Simon King, FSU Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Henicke, Kraume, Lafeld, Max, Rump

Lineare Algebra für *-Informatik
FMI-MA0022

Wintersemester 2020/21 — Lösungen zu Übungsblatt 5

Hausaufgaben (Abgabe bis 07.12.2020, 14:00 Uhr)

Hausaufgabe 5.1: *Rechnen in* $\mathbb{C}$

- (1 P.) $B := \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}\,\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{6}\,\mathrm{i})\cdot(1-\mathrm{i})}{2} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{6})-\mathrm{i}(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2} =$ $-\,2\cdot(\cos\frac{5\pi}{12}+\mathrm{i}\sin\frac{5\pi}{12})$ (auch wenn das <u>keine</u> Polardarstellung ist!)
- (1 P.) $B^3 = -8\cdot(\cos\frac{5\pi}{4}+\mathrm{i}\sin\frac{5\pi}{4}) = 4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,\mathrm{i}$
- (1 P.) $B^3 - 8\sqrt{2} = \underline{\underline{-4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,\mathrm{i}}} = \underline{\underline{8\cdot(\cos\frac{3}{4}\pi+\mathrm{i}\sin\frac{3}{4}\pi)}}.$

Hausaufgabe 5.2: *Ein lineares Gleichungssystem in Zeilenstufenform*

- (1 P.) Freie Variable x_3, zugehörige Basislösung des homogenen Systems ist $\vec{\beta}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, denn: Setze $x_3 := 1$, dann folgt $2\,x_4 = 0$, $2\,x_2 = -x_4 - x_3 = -1$ und $4\,x_1 = -2\,x_2 + 3\,x_3 - 2\,x_4 = 1 + 3$.
- (1 P.) Spezielle Lösung des inhomogenen Systems: $\vec{x}_{\text{spez}} = \begin{pmatrix} -1/8 \\ 3/4 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$, denn: Setze $x_3 := 0$, dann folgt $2\,x_4 = 1$, $2\,x_2 = 2 - x_4 - x_3 = 2 - 1/2 = 3/2$ und $4\,x_1 = 2 - 2\,x_2 + 3\,x_3 - 2\,x_4 = 2 - 3/2 + 0 - 1 = -1/2$.
- (1 P.) Daher $\mathrm{LR}(A;\vec{b}) = \{\begin{pmatrix} -1/8 \\ 3/4 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} + x_3\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mid x_3 \in \mathbb{R}\}$.

Hausaufgabe 5.3: *Gauß-Elimination*
(3 P.) Ich übersah leider, dass die Aufgabe im Skript (S. 36) gelöst wurde.

Hausaufgabe 5.4: *Eine Transferleistung*
Idee: Die ersten drei Komponenten der Vektoren geben Anlass zu einem linearen Gleichungssystem, dessen eindeutige Lösung auf den Wert von a schließen lässt.

- (1 P.) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
- (1 P.) Man liest ab: Wenn es überhaupt eine Darstellung als Linearkombination gibt, dann diese: $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ a \end{pmatrix}$
- (1 P.) Letzte Komponente: $-1 \overset{!}{=} -2 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + a \Rightarrow \underline{\underline{a = 3}}$.

Erreichbare Punktzahl: 12