EXAMEN - PAUTA
MICROECONOMÍA II

PROFESOR: JUAN PABLO TORRES-MARTÍNEZ
AYUDANTES: MOHIT KARNANI - MICHAEL LLAUPI

PREGUNTA 1 (10 PUNTOS)

Dos individuos están caracterizados por funciones de utilidad $u^1, u^2 : \mathbb{R}^m_+ \to \mathbb{R}$ y asignaciones iniciales $(w^1, w^2) \in \mathbb{R}^m_+ \times \mathbb{R}^m_+$. Las funciones u^1 y u^2 son continuas, estrictamente crecientes y estrictamente cuasi-cóncavas. Además, las mercancías son *esenciales*: $(u^1(w^1), u^2(w^2)) \gg (u^1(z), u^2(z)), \forall z \in \mathbb{R}^m_+ \setminus \mathbb{R}^m_{++}$. En este contexto, suponga que los individuos negocian a la Nash, de forma simétrica, una *redistribución* de sus asignaciones iniciales, de tal forma que cada uno recibe al menos la utilidad que tenía inicialmente.

Demuestre que el resultado de este proceso de negociación llevará a una redistribución que coincide con los consumos de un equilibrio Walrasiano con transferencias.

Sabemos que el resultado de una negociación a la Nash está asociado a una distribución de recursos Pareto eficiente. Esto es, si $(\overline{u}^1, \overline{u}^2)$ es el resultado de la negociación, existe $(\overline{x}^1, \overline{x}^2) \in \mathbb{R}^m_+ \times \mathbb{R}^m_+$ Pareto eficiente tal que $(\overline{u}^1, \overline{u}^2) = (u^1(\overline{x}^1), u^2(\overline{x}^2))$, $(u^1(\overline{x}^1), u^2(\overline{x}^2)) \geq (u^1(w^1), u^2(w^2))$ y $\overline{x}^1 + \overline{x}^2 = w^1 + w^2$, donde la última igualdad es una consecuencia de la monotonía estricta de las preferencias.

Dadas las hipótesis sobre las funciones de utilidad, y gracias al Segundo Teorema del Bienestar Social, si probamos que el vector $(\overline{x}^1, \overline{x}^2) \gg 0$ podremos asegurar que existen precios que lo implementan como un equilibrio Walrasiano con transferencias. Ahora, la interioridad de $(\overline{x}^1, \overline{x}^2)$ es una consecuencia directa de la esencialidad de las mercancías: como $(u^1(\overline{x}^1), u^2(\overline{x}^2)) \geq (u^1(w^1), u^2(w^2))$, sabemos que $\overline{x}^i \notin \mathbb{R}^m_+ \setminus \mathbb{R}^m_{++}, \forall i \in \{1, 2\}$. Esto es, $(\overline{x}^1, \overline{x}^2) \in \mathbb{R}^m_{++} \times \mathbb{R}^m_{++}$. $\square$

PREGUNTA 2 (15 PUNTOS CADA ÍTEM)

(a) Considere n individuos con preferencias estrictas por n objetos. Demuestre que el conjunto de distribuciones Pareto eficientes coincide con los emparejamientos que se obtienen con el mecanismo *serial dictatorship* al variar el orden en el cual los individuos escogen.

Fijemos un poco de notación. Sea $f : \{1, \ldots, n\} \to \{1, \ldots, n\}$ una función biyectiva que determina un orden entre los individuos, de tal forma que $f(i)$ es el i-ésimo individuo en términos de prioridad. El emparejamiento que se obtiene por el método *serial dictatorship* cuando se sigue f se caracteriza por dar a cada individuo su mejor alternativa disponible luego de haber retirado los objetos adjudicados a aquellos que tenían prioridad sobre él. Denote por $\mu_f : \{1, \ldots, n\} \to \{1, \ldots, n\}$ el emparejamiento que se obtiene al seguir el orden f. Esto es, el individuo k obtiene el objeto $\mu_f(k)$.

