# Variables de Probabilidad

Departamento de Matemáticas
IES Pedro Cerrada

## 1 Funciones

### 1.1. Definición

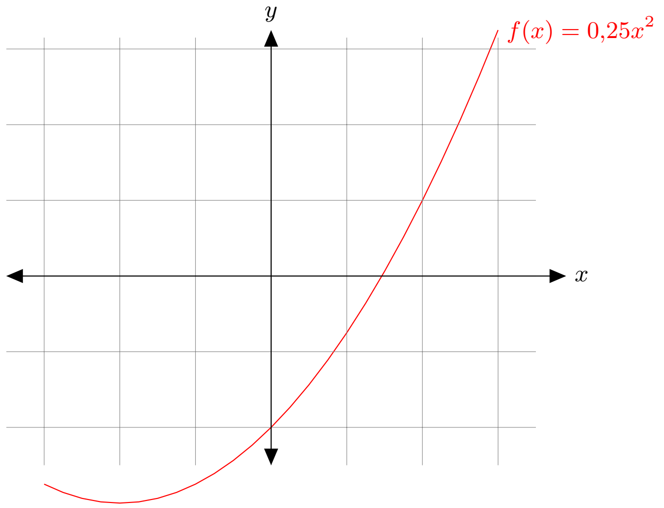
En el lenguaje matemático se dice que $y$ es **función** de $x$ cuando $y$ depende de $x$.

## 2 Características de una función

### 2.1. Dominio y recorrido

El conjunto de los posibles valores de la variable independiente se llama **dominio de la función** ($Dom(f)$); y el conjunto de valores que toma la variable dependiente, **imagen o recorrido de la función** ($Im(f)$).

**Ejemplo** $y = x^2$ o $f(x) = x^2$, $x$ es la variable independiente e $y$ es la variable dependiente. El $Dom(f) = \{x \in \mathrm{R} | \exists y = f(x)\}$




### 2.2. Crecimiento y decrecimiento

### 2.3. Cortes con ejes

### 2.4. Funciones acotadas

### 2.5. Funciones periódicas

### 2.6. Funciones inyectivas y biyectivas

### 2.7. Continuidad

De manera informal, una función es continua si se puede dibujar con un solo trazo, o lo que es lo mismo, sin levantar "del papel.$^{el}$ "bolígrafo". Para dar una definición

## 3 Continuidad y límites

### 3.1. Límites en un punto

Dado $x_0 \neq \pm\infty$, decimos que $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = l$ cuando ocurre que si $x$ toma valores próximos al número $x_0$ (tanto menores como mayores), los correspondientes valores de $f(x)$ se aproximan al número $l$

### 3.2. Límites laterales

#### 3.2.1. Límites por la derecha

Dado $x_0 \neq \pm\infty$, decimos que $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = l$ cuando ocurre que si $x$ toma valores próximos al número $x_0$ pero mayores que él, los correspondientes valores de $f(x)$ se aproximan al número $l$

#### 3.2.2. Límites por la izquierda

Dado $x_0 \neq \pm\infty$, decimos que $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = l$ cuando ocurre que si $x$ toma valores próximos al número $x_0$ pero menores que él, los correspondientes valores de $f(x)$ se aproximan al número $l$

**Teorema de unicidad del límite:** Dado $x_0 \neq \pm\infty$,

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = l \leftrightarrow \lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x) = l$$

Por lo tanto si los límites laterales no coinciden, el límite no existe.

