Deber Seminario

Fausto Fabián Crespo Fernández

Variedades estables del Mapa de Henon

El mapa de Henon clásico se define como:

$$f(x,y) = (1 - ax^2 + by, bx)$$

(https://en.wikipedia.org/wiki/H%C3%A9non_map).

Sin embargo la versión del mapa de Henon estudiada en clase y que aparece en la página 51 del libro "An Introduction to dynamical systems"Alligood, Yorke, Sauer (Springer 2000) fue:

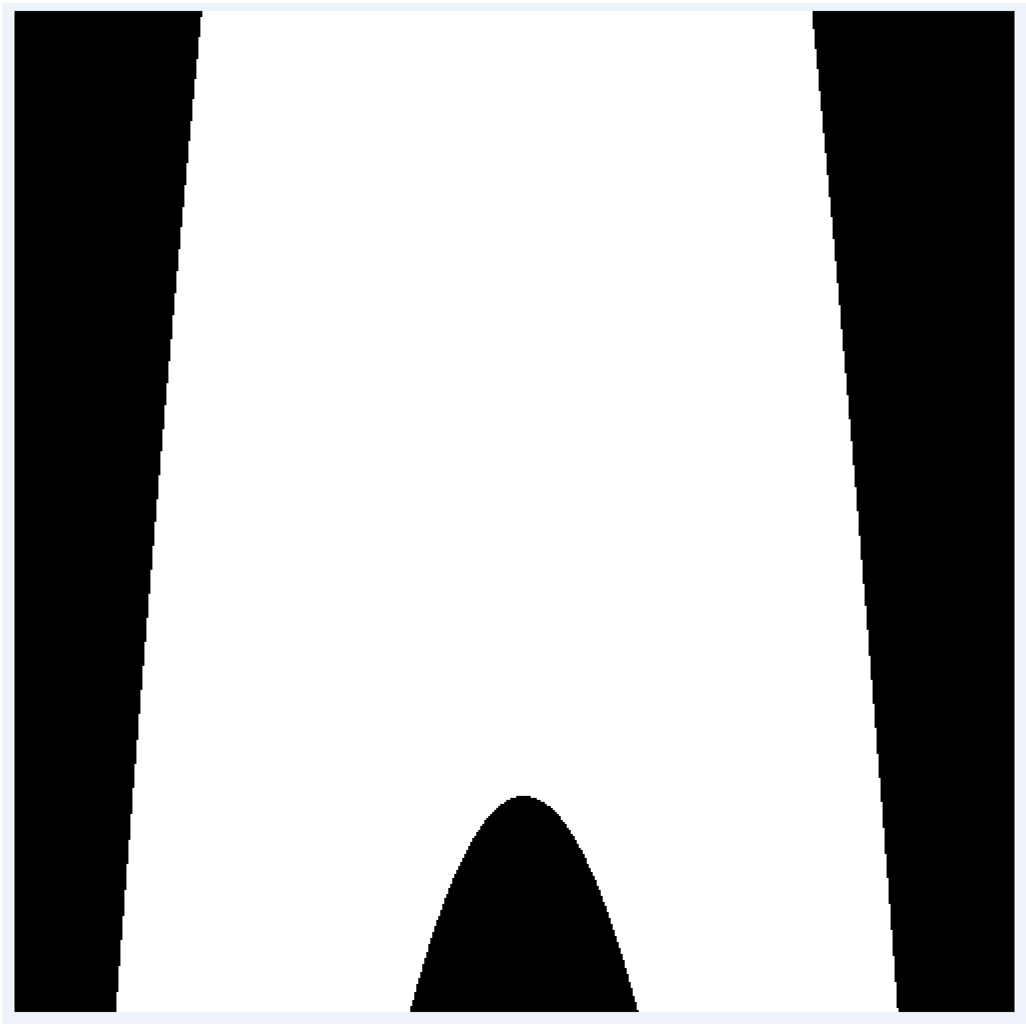
$$f(x,y) = (a - x^2 + by, x)$$

Para los valores de los parámetros

a=1.28
b=-0.3

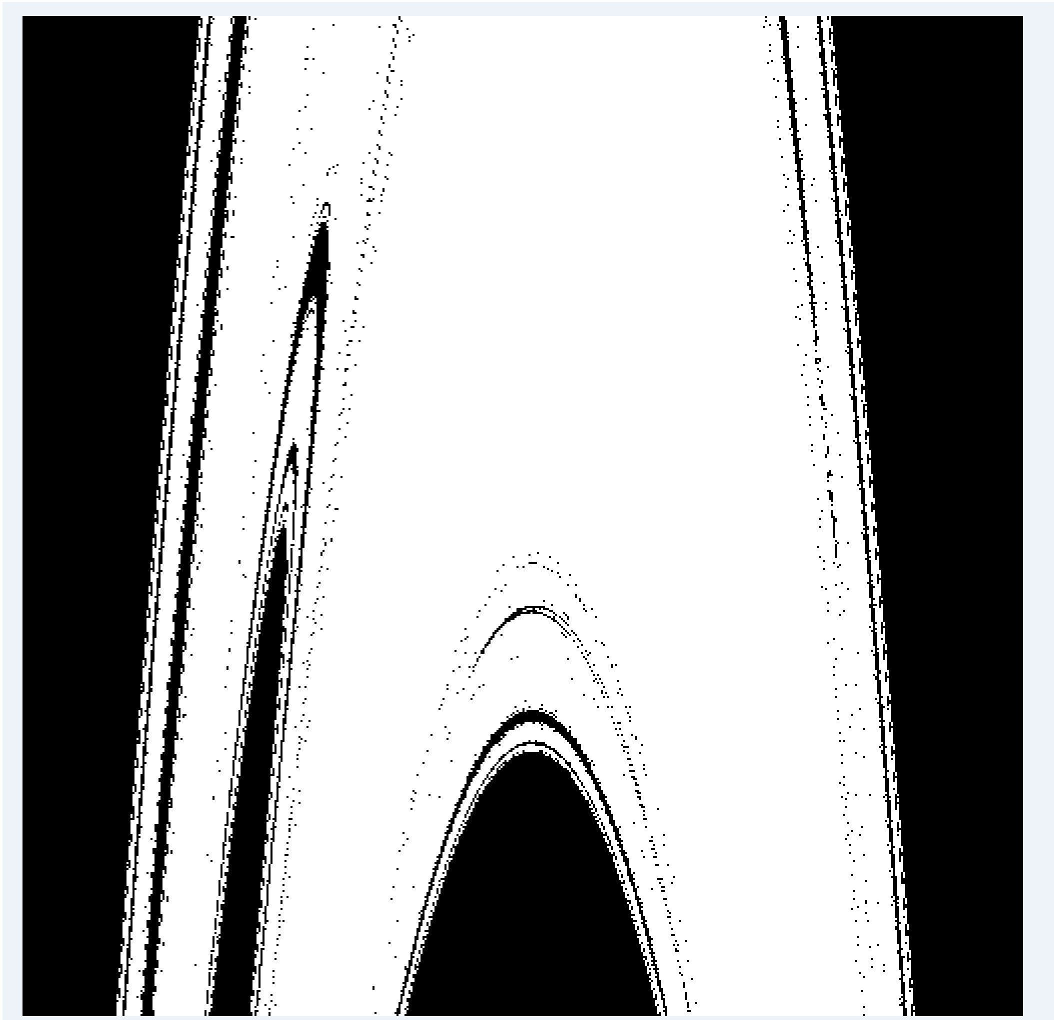
Escogiendo todos los valores de x e y espaciado a 0.01 en el intervalo $[-2.5, 2.5]$ como puntos iniciales de las iteraciones de, mapa de Henon, podemos dividir en dos regiones el cuadrado $[-2.5, 2.5]$, en blanco los puntos que convergen(o sea los puntos que convergen a los puntos periódicos de periodo 2 ubicados en (0.538, 0.76) y (0.76, 0.538) respectivamente)

Que tiene el mapa para estos valores de los parámetros y que están dentro del cuadrado mencionado) y en color negro los puntos que no convergen. El grafico resultante es el siguiente:



Y para

a=1.4
b=-0.3



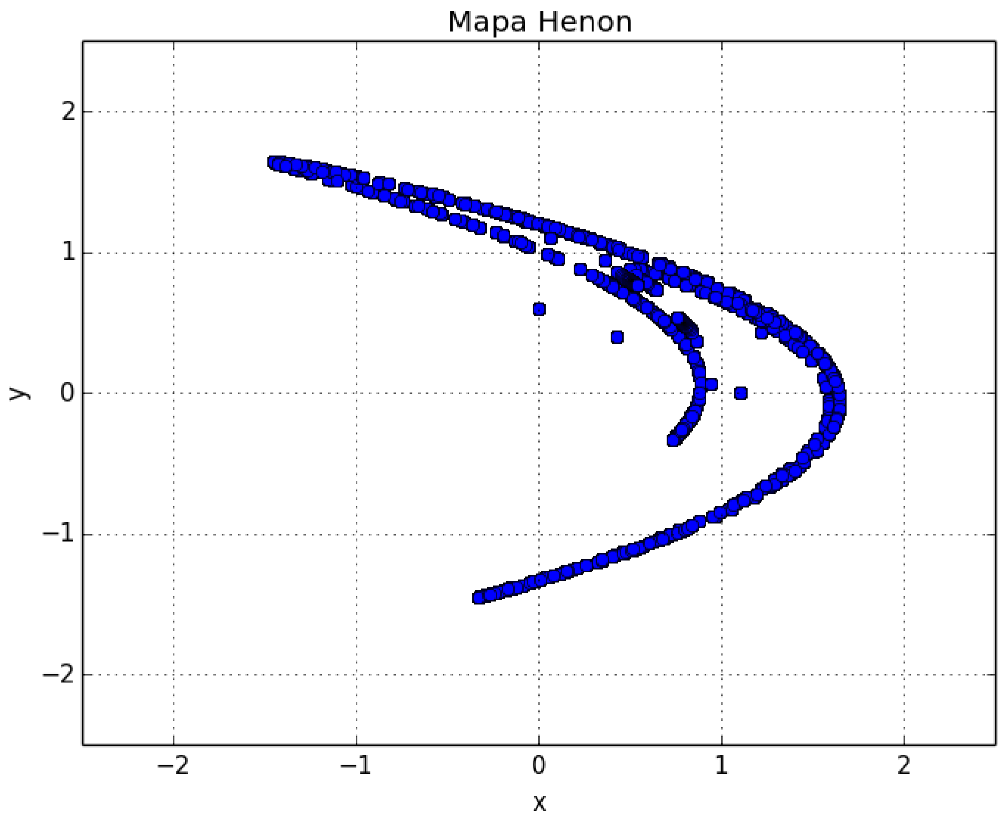
Estas graficas coinciden con las del libro “An Introduction to dynamical systems”Alligood, Yorke, Sauer (Springer 2000) en la página 51.

La parte blanca de la primera figura se puede ver como la cuenca de atracción de los dos puntos periódicos de periodo 2 (0.538, 0.76) y (0.76, 0.538).

