Simon King, FSU Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Henicke, Kraume, Lafeld, Max, Rump

Lineare Algebra für *-Informatik

Wintersemester 2020/21 — Übungsblatt 9

Hausaufgaben (Abgabe bis 18.01.2021, 14:00 Uhr)

Anmerkung: Sie dürfen die in Kapitel 5 formulierten Regeln zur Berechnung von Determinanten bereits verwenden, auch wenn sie noch nicht vollständig bewiesen wurden. **Hier wie auch in Prüfungen wird der Rechenweg bewertet.** Nennen Sie daher in jedem Schritt die verwendete Rechenregel.

Hausaufgabe 9.1: *Abbildungsmatrizen II*
Es sei $\vec{v}_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $V := \operatorname{Span}(\vec{v}_1, \vec{v}_2) \leq \mathbb{R}^3$. $B := \vec{v}_1, \vec{v}_2$ ist eine Basis von V. Die beiden folgenden Teilaufgaben lassen sich zusammen lösen, daher gibt es pauschal (3 P.).

- Zeigen Sie, dass für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt: Wenn $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in V$, denn $\begin{pmatrix} z \\ -x \\ y \end{pmatrix} \in V$.
  Hinweis: Warum genügt es, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{v}_1$ und $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{v}_2$ zu betrachten?
- Nach dem vorigen Punkt definiert $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} z \\ -x \\ y \end{pmatrix}$ eine lineare Abbildung $f : V \to V$. Berechnen Sie ${}_B^B f \in \mathbb{R}^{2\times 2}$. **Hinweis:** Vorsicht, ${}_B^B f \notin \mathbb{R}^{3\times 3}$.

Hausaufgabe 9.2: *Determinanten I*
(6 P.) Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -9 & -6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -5 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -5 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Hausaufgabe 9.3: *Determinanten II*
Berechnen Sie möglichst geschickt die Determinante der jeweils angegebenen Matrix.

a) (2 P.) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & \sqrt{2} & 37 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) (2 P.) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \\ -1 & 1 & 8 & 18 \end{pmatrix}$ c) (3 Bonus-P.) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Erreichbare Punktzahl: 13