

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Tiempo: 45 minutos**
**Tipo: A**

Esta prueba tiene 11 ejercicios. La puntuación máxima es de 10. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Puntos:	4	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	10

1. Dado el sistema de ecuaciones en función del parámetro  $a$ :

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + a^2y - z = 3 - a \\ x - y + az = 1 \end{cases}$$

- (a) Determine para qué valores de  $a$  el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para  $a = 0$  (2 puntos)
- (b) Determine para qué valor de  $a$  el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso (1 punto)
- (c) Determine para qué valor de  $a$  el sistema no tiene solución (1 punto)

2. Considere las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Compruebe que la matriz  $A$  es regular (o inversible) y calcule su inversa (2 puntos)
- (b) Resuelva la ecuación matricial  $AX - B = C^t$ , donde  $C^t$  denota la traspuesta de  $C$  (1 punto)

3. Si  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 7$ , calcula el valor del siguiente determinante sin desarrollarlo, indicando las propiedades que aplicas: (3 puntos)

$$\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ a+d & b+e & c+f \\ -g+a & -h+b & -i+c \end{vmatrix}$$

Ejercicios

4. Los puntos  $A = (0, -1, 1)$ ,  $B = (1, 1, 1)$  son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice,  $C$ , está contenido en la recta  $r$  que pasa por el punto  $B$  y es perpendicular al plano  $\pi \equiv 2x - y + z = 1$ .

- (a) Calcule la ecuación de la recta  $r$
  - (b) Calcule las coordenadas del vértice  $C$  sabiendo que el área del triángulo es  $3\sqrt{30}$
5. Los puntos  $A = (2, 0, 0)$ ,  $B = (-1, 12, 4)$  son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice se encuentra en la recta  $r \equiv \begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$ 
  - (a) Calcule las coordenadas del tercer vértice  $C$ , sabiendo que la recta  $r$  es perpendicular a la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $C$
  - (b) Determine el ángulo que forman los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{AC}$
  - (c) Calcule el área del triángulo  $ABC$
6. Problema 19.1.3 (2,5 puntos) Dados los puntos  $A(1, 2, -3)$ ;  $B(1, 5, 0)$ ;  $C(5, 6, -1)$  y  $D(4, -1, 3)$ , se pide:
  - (a) Calcular el plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$
  - (b) Calcular el volumen del tetraedro determinado por los cuatro puntos
  - (c) Calcular el área del triángulo determinado por  $A, B$  y  $C$
7. Problema 0.1.1 Dados los vectores  $\vec{u}(a, 1+a, 2a)$ ,  $\vec{v}(a, 1, a)$  y  $\vec{w}(1, a, 1)$  se pide:
  - (a) a
8. problema 16.1.3 Dados el plano  $\pi \equiv x + 2y - z = 5$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$ 
  - (a) Determina la ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y pasa por el punto  $P(1, 0, 1)$
  - (b) Hallar la ecuación de la recta, en forma implícita (intersección de dos planos), que es perpendicular al plano  $\pi$  y pasa por el punto  $Q(2, 1, 1)$
9. Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . y  $B = \begin{pmatrix} k & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Discutir en función de los valores que pueda tomar  $k$ , si la matriz  $AB$  tiene inversa. (5 puntos) Discutir, en función de los valores de  $k$ , si la matriz  $BA$  tiene inversa. (5 puntos)
10. Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & -b & 3c \\ 3a & 0 & 4c \end{pmatrix}$  donde  $a, b$  y  $c$  son no nulos. Determina el número de columnas de  $A$  que son linealmente independientes. (5 puntos) Calcula el rango de  $A$  y razona si la matriz tiene inversa. (5 puntos)

11. Discutir y resolver el siguiente sistema de acuerdo con los valores del parámetro  $m$ .  $\begin{cases} 5x + 4y + 2z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ 4x - y + m^2z = m - 1 \end{cases}$  (10 puntos)