

# ETUDE EXPERIMENTALE D'UN MOTEUR STIRLING LTD DE TYPE GAMMA, INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES SUR LE FONCTIONNEMENT DU MOTEUR. COMPARAISON AVEC DES MODELES DE SIMULATION

LAVINIA GROSU<sup>1</sup>, PIERRE ROCHELLE<sup>1,2</sup>, NADIA MARTAJ<sup>1</sup>, STOIAN PETRESCU<sup>3</sup>,  
MONICA COSTEA<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université Paris Ouest Nanterre La Défense  
Laboratoire Energétique, Mécanique et Electromagnétisme  
Ville D'Avray, France  
[mgrosu@u-paris.fr](mailto:mgrosu@u-paris.fr)

<sup>2</sup>Institut Jean LeRond d'Alembert, UP6  
Saint Cyr l'Ecole, France

<sup>3</sup>Université Politehnica de Bucarest  
Chaire de Thermotechnique  
Bucarest, Roumanie

[stoian.petrescu@yahoo.com](mailto:stoian.petrescu@yahoo.com), [liana5802@yahoo.fr](mailto:liana5802@yahoo.fr)

**Abstract.** The paper presents the study of the influence of physical and geometrical parameters on the operating characteristics of a LTD (Low Temperature Differential) Stirling engine and the experimental results obtained from a bench tests. Analysis of these results allows pointing out the importance of a "good" design of the engine. Thus, by varying only two parameters: the displacer piston stroke and the phase angle between the two pistons (displacer piston and working piston), one obtains large differences in the Engine Operating Performances. These results are compared with those issued from simulation models that give, as by-product, an estimate of the relationship between the evolution of the wall heat transfer coefficient and the engine speed of revolution.

**Key words:** Stirling engine, test bench, numerical simulation, convective heat transfer variation law.

## Nomenclature :

$Z$  : position des pistons [m]  
 $\omega$  : vitesse de rotation [rad/s]  
 $\varphi$  : angle de déphasage [degrés]  
 $t$  : temps [s]  
 $V$  : volume [m<sup>3</sup>]  
 $A$  : section [m<sup>2</sup>]  
 $p$  : pression [Pa]  
 $N$  : vitesse de rotation [tr/min]  
 $U$  : tension d'alimentation [V]  
 $I$  : intensité du courant [A]  
 $K$  : conductance [W/K]  
 $W$  : travail [J/cycle]  
 $\dot{Q}$  : puissance calorifique [W]  
 $h$  : coefficient d'échange convectif [W/m<sup>2</sup>K]  
 $C$  : course du piston déplaceur [mm]  
 $PM$  : piston moteur  
 $PD$  : piston déplaceur

$PMH$  : point mort haut  
 $PMB$  : point mort bas

## Indices

$i$  : indiqué  
 $e$  : effectif  
 $m$  : piston moteur  
 $d$  : piston déplaceur  
 $amp$  : amplitude  
 $f$  : froid  
 $frot$  : frottement  
 $c$  : chaud  
 $mf$  : mort froid (volume)  
 $mc$  : mort chaud (volume)  
 $mr$  : mort régénérateur (volume)  
 $t$  : total

## 1. Introduction

Les moteurs thermiques Stirling, adaptables, performants et économiquement viables, possèdent une particularité intéressante du point de vue écologique. Ces machines n'ont pas de combustion interne associée à une alimentation périodique en gaz frais et des rejets de gaz brûlés, et fonctionnent toujours avec le même

gaz de travail qui est chauffé et refroidi de l'extérieur grâce à des sources variées (combustion, rayonnement solaire, récupération de chaleur perdue,...), ce qui leur confère une grande polyvalence [1-3]

## 2. Présentation du banc d'essais

Le moteur que nous avons étudié comporte 2 pistons: un piston déplaceur en polystyrène et un piston moteur en graphite. Les parois chaude et froide du moteur sont réalisées en aluminium. La source chaude du moteur est une plaque de circuit imprimé sur laquelle a été gravée une longue bande conductrice faisant office de résistance chauffante. Cette résistance est reliée à un générateur permettant de faire varier la puissance.