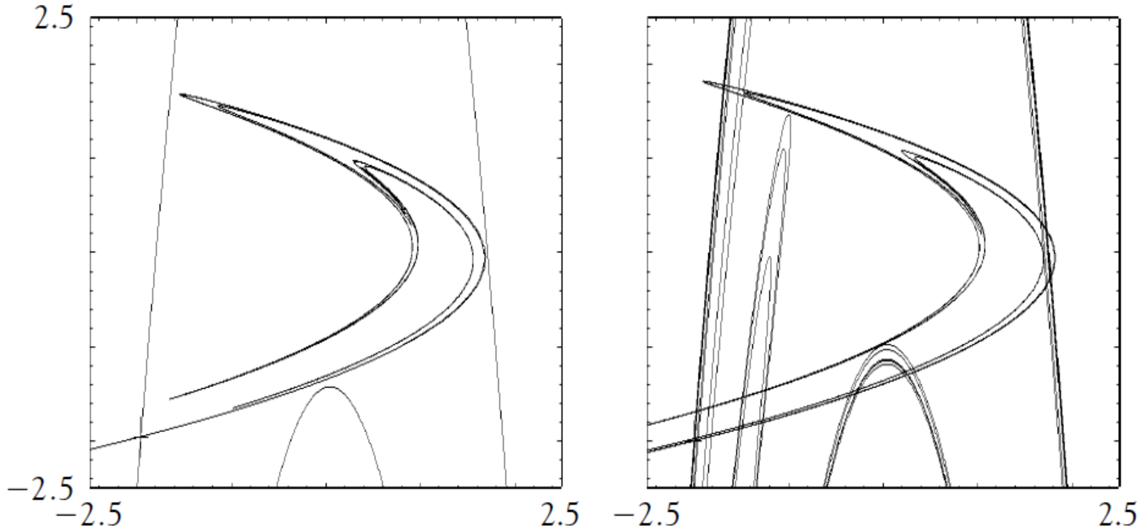
Una variedad o manifold n-dimensional es un conjunto que localmente se asemeja a $\mathbb{R}^n$. Se parecer en el sentido topológico, o sea un pequeño pedazo de la variedad se parece a un pequeño pedazo de $\mathbb{R}^n$. Por ejemplo una variedad unidimensional es localmente una curva o sea se puede ver como la deformación de una línea (un pedazo de $\mathbb{R}$). Otro ejemplo las letras D o O son variedades unidimensionales pero las letras A o X no pues en los puntos de auto intersección, ninguna vecindad de ellos se puede ver como la deformación de una recta. Variedades importantes de dos dimensiones son las esferas y la doughnuts(torus).El espacio tiempo de la teoría de la relatividad general a veces se describe como una variedad de 4 dimensiones, donde la curvatura del espacio tiempo está dada por la masa de los cuerpos. Según la definición estricta de variedad, todo punto de la misma debe poseer una vecindad donde se parezca a $\mathbb{R}^n$, esto no ocurre con las letras U y L donde en los puntos extremos, las vecindades alrededor de ellos lucen como la mitad de una línea(o sea como una línea infinita hacia un lado y finita hacia al otro). O sea técnicamente no esa variedad aunque algunos autores les llaman variedades con frontera. Por ejemplo la cinta de Möbius es una variedad de dos dimensiones con frontera pues localmente luce como un semi-plano no como un plano completo. También las esferas y el torus son variedades de 3 dimensiones con frontera. (Libro “An Introduction to dynamical systems”Alligood, Yorke, Sauer (Springer 2000) página 79)

Las variedades estales e inestables emanan de lados opuestos de puntos fijos u orbitas periódicas. (Libro “An Introduction to dynamical systems”Alligood, Yorke, Sauer (Springer 2000) página 79)

Una combinación del grafico del deber “Atractor de mapa de Henon”:



Y de los gráficos de las cuenca de atracción del mapa de Henon anteriores, se muestra en el libro “An Introduction to dynamical systems”Alligood, Yorke, Sauer (Springer 2000) en la página 83:



(a) (b)

En este grafico se observan las variedades estable e inestable del mapa de Henon, la variedad estable es casi vertical y la inestable casi horizontal.

Código en Python 2 primeras graficas(Se usa la librería PIl de Python)

```
import math

import random
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab as pl
import numpy as np
from PIL import Image

a=1.4
b=-0.3

def RoundTokDecimals(n,k):
temp = int(n * math.pow(10,k) + 5*(1/math.pow(10,k-1))) / float(math.pow(10,k))
return temp
def HenonMap(x,y):
return [a-x*x+b*y, x]

tempx=0
tempy=0
xact=tempx
yact=tempy
distanciaUmbral=100
distanciaActual=0
paso=0.01
```

```
xiniciales=np.arange(-2.5,2.5,paso)
yiniciales=np.arange(-2.5,2.5,paso)
indicesPuntosNoconvergentes=[]
imagen = Image.new("RGB", (len(xiniciales), len(yiniciales)), "white")
for k in range(len(xiniciales)):
tempx=xiniciales[k]
for j in range(len(yiniciales)):
tempy=yiniciales[j]
distanciaUmbral=100
xact=tempx
yact=tempy
for i in range(50):
[xact, yact]=HenonMap(xact, yact)

distanciaActual= (xact)*(xact)+ (yact)*(yact)

if distanciaActual > distanciaUmbral:
print k,j
indicesPuntosNoconvergentes.append([k,j])
break
print len(indicesPuntosNoconvergentes)
pixels=imagen.load()
for i in range(len(indicesPuntosNoconvergentes)):
pixels[indicesPuntosNoconvergentes[i][1],indicesPuntosNoconvergentes[i][0]]=(0, 0, 0)

imagen.show()
```