Simon King, FSU Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Henicke, Kraume, Lafeld, Max, Rump

Lineare Algebra für *-Informatik

Wintersemester 2020/21 Übungsblatt 2

Hausaufgaben (Abgabe bis 16.11.2020, 14:00 Uhr)

Hausaufgabe 2.1: *Mengen*
(4 P.) Sei C eine Menge, $A \subseteq C$ und $B \subseteq C$. Beweisen Sie:

$$\{K \in \mathscr{P}(C) \mid B \subseteq K\} \cap \{K \in \mathscr{P}(C) \mid A \subseteq K\} = \{K \in \mathscr{P}(C) \mid A \cup B \subseteq K\}.$$

Hinweis: Bei der Lösungsfindung kann eine graphische Darstellung oder ein Beispiel helfen, etwa $A = C = \{1, 2\}$, $B = \{1\}$. Es kann auch helfen, die Aussage in Worten auszudrücken (Was bedeutet $K \in \mathscr{P}(C)$?). Doch das ist kein Ersatz für einen Beweis durch formale Schlussregeln!

Hausaufgabe 2.2: *Die Menge der Abbildungen*
Seien X, Y Mengen.
Definition: Der Funktionsgraph einer Abbildung $f\colon X \to Y$ ist $\Gamma_f := \{(x,\, f(x)) \mid x \in X\} \subset X \times Y$.

(4 P.) Unter welcher Bedingung gibt es für eine Teilmenge $G \subset X \times Y$ eine Abbildung $f\colon X \to Y$ mit $G = \Gamma_f$? Folgern Sie, dass die Gesamtheit $\{f\colon X \to Y\}$ aller Abbildungen von X nach Y eine Menge bildet.

Hausaufgabe 2.3: *Ein erstes lineares Gleichungssystem*
(4 P.) Berechnen Sie alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, die gleichzeitig die folgenden drei Gleichungen erfüllen:

$$\begin{aligned} 4\,x - 5\,y - 3\,z &= 0 \\ -3\,x + 4\,y + 2\,z &= 0 \\ x - 5\,y + 3\,z &= 0 \end{aligned}$$

Begründen Sie Ihr Vorgehen. **Anmerkung:** Sie sollten diese Aufgabe mit Ihren Schulkenntnissen lösen — das Lösen von bis zu drei lineare Gleichungen mit bis zu drei Unbekannten ist noch Schulstoff. In ca. zwei Wochen wird eine geschicktere Notation und ein Lösungsverfahren für beliebig große lineare Gleichungssystem behandelt werden.

Erreichbare Punktzahl: 12