

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Московский Авиационный Институт»**  
**(Национальный Исследовательский Университет)**

**Институт: №8 «Информационные технологии**  
**и прикладная математика»**  
**Кафедра: 806 «Вычислительная математика**  
**и программирование»**

Лабораторная работа № 7  
по курсу «Численные  
методы»

Группа: М8О-407Б-21

Студент: А. В. Крючков

Преподаватель: Ю.В. Сластушенский

Оценка:

Дата: 01.12.2024

Москва, 2024

# 1 Тема

Метод конечных разностей для решения уравнений эллиптического типа.

## 2 Задание

Решить краевую задачу для дифференциального уравнения эллиптического типа. Аппроксимацию уравнения произвести с использованием центрально-разностной схемы. Для решения дискретного аналога применить следующие методы: метод простых итераций (метод Либмана), метод Зейделя, метод простых итераций с верхней релаксацией. Вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением  $U(x, y)$ . Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров  $h_x, h_y$ .

10.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} - 4u,$$

$$u(0, y) = \exp(-y) \cos y,$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, y\right) = 0,$$

$$u(x, 0) = \exp(-x) \cos x,$$

$$u\left(x, \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Аналитическое решение:  $U(x, y) = \exp(-x - y) \cos x \cos y$ .

## 3 Листинг кода

Исходный код: <https://github.com/crewch/nm-labs/blob/main/lab7/lab7.ipynb>

## Метод простых итераций:

График точного и численного решения задачи

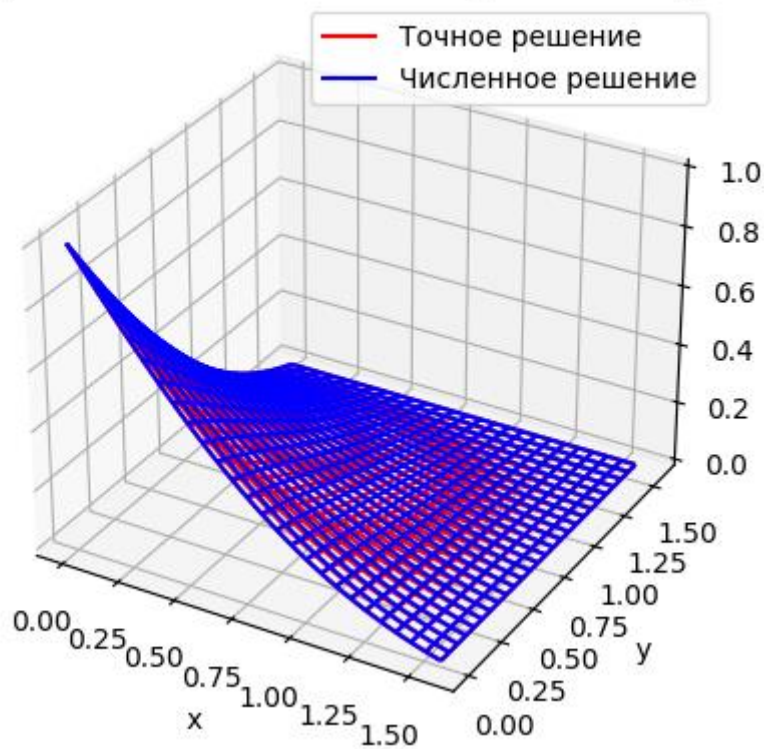
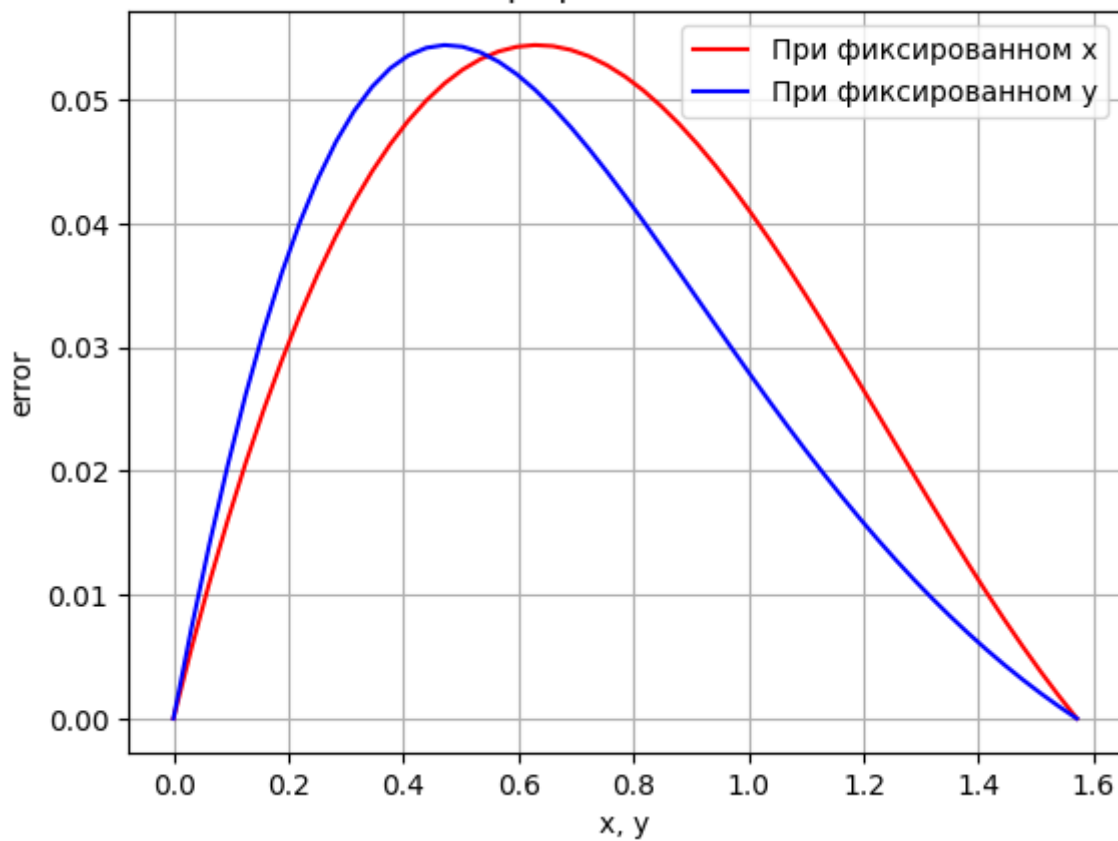