Pour étudier l'effet de la course du piston déplaceur et du déphasage entre les deux pistons sur les performances du moteur (travail, rendement, etc.), nous avons modifié le vilebrequin afin de disposer de 3 courses différentes et plusieurs angles de déphasage. Un système d'acquisition de données relié au banc d'essais moteur permet de relever en temps réel les valeurs nécessaires aux tracés du cycle thermodynamique, au calcul du travail et de la puissance mécanique fournie par le moteur. Les capteurs utilisés sont: un capteur de pression disposé dans le volume froid, un capteur de position placé au dessus du volant d'inertie afin de repérer la position du vilebrequin, un couplemètre élémentaire de Prony et des thermocouples de type K sur les plaques chaude et froide.

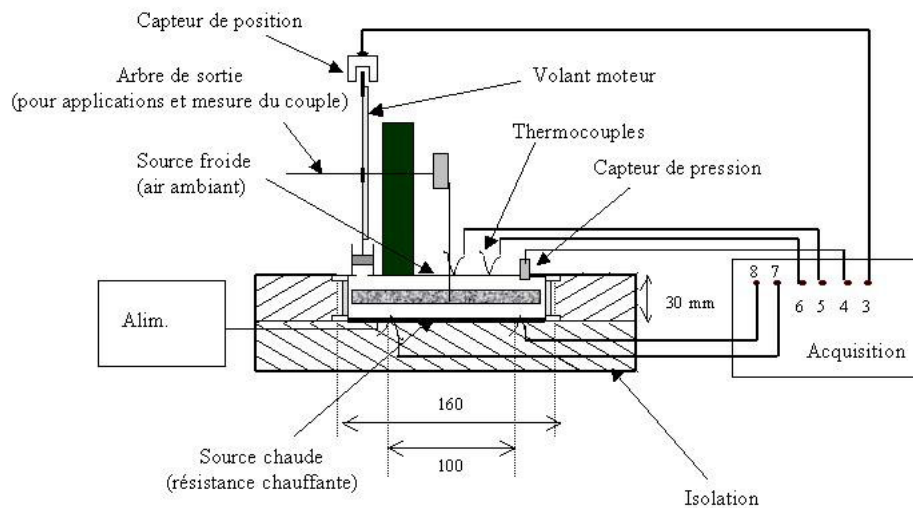


Fig. 1 – Moteur instrumenté

### 2.1. Etude du cycle

Un schéma du moteur Stirling de type  $\gamma$  est présenté figure 2, afin de mettre en évidence l'état initial des pistons moteur et déplaceur et leurs axes de référence :

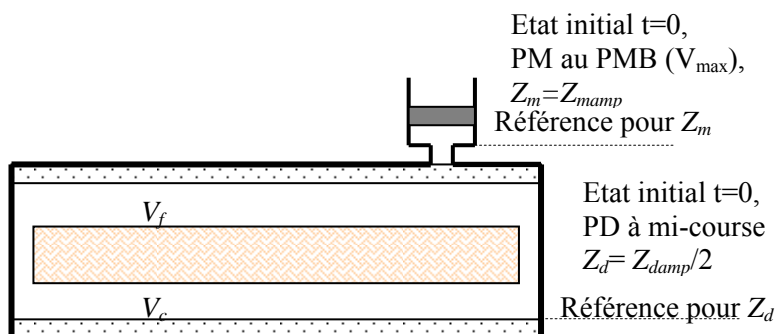


Fig. 2 – Schéma du moteur Stirling de type gamma

A partir des dimensions géométriques du moteur présentées dans le tableau 1, on détermine:  
- les positions instantanées du déplaceur et du piston moteur

$$(1) \quad \begin{cases} Z_d = \frac{Z_{damp}}{2} (1 + \cos(\omega t - \varphi)) \\ Z_m = \frac{Z_{mamp}}{2} (1 + \cos(\omega t)) \end{cases} .$$

