

Fundamentos de lenguajes de programación

Robinson Duque, M.Eng, Ph.D

Universidad del Valle

robinson.duque@correounivalle.edu.co

Programa de Ingeniería de Sistemas
Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación



Este documento es una adaptación del material original de los profesores
Carlos Andres Delgado y Carlos Alberto Ramírez

1 Inferencia de tipos

Inferencia de tipos

- Algunos lenguajes de programación dejan que el compilador averigüe los tipos de todas las variables.
- Esto es llevado a cabo mediante la observación de cómo son usadas las variables y utilizando ayudas que el programador pueda aportar.
- Esta estrategia es llamada *inferencia de tipos*.
- Para el lenguaje en desarrollo, todas las expresiones de tipo son opcionales, y en donde no se coloquen, se pondrá el símbolo ?.

Inferencia de tipos

De esta manera, un programa puede verse como:

```
letrec
  ? even(? odd, int x) =
    if zero?(x) then 1 else (odd sub1(x))
in letrec
  bool odd(? x)
    if zero?(x) then 0 else (even odd sub1(x))
  in (odd 13)
```

Los tres símbolos de interrogación indican el lugar donde un tipo debe ser inferido.

Inferencia de tipos

Se agregan las siguientes reglas de producción a la gramática:

$$\langle \text{tipo-exp-opcional} \rangle ::= \langle \text{tipo-exp} \rangle$$

$\text{a-type-exp } (\text{texp})$

$$\langle \text{tipo-exp-opcional} \rangle ::= ?$$

$\text{no-type-exp } ()$

Inferencia de tipos

Para usar las expresiones de tipo opcionales en expresiones normales, se deben cambiar las reglas de producción para `proc-exp` y `letrec-exp`:

$\langle \text{expresión} \rangle ::= \text{proc } (\{ \langle \text{tipo-exp-opcional} \rangle \langle \text{identificador} \rangle \}^*(\cdot)) \langle \text{expresión} \rangle$
`proc-exp (optional-arg-texps ids body)`

$\langle \text{expresión} \rangle ::= \text{letrec}$
 $\{ \langle \text{tipo-exp-opcional} \rangle \langle \text{identificador} \rangle$
 $(\{ \langle \text{tipo-exp-opcional} \rangle \langle \text{identificador} \rangle \}^*(\cdot)) =$
 $\langle \text{expresión} \rangle \}^*$
 $\text{in } \langle \text{expresión} \rangle$
`letrec-exp`
 `(optional-result-texps proc-names`
 `optional-arg-texpss idss bodies`
 `letrec-body)`

Inferencia de tipos

Se deben añadir las siguientes producciones a la especificación de la gramática:

```
(expression
  ("proc" "(" (separated-list tipo-exp-opcional identifier ",")
    ")"
    expression)
  proc-exp)
(expression
  ("letrec"
    (arbno tipo-exp-opcional identifier
      "(" (separated-list tipo-exp-opcional identifier ",") ")"
      "=" expression) "in" expression)
  letrec-exp)
```

Inferencia de tipos

Así mismo, se añaden las producciones correspondientes a las expresiones `tipo-exp-opcional` a la especificación de la gramática:

```
( tipo-exp-opcional ( tipo-exp ) a-type-exp )  
( tipo-exp-opcional ( "?" ) no-type-exp )
```


Inferencia de tipos

- Para operar con tipos desconocidos (expresados con los símbolos ?), se agregará una nueva clase de tipo llamada *variable de tipo*.
- Cada variable de tipo constará de un único número serial que lo identifica y un contenedor, el cual será un vector de tamaño 1.

Inferencia de tipos

- Una variable de tipo puede ser *vacía* (si almacena un `()`, que significa que no se conoce nada del tipo).
- Puede ser *llena* (almacena un tipo).
- Cuando una variable de tipo está llena, su contenido nunca cambia. Dicha variable de tipo es llamada de *asignación simple* o de *única escritura*.

Inferencia de tipos

El tipo de dato `type` es modificado, agregándole una nueva variante para las variables de tipo:

```
(define-datatype type type?
  (atomic-type
    (name symbol?))
  (proc-type
    (arg-types (list-of type?))
    (result-type type?))
  (tvar-type
    (serial-number integer?)
    (container vector?)))
```

Inferencia de tipos

Se define el procedimiento `fresh-tvar` que crea una variable de tipo, con un valor único global para su contador y con su vector inicializado en `()`.

```
(define fresh-tvar
  (let ((serial-number 0))
    (lambda ()
      (set! serial-number (+ 1 serial-number))
      (tvar-type serial-number (vector '())))))
```

Inferencia de tipos

- Se deben cambiar los llamados al procedimiento `expand-type-expression` por `expand-optional-type-expression` para estar acorde con los cambios hechos en la gramática.
- El procedimiento `expand-optional-type-expression` recibe una expresión de tipo opcional y un ambiente de tipos y se comporta de la siguiente manera:
 - Si encuentra una expresión de tipo (la expresión corresponde a la variante `a-type-exp`), llama a `expand-type-expression`.
 - Si se trata de una expresión de tipo opcional (denotada por `?`), emite una variable de tipo.

