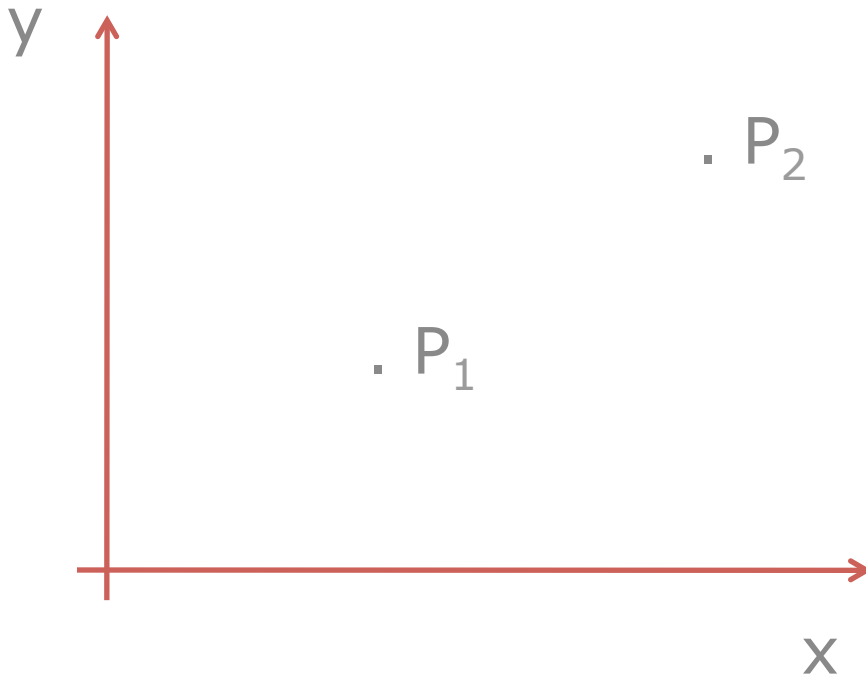


Cinematica

Descrizione dei moti

Moto di un punto materiale

Nella descrizione del moto di un corpo (cinematica) partiamo dal caso più semplice: **il punto materiale**, che non ha dimensioni proprie.



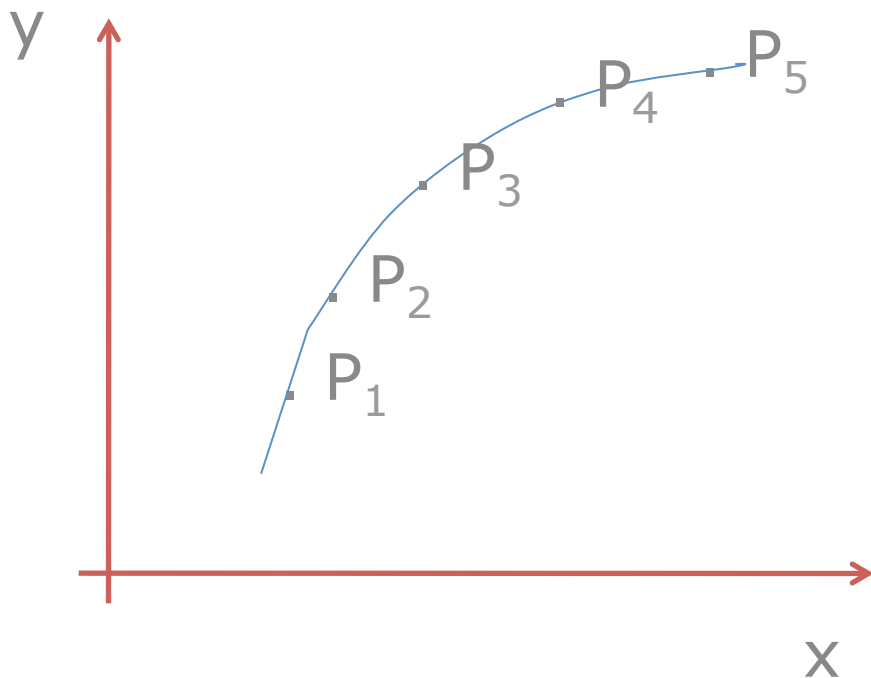
P_1 è la posizione del punto materiale all'istante t_1

P_2 è la posizione del punto materiale all'istante t_2

Traiettoria

L'insieme dei punti dello spazio $\mathbf{P}=\mathbf{P}_i$ occupati nel tempo dal punto materiale è detta **traiettoria**.

È una funzione del tempo $\mathbf{P}=\mathbf{P}(t)$.



Essendo $\mathbf{P}=(x,y)$ allora

$$\mathbf{P}=\mathbf{P}(t)=(x(t),y(t))$$

questa legge fornisce, al variare del tempo, la variazione dell'ascissa e dell'ordinata del punto materiale.

Legge oraria

Le equazioni $x = x(t)$ e $y = y(t)$ definiscono la **legge oraria** (equazione oraria) del moto.