- les volumes de gaz chaud et froid instantanés

$$(2) \quad \begin{cases} V_f = V_{mf} + (Z_{damp} - Z_d) A_d + Z_m A_m \\ V_c = V_{mc} + Z_d A_d \end{cases} .$$

- le volume de gaz total

$$(3) \quad V_t = V_c + V_f + V_{mr} .$$

Tableau 1  
*Dimensions géométriques du moteur*

Diamètre du piston déplaceur	138 mm
Hauteur du piston déplaceur	12,72 mm
Hauteur du cylindre déplaceur	25,60 mm
Diamètre du cylindre déplaceur	144 mm
Courses du piston déplaceur	6 ; 8 ou 10 mm
Diamètre du piston moteur	17,92 mm
Hauteur du piston moteur	16,03 mm
Course du piston moteur	10 mm
Volume mort chaud	0.00001496 m <sup>3</sup>
Volume mort froid	0.00001496 m <sup>3</sup>
Volume mort régénérateur	0.00001728 m <sup>3</sup>

Le calcul de la dérivée de la position instantanée du piston moteur

$$(4) \quad dZ_m = \frac{-Z_{mamp}}{2} \omega \sin(\omega t) dt .$$

$$(5) \quad dW = dZ_m p_m A_m .$$

Ainsi le travail d'un cycle est déterminé en sommant les valeurs de travail élémentaire par pas de temps (1ms pour le système d'acquisition utilisé)  $W = \oint dW$  . La puissance mécanique fournie par le moteur sera:

$$(6) \quad \dot{W} = W \frac{N}{60} = W \cdot \frac{\Omega}{2\pi} .$$

et le rendement, en admettant que toute la puissance électrique est fournie sous forme de chaleur au moteur,

$$(7) \quad \eta = \frac{\dot{W}}{U.I} .$$

### 3. Résultats expérimentaux

#### 3.1. Moteur isolé, sans charge

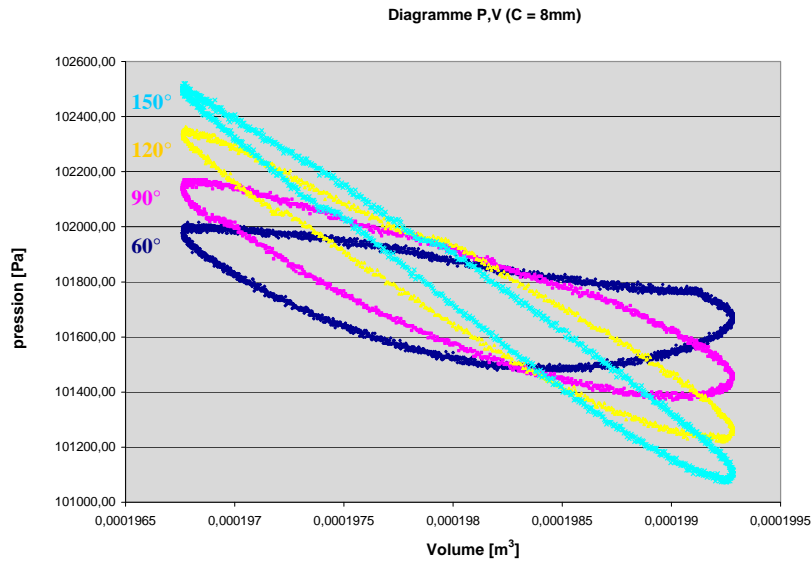


Fig. 3 – Diagramme indicateur p,V pour plusieurs angles de déphasage;  
UI = 2.16 W; Course déplaceur = 8 mm

