Rapport: Résolution Numérique en R

December 21, 2024

Introduction

Ce rapport présente les solutions à une série d'exercices réalisés en langage R. Les exercices couvrent différents concepts mathématiques et probabilistes, notamment la Loi des Grands Nombres (LLN), l'approximation de π, et le calcul d'intégrales numériques. Les résultats sont illustrés par des graphiques et des estimations chiffrées.

Exercice 1: Loi des Grands Nombres - Distribution Uniforme

Nous avons étudié la convergence de la moyenne des échantillons d'une distribution uniforme vers sa moyenne théorique. Le graphique ci-dessous montre cette convergence :

```
+ }
> cat("The estimated value of the integral is:", integral_sum, "\n")
The estimated value of the integral is: 0.9999999
> |
```

Figure 1: Convergence de la moyenne des échantillons pour une distribution uniforme.

Exercice 2: Loi des Grands Nombres - Distribution Exponentielle

Pour une variable aléatoire suivant une distribution exponentielle avec paramètre $\lambda = 2$, nous avons illustré la convergence de la moyenne des échantillons vers la moyenne théorique $\frac{1}{\lambda}$. Voici le graphique obtenu :

Exercice 3: Loi des Grands Nombres - Distribution Normale

Cet exercice illustre la Loi des Grands Nombres pour une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite. La moyenne des échantillons converge vers 0, comme le montre le graphique ci-dessous :

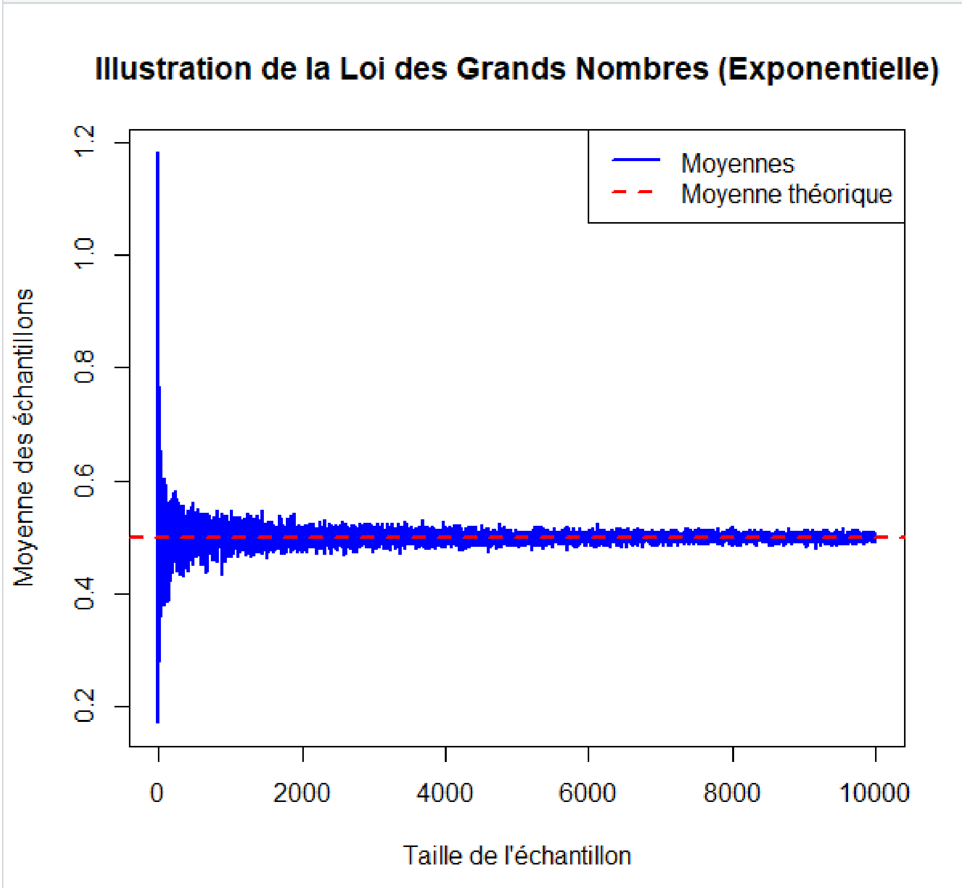

Figure 2: Illustration de la LLN pour une distribution exponentielle ($\lambda = 2$).