Inferencia de tipos

El procedimiento `expand-optional-type-expression` estará definido así:

```
(define expand-optional-type-expression
  (lambda (otexp tenv)
    (cases optional-type-exp otexp
      (no-type-exp () (fresh-tvar))
      (a-type-exp (texp) (expand-type-expression texp tenv)))))
```

Inferencia de tipos

- Para cada expresión posible en el lenguaje, se obtienen algunas ecuaciones entre tipos y variables de tipo.
- Por ejemplo, cuando se escribe una expresión condicional `if e_0 then e_1 else e_2` en $tenv$, se tiene:

```
(type-of-expression  $\ll e_0 \gg tenv$ ) = bool  
(type-of-expression  $\ll e_1 \gg tenv$ )  
= (type-of-expression  $\ll e_2 \gg tenv$ )  
= (type-of-expression  $\ll \text{if } e_0 \text{ then } e_1 \text{ else } e_2 \gg tenv$ )
```

Inferencia de tipos

Para las expresiones de aplicación de procedimientos (*rator* *rand*₁ ... *rand*_{*n*}) en *tenv* se tiene:

```
(type-of-expression <<rator>> tenv) =
((type-of-expression <<rand1>> tenv)
 *...*
 (type-of-expression <<randn>> tenv)
 ->
 (type-of-expression <<(rator rand1 ... randn)>> tenv))
```

Lo anterior significa que en cada aplicación, el operador debe ser un procedimiento que asigna los tipos de los operandos al tipo de la aplicación entera.

Inferencia de tipos

Por último, cuando se escribe una expresión $\text{proc } (x_1 \dots x_n) \text{ exp}$ evaluada en el ambiente de tipos tenv , se tiene:

$$\begin{aligned}
 &(\text{type-of-expression } \ll \text{proc } (x_1 \dots x_n) \text{ exp} \gg \text{ tenv}) = \\
 &((\text{type-of-expression } x_1 \text{ tenv}_{\text{body}}) \\
 &\quad * \dots * \\
 &\quad (\text{type-of-expression } x_n \text{ tenv}_{\text{body}}) \\
 &\quad \rightarrow \\
 &\quad (\text{type-of-expression } \ll \text{exp} \gg \text{ tenv}_{\text{body}}))
 \end{aligned}$$

donde $\text{tenv}_{\text{body}}$ es el ambiente de tipo en el cual el cuerpo exp será tipado.

Inferencia de tipos

Entonces, para deducir el tipo de una expresión:

- Se introduce una variable de tipo para cada variable ligada y cada aplicación, y
- se escribe una ecuación para cada componente de la expresión usando las reglas anteriores.

Inferencia de tipos

Ejemplos

Ejemplos:

- Considere la expresión $\text{proc}(f,x) (f + (1,x) \text{ zero?}(x))$.
- Primero se hace una tabla de todas las variables ligadas y aplicaciones de la expresión, y se asigna un tipo a cada una:

Expresión	Variable de Tipo
f	tf
x	tx
$(f + (1,x) \text{ zero?}(x))$	$t1$
$+(1,x)$	$t2$
$\text{zero?}(x)$	$t3$
$\text{proc}(f,x) (f + (1,x) \text{ zero?}(x))$	tp

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Por la regla de los procedimientos, el tipo de toda la expresión tp es $(tf * tx \rightarrow t1)$.
- Por esto, se debe hallar los tipos tf , tx y $t1$.

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Ahora, para cada componente de la expresión, se puede deducir una ecuación de tipo:

Expresión	Ecuación de Tipo
$(f \ + (1,x) \ \text{zero?}(x))$	$tf = (t2 * t3 \rightarrow t1)$
$+ (1,x)$	$(\text{int} * \text{int} \rightarrow \text{int}) =$
	$(\text{int} * tx \rightarrow t2)$
$\text{zero?}(x)$	$(\text{int} \rightarrow \text{bool}) = (tx \rightarrow t3)$

- La primera ecuación muestra que el procedimiento f debe tomar un primer argumento del mismo tipo que $+ (1,x)$ y un segundo argumento del mismo tipo de $\text{zero?}(x)$, y su resultado debe ser del mismo tipo que la aplicación.