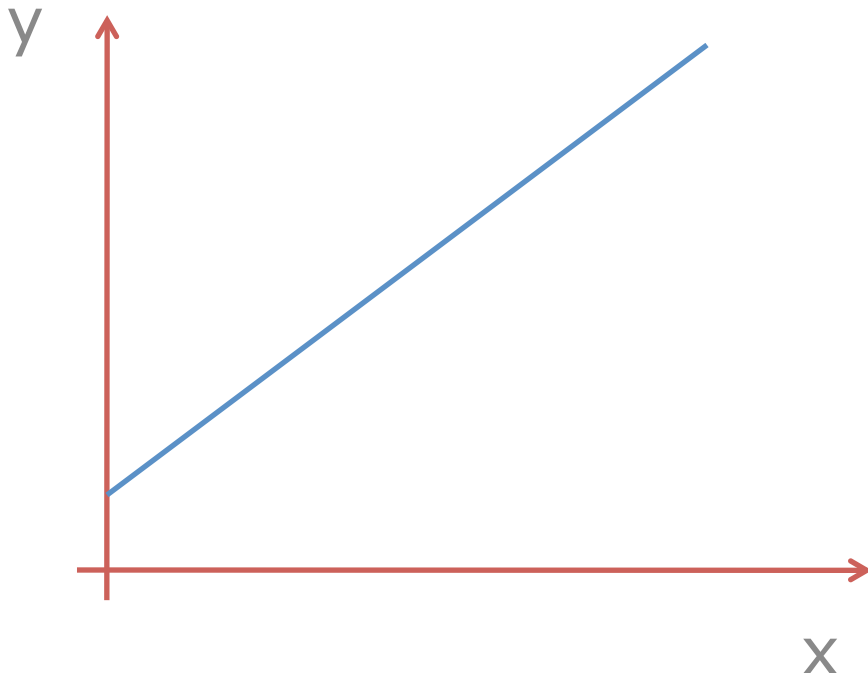
Nota la legge oraria il moto del punto materiale è completamente determinato.

Supponiamo che la legge oraria sia $x=t$, $y=1+t$ dove x e y sono misurati in metri e t in secondi:

t (secondi)	x (metri)	y (metri)
0	0	1
1	1	2
2	2	3
3	3	4

Legge oraria

Possiamo riportare graficamente la legge oraria nel piano **x-y** ottenendo così la traiettoria.



$$\begin{aligned}x &= t \\ y &= t+1\end{aligned}$$

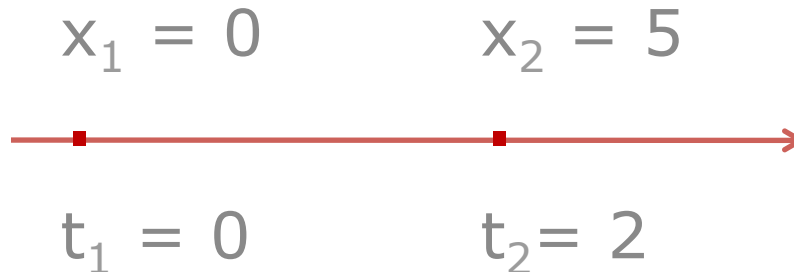
da cui, “eliminando” il tempo

$$y = x + 1$$

Equazione di una retta

Velocità media

Si consideri un moto unidimensionale nel quale un punto P è in $x=0$ a $t=0$ e $x=5$ m a $t=2$ s.



Nei due secondi dell'intervallo di tempo considerato **$\Delta t = 2 - (0) = 2$ s**, il punto materiale ha effettuato uno spostamento **$\Delta s = 5 - (0) = 5$ m**. Il segno positivo dello spostamento dice che è stato realizzato nel verso concorde alla freccia.

Velocità media (scalare)

Si definisce **velocità media** (scalare) la quantità:

$$v_m = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = \Delta s / \Delta t$$

È grandezza fisica fondamentale o derivata?

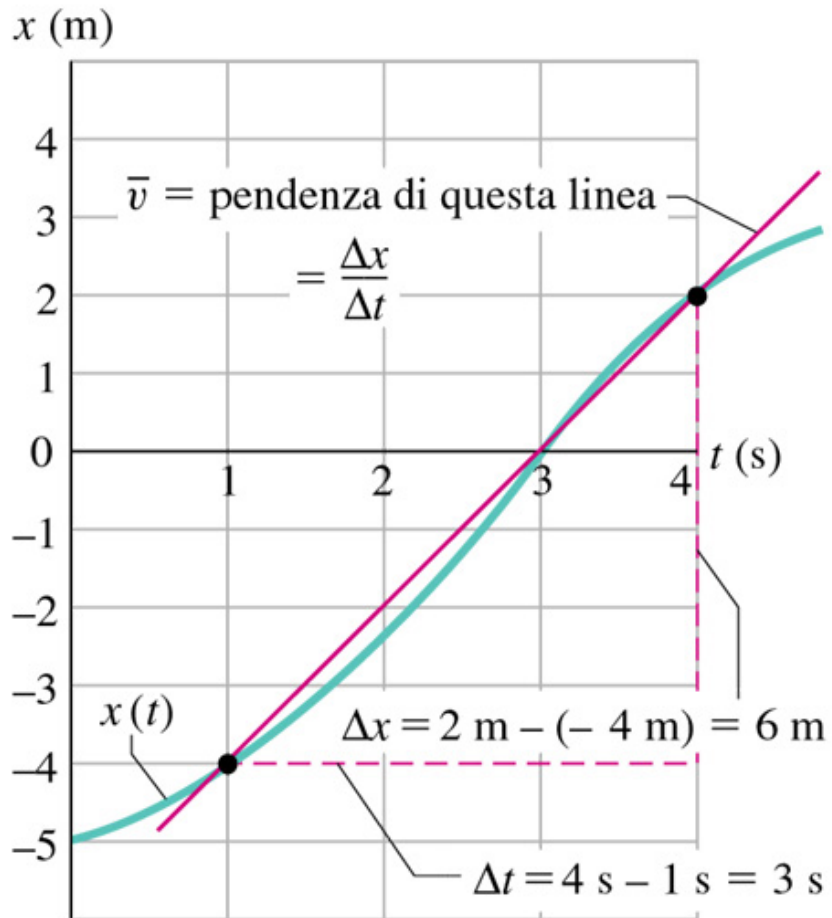
Velocità media (scalare)

Si definisce **velocità media** (scalare) la quantità:

$$v_m = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = \Delta s / \Delta t$$

- Si tratta di una grandezza fisica **derivata**, definita a partire dalle grandezze fondamentali lunghezza e tempo.
- In una dimensione non c'è differenza tra quantità scalari e quantità vettoriali, entrambe sono definite da un solo numero.
- La sua unità di misura nel SI è quindi il m/s.

