

DISKRETE STRUKTUREN - ÜBUNG 09

FELIX TISCHLER, MATRIKELNUMMER: 191498

Kreuzprodukt

1.)

- (a) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ (d) $(A \cup B) \times (C \cup D) \supseteq (A \times C) \cup (B \times D)$
 (b) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ (e) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$
 (c) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ (f) $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$

Begründung:

- (a) $(A \cap B) \times C = \{(x, y) \mid x \in (A \cap B) \wedge y \in C\} = \{(x, y) \mid x \in A \wedge x \in B \wedge y \in C\} = (A \times C) \cap (B \times C) \quad \square$
 (b) $(A \cup B) \times C = \{(x, y) \mid x \in (A \cup B) \wedge y \in C\} = \{(x, y) \mid x \in A \vee x \in B \wedge y \in C\} = (A \times C) \cup (B \times C) \quad \square$
 (c) $(A \cap B) \times (C \cap D) = \{(x, y) \mid x \in (A \cap B) \wedge y \in (C \cap D)\} = \{(x, y) \mid x \in A \wedge x \in B \wedge y \in C \wedge y \in D\}$
 $= (A \times B) \cap (C \times D) \quad \square$
 (d) $(A \cup B) \times (C \cup D) = \{(x, y) \mid x \in (A \cup B) \wedge y \in (C \cup D)\} = \{(x, y) \mid x \in A \vee x \in B \wedge y \in C \vee y \in D\}$
 $\supseteq \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B \vee x \in C \wedge y \in D\} = \{(x, y) \mid (x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times D)\}$
 $= (A \times C) \cup (B \times D) \quad \square$
 (e) $(A \times B) \cap (C \times D) = \{(x, y) \mid (x, y) \in (A \times B) \wedge (x, y) \in (C \times D)\} = \{x \in A \wedge y \in B \wedge x \in C \wedge y \in D\}$
 $= \{(x, y) \mid x \in (A \cap C) \wedge y \in (B \cap D)\} = (A \cap C) \times (B \cap D) \quad \square$
 (f) $(A \times B) \cup (C \times D) = \{(x, y) \mid (x, y) \in (A \times B) \vee (x, y) \in (C \times D)\} = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B \vee x \in C \wedge y \in D\}$
 $\subseteq \{(x, y) \mid x \in A \vee x \in C \wedge y \in B \vee y \in D\} = \{(x, y) \mid x \in (A \cup C) \wedge y \in (B \cup D)\} \quad \square$

Relationen

2.)

- (α) a ist Schwester von b . (β) a ist Mutter von b . (γ) a ist Enkel von b . (δ) a ist Großmutter von b .
 (ε) a ist Schwester von b . (ζ) a ist Tochter von b . (η) a ist Nichte von b . (θ) a ist die Mutter von b .

3.)

- (a) Seien $R \subseteq A \times B$ und $S \subseteq B \times C$, dann ist $R \circ S =_{df} \{(a, b) \mid \bigvee_{S \in B} ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in S)\} \subseteq A \times C \quad \square$
 (b) $x(R \circ S) \circ T y \leftrightarrow x R \circ S k \wedge k T y \leftrightarrow x R f \wedge f S k \wedge k T y \leftrightarrow x R f \wedge f S \circ T y \leftrightarrow x R \circ (S \circ T) y \quad \square$
 (c) $(x R y \wedge x S y) \circ T \leftrightarrow (x R w \wedge w T y) \wedge (x S t \wedge t T y) \leftrightarrow R \circ T \cap S \circ T \quad \square$
 (d) $x(R \circ S)^{-1} y \leftrightarrow y(R \circ S) x \leftrightarrow y R g \wedge g S x \leftrightarrow g R^{-1} y \wedge x S^{-1} g \leftrightarrow x S^{-1} g \wedge g R^{-1} y \leftrightarrow x S^{-1} \circ T^{-1} y \quad \square$