

Diskrete Strukturen I; WS 2020/2021

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU

6. Aufgabenblatt

Der Barbier von Sevilla

- 1.) Dieses Thema gibt es in vielerlei Konstellationen. Diskutieren Sie folgende:
 - a) Angenommen es gibt in einer bestimmten Stadt einen Barbier namens Arturo und es gilt für jeden beliebigen männlichen Einwohner X *mit Ausnahme von Arturo selbst*, dass Arturo X dann und nur dann rasiert, wenn X nicht Arturo rasiert. Mit anderen Worten, wenn Arturo X rasiert, dann rasiert X nicht Arturo, aber wenn Arturo nicht X rasiert, dann rasiert X Arturo. Führt dies zu einem Widerspruch?
 - b) Nehmen wir statt dessen an, dass es in der Stadt einen Barbier namens Roberto gibt und dass für jeden männlichen Einwohner X gilt, dass Roberto X dann und nur dann rasiert, wenn X Roberto rasiert. Anders gesagt, wenn Roberto X rasiert, dann rasiert X Roberto, und wenn X Roberto rasiert dann rasiert Roberto X . Führt dies zu einem Widerspruch?
 - c) Nehmen wir nun an, dass in der Stadt beide Barbieri wohnen, Arturo *und* Roberto, die die obengenannten Bedingungen erfüllen. Führt dies zu einem Widerspruch?

Begründen Sie in jedem einzelnen Fall, warum oder warum nicht ein Widerspruch vorliegt!

Mengen

Im folgenden wird vorausgesetzt, dass alle vorkommenden Mengen A, B, C usw. Teilmengen eines nichtleeren Grundbereichs M sind, d. h. also Elemente der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$.

Die Mengenoperationen sind in der üblichen Weise definiert

- 2.) Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
 - (i) a) $A \subseteq B$
b) $A \cap B = A$
c) $A \cup B = B$
 - (ii) a) $A = B$
b) $A \triangle B = \emptyset$
- 3.) Prüfen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind. Begründen Sie ihre Antworten.
 - a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ für alle A, B, C .
 - b) Aus $A \cup B \subseteq A \cap B$ folgt $A = B$.
 - c) Aus $A \cap B = A \cap C$ und $A \cup B = A \cup C$ folgt $B = C$.
- 4.) Beweisen Sie folgende Aussage durch vollständige Induktion über n :
Wenn eine Menge M genau n Elemente besitzt, dann besitzt ihre Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ genau 2^n Elemente.

Abgabetermin:

Montag, 4. Januar 2021 bis 14 Uhr als pdf-Datei .

Bitte schreiben Sie in den Titel dieser pdf-Datei Ihren Namen.