Queremos probar que μ_f es Pareto eficiente. Suponga, por contradicción, que no lo es. Entonces, existe un emparejamiento σ que mejorara la situación de al menos un individuo sin perjudicar a nadie. Ordenando a los individuos según f, sea k^* el primero que mejora con σ. Entonces, los individuos con prioridad sobre k^*, $\{k \in \{1, \ldots, n\} : f(k) < f(k^*)\}$ reciben el mismo objeto, pues las preferencias son estrictas, nadie está peor en σ que en μ_f y k^* es el primero a mejorar. Sin embargo, como k^* mejora, $\sigma(k^*) \in \{\mu_f(k) : f(k) < f(k^*)\} = \{\sigma(k) : f(k) < f(k^*)\}$. Esto contradice la biyectividad de σ.

Sea μ un emparejamiento Pareto eficiente. Afirmamos que al implementar μ al menos un individuo recibe el objeto que más valora. Efectivamente, si no fuera así, podriamos pedirle a cada individuo que indique al agente que recibe el objeto que él más valora. Nadie se indicaría a si mismo y existiría al menos un ciclo. Escoja un ciclo y adjudique a cada individuo en él el objeto que más valora. A los individuos fuera del ciclo déjelos con el objeto que originalmente μ les asignaba. Al hacer esto, encontramos un emparejamiento que domina en el sentido de Pareto a μ, lo cual es una contradiccíon.

Por lo tanto, dado μ Pareto eficiente, escoja un individuo $k_1 \in \{1, \ldots, n\}$ tal que $\mu(k_1)$ es el objeto que k_1 más valora. Defina $f_\mu(1) = k_1$. Al restringir μ a los $n-1$ objetos que quedan luego de sacar $\mu(k_1)$ obtenemos un emparejamiento Pareto eficiente entre los individuos $k \neq k_1$. Por el mismo argumento anterior, existe $k_2 \neq k_1$ tal que tal que $\mu(k_2)$ es el objeto que k_2 más valora entre los objetos diferentes de $\mu(k_1)$. Defina $f_\mu(2) = k_2$. Siguiendo este proceso por n-etapas obtenemos una función biyectiva f_μ que ordena a los individuos de tal forma que el agente $f(i)$ es el que obtiene en μ el objeto que más valora de los que quedan disponibles luego de retirar los objetos adjudicados a los individuos $\{f_\mu(1), \ldots, f_\mu(i-1)\}$. Esto es, μ coincide con el emparejamiento que se obtiene al aplicar *serial dictatorship* siguiendo f_μ. $\square$

(b) Considere una situación donde $n \geq 3$ estudiantes postulan a tres universidades, las cuales tienen restricciones de capacidad $(q_1, q_2, q_3) \gg 0$ tales que $q_1 + q_2 + q_3 = n$. Cada estudiante tiene preferencias estrictas por las universidades y siempre prefiere entrar a alguna de ellas que quedarse fuera de la educación superior. Todas las universidades tienen las mismas preferencias por los estudiantes, las cuales son estrictas y se determinan a partir de los resultados de un test estandarizado. Los estudiantes son emparejados con las universidades siguiendo el mecanismo de aceptación diferida de Gale y Shapley en el cual ellos hacen las propuestas. Sin embargo, a diferencia del escenario clásico, una de las universidades solamente acepta a los estudiantes que la han posicionado en el primer lugar, prefiriendo quedarse con cupos vacíos a aceptar a aquellos que la posicionan en segundo o tercer lugar.

¿Sigue siendo el mecanismo de Gale y Shapley estable? ¿Sigue siendo compatible con incentivos por parte de los estudiantes? Demuestre o de un contra-ejemplo.

Efectivamente, se pierde la *estabilidad* y la *compatibilidad de incentivos* del mecanismo de aceptación diferida de Gale y Shapley. Note que, ambas propiedades se deben cumplir independiente de las preferencias de los agentes. Por lo tanto, para demostrar que se pierden es suficiente dar un ejemplo con $n = 3$.

