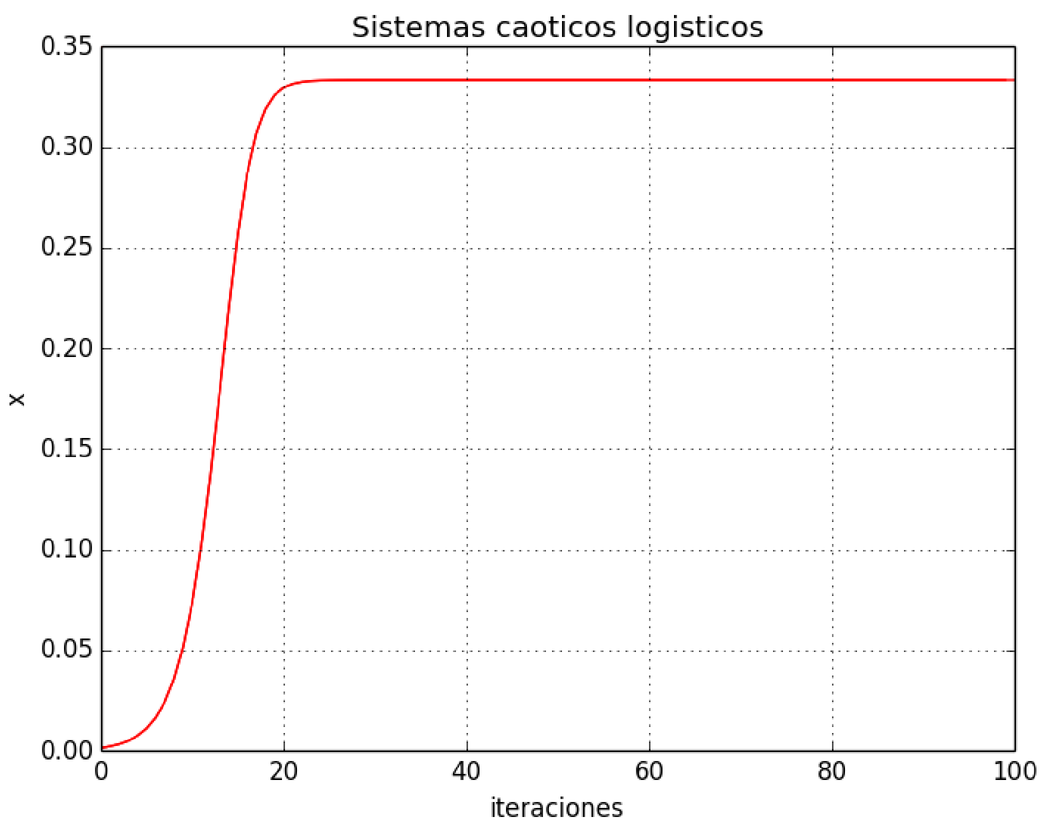
Deber Seminario

Fausto Fabian Crespo Fernandez

Puntos fijos de los sistemas caóticos logísticos

La sistema logístico que analizamos es $f(x) = \lambda x(1-x) = x + (\lambda - 1)x - \lambda x^2 = x + x(\lambda - 1)(1 - \frac{\lambda}{\lambda-1}x)$ y el puntos fijos se producen cuando $x = f(x)$ o sea cuando $x(\lambda - 1)\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda-1}x\right) = 0$ o sea en $x = 0$ y $x = \frac{\lambda-1}{\lambda}$. Ahora los dos puntos fijos no son iguales, el punto fijo $x = 0$ es inestable si $|\lambda| > 1$y el $x = \frac{\lambda-1}{\lambda}$ es estable si $0 < \lambda < 2$ o sea el primero repele las iteraciones y el segundo las atrae, o sea que no importa cuán cerca empecemos de 0 siempre las iteraciones $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$ serán repelidas de 0. Un punto fijo es estable o atractor si $|f'(x)| < 1$ e inestable si $|f'(x)| > 1$. En este caso $f'(x) = \lambda - 2\lambda x$ y $|f'(0)| = |\lambda|$ y $\left|f'(\frac{\lambda-1}{\lambda})\right| = \left|\lambda - 2\lambda\frac{\lambda-1}{\lambda}\right| = |\lambda - 2\lambda + 2| = |2 - \lambda|$ que es estable si $|2 - \lambda| < 1\ o\ 1 < \lambda < 3$ y para esos valores de λ es $x = 0$ es inestable.

