

Exemple d'ACP : Les données

| | math | scie | fran | lati | d-m |
|----------|------|------|-------|-------|-----|
| jean | 6.0 | 6.0 | 5.0 | 5.5 | 8 |
| aline | 8.0 | 8.0 | 8.0 | 8.0 | 9 |
| annie | 6.0 | 7.0 | 11.0 | 9.5 | 11 |
| monique | 14.5 | 14.5 | 15.5 | 15.0 | 8 |
| didier | 14.0 | 14.0 | 12.0 | 12.5 | 10 |
| andré | 11.0 | 10.0 | 5.5 | 7.0 | 13 |
| pierre | 5.5 | 7.0 | 14.0 | 11.5 | 10 |
| brigitte | 13.0 | 12.5 | 8.5 | 9.5 | 12 |
| evelyne | 9.0 | 9.5 | 12.5 | 12.0 | 18 |
| Moy. | 9.67 | 9.83 | 10.22 | 10.05 | 11 |

Données initiales

| math | scie | fran | lati | dess |
|-------|-------|-------|-------|------|
| -3.67 | -3.83 | -5.22 | -4.55 | -3 |
| -1.67 | -1.83 | -2.22 | -2.05 | -2 |
| -3.67 | -2.83 | 0.78 | -0.55 | 0 |
| 4.83 | 4.67 | 5.28 | 4.95 | -3 |
| 4.33 | 4.17 | 1.78 | 2.45 | -1 |
| 1.33 | 0.17 | -4.72 | -3.05 | 2 |
| -4.17 | -2.83 | 3.78 | 1.45 | -1 |
| 3.33 | 2.67 | -1.72 | -0.55 | 1 |
| -0.67 | -0.33 | 2.28 | 1.95 | 7 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Données centrées

$$S = \frac{1}{9}X'X$$

| | math | scie | fran | lati | dess |
|------|--------|-------|--------|-------|-------|
| math | 11.389 | | | | |
| scie | 9.917 | 8.944 | | | |
| fran | 2.657 | 4.120 | 12.062 | | |
| lati | 4.824 | 5.481 | 9.293 | 7.914 | |
| dess | 0.111 | 0.056 | 0.389 | 0.667 | 8.667 |

Matrice de variance S

| Inertie expliquée | % d'inertie expliquée | % d'inertie cumulée |
|----------------------|--------------------------|------------------------|
| 28.2533 | 57.69 | 57.69 |
| 12.0747 | 24.65 | 82.34 |
| 8.6157 | 17.59 | 99.94 |
| 0.0217 | 0.04 | 99.98 |
| 0.0099 | 0.02 | 100.00 |

Valeurs propres

| u_1 | u_2 | u_3 | u_4 | u_5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.51 | 0.57 | -0.05 | 0.29 | -0.57 |
| 0.51 | -0.37 | -0.01 | -0.55 | 0.55 |
| 0.49 | 0.65 | 0.11 | -0.39 | -0.41 |
| 0.48 | 0.32 | 0.02 | 0.67 | 0.45 |
| 0.03 | 0.11 | -0.99 | -0.03 | -0.01 |

Axes factoriels



| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|------|------|------|------|
| jean | 0.89 | 0.03 | 0.08 | 0.00 | 0.00 |
| aline | 0.80 | 0.03 | 0.17 | 0.00 | 0.00 |
| annie | 0.46 | 0.53 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| monique | 0.89 | 0.00 | 0.11 | 0.00 | 0.00 |
| didier | 0.88 | 0.10 | 0.02 | 0.00 | 0.00 |
| andré | 0.24 | 0.58 | 0.19 | 0.00 | 0.00 |
| pierre | 0.03 | 0.91 | 0.07 | 0.00 | 0.00 |
| brigitte | 0.17 | 0.74 | 0.09 | 0.00 | 0.00 |
| evelyne | 0.05 | 0.20 | 0.75 | 0.00 | 0.00 |