Suponga que hay tres estudiantes $\{1, 2, 3\}$ y cada universidad $\{a, b, c\}$ puede aceptar como máximo a uno de ellos. La preferencia de las universidades viene dada por $1 \succ 2 \succ 3$. Los dos primeros estudiantes tienen las mismas preferencias, $b \succ a \succ c$, mientras que el tercer estudiante tiene preferencias $a \succ b \succ c$.

Al aplicar el mecanismo de aceptación diferida con los estudiantes haciendo las propuestas, en la primera etapa b acepta a 1 y rechaza a 2. Por su parte, a acepta a 3 de forma definitiva, pues “sale del sistema” luego de recibir las ofertas de aquellos que la han posicionado como primera alternativa. Por lo tanto, el estudiante 2 termina en c, su peor alternativa.

Dado que 2 mejoraría su situación si estuviera en a y la universidad a preferiría haber llenado su cupo con 2 que con 3, el emparejamiento es inestable. Además, no es compatible con incentivos. Efectivamente, si los otros individuos reportan sus verdaderas preferencias, lo óptimo para el estudiante 2 es reportar preferencias $a \succ b \succ c$. Con esto, él se asegura un cupo en a. $\square$

Pregunta 3 (10 puntos cada ítem)

(a) Dado $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n) \in [0,1]^n$, sea $\mathcal{E}(\theta)$ una economía de intercambio con $n \geq 3$ consumidores y m mercancías, donde cada consumidor i tiene una asignación inicial de recursos $w^i \gg 0$ y una función de utilidad estrictamente creciente $u^i_{\theta_i} : \mathbb{R}^m_+ \to \mathbb{R}$.

Sea $A = \{(x^1, \ldots, x^n) \in (\mathbb{R}^m_+)^n : \sum_{i=1}^n x^i \leq \sum_{i=1}^n w^i\}$ el conjunto de distribuciones de recursos factibles y $EW(\theta) \subseteq A$ el conjunto no-vacío de distribuciones de consumo que son equilibrios Walrasianos de $\mathcal{E}(\theta)$ si asumimos que todos los consumidores conocen $(u^i_{\theta_i}, w^i)_{i\in\{1,\ldots,n\}}$.

Un planificador central observa la distribución inicial de recursos $(w^i)_{i\in\{1,\ldots,n\}}$, conoce la regla que asocia parámetros $\theta \in [0,1]^n$ con funciones de utilidad $(u^i_{\theta_i})_{i\in\{1,\ldots,n\}}$ y sabe que cada individuo tienen información completa sobre las características de los otros consumidores. Sin embargo, el planificador no observa el verdadero vector de características $\hat{\theta}$. Por eso, quiere diseñar un mecanismo que implemente totalmente en estrategias Nash la regla de elección social $f : [0,1]^n \to A$ caracterizada por $f(\theta) = EW(\theta)$.

Determine si el planificador podrá alcanzar su objetivo. En caso afirmativo, describa detalladamente un juego que le permita hacerlo.

Note que, dada una alternativa socialmente factible $(x^1, \ldots, x^n) \in A$, cada agente obtiene beneficios privados de su consumo. Por lo tanto, siempre se cumple la propiedad de *no-existencia de poder de veto*, pues nunca será posible que $n-1$ consumidores estén de acuerdo en considerar una alternativa $(x^1, \ldots, x^n) \in A$ como la mejor disponible. Por lo tanto, f puede ser implementada totalmente en estrategias Nash si y solamente si es Maskin monótona.