Les cycles de fonctionnement du moteur pour plusieurs angles de déphasage sont présentés dans la figure 3. Le volume total n'étant modifié que par la position du piston moteur, nous pouvons ainsi remarquer que les volumes minimum et maximum sont identiques pour les quatre angles de déphasage – et pour les 3 courses différentes de piston déplaceur, comme d'autres graphiques l'ont montré [4]. En ce qui concerne le déphasage, le travail (la surface du cycle) est plus élevé lorsque le déphasage est plus faible. Par contre, les déphasages élevés permettent d'obtenir des différences de pressions plus élevées et des vitesses de rotation plus élevées.

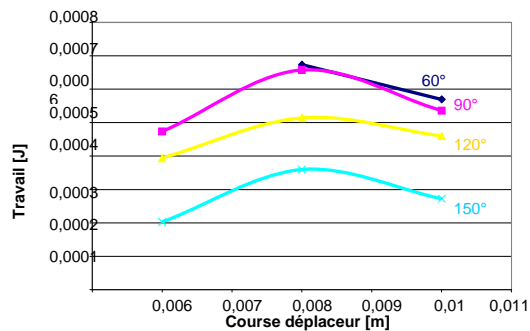


Fig. 4 – Travail fourni en fonction de la course du piston déplaceur pour une puissance de chauffage UI = 2.16 W

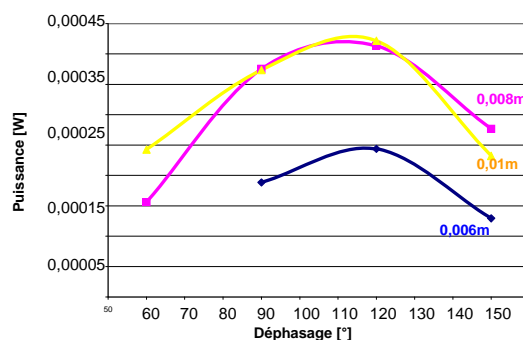


Fig. 5 – Puissance mécanique fournie en fonction du déphasage pour une puissance électrique de 2.16 W

Nous pouvons faire la même remarque à partir de la figure 4: lorsque le déphasage augmente de  $60^\circ$  à  $150^\circ$ , le travail diminue, quelque soit la course. Le travail le plus élevé correspond à une course de 8 mm. A noter que pour les déphasages extrêmes de  $30^\circ$  et  $180^\circ$ , on vérifie que le cycle ne s'effectue plus.

Les puissances les plus élevées s'obtiennent avec la course de 10 mm mais à des valeurs très proches de celles obtenues pour 8mm (Fig. 5), le déphasage optimal étant compris entre  $90^\circ$  et  $120^\circ$  (ce qui correspond également à une vitesse de rotation maximale).

Le rendement du cycle suit l'évolution de la puissance indiquée. A noter que, quelque soit la course ou le déphasage, le rendement reste dans des valeurs très faibles (inférieures à 0,02 %) du fait de la charge réduite.

## 2.2. Moteur non-isolé, sans charge

Une deuxième série de mesures sur ce moteur, plaque chaude et paroi latérale non-isolées cette fois-ci [7], a validé les résultats précédents pour des faibles puissances d'alimentation. Par contre on remarque un fonctionnement différent du moteur à des puissances de source chaude plus importantes. La figure 6 montre notamment un point de croisement entre les courbes caractéristiques correspondant à  $120^\circ$  et  $150^\circ$  à environ 2,3 W, ce qui correspond à une vitesse de rotation d'environ 50tr/min. La vitesse de rotation du moteur et implicitement la puissance indiquée augmentent avec le déphasage et ne passeront plus par un maximum de fonctionnement.

