

# Diskrete Strukturen I; WS 2020/2021

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

## Silvesterparty 2020 mit den Barbieren von Sevilla

**Einen guten Rutsch ins neue Jahr 2021! Bleiben Sie gesund!**

- 1.) Angenommen, es gibt in der Stadt zwei Barbieri, Arturo und Roberto, und es gilt, dass Arturo all die und nur die Einwohner rasiert, die Roberto rasieren, und dass Roberto all die und nur die Einwohner rasiert, die nicht Arturo rasieren. Führt dies zu einem Paradoxon?
- 2.) Es gibt einen bestimmten Club, der Club der Barbieri genannt wird.  
Folgendes ist über ihn bekannt:  
*Fakt 1:* Jedes Clubmitglied hat mindestens ein Mitglied rasiert.  
*Fakt 2:* Kein Mitglied hat jemals sich selbst rasiert.  
*Fakt 3:* Kein Mitglied ist jemals von mehr als einem Mitglied rasiert worden.  
*Fakt 4:* Es gibt ein Mitglied, das überhaupt noch nicht rasiert worden ist.  
Die Mitgliederzahl dieses Clubs ist ein streng gehütetes Geheimnis. Einem Gerücht zufolge liegt die Zahl unter tausend. Einem anderen Gerücht zufolge liegt sie über tausend.  
Welches der beiden Gerüchte entspricht der Wahrheit?
- 3.) Ein anderer Barbierclub hat folgende Bedingungen:  
*Bedingung 1:* Wenn ein beliebiges Mitglied  $X$  ein irgendein Mitglied  $Y$  rasiert hat (entweder sich selbst oder jemand anderen), dann haben alle Mitglieder des Clubs das Mitglied  $X$  rasiert.  
*Bedingung 2:* Vier der Mitglieder heißen Guido, Lorenzo, Petruchio und Cesare.  
*Bedingung 3:* Guido hat Cesare rasiert.  
Hat Petruchio Lorenzo rasiert oder nicht?
- 4.) Eintagsbarbier  
In einer bestimmten Stadt wohnen genau 365 männliche Einwohner, Man war übereingekommen, dass ein Jahr lang (das kein Schuljahr war) jeden Tag ein Mann der offizielle Barbier für diesen Tag sein sollte. Kein Mann fungierte länger als einen Tag als offizieller Barbier. Auch war es nicht so, dass der offizielle Barbier an einem bestimmten Tag zwangsläufig die *einzigste* Person war, die an diesem Tag Menschen rasierte; auch Nichtbarbieri konnten dieser Tätigkeit nachgehen. Gegeben ist, dass an jedem Tag der offizielle Barbier für diesen Tag - nennen wir ihn  $X$  - mindestens einen Menschen rasiert. Nun soll  $X^*$  die *erste* Person sein, die von  $X$  an dem Tag rasiert wird, an dem  $X$  der offizielle Barbier ist. Gegeben ist außerdem, dass es zu jedem Tag  $T$  einen Tag  $U$  gibt, für den gilt, dass für beliebige männliche Einwohner  $X$  und  $Y$  der Zusammenhang besteht, dass, wenn  $X$  den  $Y$  am Tag  $U$  rasiert, dann  $X^*$  den  $Y$  am Tag  $T$  rasiert.  
Nun führen die obengenannten Bedingungen sicher nicht zu einem Paradoxon, aber sie lassen den interessanten Schluß zu, dass an jedem Tag mindesten ein Mensch sich selbst rasiert. Wie beweisen Sie das?