Contributions relatives des axes aux individus

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|------|------|------|------|
| jean | 0.30 | 0.03 | 0.09 | 0.11 | 0.15 |
| aline | 0.06 | 0.00 | 0.04 | 0.04 | 0.02 |
| annie | 0.04 | 0.11 | 0.00 | 0.15 | 0.00 |
| monique | 0.37 | 0.00 | 0.14 | 0.15 | 0.11 |
| didier | 0.15 | 0.04 | 0.02 | 0.03 | 0.40 |
| andré | 0.03 | 0.20 | 0.09 | 0.00 | 0.25 |
| pierre | 0.00 | 0.36 | 0.04 | 0.07 | 0.02 |
| brigitte | 0.02 | 0.15 | 0.03 | 0.30 | 0.00 |
| evelyne | 0.01 | 0.11 | 0.56 | 0.14 | 0.04 |

Contributions relatives des individus aux axes

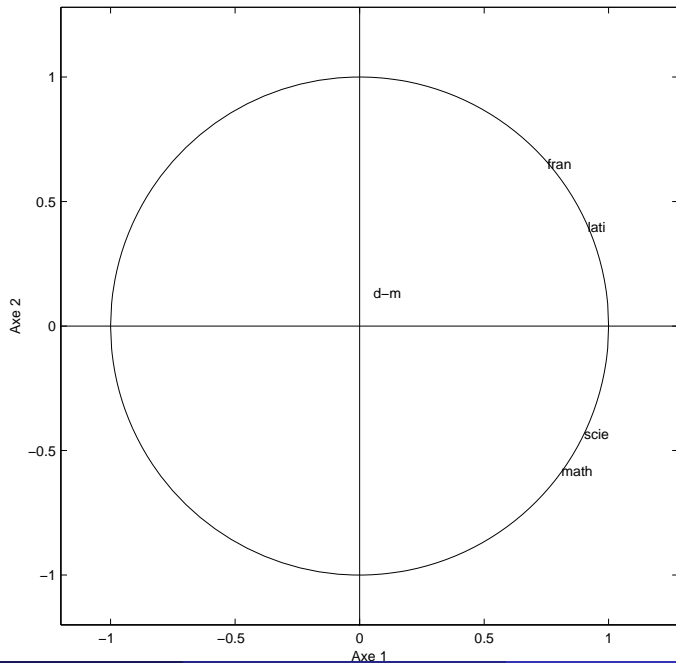
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| jean | -8.70 | -1.70 | 2.55 | 0.16 | 0.11 |
| aline | -3.94 | -0.72 | 1.81 | 0.09 | -0.04 |
| annie | -3.22 | 3.47 | 0.29 | -0.18 | -0.02 |
| monique | 9.75 | 0.22 | 3.54 | 0.18 | -0.09 |
| didier | 6.37 | -2.17 | 0.96 | -0.07 | 0.18 |
| andré | -2.97 | -4.65 | -2.64 | 0.02 | -0.16 |
| pierre | -1.05 | 6.21 | 1.67 | -0.11 | -0.04 |
| brigitte | 1.99 | -4.07 | -1.41 | -0.25 | 0.00 |
| evelyne | 1.77 | 3.40 | -6.62 | 0.15 | 0.07 |

Composantes principales

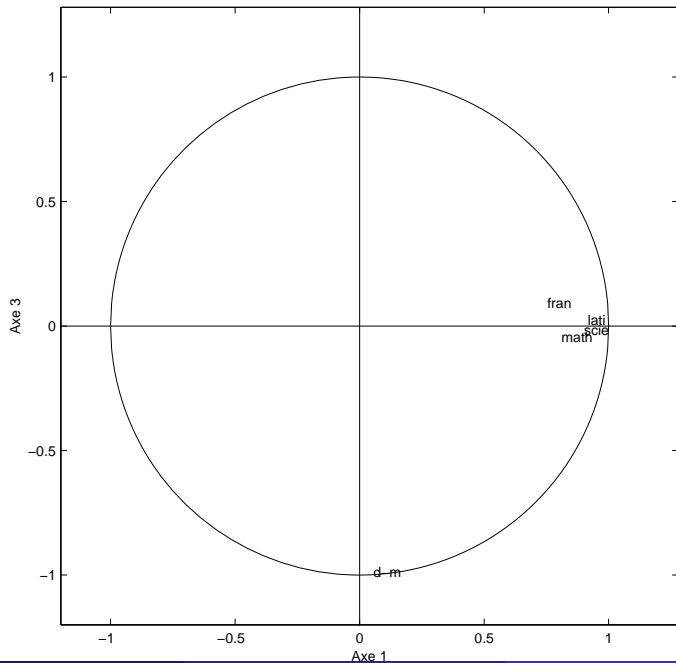
| | F1 | F2 | F3 | F4 | F 5 |
|------|------|-------|-------|-------|-------|
| math | 0.81 | -0.58 | -0.04 | 0.01 | -0.02 |
| scie | 0.90 | -0.43 | -0.01 | -0.03 | 0.02 |
| fran | 0.75 | 0.65 | 0.09 | -0.02 | -0.01 |
| lati | 0.92 | 0.40 | 0.02 | 0.04 | 0.02 |
| d-m | 0.06 | 0.13 | -0.99 | 0.00 | 0.00 |

