

## SY19 Automne 2011

### TP 1 : Positionnement multidimensionnel

#### Exercice 1. Exercice théorique

On considère le tableau de données suivant :

$$X = \begin{pmatrix} 8.5 & 1.5 \\ 3.5 & 5.0 \\ 2.0 & 6.5 \\ 9.5 & 1.5 \\ 8.5 & 2.5 \\ 3.0 & 6.5 \\ 9.0 & 2.5 \\ 2.0 & 5.5 \end{pmatrix}.$$

#### Première partie : ACP

On associe les mêmes pondérations à tous les individus et on munit  $\mathbb{R}^p$  de la métrique euclidienne.

1. En utilisant la fonction `eigen`, calculer les axes factoriels de l'ACP du nuage de points ainsi défini. Quels sont les pourcentages d'inertie expliquée par chacun de ces axes ?
2. Calculer les composantes principales ; en déduire la représentation des huit individus dans le premier plan factoriel. Quelle est la transformation appliquée par l'ACP à un jeu de données de  $\mathbb{R}^2$  représenté dans le plan factoriel ?
3. Calculer l'expression  $\sum_{\alpha=1}^k \mathbf{c}_\alpha \mathbf{u}'_\alpha$  pour les valeurs  $k = 1$  et  $k = 2$ . Que remarque-t-on ?

#### Deuxième partie : MDS

1. Calculer le tableau  $D^2$  des distances euclidiennes associé à ces données.
2. Calculer la matrice  $W$  des produits scalaires, d'une part directement à partir de  $X$ , d'autre part, à partir de  $D^2$ .
3. Vérifier que  $W$  (ou  $\frac{1}{n}W$ ) est semi définie positive.
4. Déterminer la matrice  $V$  des vecteurs propres normées (au sens de  $D_p$ ) de  $\frac{1}{n}W$  et  $L$  la matrice diagonale des valeurs propres.
5. En déduire la représentation fournie par l'AFTD.
6. Tracer le nuage associé au tableau initial  $X$  et le nuage associé à la représentation fournie par l'AFTD. Comparer ces deux représentations.
7. En utilisant les résultats précédents, écrire en R la fonction `aftd` ayant comme argument d'entrée la distance  $D$  et comme argument de sortie la représentation dans  $\mathbb{R}^2$  associée par l'AFTD et la qualité de cette représentation.

## Exercice 2. Les données de mutations

Les principaux outils R permettant d'appliquer les méthodes de positionnement multidimensionnel sont les suivants :

- la classe `dist` permet de manipuler les tableaux de proximités (distance, dissimilarités, similarités). Les fonctions `as.dist` et `as.matrix` permettent de passer de la représentations matricielle classique à la représentation en tableau de distance.
- concernant les fonctions :
  - la fonction `dist` permet d'effectuer le calcul des principales distances (euclidienne, ...) à partir d'un tableau de données ;
  - la fonction `cmdscale` réalise l'AFTD,
  - la fonction `sammon` (module MASS), la projection de Sammon,
  - et la fonction `isoMDS` (module MASS), la projection de Kruskal ;
  - enfin, le module `Shepard` (module MASS) permet de tracer un diagramme de Shepard.

On se propose d'utiliser ces outils sur les données de [mutations2.txt](#). Charger les données et les stocker dans un tableau de données (*data frame*) :

```
mutations <- read.table("mutations2.txt", header=F, row.names=1)
```

1. Effectuer l'AFTD en utilisant la fonction `AFTD` écrite dans l'exercice 1 et en utilisant la fonction `cmdscale`. Comparer les résultats alors obtenus.
2. Visualiser les données précédentes dans un espace à deux dimensions en utilisant les projections de Sammon et de Kruskal. Comparer aux résultats de l'AFTD.
3. Tracer les diagrammes de Shepard, et les comparer.

## Exercice 3. Les données de distances entre aéroports

Les données contenues dans le fichier [airport2.txt](#) représentent les distances de vol entre des aéroports situés en différents points du globe. L'objectif de cet exercice est d'appliquer les différentes méthodes de positionnement multidimensionnel à ces données et de comparer les résultats obtenus.

Charger les données et les stocker dans un tableau de données (*data frame*) :

```
airports <- read.table("airports2.txt", header=F, row.names=1)
```

1. Effectuer l'AFTD sur les données au moyen de la fonction `cmdscale`. Analyser les résultats obtenus.
2. Visualiser les données dans un espace à deux dimensions en utilisant les projections de Sammon et de Kruskal. Comparer à la représentation obtenue par AFTD.
3. Restreindre les données aux seuls aéroports européens ; effectuer l'AFTD et représenter les données dans un espace à deux dimensions. Que constate-t-on ? Comparer ces résultats obtenus à ceux obtenus en utilisant les projections de Sammon et de Kruskal.