$$\mathbf{1\ m/s = 3.6\ km/h}$$

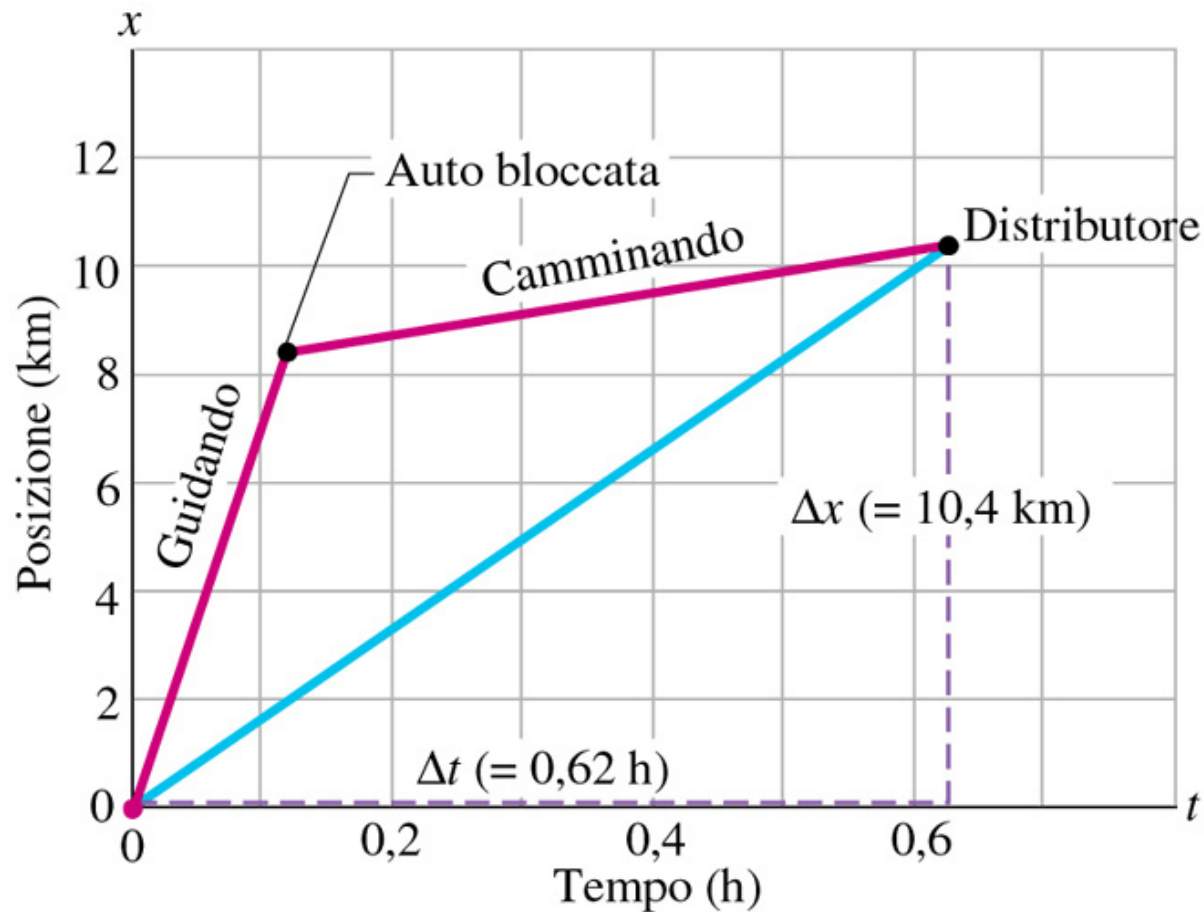


Il concetto di velocità è legato alla **rapidità** con cui un oggetto si sposta lungo una certa traiettoria.

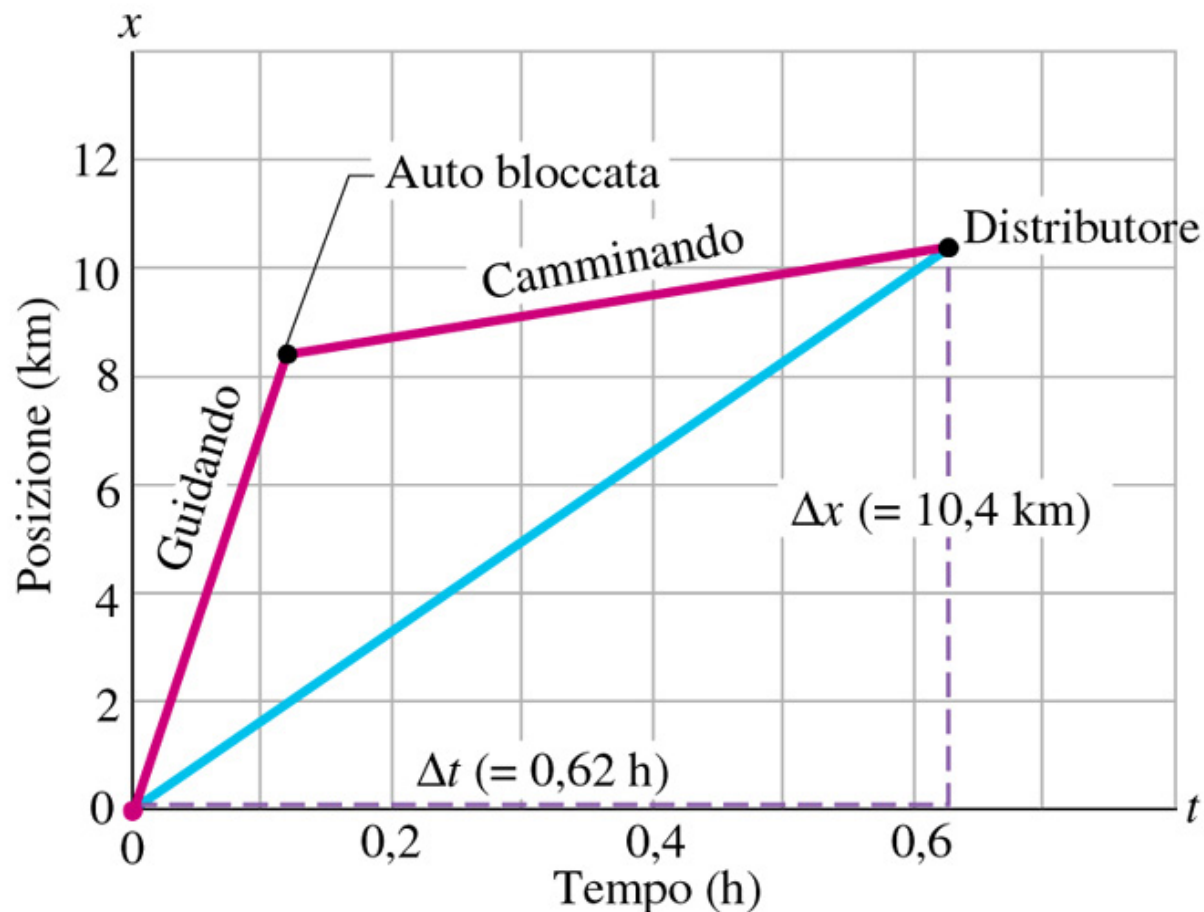
Più è ripida la curva, maggiore sarà la velocità

