Université de Versailles–Saint-Quentin-en-Yvelines
Cours : T. Mautor
TD : I.Tseveendorj

2018-2019
M1-Informatique

Recherche Opérationnelle

Méthodes approchées - Heuristiques

1 Je n'arrive pas à capter ...

Sept sites $s_1, s_2, ..., s_7$ ont été retenus pour construire des émetteurs de télévision déstinés à couvrir un ensemble de 8 zones $z_1, z_2, ..., z_8$. Sur chaque site, on ne peut construire qu'au plus un émetteur. Le tableau ci-dessous donne, pour chaque site, le coût de construction d'un émetteur et les zones desservies.

Site	Coût	Zones couvertes
s_1	15	z_1, z_2, z_3
s_2	17	z_1, z_4, z_5
s_3	20	z_2, z_4, z_6, z_7
s_4	22	z_1, z_7, z_8
s_5	23	z_3, z_5, z_6, z_8
s_6	24	z_2, z_3, z_4, z_7
s_7	26	z_2, z_4, z_5, z_6, z_8

On cherche à déterminer les sites sur lesquels il faut construire un émetteur de façon à pouvoir assurer la diffusion sur toutes les zones et, ce, au moindre coût. Une zone peut bien sur être couverte par plusieurs émetteurs.

1. Modéliser le problème sous forme mathématique. Pour cela, définissez clairement les variables utilisées et donnez la fonction économique à optimiser et les contraintes à respecter.

2 Le sac à dos (Knapsack)

On veut emporter dans un sac à dos de capacité $b(= 6)$ une sélection d'utilité maximum de n $(= 5)$ objets de poids $a_i, i = 1 \dots n$ respectifs $\{5, 4, 3, 2, 4\}$. Les utilités $c_i, i = 1 \dots n$ de ces objets sont respectivement de $\{15, 12, 9, 10, 14\}$.

- Modéliser le problème sous forme mathématique.

3 Multiknapsack (sac à dos multiple)

Le problème du sac à dos consiste à choisir, parmi un ensemble de n objets distingués par un poids, un volume et une valeur, le sous-ensemble de plus grande valeur et ne dépassant un poids fixé et un volume fixé v.

- Modéliser le problème sous forme mathématique.
- Proposer une méthode heuristique pour ce problème.
- Faire tourner votre méthode pour le problème de sac à dos en ajoutant une contrainte de volume : $v = 8$ et les volumes d'objets respectivement 4, 3, 4, 3, 6

4 Installation d'entrepôts

Une entreprise s'installant en France et y créant un réseau de distribution souhaite y construire 5 entrepôts. Elle a pour l'instant retenu 15 emplacements possibles et estimé pour chacun d'entre eux le coût de la construction et de l'installation. Ces coûts, exprimés en millions d'Euros sont résumés dans la table ci-dessous.

Ville	Coût	Ville	Coût	Ville	Coût
Bordeaux	23	Clermont	10	Dijon	14
Le Mans	19	Limoges	14	Lyon	25
Marseille	27	Montelimar	16	Montpellier	20
Orleans	15	Paris	30	Poitiers	18
Reims	13	Toulouse	23	Troyes	12

L'entreprise souhaite minimiser le coût total d'installation et le problème serait donc enfantin si elle ne souhaitait aussi que les sites choisis soient suffisament distants les uns des autres (pour bien couvrir le territoire). Elle s'interdit ainsi que dans la solution, certains sites puissent être choisis conjointement. La liste suivante récapitule ainsi tous les couples de sites qui ne peuvent pas être choisis ensemble (car trop proches).

(Bordeaux,Limoges), (Bordeaux,Toulouse), (Clermont,Limoges), (Clermont,Lyon),
(Dijon,Lyon), (Dijon,Troyes), (LeMans,Orleans), (LeMans,Poitiers),
(Limoges,Poitiers), (Lyon,Montelimar), (Marseille,Montelimar), (Marseille,Montpellier),
(Montelimar,Montpellier), (Montpellier,Toulouse), (Orleans,Paris), (Orleans,Troyes),
(Paris,Reims), (Paris,Troyes), (Reims,Troyes).

1. Représenter les incompatibilités entre villes sous forme d'un graphe.
2. Proposer une méthode constructive simple basée sur l'ordre croissant des couts et permettant d'obtenir une solution réalisable.
3. La solution obtenue à la question précédente vous parait-elle être optimale ? Si non, comment pourriez-vous l'améliorer ?

(x_1, x_7) (x_1, x_{10}) (x_6, x_7) (x_6, x_{12}) (x_{11}, x_{12}) (x_{11}, x_{15}) (x_2, x_4) (x_2, x_{14})
(x_7, x_{14}) (x_{12}, x_8) (x_3, x_8) (x_3, x_{13}) (x_{13}, x_8) (x_{13}, x_{10}) (x_4, x_9) (x_4, x_{15})
(x_9, x_5) (x_9, x_{15}) (x_5, x_{15})