Vamos a probar la monotonía Maskin de f. Fije $\theta, \theta' \in [0,1]^n$ y $(x^1, \ldots, x^n) \in f(\theta)$. Suponga que, para todo i y para todo $(\tilde{x}^1, \ldots, \tilde{x}^n) \in A$, si $u^i_{\theta_i}(x^i) \geq u^i_{\theta_i}(\tilde{x}^i)$, entonces $u^i_{\theta'_i}(x^i) \geq u^i_{\theta'_i}(\tilde{x}^i)$. Queremos demostrar que $(x^1, \ldots, x^n) \in f(\theta')$. Como $(x^1, \ldots, x^n) \in f(\theta)$, existe un vector de precios $p \gg 0$ tal que $u^i_{\theta_i}(x^i) \geq u^i_{\theta_i}(y)$, $\forall y \in \mathbb{R}^m_+ : py \leq pw^i, y \leq W$. Por lo tanto, por hipótesis, $u^i_{\theta'_i}(x^i) \geq u^i_{\theta'_i}(y)$, $\forall y \in \mathbb{R}^m_+ : py \leq pw^i, y \leq W$. Esto es, $(x^1, \ldots, x^n) \in EW(\theta') = f(\theta')$.

Concluimos que f es totalmente implementable en estrategias Nash.

Un mecanismo que permite conseguir este objetivo es el siguiente: un juego estático, no-cooperativo, con información completa y perfecta, en el cual cada agente $i \in \{1, \ldots, n\}$ puede escoger una estrategia en el conjunto $[0,1]^n \times A \times \mathbb{N}$ de tal forma que, dado un perfil de acciones $(\theta^k, a^k, \alpha^k)_{k\in\{1,\ldots,n\}}$ sus pagos vienen dados por

$$g^i\left((\theta^k, a^k, \alpha^k)_{k\in\{1,\ldots,n\}}\right) = \begin{cases} a^i, & \text{si } \Omega_i \geq (n-1),\ a^i \in f(\theta^i),\ (\theta^k, a^k) \notin T^k(\theta^i, a^i),\ \forall k \notin \Omega_i; \\ a^k, & \text{si } \Omega_i^c = \{k\},\ a^i \in f(\theta^i),\ (\theta^k, a^k) \in T^k(\theta^i, a^i); \\ a^{h(\alpha^1,\ldots,\alpha^n)}, & \text{en todos los otros casos.} \end{cases}$$

donde

$$\Omega_i \equiv \Omega_i((\theta^k, a^k, \alpha^k)_{k\in\{1,\ldots,n\}}) := \#\{k \in \{1, \ldots, n\} : (\theta^k, a^k) = (\theta^i, a^i)\}$$

es el número de individuos que anuncian el mismo perfil de tipos y la misma estrategia socialmente factible que i, mientras que

$$T^k(\theta^i, a^i) = \{(\theta, a) \in [0,1]^n \times A : a \in f(\theta)\ \wedge\ u^k_{\theta^i_k}(a^i_k) \geq u^k_{\theta^i_k}(a_k)\ \wedge\ u^k_{\theta_k}(a_k) > u^k_{\theta_k}(a^i_k)\}$$

y $h(\alpha^1, \ldots, \alpha^n) = \mathrm{argmax}_k\, \alpha^k$ es el individuo que anuncia el número más alto.[1] $\square$

[1]Note que, dada una distribución de recursos $a \in A$, hemos denotado por a_k al consumo privado de $k \in \{1, \ldots, n\}$.

(b) Un planificador central tiene un objeto de colección que puede ser del interés de n individuos. Cada individuo tiene una valoración $\hat{\theta}_i \in \mathbb{R}$ por el objeto, la cual es información privada. Aunque no observa las valoraciones, el planificador central quiere asignarle el objeto al individuo que más lo valora. Por esta razón, diseña un mecanismo directo que, dado un perfil de valoraciones $\theta \in \mathbb{R}^n$, entrega el objeto al individuo $i(\theta)$ con menor indice y mayor valoración. Para evitar que los individuos mientan sobre la verdadera valoración que le dan al objeto, el mecanismo directo también determina transferencias monetarias $(t_1(\theta), \ldots, t_n(\theta)) \in \mathbb{R}^n$, que dependen del vector de valoraciones reportadas por los individuos. Asuma que la utilidad del individuo i cuando se reportan valoraciones $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n)$ viene dada por $\hat{\theta}_i x_i(\theta) - t_i(\theta)$, donde $x_i(\theta) \in \{0, 1\}$ es igual a uno si y solamente si i se lleva el objeto.