Por ejemplo si tomamos $x_0 = 0.001$ y $\lambda = 1.5$, el punto fijo es repelido por $x = 0$ y atraído hacia $x = \frac{\lambda-1}{\lambda} = \frac{1}{3} = 0.33\ldots$

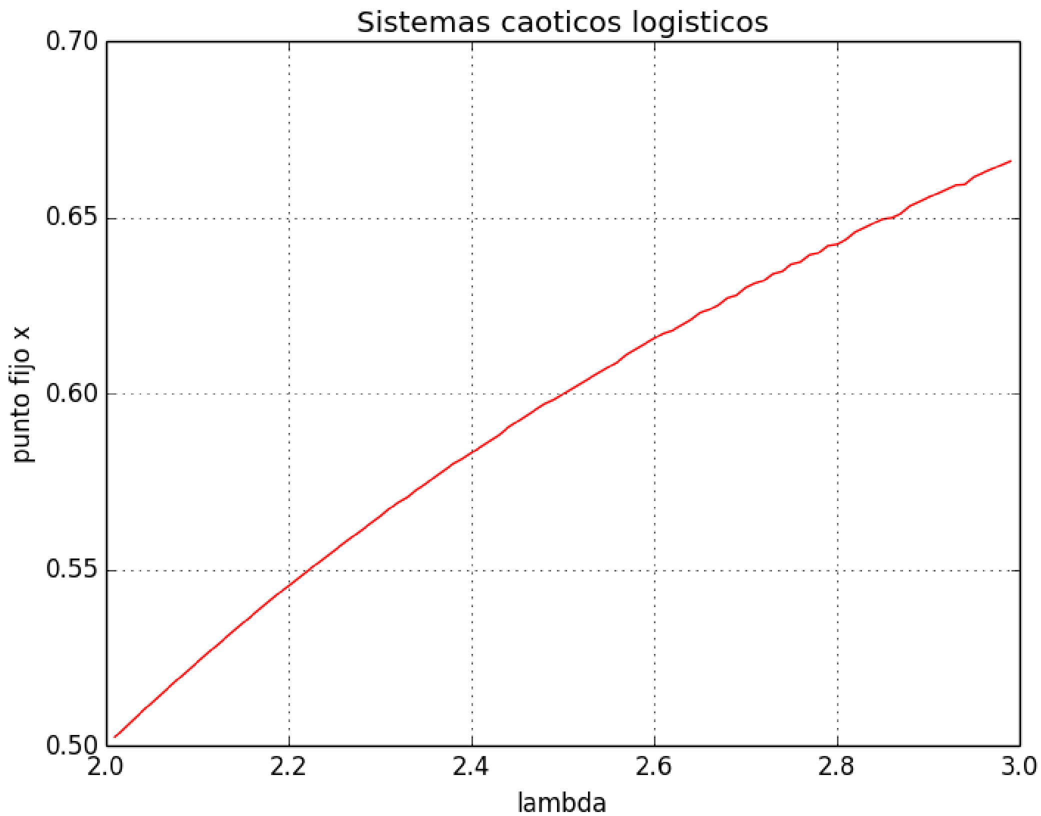


Codigo en Python

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt


def f(x, lamda):
return lamda*x*(1-x)

lamda=1.5
xactArray=[]
xact=0.001

for i in range(100):
    xact=f(xact, lamda)
    xactArray.append(xact)

