

HCMUS - TOÁN RỜI RẠC (CNTT) - 13/11/2024  
HỌC KÌ I - NĂM HỌC 2024 - 2025 - THỜI GIAN: 60 PHÚT

1. (3.5 điểm = 1đ + 1đ + 0.5đ + 1đ). Cho các biến mệnh đề  $p, q, r, s$  và  $t$ .

- Đặt  $A = [(p \rightarrow r) \wedge q] \rightarrow (p \wedge q)$  và  $B = (\neg p \rightarrow \neg q)$ . Chứng minh  $A \leftrightarrow B$ .

Nếu  $p$  đúng thì chân trị của  $A$  ra sao? (Dùng  $B$  để giải thích ngắn gọn).

- Xét các suy luận sau:

Suy luận bên trái	Suy luận bên phải
$\neg s \wedge t$ (1)	$r \vee t$ (6)
$p \vee q$ (2)	$\neg p \rightarrow (q \wedge s)$ (7)
$q \rightarrow (r \rightarrow s)$ (3)	$p \wedge \neg t$ (8)
$t \rightarrow q$ (4)	$r \rightarrow \neg q$ (9)
$\therefore p$ (5)	$\therefore \neg q \rightarrow s$ (10)

Hãy chứng minh suy luận bên trái là *đúng* và giải thích tại sao suy luận bên phải là *sai*.

- Cho  $C = "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbf{Q}, y = \sin(3x)$  hay  $y = \cos(x)$ . Viết mệnh đề phủ định  $\neg C$  và xét chân trị của  $C$ .

2. (3 điểm = 1đ + 2đ)

- Cho  $A, B, C, D \subset E$ . Chứng minh  $[A \setminus (B \cup C)] \cup [(A \setminus B) \cap D] = [(A \setminus B) \setminus (C \cap \neg D)]$ .

Nếu  $D = \emptyset$  thì hãy rút gọn  $[(A \setminus B) \cap D]$  và  $(C \cap \neg D)$ .

- Cho  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  có  $f(x) = e^{-x} - 2e^x + 5, \forall x \in \mathbb{R}$ ,  $g: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  có  $g(x) = 2x^2 - x^{-2} + 5, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  và  $h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  thoả  $f \circ g = h$ .

Chứng minh rằng  $f$  là một song ánh và tìm biểu thức của ánh xạ ngược  $f^{-1}$ .

Tìm biểu thức của  $h$  (yêu cầu viết dưới dạng rút gọn).

3. (3.5 điểm = 1.5đ + 1đ + 1đ)

- Cho  $S = 0, 1, 2, \dots, 8, 9, 10$ . Hỏi  $S$  có bao nhiêu tập hợp con?

$S$  có bao nhiêu tập hợp con  $T$  thoả  $\|T\| = 6, \min T = 1$  và  $8 \leq \max T \leq 9$ ?

- Xếp  $a, a, a, b, b, b, c, c, c, c$  thành một dãy ký tự tùy ý có 10 ký tự (chẳng hạn dãy  $cabcbbaacbc, \dots$ ). Hỏi có tất cả bao nhiêu dãy ký tự như vậy?  
Nếu yêu cầu thêm ký tự đầu của dãy là  $a$  và ký tự cuối của dãy phải khác  $a$  thì ta có bao nhiêu dãy?
- Khi khai triển biểu thức  $(2x - 3y^2 + 4z^3 - 5t^4)^{14}$  ta được bao nhiêu đơn thức khác nhau và hệ số đứng trước  $x^8 y^4 z^9 t^4$  là bao nhiêu?

**HẾT**