Caracterize detalladamente la familia de funciones $\theta \in \mathbb{R}^n \to (t_1(\theta), \ldots, t_n(\theta))$ que permiten alcanzar los objetivos del planificador central: asignar el objeto al que más lo valora y asegurar que cada individuo revela su verdadera valoración.

Por analogía con los mecanismos de Groves estudiados en el contexto de provisión de un bien público, consideraremos *mecanismos directos* del siguiente tipo: dadas valoraciones $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n)$ reportadas por los individuos, se adjudica el objeto a $i(\theta)$ y cada $i \in \{1, \ldots, n\}$ recibe/paga la transferencia monetaria

$$t_i(\theta) = \begin{cases} h_i(\theta_{-i}) + \max\limits_{k \neq i(\theta)} \theta_k, & \text{cuando } i = i(\theta), \\ h_i(\theta_{-i}), & \text{caso contrario,} \end{cases}$$

donde h_i sólo depende de $\theta_{-i} := (\theta_k)_{k \neq i}$. Vamos a probar que estos son los únicos mecanismos compatibles con incentivos (en estrategias dominantes) que adjudican el objeto al individuo que más lo valora.

Primero aseguraremos que este tipo de mecanismos cumple las dos propiedades enunciadas. Por construcción, si hay compatibilidad de incentivos el objeto siempre se adjudicará al individuo que más lo valora. Para probar la compatibilidad de incentivos, denote por $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \ldots, \hat{\theta}_n)$ el vector de verdaderas valoraciones de los individuos por el objeto de colección. Fije un individuo i y suponga que los otros reportan valoraciones θ_{-i}. Entonces, cuando i reporta su verdadera valoración su utilidad viene dada por

$$u_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) = \begin{cases} -h_i(\theta_{-i}) + \left[\hat{\theta}_i - \max\limits_{k \neq i} \theta_i\right], & \text{cuando } i = i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), \\ -h_i(\theta_{-i}), & \text{caso contrario,} \end{cases}$$

Por lo tanto, si $i = i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})$, el individuo i no gana nada con mentir pues puede perder una transferencia no-negativa (aquella que está entre paréntesis cuadrados). Alternativamente, si $i \neq i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})$, si miente el individuo i puede terminar con el objeto en la mano y su utilidad puede disminuir (el término entre paréntesis cuadrados es no-positivo en este caso). Esto es, independiente de las valoraciones reportadas por los otros individuos θ_{-i}, la estrategia óptima del individuo i es reportar la verdadera valoración.

Ahora probaremos que el tipo de mecanismo propuesto es el *único* que es compatible con incentivos y adjudica el objeto al individuo que más lo valora. Sea $(x(\theta), \tau_1(\theta), \ldots, \tau_n(\theta))$ un mecanismo directo que cumple estas propiedades, donde $\tau_i(\theta) \in \mathbb{R}$ es la transferencia asociada al individuo i. Para demostrar que este mecanismo es del tipo antes descrito es necesario y suficiente probar que se cumplen las siguientes propiedades:

(a) Dado $\theta_{-i} \in \mathbb{R}^{n-1}$, $[i = i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) \ \wedge \ i = i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})] \implies \tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) - \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) = 0$.

(b) Dado $\theta_{-i} \in \mathbb{R}^{n-1}$, $[i \neq i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) \ \wedge \ i \neq i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})] \implies \tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) - \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) = 0$.

(c) Dado $\theta_{-i} \in \mathbb{R}^{n-1}$, $[i = i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) \ \wedge \ i \neq i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})] \implies \tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) - \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) = \max\limits_{k \neq i} \theta_k$.