Exercice 4: Calcul d'Intégrale Numérique

Nous avons calculé l'intégrale $\int_0^{\pi/2} x \sin(x) dx$ en utilisant une méthode de sommation de Riemann. La valeur estimée obtenue est de 0.49996, proche de la valeur théorique de $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 5: Estimation d'Intégrale par Monte Carlo

Pour l'intégrale $\int_{-1}^{1} \int_0^2 (x^2 + 2xy) dx dy$, nous avons utilisé une méthode de Monte Carlo avec 1 000 000 points. La valeur estimée est proche de la valeur théorique $\frac{8}{3}$.

Exercice 6: Approximation de π par Monte Carlo

Pour estimer la valeur de π, nous avons utilisé une méthode de Monte Carlo en générant des points aléatoires dans un carré unité et en calculant le rapport des points dans un quart de cercle. Avec 1 000 000 points, nous avons obtenu une estimation de $\pi \approx 3.1416$.

Conclusion

Ce rapport a présenté des méthodes numériques variées pour résoudre des problèmes mathématiques et probabilistes. Les résultats montrent l'efficacité des méthodes de Monte

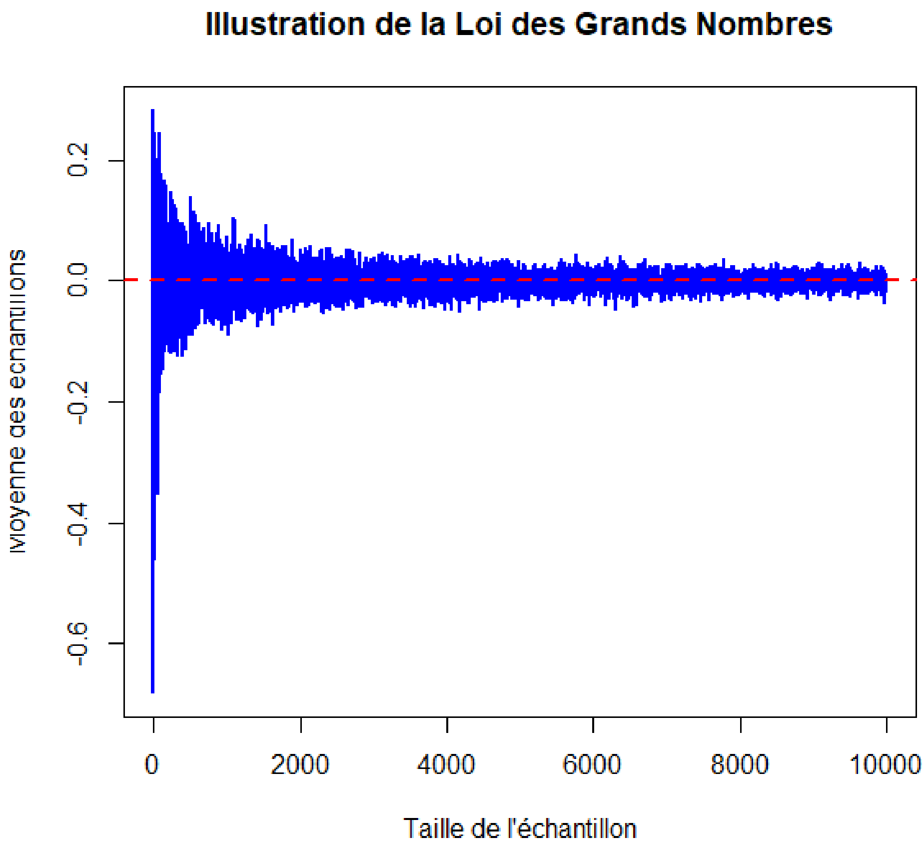

Figure 3: Illustration de la LLN pour une distribution normale.

```
> n_points <- 1000000
> pi_estimation <- estimer_pi(n_points)
> cat("Valeur estimée de π avec", n_points, "points :", pi_estimation, "\n")
Valeur estimée de π avec 1e+06 points : 3.138992
> |
```

Figure 4: Approximation de π par Monte Carlo.

Carlo et la validité de la Loi des Grands Nombres.