In più dimensioni $\Delta \mathbf{s} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ e la **velocità media** è un vettore: $\mathbf{v}_m = (\Delta x / \Delta t, \Delta y / \Delta t, \Delta z / \Delta t)$

La velocità media fornisce solo informazioni parziali (medie) sul moto ma non descrive nel dettaglio l'evolversi del moto stesso.



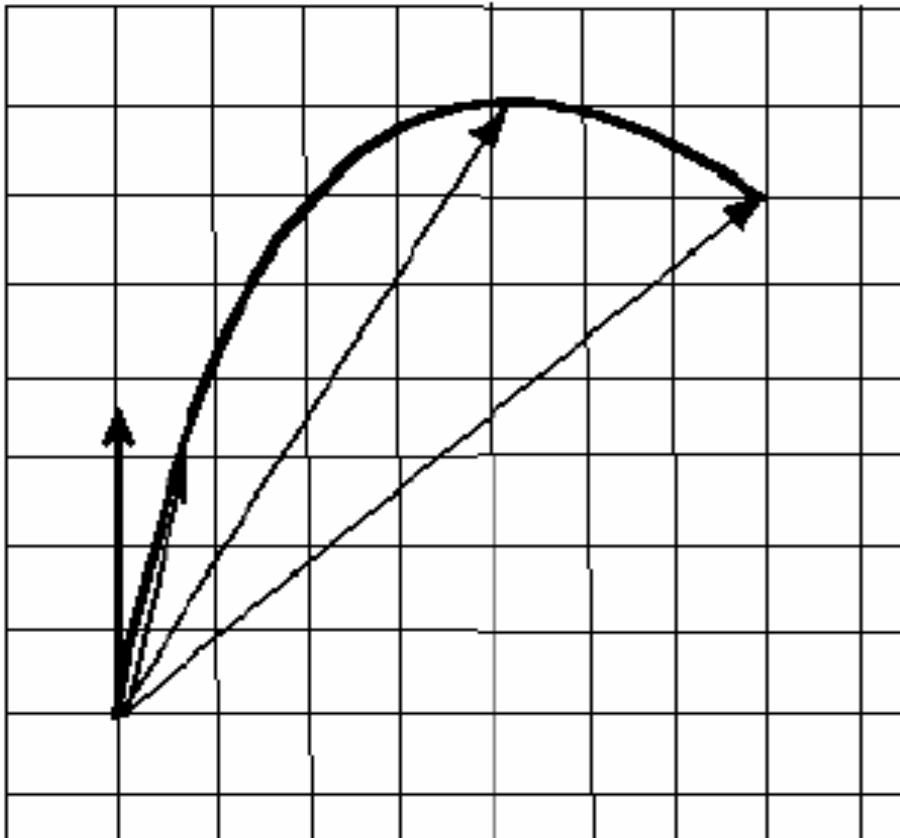
La velocità media fornisce solo informazioni parziali (medie) sul moto ma non descrive nel dettaglio l'evolversi del moto stesso.



I percorsi magenta e azzurro sono caratterizzati dalla stessa velocità media!

Passaggio al limite

Possiamo ridurre l'intervallo di tempo $\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$ e misurare gli spostamenti corrispondenti.



Al diminuire dell'intervallo di tempo Δt lo spostamento Δs (e la velocità media) tende a diventare un vettore tangente alla traiettoria.

Velocità istantanea

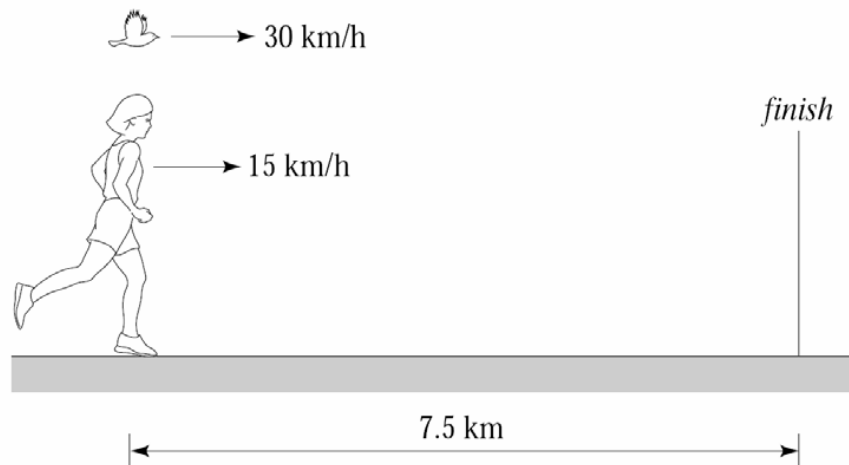
L'operazione di riduzione dell'intervallo di tempo Δt a zero è detta limite. Si chiama **velocità istantanea** la velocità media nel limite di Δt che tende a zero.

