

# Diskrete Strukturen I; WS 2020/2021

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

## 11. Aufgabenblatt

### Relationen

- 1.) Es sei  $[M, \leq]$  eine halbgeordnete Menge und  $A \subseteq M$ .
  - a) Definieren Sie - analog zu den entsprechenden Begriffen, die Sie aus der Vorlesung kennen - explizit die folgenden Begriffe:  
untere Schranke, Minimum, Infimum und minimales Element - von  $A$ .
  - b) Geben Sie Beispiele an die zeigen, dass untere Schranken, Minima, Infima bzw. minimale Elemente existieren können, aber nicht existieren müssen.
- 2.) Wir wissen: Die Menge der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$  zusammen mit der üblichen kleiner-gleich-Relation  $\leq$  ist eine halbgeordnete Menge  $[\mathbb{N}, \leq]$ .  
Beweisen Sie die folgende Eigenschaft:  
Für je zwei natürliche Zahlen  $m$  und  $n$  existieren sowohl das Supremum, wie auch das Infimum, die wir mit  $\sup \leq \{m, n\}$  bzw. mit  $\inf \leq \{m, n\}$  bezeichnen.  
Hinweis: Klären Sie zuerst, was obere bzw. untere Schranken in dieser Struktur sind.
- 3.) Wir wissen: Die Menge der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$  zusammen mit der Teilerrelation  $\mid$  ist eine halbgeordnete Menge  $[\mathbb{N}, \mid]$ .  
Beweisen Sie die folgende Eigenschaft:  
Für je zwei natürliche Zahlen  $m$  und  $n$  existieren sowohl das Supremum, wie auch das Infimum, die wir mit  $\sup \mid \{m, n\}$  bzw. mit  $\inf \mid \{m, n\}$  bezeichnen.  
Hinweis: Klären Sie zuerst, was obere bzw. untere Schranken in dieser Struktur sind.
- 4.) Wir wissen: Für eine beliebige Menge  $M$  ist ihre Potenzmenge zusammen mit der Teilmengenbeziehung  $\subseteq$  eine halbgeordnete Menge  $[\mathcal{P}(M), \subseteq]$ .  
Beweisen Sie die folgende Eigenschaft:  
Für je zwei Teilmengen  $X \subseteq M$  und  $Y \subseteq M$  existieren sowohl das Supremum, wie auch das Infimum, die wir mit  $\sup \subseteq \{X, Y\}$  bzw. mit  $\inf \subseteq \{X, Y\}$  bezeichnen.  
Hinweis: Klären Sie zuerst, was obere bzw. untere Schranken in dieser Struktur sind.

*Abgabetermin:*

*Montag, 8. Februar 2021 bis 14 Uhr als pdf-Datei .*

*Bitte schreiben Sie in den Titel dieser pdf-Datei Ihren Namen.*