

Diskrete Strukturen I; WS 2020/2021

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

4. Aufgabenblatt

Fibonacci-Zahlen

- 1.) Beweisen Sie durch vollständige Induktion über m , dass das sogenannte „Additionstheorem“ für Fibonacci-Zahlen für alle $n \geq 1$ und $\mathbf{m} \geq 2$ gilt:

$$f_{n+\mathbf{m}} = \mathbf{f}_{\mathbf{m}+1} \cdot f_n + \mathbf{f}_{\mathbf{m}} \cdot f_{n-1}.$$

- 2.) Nun betrachten wir folgende Gleichung für die Fibonacci-Zahlen:

$$\sum_{i=1}^n f_i^2 = f_n \cdot f_{n+1}.$$

- a) Beweisen Sie diese Gleichung durch vollständige Induktion über n .
- b) Versuchen Sie einen alternativen Beweis, der ohne Induktion auskommt, indem bereits bewiesene Gleichungen für Fibonacci-Zahlen verwendet werden.
- 3.) Zum Abschluss formulieren Sie einen Beweis für eine weitere Identität der Fibonacci-Zahlen:

$$\sum_{k=1}^n f_{3k} = \frac{1}{2} \cdot (f_{3n+2} - 1)$$

Abgabetermin:

Montag, 7. Dezember 2020 bis 14 Uhr als pdf-Datei .

Bitte schreiben Sie in den Titel dieser pdf-Datei Ihren Namen.