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{s} / \Delta t)$$

- Essendo lo spostamento, al limite per Δt che tende a zero, tangente alla traiettoria, anche la velocità istantanea sarà tangente alla traiettoria.
- Essa può cambiare istante per istante, ma il suo valore medio corrisponderà alla velocità media.

Problema

Un maratoneta corre alla velocità costante di 15 km/h. Quando il maratoneta si trova a 7.5 km dall'arrivo, un drone inizia a volare dal corridore verso l'arrivo a velocità di 30 km/h. Giunto all'arrivo, il drone torna indietro fino a raggiungere il corridore, poi torna nuovamente indietro e ripete i suoi viaggi avanti e indietro fino a che il maratoneta finisce la sua corsa. Quanti km percorre il drone?



1. 10 km
2. 15 km

3. 20 km
4. 30 km

Moto rettilineo uniforme

Un moto nel quale il vettore velocità non cambia (cioè sono costanti modulo, direzione e verso) si definisce **moto rettilineo uniforme**. La traiettoria è una retta percorsa con spostamenti uguali in tempi uguali.

Qualunque sia l'intervallo di tempo Δt il rapporto: $(\mathbf{s}(t) - \mathbf{s}_0)/(t - t_0) = \mathbf{v}$ è costante al variare di t . Da cui:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v}(t - t_0)$$

Legge oraria del moto rettilineo uniforme.

Moto accelerato

Un moto nel quale la velocità istantanea cambia è detto accelerato. Si consideri un punto materiale che abbia all'istante t_1 velocità \mathbf{v}_1 e all'istante t_2 velocità \mathbf{v}_2 .

Si definisce accelerazione media il vettore:

$$\mathbf{a}_m = (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) / (t_2 - t_1) = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$$

La sua unità di misura nel SI è il m/s^2 .

Accelerazione istantanea

Le considerazioni fatte per la velocità media valgono anche per l'accelerazione media. E' allora possibile anche in tal caso considerare il limite $\Delta t \rightarrow 0$.

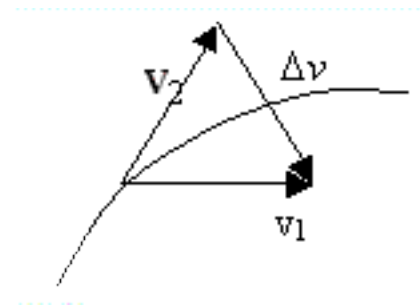
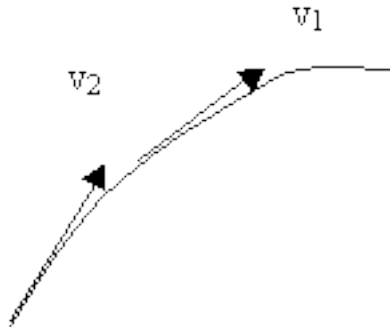
Si definisce **accelerazione istantanea** l'accelerazione media nel limite di Δt tendente a zero

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{v} / \Delta t)$$

Il concetto di accelerazione è legato alla **rapidità** con cui la velocità varia al variare del tempo mentre un oggetto si sposta lungo una certa traiettoria.

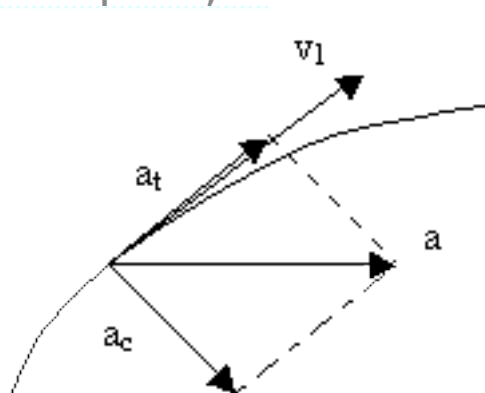
Accelerazione tangenziale e centripeta

Se la traiettoria del moto non è rettilinea, il vettore velocità istantanea varia in direzione e verso essendo esso un vettore tangente alla traiettoria.



Essendo il vettore $\mathbf{a} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 / t_2 - t_1$, si avrà accelerazione se vi è una variazione nel modulo (moto rettilineo orario) o nella direzione (moto circolare) della velocità. Le due componenti di tale accelerazione sono:

- L'accelerazione tangenziale, definita come la variazione del modulo.
- L'accelerazione centripeta, definita come la variazione della direzione.



