: $\sin \alpha = -\frac{1}{2}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 210°

(c) $\sin \alpha = \frac{1}{2} \wedge \alpha \in II$

Sol: $\sin \alpha = \frac{1}{2}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 150°

(e) $\tan \alpha = 1 \wedge \alpha \in III$

Sol: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \alpha = 1.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 225°

(b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \alpha \in II$

Sol: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \alpha = -\frac{1}{2}, \tan \alpha = -\sqrt{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 120°

(d) $\cos \alpha = -\frac{1}{2} \wedge \alpha \in III$

Sol: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \alpha = -\frac{1}{2}, \tan \alpha = \sqrt{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 240°

(f) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \wedge \alpha \in IV$

Sol: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \alpha = -1.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 315°

4. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α si:

(a) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \tan \alpha > 0$

Sol:
 $\sin \alpha = -\frac{1}{2}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 210°

Sol:

$\sin \alpha = -\frac{1}{2}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 150°

(b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \tan \alpha < 0$

Sol:
 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \alpha = -\frac{1}{2}, \tan \alpha = -\sqrt{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 120°

(d) $\cos \alpha = -\frac{1}{2} \wedge \tan \alpha > 0$

Sol:

$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \alpha = -\frac{1}{2}, \tan \alpha = \sqrt{3}.$
El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 240°

(c) $\sin \alpha = \frac{1}{2} \wedge \cos \alpha < 0$

(e) $\tan \alpha = 1 \wedge \cos \alpha < 0$

Sol:

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \alpha = 1.$$

El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 225°

$$(f) \quad \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \wedge \tan \alpha < 0$$

Sol:

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \alpha = -1.$$

El ángulo que cumple las condiciones del ejercicio es: 315°

5. Resuelve las siguientes ecuaciones

$$(a) \quad \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\textbf{Sol: } x = 30^\circ, x = 330^\circ$$

$$\textbf{Sol: } x = 60^\circ, x = 120^\circ, x = 240^\circ, x = 300^\circ$$

$$(b) \quad \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\textbf{Sol: } x = 150^\circ, x = 210^\circ$$

$$(d) \quad 2(\sin x)^2 - \sin x - 1 = 0$$

$$\textbf{Sol: } x = -30^\circ, x = 90^\circ, x = 210^\circ$$

$$(c) \quad 4(\cos x)^2 - 1 = 0$$

6. Resuelve los siguientes problemas:

- (a) El lado de un rombo mide 30 cm y el ángulo menor es de 40° . ¿Cuánto miden las diagonales del rombo?

$$\textbf{Sol: } \text{ las diagonales miden } 20,52 \text{ y } 56,38 \text{ respectivamente}$$

- (b) Desde el punto donde estoy, la visual al punto más alto de una torre que tengo enfrente forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si me acerco 100 m, el ángulo es de 60° . ¿Cuál es la altura del edificio?

$$\textbf{Sol: } \begin{cases} \tan(60) = \frac{y}{x} \\ \tan(30) = \frac{y}{x+100} \end{cases} \rightarrow \{x : 50,0043301290378, y : 86,6125002165064\}$$

- (c) Dos torres distan entre sí 200 m. Desde un punto que está entre las torres vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 45° y 60° . ¿Cuál es la altura de las torres si sabemos que uno es 40 m más alto que el otro?

Sol:

Si la mayor altura se corresponde con el ángulo 45° :

$$\begin{cases} \tan(60) = \frac{y}{200-x} \\ \tan(45) = \frac{y+40}{x} \end{cases} \rightarrow \{x : 141,436989861279, y : 101,436989861279\} \rightarrow 101,436989861279$$

Si la mayor altura se corresponde con el ángulo 60° :

$$\begin{cases} \tan(60) = \frac{y+40}{200-x} \\ \tan(45) = \frac{y}{x} \end{cases} \rightarrow \{x : 112,155484791918, y : 112,155484791918\} \rightarrow 112,155484791918$$

- (d) Halla el área de un paralelogramo cuyos lados miden 40 cm y 45 cm y forman un ángulo de 60° .

Sol: La altura mide 34,64 cm y por tanto el área es 1559,0 cm²