Une estimation par expérience de la conductance pour le calcul de la puissance perdue par conduction entre les sources, permet d'obtenir des résultats qui vont dans le même sens que ceux présentés dans la figure 6. La conductance est mesurée par chauffage du moteur à l'arrêt:  $UI = K \cdot \Delta T_{\text{arrêt}}$ , avec  $\Delta T_{\text{arrêt}}$  : l'écart de température entre la source chaude et la source froide à l'arrêt. La puissance perdue par conduction sera:  $\dot{Q}_{\text{pertes}} = K \cdot \Delta T$ , avec  $\Delta T$  l'écart de température entre les sources, pendant le fonctionnement du moteur.

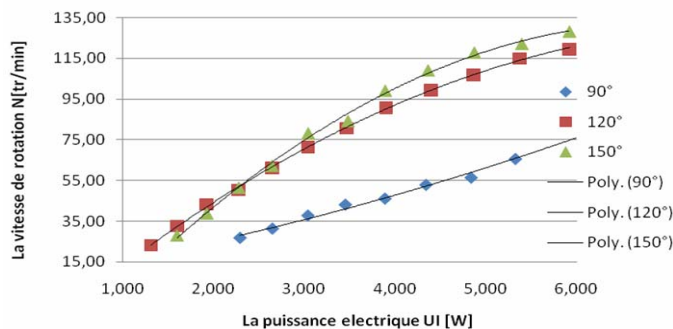


Fig. 6 – Variation de la vitesse de rotation en fonction de la puissance électrique pour une course du piston déplacé de 10 mm

On remarque dans la Fig. 7 que la puissance perdue par conduction diminue avec l'augmentation du déphasage, ce qui permet finalement d'accroître la puissance indiquée, consacrée dans ce cas (moteur sans charge) à vaincre les frottements internes.

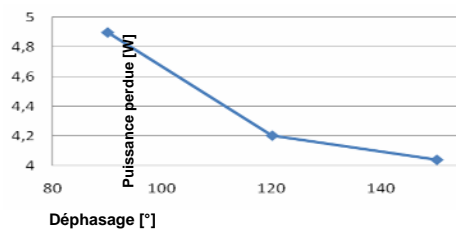


Fig. 7 – Variation de la puissance perdue par conduction en fonction de l'angle de déphasage, pour une course du déplacé de 0,01 m

En effet, si l'angle de déphasage augmente, la part de puissance thermique fournie au gaz, la puissance indiquée et la vitesse de rotation augmentent, les volumes d'air dans le moteur se déplacent implicitement plus vite et  $\Delta T$  diminue, d'où une part plus faible de la puissance perdue par conduction.

L'étude de l'évolution du rendement en fonction de la puissance de chauffage, dans le même intervalle de variation, permet de mettre en évidence un maximum de fonctionnement à environ 4,8 W (Fig. 8).

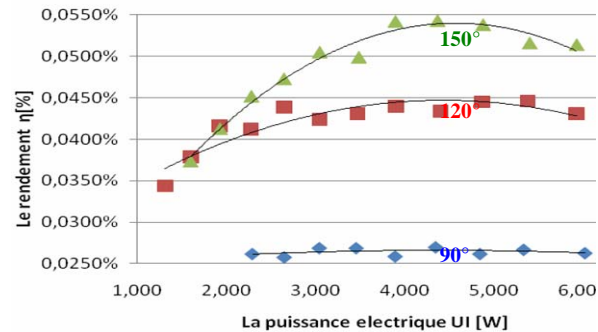


Fig. 8 – Variation du rendement en fonction de la puissance électrique, pour une course du piston déplaceur de 0.01 m

La Fig. 9 met en évidence des minimas pour le travail indiqué (égal ici au travail de frottement) en fonction de la vitesse de rotation (et implicitement de la puissance électrique). On note à nouveau la valeur de la vitesse de rotation d'environ 50 tr/min à partir de laquelle la tendance d'évolution du travail mécanique est inversée. Il est intéressant de remarquer que ce régime correspond aussi au point de croisement observé sur la Fig. 6.

