

# Diskrete Strukturen I; WS 2020/2021

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

## 3. Aufgabenblatt

### 1.) Der Turm von Hanoi

- a) Finden Sie eine kürzeste Folge von Zügen, um einen Turm, bestehend aus  $n$  Scheiben, von einem linken Stab  $L$  auf einen rechten Stab  $R$  umzustapeln, wobei neben den üblichen Regeln (H1) und (H2) (siehe 1. Übungsserie) zusätzlich gilt:  
(H3) Direkte Züge von  $L$  nach  $R$  bzw. von  $R$  nach  $L$  sind nicht erlaubt, d.h. jeder Zug führt zum mittleren Stab  $M$  oder geht von  $M$  aus.
- b) Zeigen Sie, dass in dem unter a) beschriebenen Spiel unter Einhaltung der Regeln (H1), (H2) und (H3) jede mögliche erlaubte Konfiguration von  $n$  Scheiben auf drei Stäben auftritt.

### 2.) Fibonacci-Zahlen

Eine Drohne (männliche Biene) schlüpft aus einem *unbefruchteten* Ei einer Bienenkönigin, während aus *befruchteten* Eiern die (weiblichen) Arbeitsbienen und Königinnen schlüpfen. Eine Drohne hat nur ein „Elter“ (nämlich eine Königin), während Königinnen, wie es sich gehört, zwei Eltern haben.

Begründen Sie, dass eine Drohne in der  $n$ -ten Vorfahrensgeneration genau  $f_n$  Vorfahren hat! Machen Sie sich die Situation für die Fälle  $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ , anhand einer Schemazeichnung klar und

formulieren Sie ihre Antwort im allgemeinen Fall!

### 3.) Fibonacci-Zahlen

Beweisen Sie folgende Identität für die Fibonacci-Zahlen dadurch, dass Sie für die Werte  $f_n$  explizit die **Binet-Formel** einsetzen!

$$f_{2n} = f_n \cdot (f_{n+1} + f_{n-1}).$$

### 4.) Goldener Schnitt

- a) Zeigen Sie: Wenn man eine Strecke  $AB$  so teilt, dass sich die Länge  $L$  der größeren Teilstrecke zur Länge  $l$  der kleineren Teilstrecke so verhält, wie die Länge der Gesamtstrecke  $(L + l)$  zum größeren Teil  $L$ , das heißt

$$\frac{L}{l} = \frac{L + l}{L},$$

so ist dieses Verhältnis gleich dem Goldenen Schnitt.

- b) Konstruieren Sie für eine gegebene Strecke  $AB$  einen Teilpunkt  $T$ , der einen Goldenen Schnitt realisiert.
- c) Konstruieren Sie damit ein „Goldenes Rechteck“ mit den Seitenlängen  $L$  und  $l$ .
- d) Zerlegen Sie dieses fortlaufend in ein Quadrat und ein „Rest-Rechteck“ und treffen Sie eine Aussage über diesen „Rest“.

**Abgabetermin:**

Montag, **30. November 2020 bis 14 Uhr als pdf-Datei** .

**Bitte schreiben Sie in den Titel dieser pdf-Datei Ihren Namen.**