$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_c$$

Moto uniformemente accelerato

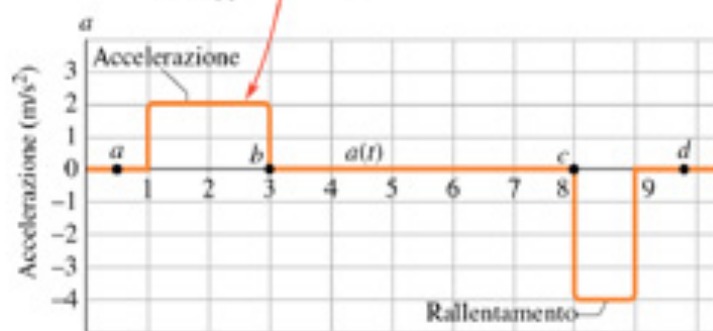
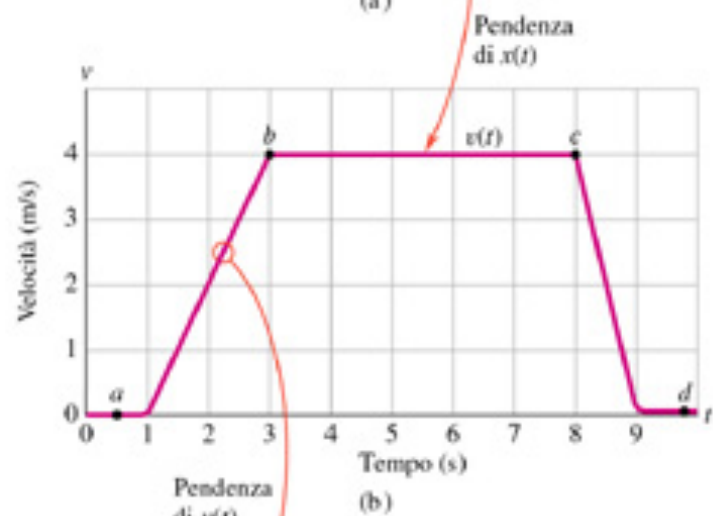
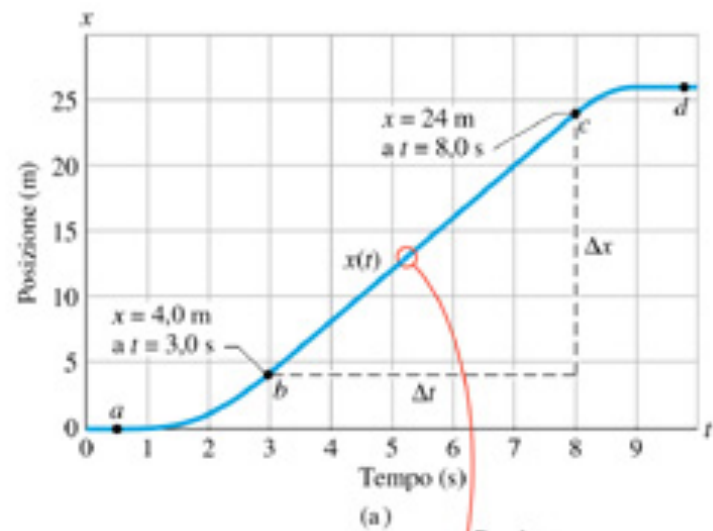
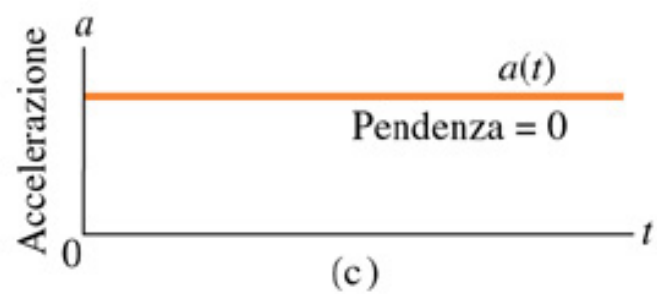
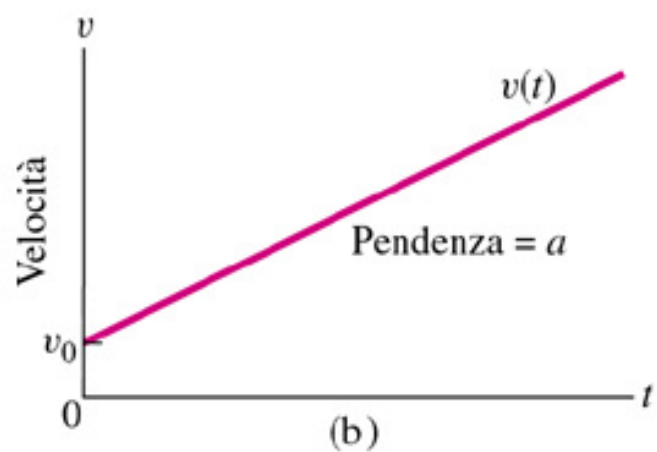
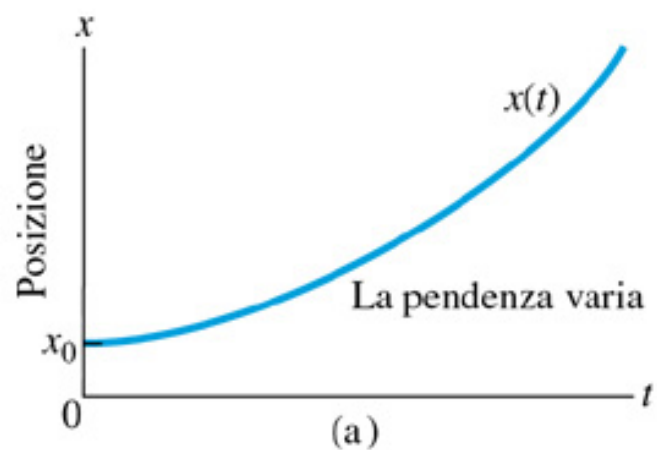
Un moto nel quale il vettore accelerazione non cambia (ovvero sono costanti modulo, direzione e verso) è un **moto uniformemente accelerato**.