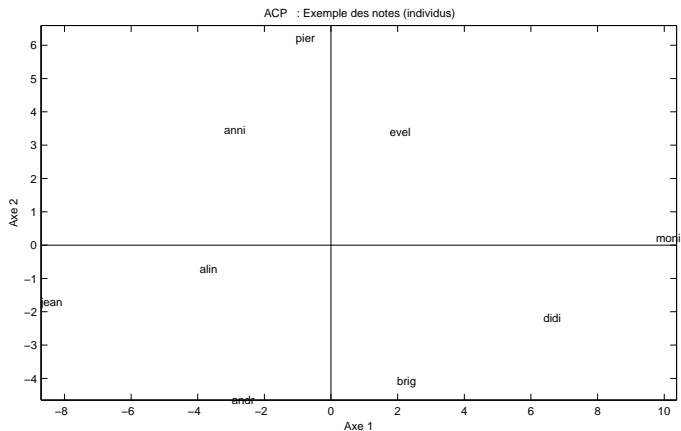
Analyse dans \mathbb{R}^n

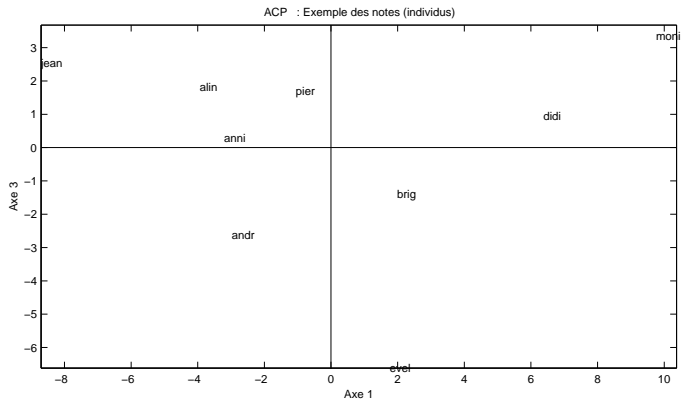
ACP : Exemple des notes (variables)



ACP : Exemple des notes (variables)







Taille du cerveau et intelligence : données

- Référence : Reference: Willerman, L., Schultz, R., Rutledge, J. N., and Bigler, E. (1991), "In Vivo Brain Size and Intelligence," Intelligence, 15, 223-228.
- Description: 40 étudiants en psychologie et 7 variables
- Sexe
- 3 mesures d'intelligence
 - FSIQ : Full Scale IQ scores based on the four Wechsler (1981) subtests
 - VIQ : Verbal IQ scores based on the four Wechsler (1981) subtests
 - PIQ : Performance IQ scores based on the four Wechsler (1981) subtests
- Weight : taille de l'étudiant
- Height : poids de l'étudiant
- MRI (Magnetic Resonance Imaging) : taille du cerveau

