

Nombre: _____ Fecha: _____

Tiempo: 45 minutos

Tipo: A

Esta prueba tiene 2 ejercicios. La puntuación máxima es de 5. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	Total
Puntos:	1	4	5

1. Determine los valores de a y b para sea continua la función:

(1 punto)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^x} & \text{si } x \leq 0 \\ a \cos(x) + b & \text{si } 0 < x \leq \pi \\ \sin(x) - ax & \text{si } \pi < x \end{cases}$$

Solución: Fuera de $x = 0$ y $x = \pi$ la función es continua por serlo sus trozos en sus dominios.

En $x = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f = \frac{1}{e^0} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f = a \cdot \cos(0) + b = a + b \rightarrow a + b = 1$$

En $x = \pi$:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f = a \cdot \cos(\pi) + b = b - a$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f = \sin(\pi) - a \cdot \pi = -a \cdot \pi \rightarrow b - a = -a \cdot \pi$$

$$(2 - \pi) \cdot a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2 - \pi} \rightarrow b = \frac{1 - \pi}{2 - \pi}$$

2. Calcula las siguientes integrales:

(a)

(1 punto)

$$\int x^2 \ln(x) dx$$

Solución: $\left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = \frac{1}{x} dx \\ dv = x^2 dx & v = \frac{x^3}{3} \end{array} \right| \rightarrow \frac{x^3 \ln(x)}{3} - \frac{x^3}{9} + K$

(b)

(2 puntos)

$$\int x^2 \ln^2(x) dx$$

Solución: $\left \begin{array}{ll} u = \ln^2 x & du = \frac{2}{x} \cdot \ln x dx \\ dv = x^2 dx & v = \frac{x^3}{3} \end{array} \right \rightarrow \frac{x^3 \ln(x)^2}{3} - \frac{2x^3 \ln(x)}{9} + \frac{2x^3}{27} + K$

(c)

(1 punto)

$$\int_2^3 \frac{1}{2x^2 - 4x + 2} dx$$

Solución: $\frac{1}{4} \wedge F(x) = -\frac{1}{2x-2}$
--