Deber Seminario

Fausto Fabian Crespo Fernandez

Resolución de EDO usando series mediante calculo simbólico en Mathematica

Los cálculos simbólicos son aquellos en los que los resultados son exactos y no contienen aproximaciones numéricas. Mathematica efectúa cálculos simbólicos siempre que los datos sean exactos y no se indique otra cosa.

La principal utilidad de Mathematica es el cálculo simbólico, es decir, el trabajar con expresiones algebraicas (expresiones donde intervienen variables, constantes... y no tienen porqué tener un valor numérico concreto) en vez de con números. Por ejemplo, el programa sabe que la función Log es inversa de Exp, con lo que si ponemos

In[1]:= Exp[Log[x]]

Out[1]= x

es decir, sin saber el valor de la variable x el programa es capaz de trabajar simbólicamente con ella

Para resolver ecuaciones diferenciales usando el método de series de potencias debemos primero expandir la ecuación diferencial en series de potencias, por ejemplo para la ecuación diferencial

Y’’(t)-ty(t)=0 con y[0] ==1, y’[0] ==1, usamos

odeseries= Series[y’’[t]-t y[t], {t, 2, 4}]

Luego incluimos las condiciones iniciales y resolvemos para los coeficientes

Coeffs= Solve[{odeseries == 0, y[0] ==1, y’[0] ==1}

Y con esto coeficientes escribimos la serie de potencias:

Series[y[t], {t, 0, 5}] /. First[coeffs]

Método de Frobenius usando Mathematica

Supongamos que queremos resolver la ecuación diferencial:

$$2x^2y'' + 3xy' - (x^2 + 1)y = 0$$

La ecuación indicial $r(r-1) + p_0 r + q_0 = 0$ asociada da dos raíces $r_1 = \frac{1}{2}$ y $r_2 = -1$

En Mathematica:

r = 1/2;

Queremos los 6 primeros términos del desarrollo en serie de potencias de la solución de la ec. difererencial

k = 6;

y = x^r (Sum[a[n] x^n, {n,0,k}] + O[x]^(k+1))

O sea los primeros coeficientes de la serie son a[0], a[n],…, a[k]= a[6]

Sustituimos la serie en la ec. diferencial:

deq = 2x^2 D[y, x,x] + 3x D[y, x] - (x^2 + 1)y == 0

Donde ya están agrupados potencias iguales. Podemos extraer las ecuaciones que los coeficientes satisfacen con

coeffEqns = LogicalExpand[deq]

Y luego resolvemos para esas ecuaciones para hallar los coeficientes sucesivos a[1],…, a[6] en función de a[0]

succCoeffs = Table[a[n], {n, 1, 6}]

ourCoeffs = Solve[coeffEqns, succCoeffs]

Luego sustituimos estos coeficientes en la serie original:

partSoln = y /. ourCoeffs // First

Bibliografia:

1.http://wps.prenhall.com/wps/media/objects/884/905485/chapt8/proj8.3/proj8-3.pdf

2.https://www.physicsforums.com/threads/finding-a-solution-to-this-equation-using-frobenius-method.531670/

3.http://www.risc.jku.at/publications/download/risc_3907/Nachbagauer-Diplomarbeit.pdf

4. http://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v53n2/v53n2a4.pdf