График ошибок



## Метод Зейделя:

График точного и численного решения задачи

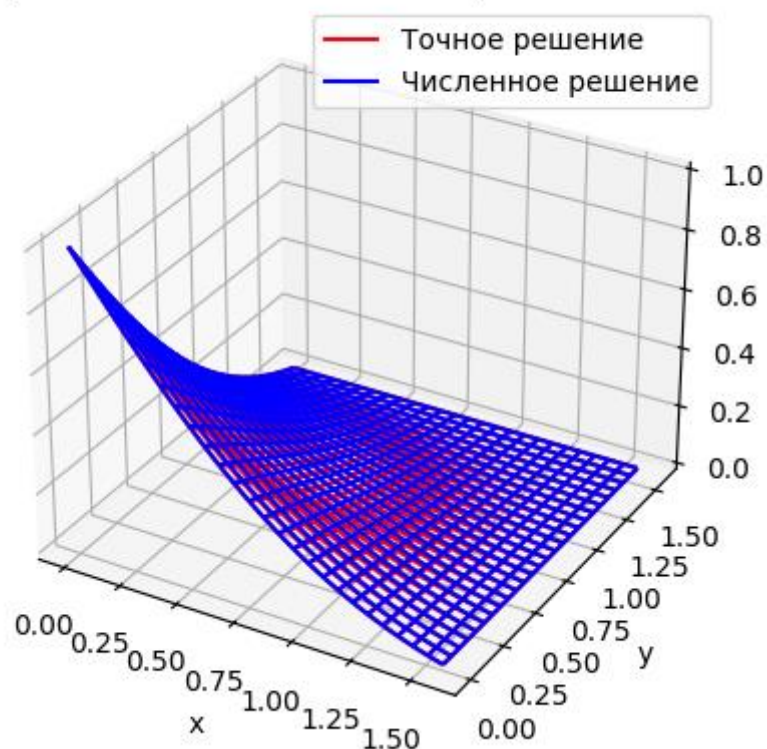
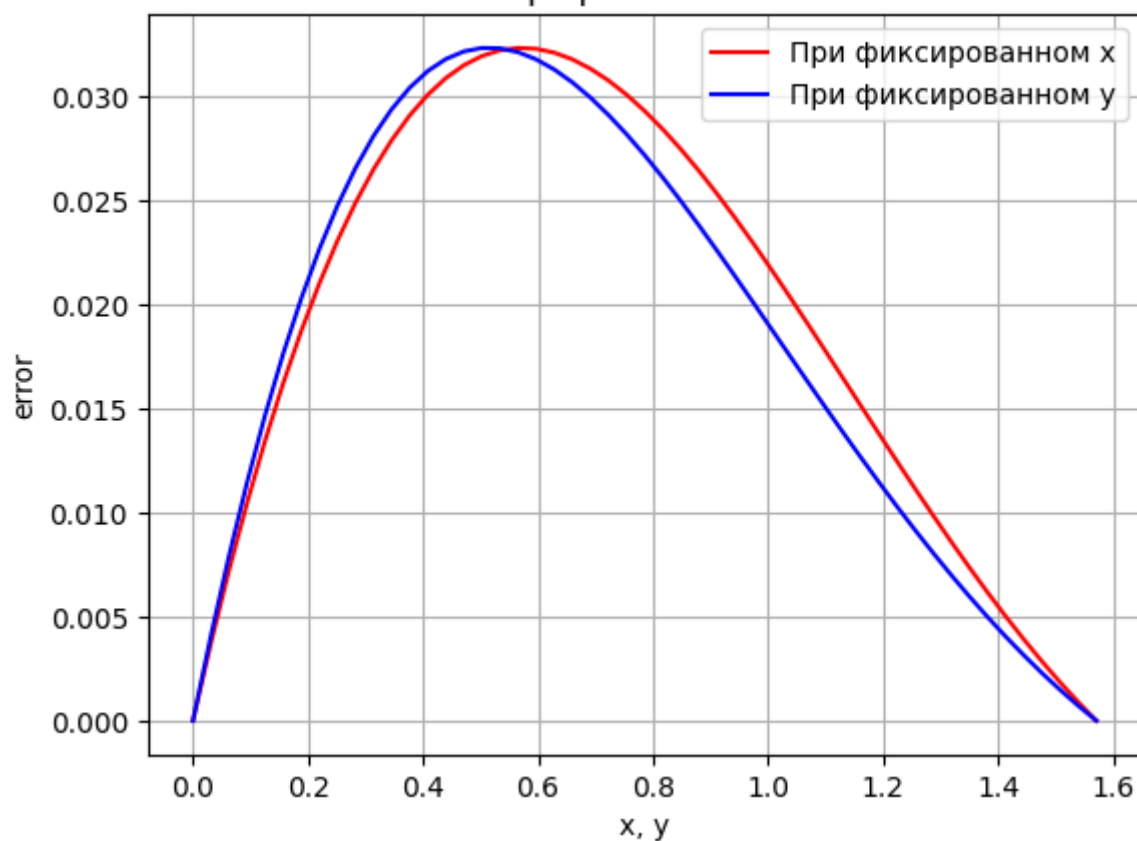