Si (a) no se cumple, existen $\theta_{-i} \in \mathbb{R}^{n-1}$ y $\hat{\theta}_i, \tilde{\theta}_i \in \mathbb{R}$ tales que $i = i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) = i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})$ y $\tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) > \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})$. Por lo tanto, cuando los otros individuos anuncian valoraciones θ_{-i} e i tiene valoración $\hat{\theta}_i$ su estrategia óptima es mentir y anunciar una valoración $\tilde{\theta}_i$, pues con esta acción sigue recibiendo el objeto y reduce el costo de la transferencia monetaria. Esto contradice la compatibilidad de incentivos del mecanismo.

Si (b) no se cumple, existen $\theta_{-i} \in \mathbb{R}^{n-1}$ y $\hat{\theta}_i, \tilde{\theta}_i \in \mathbb{R}$ tales que $i \notin \{i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}), i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})\}$ y $\tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) > \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})$. Por lo tanto, si los otros individuos anuncian valoraciones θ_{-i} e i tiene valoración $\hat{\theta}_i$ su estrategia óptima es mentir y anunciar una valoración $\tilde{\theta}_i$, pues con esta acción reduce el costo de la transferencia monetaria. Esto contradice la compatibilidad de incentivos del mecanismo.

Por lo tanto, las propiedades (a) y (b) son satisfechas.

Para concluir, asuma que (c) no se cumple. Entonces, existen $\theta_{-i} \in \mathbb{R}^{n-1}$ y $\hat{\theta}_i, \tilde{\theta}_i \in \mathbb{R}$ tales que $i = i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})$, $i \neq i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})\}$ y $\tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) - \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) = \max\limits_{k \neq i} \theta_k + \alpha$, con $\alpha \neq 0$. Defina $\breve{\theta}_i = 0.5\alpha + \max\limits_{k \neq i} \theta_k$. Suponga que $\alpha > 0$, entonces $i = i(\breve{\theta}_i, \theta_{-i})$ y la propiedad (a) nos asegura que $\tau_i(\breve{\theta}_i, \theta_{-i}) = \tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) = \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) + \max\limits_{k \neq i} \theta_k + \alpha$. Por lo tanto, si i tiene valoración $\breve{\theta}_i$ y los otros individuos anuncian valoraciones θ_{-i}, la utilidad que él obtiene al decir la verdad es $-\tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) - 0.5\alpha$, mientras que la utilidad que obtiene al anunciar $\tilde{\theta}_i$ es $-\tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})$. Esto es, obtiene mayor utilidad al mentir, lo cual contradice la compatibilidad de incentivos del mecanismo. Alternativamente, asuma que $\alpha < 0$, entonces $i \neq i(\breve{\theta}_i, \theta_{-i})$ y la propiedad (b) nos asegura que $\tau_i(\breve{\theta}_i, \theta_{-i}) = \tau_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) = \tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) - \max\limits_{k \neq i} \theta_k - \alpha$. Por lo tanto, si i tiene valoración $\breve{\theta}_i$ y los otros individuos anuncian valoraciones θ_{-i}, la utilidad que él obtiene al decir la verdad es $-\tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) + \max\limits_{k \neq i} \theta_k + \alpha$, mientras que la utilidad que obtiene al anunciar $\hat{\theta}_i$ es $-\tau_i(\hat{\theta}_i, \theta_{-i}) + \max\limits_{k \neq i} \theta_k + 0.5\alpha$. Como $\alpha < 0$, esto muestra que obtiene mayor utilidad al mentir, lo cual contradice la compatibilidad de incentivos del mecanismo.$\square$

Observación

Consideremos el mecanismo de Clarke asociado a esta familia de mecanismos de Groves. Esto es, el mecanismo en el cual a cada individuo se le imputa exactamente el costo que genera a la sociedad al anunciar su valoración por el objeto. El anuncio de un individuo i tendrá un costo social sólo si hace que el objeto se le adjudique a él, "quitándoselo" al individuo que era más competitivo, quien estaba dispuesto a pagar hasta $\max_{k \neq i} \theta_k$. Por lo tanto, en este contexto, el mecanismo de Clarke es aquel en el que $h_i = 0$, $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$. En corto: *una subasta a sobre sellado de segundo precio*.