plt.plot(range(100),xactArray, 'r-')
plt.axis([0, 100, 0, 0.35])
plt.xlabel('iteraciones')
plt.ylabel('x ')
plt.title('Sistemas caoticos logisticos')
```

Si cambiamos los valores de $\lambda\ de\ 2.01\ a\ 3.99$ y observamos si el sistema converge o no hacia el uno de los puntos fijos, vemos que de $\lambda\ de\ 2.01\ a\ 2.99$ el sistema converge a $x = \frac{\lambda-1}{\lambda}$ da una curva creciente y cóncava hacia abajo:

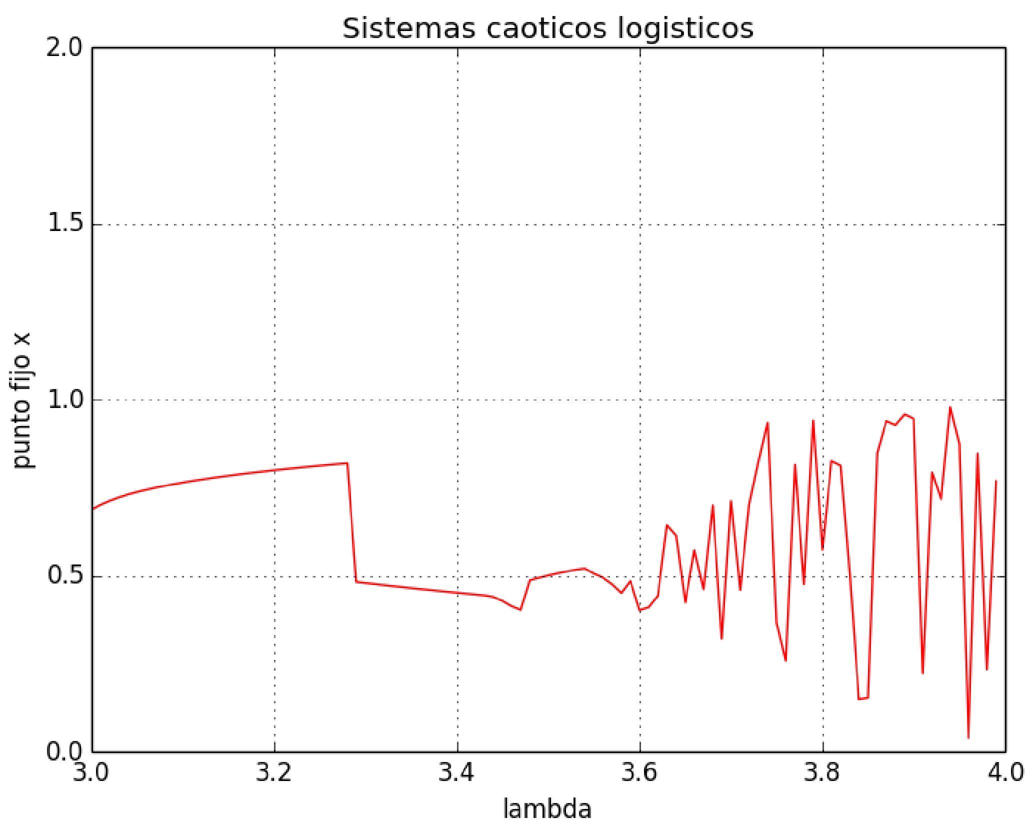


Código en Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


def f(x, lamda):
return lamda*x*(1-x)

lamdalist=np.arange(2.01,2.99,0.01).tolist()
xactArray=[]

for l in lamdalist:
xant=0.01
xact=f(xant,l )
while abs(xact-xant)>0.001:
temp=xact
xact=f(xact,l )
xant=temp
xactArray.append(xact)

z=zip(lamdalist, xactArray)
```

```
plt.plot(lamdalist, xactArray, 'r-')
plt.axis([2, 3, 0.5, 0.7])
plt.xlabel('lambda')
plt.ylabel('punto fijo x')
plt.title('Sistemas caoticos logisticos')

plt.grid(True)
plt.show()
```

Para $\lambda\ de\ 3.00\ a\ 3.99$ ya el punto fijo $x = \frac{\lambda-1}{\lambda}$ no es estable y el punto fijo $x = 0$ sigue siendo inestable:



Código en Python:

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt




def f(x, lamda):

    return lamda*x*(1-x)
```

```
lamdalist=np.arange(3.00,3.99,0.01).tolist()
xactArray=[]

for l in lamdalist:

   xact=0.01
   xact=f(xact,l )
   for i in range(100):
     xact=f(xact,l )
   xactArray.append(xact)
print(xactArray)

z=zip(lamdalist, xactArray)
plt.plot(lamdalist, xactArray, 'r-')
plt.axis([3, 4, 0, 2])
plt.xlabel('lambda')
plt.ylabel('punto fijo x')
plt.title('Sistemas caoticos logisticos')
plt.grid(True)
plt.show()
```