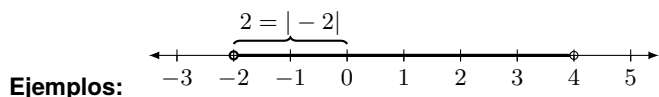


1 CONJUNTOS DE NÚMEROS REALES

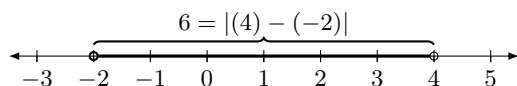
1.1. Repaso de Intervalos, Entornos y Valor Absoluto

- Se define el **valor absoluto** de un número como la distancia al cero. Se calcula tomando el número con signo positivo.



Distancia entre dos números: Entre a y b hay una distancia de $|a - b|$

Ejemplo: Determina la distancia entre los números -2 y 4 :



2 FUNCIONES

2.1. Definición

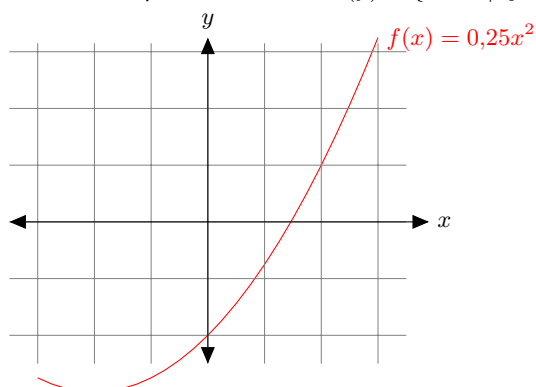
En el lenguaje matemático se dice que y es **función** de x cuando y depende de x .

3 CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

3.1. Dominio y recorrido

El conjunto de los posibles valores de la variable independiente se llama **dominio de la función** ($Dom(f)$); y el conjunto de valores que toma la variable dependiente, **imagen o recorrido de la función** ($Im(f)$).

Ejemplo $y = x^2$ o $f(x) = x^2$, x es la variable independiente e y es la variable dependiente. El $Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} | \exists y = f(x)\}$



3.2. Crecimiento y decrecimiento

3.3. Cortes con ejes

3.4. Funciones acotadas

3.5. Funciones periódicas

3.6. Funciones inyectivas y biyectivas

3.7. Continuidad

De manera informal, una función es continua si se puede dibujar con un solo trazo, o lo que es lo mismo, sin levantar "del papel." el "bolígrafo". Para dar una definición

4 CONTINUIDAD Y LÍMITES

4.1. Límites en un punto

Dado $x_0 \neq \pm\infty$, decimos que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ cuando ocurre que si x toma valores próximos al número x_0 (tanto menores como mayores), los correspondientes valores de $f(x)$ se aproximan al número l

4.2. Límites laterales

4.2.1. Límites por la derecha

Dado $x_0 \neq \pm\infty$, decimos que $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$ cuando ocurre que si x toma valores próximos al número x_0 pero mayores que él, los correspondientes valores de $f(x)$ se aproximan al número l

4.2.2. Límites por la izquierda

Dado $x_0 \neq \pm\infty$, decimos que $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l$ cuando ocurre que si x toma valores próximos al número x_0 pero menores que él, los correspondientes valores de $f(x)$ se aproximan al número l

Teorema de unicidad del límite: Dado $x_0 \neq \pm\infty$,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$$

Por lo tanto si los límites laterales no coinciden, el límite no existe.

Ejemplo: Calcula el límite de la función $f(x) = \frac{1}{x}$ cuando $x \rightarrow 0$.

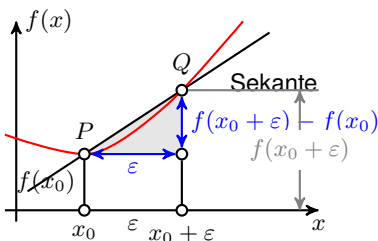
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

Basic Differentiation Rules

1. $\frac{d}{dx}[cu] = cu'$
3. $\frac{d}{dx}[uv] = uv' + vu'$
5. $\frac{d}{dx}[c] = 0$
7. $\frac{d}{dx}[x] = 1$
9. $\frac{d}{dx}[\ln u] = \frac{u'}{u}$
11. $\frac{d}{dx}[\sin u] = (\cos u)u'$
13. $\frac{d}{dx}[\tan u] = (\sec^2 u)u'$
15. $\frac{d}{dx}[\sec u] = (\sec u \tan u)u'$
17. $\frac{d}{dx}[\arcsin u] = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
19. $\frac{d}{dx}[\arctan u] = \frac{u'}{1+u^2}$
21. $\frac{d}{dx}[\operatorname{arcsec} u] = \frac{u'}{|u| \sqrt{u^2-1}}$
2. $\frac{d}{dx}[u \pm v] = u' \pm v'$
4. $\frac{d}{dx}\left[\frac{u}{v}\right] = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
6. $\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1} u'$
8. $\frac{d}{dx}[|u|] = \frac{u}{|u|}(u'), \quad u \neq 0$
10. $\frac{d}{dx}[e^u] = e^u u'$
12. $\frac{d}{dx}[\cos u] = -(\sin u)u'$
14. $\frac{d}{dx}[\cot u] = -(\csc^2 u)u'$
16. $\frac{d}{dx}[\csc u] = -(\csc u \cot u)u'$
18. $\frac{d}{dx}[\arccos u] = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$
20. $\frac{d}{dx}[\operatorname{arccot} u] = \frac{-u'}{1+u^2}$
22. $\frac{d}{dx}[\operatorname{arcsec} u] = \frac{-u'}{|u| \sqrt{u^2-1}}$

Basic Integration Formulas

1. $\int k f(u) du = k \int f(u) du$
3. $\int du = u + C$
5. $\int \frac{du}{u} = \ln |u| + C$
7. $\int \sin u du = -\cos u + C$
9. $\int \tan u du = -\ln |\cos u| + C$
11. $\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + C$
13. $\int \sec^2 u du = \tan u + C$
15. $\int \sec u \tan u du = \sec u + C$
17. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$
19. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{|u|}{a} + C$
2. $\int [f(u) \pm g(u)] du = \int f(u) du \pm \int g(u) du$
4. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$
6. $\int e^u du = e^u + C$
8. $\int \cos u du = \sin u + C$
10. $\int \cot u du = \ln |\sin u| + C$
12. $\int \csc u du = -\ln |\csc u + \cot u| + C$
14. $\int \csc^2 u du = -\cot u + C$
16. $\int \csc u \cot u du = -\csc u + C$
18. $\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C$



Función	Derivada
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = \sqrt[n]{x}$	$f'(x) = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln a$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
$f(x) = \tan x$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

Operaciones con derivadas
$y = u + v \rightarrow y' = u' + v'$
$y = u - v \rightarrow y' = u' - v'$
$y = K \cdot u \rightarrow y' = K \cdot u'$
$y = u \cdot v \rightarrow y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Regla de la cadena Dada una función compuesta:

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Ejemplo Dado la función $f(x)$