Qualunque sia l'intervallo di tempo Δt il rapporto: $(\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_0)/(t - t_0) = \mathbf{a}$ è costante al variare di t . Da cui:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}(t - t_0)$$

Da tale equazione si ricava la
**legge oraria del moto uniformemente accelerato
(parabola):**

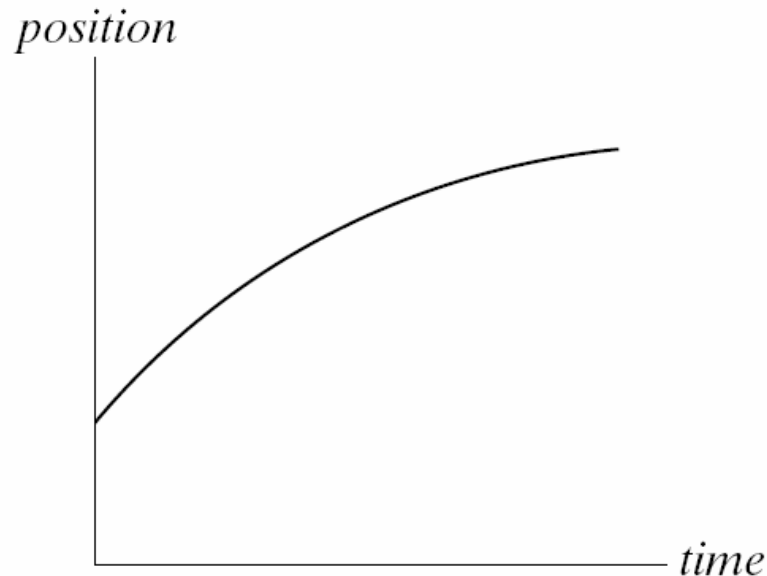
$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{s}_0 + \mathbf{v}_0(t - t_0) + (1/2)\mathbf{a}(t - t_0)^2$$



Problema

Un treno si muove su un binario rettilineo. Il grafico mostra la posizione del treno in funzione del tempo. Quale delle seguenti affermazioni é corretta:

- 1- il treno accelera sempre
- 2- il treno decelera sempre
- 3- il treno parte del tempo accelera, parte del tempo decelera
- 4- il treno si muove a velocità costante



Moto periodico

Un moto si dice **periodico** quando si ripete identico (assume stesse posizioni, velocità, accelerazioni, ecc.) al trascorrere di intervalli fissi di tempo.

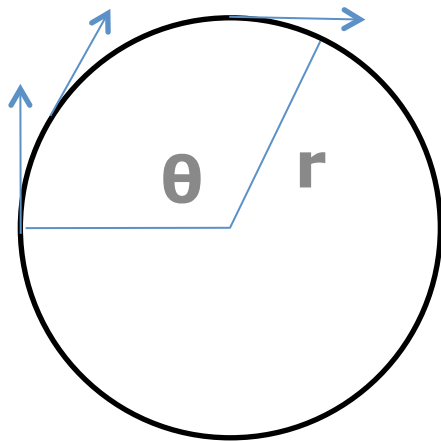
Il più piccolo intervallo di tempo che bisogna attendere perché il moto assuma le stesse caratteristiche è detto periodo e si indica con **T**.

Trattandosi di un tempo, nel SI il periodo si misura in secondi.

L'inverso del periodo è la frequenza **$f = 1/T$** . Essa si misura in $1/s = \text{Hz}$ (Hertz), e rappresenta il numero di volte in cui il ciclo si ripete in un secondo.

Moto circolare uniforme

E' un particolare moto periodico che avviene lungo una circonferenza di raggio r , nel quale vengono percorsi angoli (o archi di circonferenza) uguali in tempi uguali.

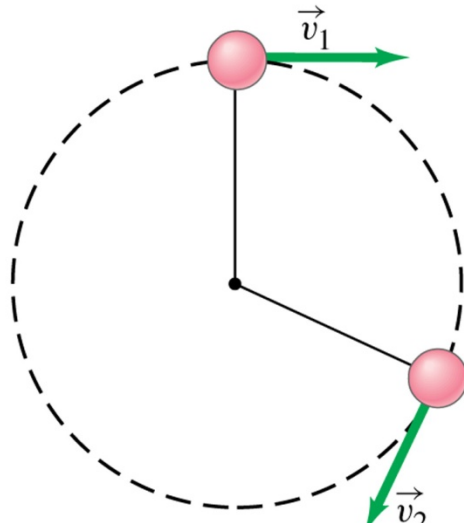


Frequenza angolare (rad/sec):

$$\omega = \theta / \Delta t = 2\pi / T = 2\pi f$$

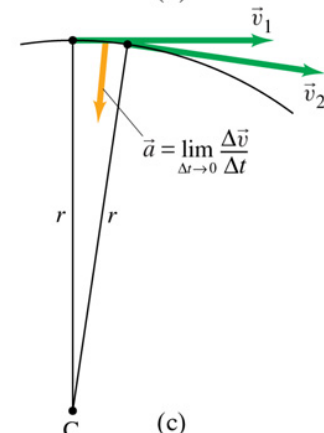
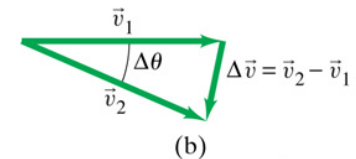
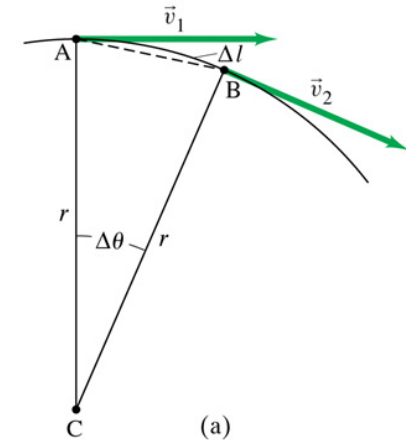
Nel moto circolare uniforme il modulo della velocità è costante, pari a $\mathbf{v} = \mathbf{r} \theta / \Delta t = \omega \mathbf{r}$, ma la direzione cambia istante per istante. Ne consegue che in questo tipo di moto non c'è accelerazione tangenziale ma vi è solo accelerazione centripeta: $\mathbf{a}_c = \mathbf{v}^2 / \mathbf{r}$.