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Las otras ecuaciones son similares: en el lado izquierdo está el tipo del operador, y en el lado derecho el tipo construido de los tipos de los operandos y el tipo de la aplicación.
- Las tres ecuaciones de tipo:

```
tf = (t2 * t3 -> t1)
(int * int -> int) = (int * tx -> t2)
(int -> bool) = (tx -> t3)
```

se pueden resolver por inspección y sustitución (proceso denominado *unificación*).

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Las otras ecuaciones son similares: en el lado izquierdo está el tipo del operador, y en el lado derecho el tipo construido de los tipos de los operandos y el tipo de la aplicación.
- Las tres ecuaciones de tipo:

`tf = (t2 * t3 -> t1)`

`(int * int -> int) = (int * tx -> t2)`

`(int -> bool) = (tx -> t3)`

se pueden resolver por inspección y sustitución (proceso denominado *unificación*).

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Se concluye por la segunda ecuación que:

`tx = int`

`t2 = int`

- Sustituyendo éstos valores en la primera y tercera ecuación se tiene:

`tf = (int * t3 -> t1)`

`(int -> bool) = (int -> t3)`

- De la última ecuación se deduce:

`t3 = bool`

- Sustituyendo en la primera ecuación:

`tf = (int * bool -> t1)`

Inferencia de tipos

Ejemplos

Se han resuelto todas las variables de tipo, excepto `t1` y `tf`:

```
tf = (int * bool -> t1)
```

```
tx = int
```

```
t2 = int
```

```
t3 = bool
```

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Se tiene que el primer argumento del procedimiento, `f`, debe ser un procedimiento de dos argumentos:
 - El primero debe ser un `int` (correspondiente a `t2`).
 - El segundo debe ser un `bool` (correspondiente a `t3`).
- Así mismo, el segundo argumento del procedimiento, `x`, debe ser un `int` (variable de tipo `tx`).

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Luego, se tiene que el tipo de $\text{proc}(f, x) \text{ (} f \text{ } +(1, x) \text{ zero?}(x) \text{)}$ (representado por la variable de tipo tp) es $((\text{int} * \text{bool} \rightarrow t1) * \text{int} \rightarrow t1)$ para cualquier $t1$.
- El código funcionará para cualquier tipo $t1$. Se dice entonces que la expresión es *polimórfica* en $t1$.

Inferencia de tipos

Ejemplos

Ejemplos:

- Considere la expresión del ejemplo anterior pero cambiando el `+` por `cons`, es decir `proc(f,x) (f cons(1,x) zero?(x))`.
- Las ecuaciones de tipo serían:

Expresión	Ecuación de Tipo
<code>(f cons(1,x) zero?(x))</code>	<code>tf = (t2 * t3 -> t1)</code>
<code>cons(1,x)</code>	<code>(int * (list int) -> (list int))</code> <code>= (int * tx -> t2)</code>
<code>zero?(x)</code>	<code>(int -> bool) = (tx -> t3)</code>

Inferencia de tipos

Ejemplos

- De la segunda ecuación se deduce:
$$tx = (list\ int)$$
$$t2 = (list\ int)$$
- Sustituyendo estos valores en la tercera ecuación, se tiene:
$$(int \rightarrow bool) = ((list\ int) \rightarrow t3)$$
- Pero no existe ningún valor para $t3$ que haga igual a esos tipos.
- Para que fueran iguales se debería tener que $int = (list\ int)$, lo cual es falso.
- De allí que la expresión es rechazada y hay un error de tipos.

Inferencia de tipos

- En resumen, la inferencia de tipos (realizada por el procedimiento `check-equal-type!`) toma dos tipos `t1` y `t2`, y “revisa si ellos *pueden ser* el mismo”.
- Si lo son, ajusta el contenido de las variables de tipo para igualarlos.

Inferencia de tipos

El procedimiento es el siguiente:

- 1 Primero determina si t_1 y t_2 son el mismo valor en Scheme. Si lo son, tiene éxito y retorna un valor no específico.
- 2 Si t_1 es una variable de tipo, llama al procedimiento `check-tvar-equal-type!` con t_1 y t_2 , pasando `exp` para el reporte de error. De igual forma para t_2 .
- 3 Si t_1 y t_2 son tipos atómicos, determina si ellos tienen el mismo nombre; si no, no pueden ser igualados, y un error es reportado.
- 4 Si t_1 y t_2 son procedimientos de tipo, determina si tiene el mismo número de argumentos. Si lo tienen, se llama recursivamente con cada argumento y el tipo resultado.
- 5 De lo contrario, t_1 y t_2 no pueden ser igualados, por lo que se reporta un error.