**Ejemplo:** Calcula el límite de la función $f(x) = \dfrac{1}{x}$ cuando $x \to 0$.

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

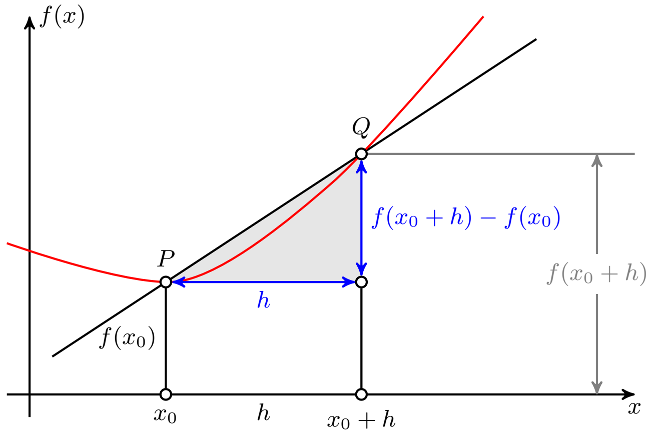
Derivatives and Integrals

## Basic Differentiation Rules

1. $\frac{d}{dx}[cu] = cu'$
2. $\frac{d}{dx}[u \pm v] = u' \pm v'$
3. $\frac{d}{dx}[uv] = uv' + vu'$
4. $\frac{d}{dx}[\frac{u}{v}] = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
5. $\frac{d}{dx}[c] = 0$
6. $\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1} \quad u'$
7. $\frac{d}{dx}[x] = 1$
8. $\frac{d}{dx}[\mid u \mid] = \frac{u}{\mid u \mid}(u'), \quad u \neq 0$
9. $\frac{d}{dx}[ln \quad u] = \frac{u'}{u}$
10. $\frac{d}{dx}[e^u] = e^u \quad u'$
11. $\frac{d}{dx}[sin \quad u] = (cos \quad u)u'$
12. $\frac{d}{dx}[cos \quad u] = -(sin \quad u)u'$
13. $\frac{d}{dx}[tan \quad u] = (sec^2 \quad u)u'$
14. $\frac{d}{dx}[cot \quad u] = -(csc^2 \quad u)u'$
15. $\frac{d}{dx}[sec \quad u] = (sec \quad u \quad tan \quad u)u'$
16. $\frac{d}{dx}[csc \quad u] = -(csc \quad u \quad cot \quad u)u'$
17. $\frac{d}{dx}[arcsin \quad u] = \frac{u'}{\sqrt{-1 - u^2}}$
18. $\frac{d}{dx}[arccos \quad u] = \frac{-u'}{\sqrt{1 - u^2}}$
19. $\frac{d}{dx}[arctan \quad u] = \frac{u'}{1 + u^2}$
20. $\frac{d}{dx}[arccot \quad u] = \frac{-u'}{1 + u^2}$
21. $\frac{d}{dx}[arcsec \quad u] = \frac{u'}{\mid u \mid \sqrt{u^2 - 1}}$
22. $\frac{d}{dx}[arcsec \quad u] = \frac{-u'}{\mid u \mid \sqrt{u^2 - 1}}$

## Basic Integration Formulas

1. $\int k \quad f(u) \quad du = k \int f(u) \quad du$
2. $\int \quad [f(u) \pm g(u)] \quad du = \int f(u) \quad du \pm \int g(u) \quad du$
3. $\int du = u + C$
4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$
5. $\int \frac{d}{u} = ln \mid u \mid + C$
6. $\int e^u du = e^u + C$
7. $\int sin \quad u \quad du = -cos u + C$
8. $\int cos \quad u \quad du = sin \quad u + C$
9. $\int tan \quad u \quad du = -ln \mid cos \quad u \mid + C$
10. $\int cot \quad u \quad du = ln \mid sin \quad u \mid + C$
11. $\int sec \quad u \quad du = ln \mid sec \quad u + tan \quad du \mid + C$
12. $\int csc \quad u \quad du = -ln \mid csc \quad u + cot \quad u \mid + C$
13. $\int sec^2 u \quad du = tan \quad u + C$
14. $\int csc^2 \quad u \quad du = -cot \quad u + C$
15. $\int sec \quad u \quad tan \quad u \quad du = sec \quad u + C$
16. $\int csc \quad u \quad cot \quad du = -csc \quad u + C$
17. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = arcsin \frac{u}{a} + C$
18. $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} arctan \frac{u}{a} + C$
19. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} arcsec \frac{\mid u \mid}{a} + C$



| Función | Derivada |
|---|---|
| $f(x)=k$ | $f'(x)=0$ |
| $f(x)=x$ | $f'(x)=1$ |
| $f(x)=x^n$ | $f'(x)=n\cdot x^{n-1}$ |
| $f(x)=\sqrt{x}$ | $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $f(x)=\sqrt[n]{x}$ | $f'(x)=\frac{1}{n\cdot\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ |
| $f(x)=\ln x$ | $f'(x)=\frac{1}{x}$ |
| $f(x)=\log_a x$ | $f'(x)=\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln a}$ |
| $f(x)=e^x$ | $f'(x)=e^x$ |
| $f(x)=a^x$ | $f'(x)=a^x\cdot\ln a$ |
| $f(x)=\sin x$ | $f'(x)=\cos x$ |
| $f(x)=\cos x$ | $f'(x)=-\sin x$ |
| $f(x)=\tan x$ | $f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$ |

| Operaciones con derivadas |
|---|
| $y=u+v\rightarrow y'=u'+v'$ |
| $y=u-v\rightarrow y'=u'-v'$ |
| $y=K\cdot u\rightarrow y'=K\cdot u'$ |
| $y=u\cdot v\rightarrow y'=u'\cdot v+u\cdot v'$ |
| $y=\frac{u}{v}\rightarrow y'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$ |