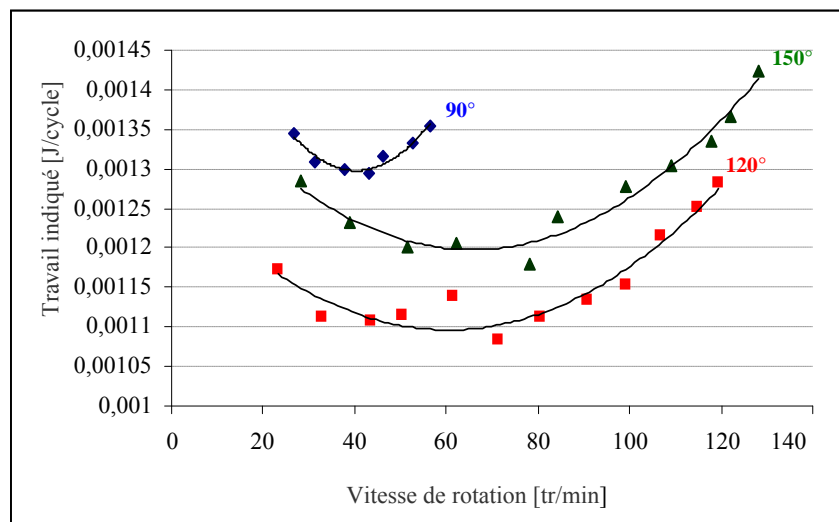


Fig. 9 – Variation du travail indiqué en fonction de la vitesse de rotation

### 2.3. Moteur non-isolé, avec charge

Le calcul du travail effectif et du travail perdu par frottements mécaniques a été effectué pour plusieurs couples-moteur obtenus en utilisant un couplemètre sur l'axe de l'arbre. Les résultats obtenus pour une puissance électrique de 4.8W, une course du déplaceur de 10mm et 3 déphasages, sont résumés dans le tableau 2.

**Tableau 2**  
*Résultats obtenus pour le moteur avec charge*

déphasage	$N$ [tr/min]	$W_i$ [J/cycle]	$W_e$ [J/cycle]	$W_{frot}$ [J/cycle]	$\eta_i$ [%]
60°	87,85	0,0018	0,0013	0,00047	0,055
	137,93	0,0011	0,00056	0,00056	0,054
90°	86,58	0,0018	0,00124	0,00056	0,053
	119,05	0,0012	0,00036	0,00083	0,049
120°	57,47	0,0020	0,00153	0,00049	0,040
	84,63	0,0013	0,00011	0,00117	0,038

Ces résultats permettent de mettre en évidence une dépendance croissante du travail de frottement à la vitesse de rotation, pour les trois déphasages considérés. Un couple important appliqué sur l'arbre moteur fait diminuer la vitesse de rotation et implicitement le travail de frottement (peu importe le déphasage). On retrouve également l'influence de la vitesse sur le travail indiqué, le travail effectif et le rendement indiqué du moteur qui vont augmenter avec la diminution de la vitesse [6].

### 3. Confrontation des résultats expérimentaux avec des modèles numériques

Les travaux obtenus, à partir des simulations, 0-D, 1-D, 2-D et l'expérience (configuration correspondant à 90° de déphasage et une course de 0.01 m, avec une température paroi chaude de 301 K, une température de plaque froide de 290 °C, ce qui correspond à une vitesse de 24 tr/min) sont résumés dans le tableau 3.

**Tableau 3**  
*Comparaison des résultats. Travail indiqué en [J/cycle]*

Expérience	$1.02 \cdot 10^{-3}$
Numérique 0-D	$1.00 \cdot 10^{-3}$
Numérique 1-D	$1.06 \cdot 10^{-3}$
Numérique 2-D	$8.02 \cdot 10^{-4}$

Une comparaison des cycles obtenus par les modèles et l'expérience est présentée sur la Fig. 10.