Accelerazione centripeta



La direzione del vettore velocità cambia istante per istante. Pertanto questo moto è accelerato e si dimostra che l'accelerazione è diretta verso il centro (accelerazione centripeta)

$$a_c = v^2/r$$

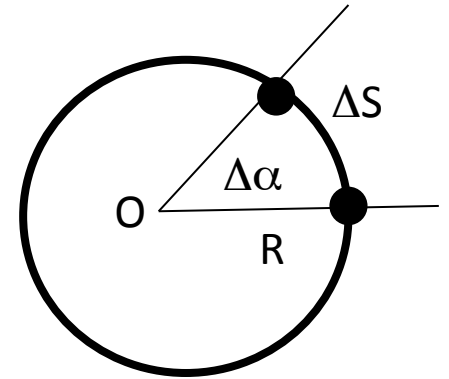


Esempio

$\Delta S = \Delta\alpha R$ spazio percorso

$\omega = \Delta\alpha/\Delta t$ velocità angolare

$v = \Delta S/\Delta t = \Delta\alpha/\Delta t R = \omega R$



Calcolare la velocità all'estremità di un disco di raggio $R=10$ cm che ruota ad una frequenza di 45 giri/min.

Possiamo calcolarlo o con la definizione di moto circolare uniforme o con la definizione di velocità:

$$v = \omega R$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 45/60\text{s} = 4.71 \text{ s}^{-1}$$

$$v = 4.71 \cdot 10 \text{ cm/s} = 47.1 \text{ cm/s}$$

$$v = \Delta S/\Delta t$$

$$\Delta t=60\text{s} \quad \Delta S = 45 \cdot 2\pi R \text{ cm} = 2827.4 \text{ cm}$$

$$v = 2827.4 \text{ cm} / 60 \text{ s} = 47.1 \text{ cm/s}$$

Esercizi

Riportare sul piano x-y le seguenti leggi orarie:

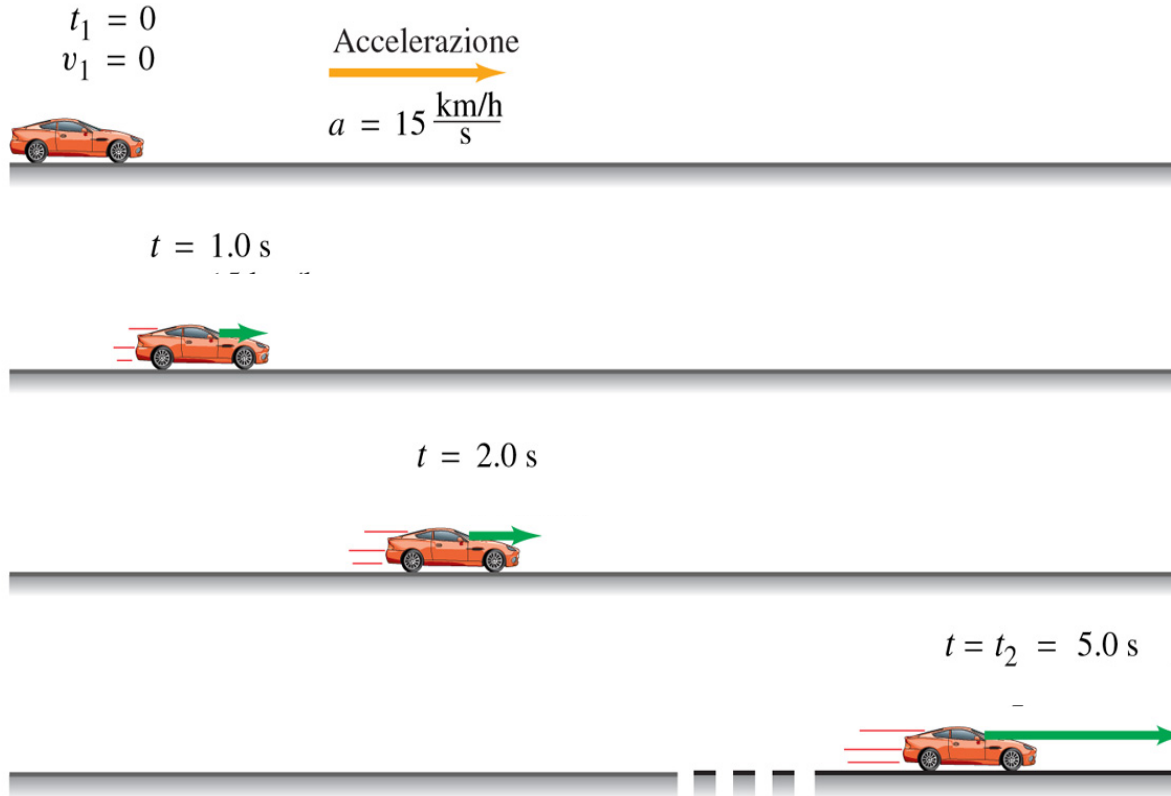
- $x = 2t$ $y = 2t+1$
- $x = t$ $y = t^2$
- $x = t^2$ $y = t$
- $x = 1$ $y = 2t$

Si considerino le x e le y espresse in metri e il tempo t in secondi.

Costruire la tabella della legge oraria e poi riportare sul piano x-y le coppie di punti.

Ricavare l'equazione della traiettoria, "eliminando" il tempo dalle leggi orarie.

Esercizi



1. Calcolare la velocità ai vari istanti
2. Calcolare lo spazio percorso ai vari istanti

Esercizi

- Quanto spazio si percorre viaggiando ad una velocità di 20 m/s per 2 ore?
- Percorro 100 Km alla velocità di 85 Km/h, poi mi fermo 30 minuti e riprendo percorrendo 150 Km alla velocità di 120 Km/h. Quale è la velocità media?
- Un corridore percorre 100 m in 9.58 s (2009, Usain Bolt). Quale è la sua velocità media? Supponendo che raggiunga la velocità massima dopo 50 m calcolare questa velocità e l'accelerazione (in realtà la velocità di picco è di 44,72 Km/h tra 60-80 metri e quella media nei secondi 50 metri di 41 Km/h).