

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Tiempo: 45 minutos**

Tipo: A

Esta prueba tiene 4 ejercicios. La puntuación máxima es de 7. La nota final de la prueba será la parte proporcional de la puntuación obtenida sobre la puntuación máxima.

Ejercicio:	1	2	3	4	Total
Puntos:	3	2	2	0	7

1. En un grupo de estudiantes, un 10 % sabe inglés y alemán, un 50 % sabe inglés pero no alemán y, entre los que saben alemán, un 40 % sabe inglés.

(a) ¿Qué porcentaje de estudiantes sabe inglés?

(1 punto)

**Solución:**

	$I$	$\bar{I}$	
$A$	10		
$\bar{A}$		50	
	60	40	100

$50 + 10 = 60\%$  de los estudiantes sabe inglés.

(b) ¿Qué porcentaje sabe alemán?

(1 punto)

**Solución:**  $P(I|A) = 0,4 \rightarrow \frac{P(I \cap A)}{P(A)} = 0,4 \rightarrow P(A) = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$  sabe alemán

	$I$	$\bar{I}$	
$A$	10	15	25
$\bar{A}$	50	25	75
	60	40	100

(c) ¿Qué porcentaje sabe alguno de los dos idiomas?

(1 punto)

**Solución:**  $1 - P(\text{Ninguno}) = 1 - 0,25 = 0,75 = 75\%$  sabe alguno

2. Dados dos sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio, se sabe que  $P(A) = 0,5$ ,  $P(B) = 0,3$  y  $P(A \cup B) = 0,6$ . ¿Son A y B independientes?

(2 puntos)

**Solución:**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,5 + 0,3 - 0,6 = 0,2 \neq 0,15 = 0,5 \cdot 0,3 = P(A) \cdot P(B)$

Por tanto no son independientes

3. Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, A y B. el 65 % de las pruebas se realizan con el escáner A y el resto con B. Se sabe que el escáner A tiene un 5 % de diagnósticos erróneos, mientras que el escáner B tiene un 8 % de diagnósticos erróneos.

Calcular la probabilidad de que:

- (a) El diagnóstico efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo. (1 punto)

**Solución:**

$$P(E) = (0,05 \times 0,65) + (0,08 \times 0,35) = 0,0325 + 0,028 = \mathbf{0,0605}$$

- (b) El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner A, sabiendo que ha resultado erróneo. (1 punto)

**Solución:**

$$P(A|E) = \frac{0,05 \times 0,65}{0,0605} = \frac{0,0325}{0,0605} \approx \mathbf{0,5376}$$

4. Los escolares de un cierto colegio de Zaragoza fueron encuestados acerca de su alimentación y ejercicio físico. Una proporción de  $\frac{2}{5}$  hacían ejercicio regularmente y  $\frac{2}{3}$  siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de  $\frac{9}{25}$  hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio.

- (a) ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?

**Solución:**

	$D$	$\neg D$	Total
$E$	$\frac{6}{25}$	$4/25$	$\frac{2}{5}$
$\neg E$	$32/75$	$13/75$	$3/5$
Total	$\frac{2}{3}$	$1/3$	1

Definimos los eventos: -  $D$ : Siempre desayuna. -  $E$ : Hace ejercicio regularmente.

Probabilidades dadas:

$$P(E) = \frac{2}{5}, \quad P(D) = \frac{2}{3}, \quad P(E|D) = \frac{9}{25}$$

Calculamos  $P(E) \cdot P(D)$ :

$$P(E) \cdot P(D) = \left(\frac{2}{5}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{15}$$

Calculamos  $P(E \cap D)$ :

$$P(E \cap D) = P(E|D)P(D) = \left(\frac{9}{25}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{18}{75} = \frac{6}{25}$$

Como  $P(E \cap D) \neq P(E) \cdot P(D)$ , los eventos \*\*no son independientes\*\*.

**No son independientes.**

- (b) Calcular la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.

**Solución:** Probabilidad de que no siempre desayune ni haga ejercicio:

$$P(\neg D \cap \neg E) = \frac{13}{75}$$