Le modèle 0-D correspond au modèle de Schmidt modifié [4]. Le cycle obtenu présente des amplitudes de pression supérieures aux autres d'environ 200 Pa car il ne prend pas en compte les irréversibilités autres qu'externes, en particulier les pertes de charges sont négligées et les volumes sont supposés isothermes.

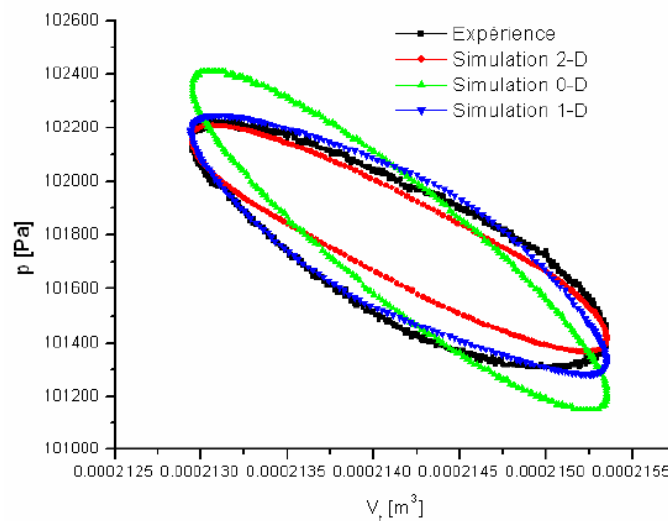


Fig. 10 – Diagramme (p, V) obtenu expérimentalement et numériquement [4]

Le modèle 1-D, réalisé avec le logiciel Amesim, fournit des informations plus précises et plus fines sur le moteur. Le moteur est divisé en 4 volumes différents : deux volumes pour l'espace froid, un pour l'espace

chaud et un autre pour le régénérateur. Le transfert de chaleur au niveau des sources chaude et froide est supposé du type uniquement convectif. Les températures de gaz ne sont plus supposées constantes comme pour le modèle 0-D. Afin d'accélérer les calculs et obtenir une convergence optimale, nous avons imposé le couple moteur indiqué à sa valeur ( $C = 0.00016 \text{ N.m}$ ) obtenue par l'expérience. La loi de transfert de chaleur par convection est ajustée en ce point pour retrouver la vitesse de rotation expérimentale, ce qui permet de déduire le coefficient d'échange par convection correspondant à ce point de fonctionnement  $h = 10.75 \text{ W/m}^2\text{.K}$ . Le modèle 1-D présente la meilleure concordance entre résultats simulation/expérience.

Une simulation 2-D des transferts d'énergie, des quantités de mouvement et de masse, des écoulements compressibles dans le moteur Stirling LTD sans régénération a été réalisée à l'aide d'un logiciel adapté à la simulation multi-physiques à maillage mobile (COMSOL) [4]. Le cycle réel et celui obtenu en simulation 2-D, bien que présentant les mêmes amplitudes de pression, montrent un écart de «surface» d'environ 20 % qui peut être expliqué par la différence de géométrie de la machine réelle avec le modèle supposé axisymétrique et l'hypothèse de régénération nulle qui n'est probablement pas respectée.

Cette différence est imputable également aux erreurs des mesures expérimentales (au moins de l'ordre de 10 %) et à la difficulté de maintenir une température constante sur les faces du prototype (au vu de l'irrégularité des transferts de chaleur au cours du temps).

#### 4. Estimation du coefficient d'échange convectif

Pour les écoulements alternatifs, les valeurs du coefficient d'échange qui dépend essentiellement de la géométrie et de la vitesse de déplacement du gaz de travail et donc de la vitesse du moteur, sont difficilement estimées. Nous avons utilisé les résultats d'expérimentations et le modèle 1-D, plus proche de la réalité, pour obtenir une estimation de ce coefficient en fonction d'un paramètre dynamique mesurable, la vitesse de rotation du moteur. D'après les références bibliographiques [5], nous avons choisi un modèle mathématique du type  $h = a N^b$ .