Taille du cerveau et intelligence : ACP

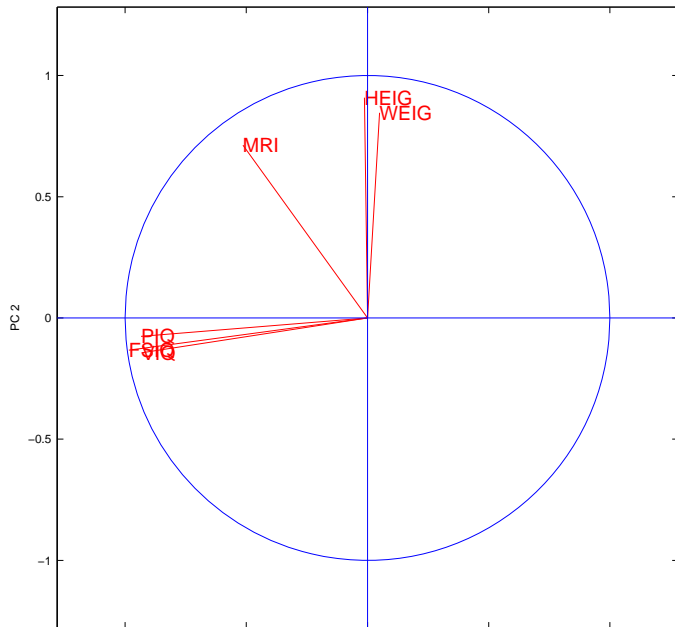
Corrélations

| | FSIQ | VIQ | PIQ | WEIG | HEIG | MRI |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| FSIQ | 1.00 | 0.95 | 0.93 | -0.13 | -0.10 | 0.36 |
| VIQ | 0.95 | 1.00 | 0.78 | -0.16 | -0.08 | 0.34 |
| PIQ | 0.93 | 0.78 | 1.00 | -0.05 | -0.09 | 0.39 |
| WEIG | -0.13 | -0.16 | -0.05 | 1.00 | 0.63 | 0.43 |
| HEIG | -0.10 | -0.08 | -0.09 | 0.63 | 1.00 | 0.60 |
| MRI | 0.36 | 0.34 | 0.39 | 0.43 | 0.60 | 1.00 |

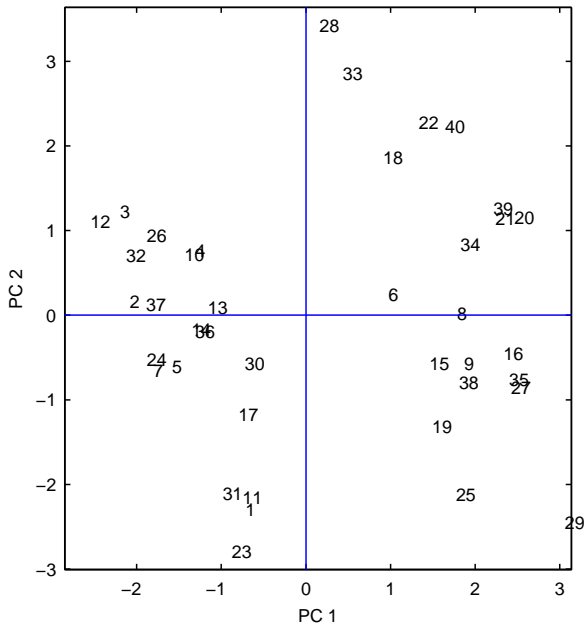
ACP : valeurs propres

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------|-------|-------|--------|--------|--------|----------|
| Variance | 2.97 | 2.09 | 0.453 | 0.287 | 0.189 | 0.0026 |
| Pourc. de variance | 49.57 | 34.90 | 7.549 | 4.790 | 3.146 | 0.0432 |
| Pourcentage cumulé | 49.57 | 84.47 | 92.021 | 96.810 | 99.957 | 100.0000 |