График ошибок



## Метод верхней релаксации:

График точного и численного решения задачи

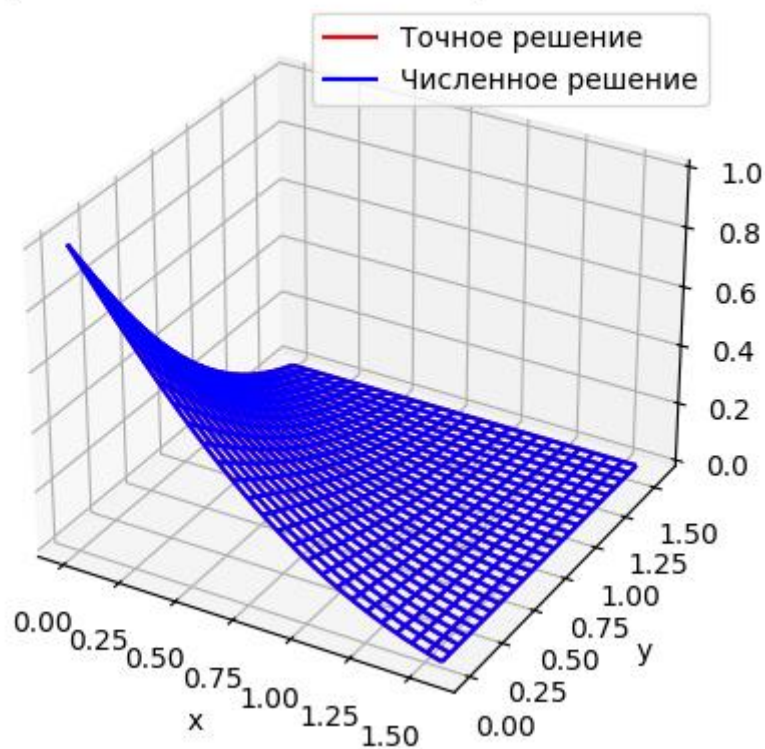
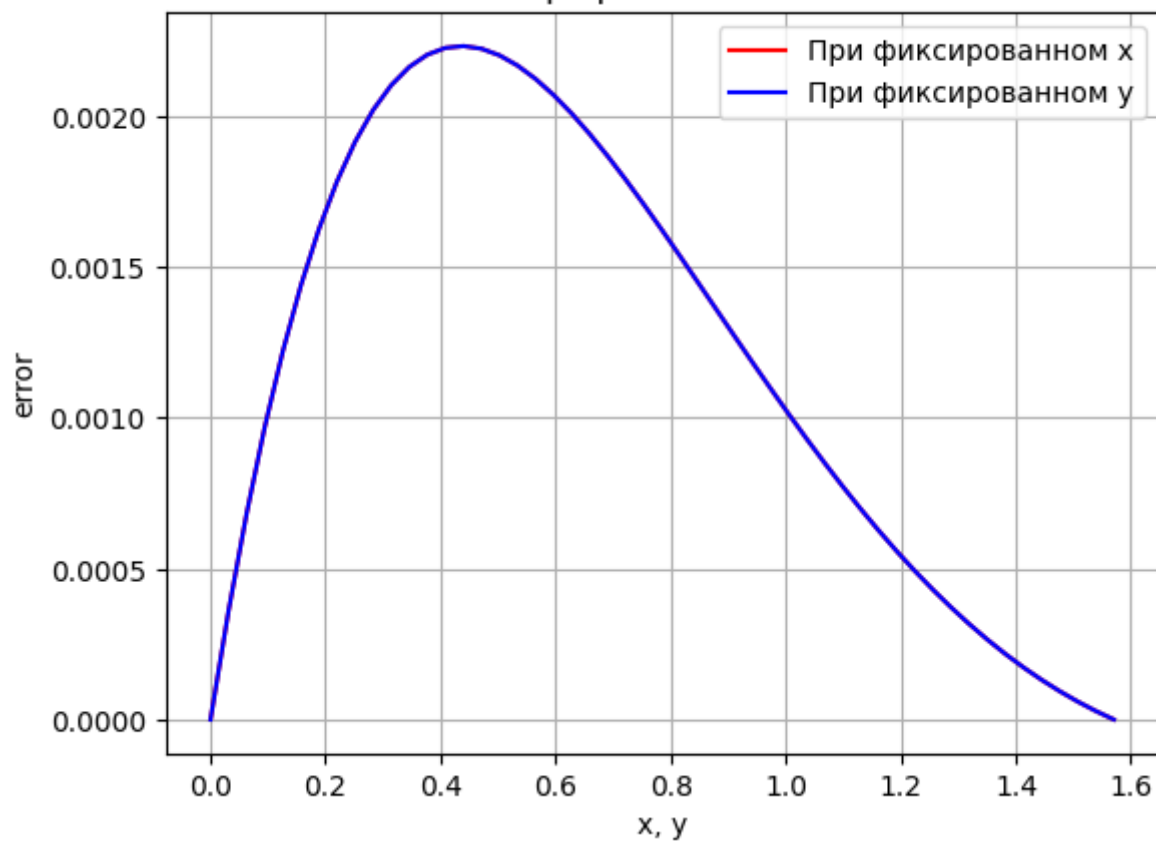


График ошибок



## 4 Выводы

Как мы можем увидеть, конечно-разностные схемы для решения уравнений эллиптического типа имеют высокую точность и, при достаточной мелкости  $h_x, h_y$ , способны достигать настолько маленькую погрешность, что ей можно будет пренебречь при решении реальных задач математической физики.

## 5 Список используемой литературы

1. Раздел 5. Численные методы решения дифференциальных уравнений с частными производными – <https://mainfo.ru/mietodichieskiie-matierialy>