Nous pouvons observer sur la Fig. 12, deux tendances différentes correspondant à deux régimes de fonctionnement: un régime pour les faibles vitesses, un autre dès qu'on dépasse 50 tr/min. On retrouve donc cette même valeur de régime qu'au paragraphe 2.2 (Fig. 9) qui provoque un changement de comportement du moteur.

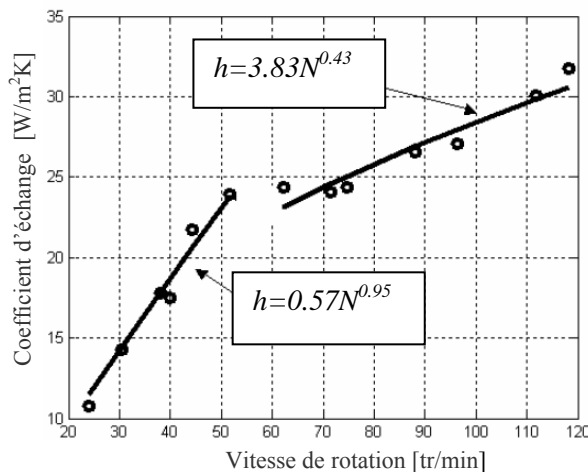


Fig. 11 – Evolution du coefficient d'échange par convection  $h$  en fonction de la vitesse de rotation du moteur  $N$  [4]

#### 5. Conclusion

Nous avons réalisé plusieurs séries d'essais sur un moteur Stirling de type gamma, afin de définir les paramètres géométriques et physiques optimaux de fonctionnement. Bien qu'on obtienne des différences dans les résultats de performance du moteur, il ressort que la course du piston déplaceur de 8mm associée à un déphasage de  $90^\circ$  à  $120^\circ$  permet d'obtenir les meilleures performances du moteur. Il semble que ce calage soit favorable à une réduction des frottements internes. Dans la plage des vitesses de rotation étudiées, un régime moteur qui correspond à un changement de comportement par rapport au transfert de chaleur, au



travail fourni ou encore par rapport au déphasage, a été mis en évidence. Enfin, des lois de variation du coefficient d'échange convectif en fonction de la vitesse de rotation du moteur ont été déduites par expérience et en utilisant le modèle numérique 1-D.

## REFERENCES

1. Rochelle P., Andrrjevski J., *Optimisation des cycles à rendement maximal*. Revue de l'Institut Français du Pétrole, **29**, 731-749 (**1974**).
2. Petrescu S., et al., *A method for determination of the performances of Stirling machines based on a PV /px diagram and first law for processes with finite speed*. The Fifth World Conference on Integrated Design and Process Technology, USA, June 4-8, **2000**.
3. Walker G. et al., *Adventures with Mar Weiss: A summary of experience with Stirling simulation*. The 25th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Reno Nevada, American Institute of Chemical Engineers, **1990**, pp. 342—345.
4. Martaj N., *Modélisation énergétique et exergétique, simulation et optimisation des moteurs Stirling à faible différence de températures. Confrontations avec l'expérience*. Thèse, Université Paris Ouest Nanterre La Défense, France, **2008**.
5. Heywood J.B., *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill Book Company, New York, USA, **1988**.
6. Grosu L., Rochelle P, Martaj N., *Thermodynamique à échelle finie: optimisation du cycle moteur de Stirling pour l'ingénieur*. COFRET'08, Nantes – France, 11 – 13 juin , **2008**.
7. Teodorescu D., *Etude des performances du moteur Stirling à faible  $\Delta T$  à l'aide de la Thermodynamique à échelle finie combinée avec la méthode de la Thermodynamique à vitesse finie*, Projet de fin d'études, UP Bucarest, **2009**.