Inferencia de tipos

El procedimiento `check-equal-type!` estará definido de la siguiente manera:

```
(define check-equal-type!  
  (lambda (t1 t2 exp)  
    (cond  
      ((eqv? t1 t2))  
      ((tvar-type? t1) (check-tvar-equal-type! t1 t2 exp))  
      ((tvar-type? t2) (check-tvar-equal-type! t2 t1 exp))  
      ((and (atomic-type? t1) (atomic-type? t2))  
       (if (not  
            (eqv?  
              (atomic-type->name t1)  
              (atomic-type->name t2)))  
           (raise-type-error t1 t2 exp)))  
      ...  
    )))
```


Inferencia de tipos

```
(define check-equal-type!
  (lambda (t1 t2 exp)
    (cond
      ...
      ((and (proc-type? t1) (proc-type? t2))
       (let ((arg-types1 (proc-type->arg-types t1))
             (arg-types2 (proc-type->arg-types t2))
             (result-type1 (proc-type->result-type t1))
             (result-type2 (proc-type->result-type t2)))
         (if (not
              (= (length arg-types1) (length arg-types2)))
             (raise-wrong-number-of-arguments t1 t2 exp)
             (begin
              (for-each
               (lambda (t1 t2)
                 (check-equal-type! t1 t2 exp))
               arg-types1 arg-types2)
              (check-equal-type!
               result-type1 result-type2 exp))))))
      (else (raise-type-error t1 t2 exp))))
```

Inferencia de tipos

Ejemplos

Ejemplos:

- Considere la expresión `let f = proc (? x) x in f.`
- Se utilizarán las siguientes variables de tipo:

Expresión	Variable de Tipo
<code>f</code>	<code>tf</code>
<code>x</code>	<code>tx</code>
<code>let f = proc (? x) x in f</code>	<code>t1</code>

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Luego, dado que f corresponde a un procedimiento, su tipo estará determinado por el tipo de sus parámetros formales y de su resultado.
- Por definición el tipo de la expresión `let` corresponde al tipo de su cuerpo (en este caso f).
- Por esta razón se tendrán las siguientes ecuaciones de tipo:
$$tf = (tx \rightarrow tx)$$
$$t1 = tf$$
- Donde el tipo de f y del `let` es $(tx \rightarrow tx)$ para cualquier tipo tx .

Inferencia de tipos

Ejemplos

Ejemplos:

- Ahora considere la expresión `let f = proc (? x) x in let y = (f 5) in f.`
- Se utilizarán las siguientes variables de tipo:

Expresión	Variable de Tipo
<code>f</code>	<code>tf</code>
<code>x</code>	<code>tx</code>
<code>y</code>	<code>ty</code>
<code>(f 5)</code>	<code>t2</code>
<code>let f = proc (? x) x in y = (f 5) in f</code>	<code>t1</code>

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Se tendrán las siguientes ecuaciones de tipo:

`tf = (tx -> tx)`

`tf = (int -> t2)`

`t1 = tf`

- De la segunda ecuación se puede inferir que:

`tx = int`

`t2 = tx`

- Luego el tipo de `f` y del `let` es `(int -> int)`.

Inferencia de tipos

Ejemplos

Ejemplos:

- Ahora considere la expresión `let f = proc (? x) x in let y = (f 5) in let z = (f true) in f.`
- Se utilizarán las siguientes variables de tipo:

Expresión	Variable de Tipo
<code>f</code>	<code>tf</code>
<code>x</code>	<code>tx</code>
<code>y</code>	<code>ty</code>
<code>(f 5)</code>	<code>t2</code>
<code>(f true)</code>	<code>t3</code>
<code>let f = proc (? x) x in y = (f 5)</code> <code>in let z = (f true) in f</code>	<code>t1</code>

Inferencia de tipos

Ejemplos

- Se tendrán las siguientes ecuaciones de tipo:

`tf = (tx -> tx)`

`tf = (int -> t2)`

`tf = (bool -> t3)`

`t1 = tf`

- De la segunda y tercera ecuación se puede inferir que:

`tx = int = bool`

- Lo que resulta en un error de tipo, dado que una variable de tipo no puede corresponder a dos tipos diferentes (`int` y `bool`).

Inferencia de tipos

Ejemplos

Ejemplos:

- Considere la expresión:

```
let
  f = proc(? x, int y) if x then +(y,1) else -(y,1)
in
  let
    g = proc(? m, int n) (m true n)
  in
    let
      h = (g f 5)
    in
      g
```

- Inferir su tipo.

Inferencia de tipos

Ejercicio

- Considere la expresión:

```
let
  f = proc(? x, ? y, ? z)
    if (x y) then *(z,2) else z
in
  let
    g = proc(? m)
      if m then true else false
    k = 5
  in
    (f g true k)
```

- Inferir su tipo.

Preguntas

?

Próxima sesión

- Conceptos Fundamentales de la Programación Orientada a Objetos.