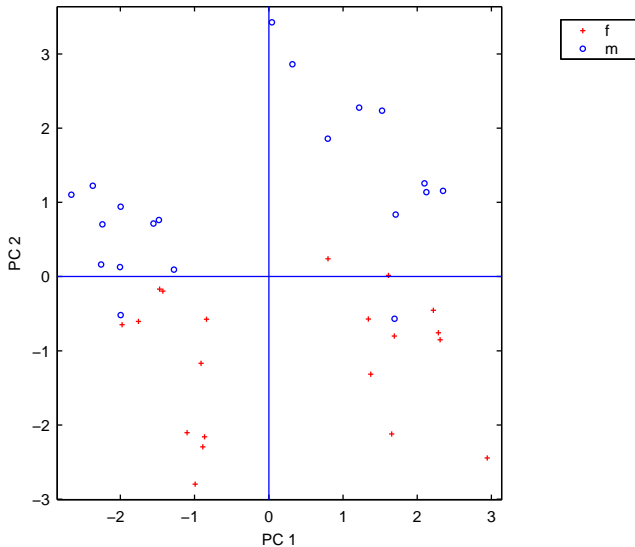
ACP (correlation) : Taille du cerveau (variables)



ACP (correlation) : Taille du cerveau (individus)



ACP (correlation) : Taille du cerveau (individus)



Programme R : fichier notes.txt

| math | scie | fran | lati | d-m | |
|----------|------|------|------|------|------|
| jean | 6.0 | 6.0 | 5.0 | 5.5 | 8.0 |
| aline | 8.0 | 8.0 | 8.0 | 8.0 | 9.0 |
| annie | 6.0 | 7.0 | 11.0 | 9.5 | 11.0 |
| monique | 14.5 | 14.5 | 15.5 | 15.0 | 8.0 |
| didier | 14.0 | 14.0 | 12.0 | 12.5 | 10.0 |
| andre | 11.0 | 10.0 | 5.5 | 7.0 | 13.0 |
| pierre | 5.5 | 7.0 | 14.0 | 11.5 | 10.0 |
| brigitte | 13.0 | 12.5 | 8.5 | 9.5 | 12.0 |
| evelyne | 9.0 | 9.5 | 12.5 | 12.0 | 18.0 |

Programme R : ACP directe

```
data <- read.table('../Data/notes.txt')           # Initialisation des données
Y <- as.matrix(data)
n <- dim(Y)[1]
X <- Y-matrix(1,n,1)%*% apply(Y,2,mean)           # Centrage et réduction éventuelle du tableau
#X <- X/matrix(1,n,1)%*% apply(X,2,sd)
S <- (1/n)*t(X)%*%X                                # Calcul de la matrice de covariance ou de corrélation
tmp<-eigen(S,symmetric=TRUE)                       # Calcul des valeurs propres et des axes d'inertie
L <- diag(tmp$values)
U <- tmp$vectors
C <- X%*% U                                           # Calcul des composantes principales des individus
COR <- diag(1/apply(X^2,1,sum))%*% C^2              # Calcul des contributions
CTR <- (1/n)*C^2 %*% diag(1/diag(L))
D <- diag(1/(sqrt((n-1)/n)*sd(X))) %*% U %*% sqrt(L) # Représentation des variables

                                                    # Tracé des graphiques

plot(-1:1,-1:1,type="n",xlab='Axe 1',ylab='Axe 2')
text(D[,1],D[,2],colnames(data));abline(h=0);abline(v=0)
curve(sqrt(1-x^2),-1,1,add=TRUE)
curve(-sqrt(1-x^2),-1,1,add=TRUE)

plot(-1:1,-1:1,type="n",xlab='Axe 1',ylab='Axe 3')
text(D[,1],D[,3],colnames(data));abline(h=0);abline(v=0)
curve(sqrt(1-x^2),-1,1,add=TRUE)
curve(-sqrt(1-x^2),-1,1,add=TRUE)

plot(C[,1],C[,2],type="n");text(C[,1],C[,2],rownames(data));abline(h=0);abline(v=0)

plot(C[,1],C[,3],type="n");text(C[,1],C[,3],rownames(data));abline(h=0);abline(v=0)
```

Programme R : ACP avec la fonction princomp

```
data <- read.table('../Data/notes.txt')
res<-princomp(data)

summary(res)
(res$sdev)^2
res$loadings
res$scores
plot(res)
biplot(res)
biplot(res,c(1,3))
```

Initialisation des données
Calcul de l'ACP

Quelques exemple de sorties

Utilisation de biplot.princomp