CONTROL I – MICROECONOMÍA II

PROFESOR: JUAN PABLO TORRES-MARTÍNEZ
AYUDANTES: MARTÍN FERRARI - CATALINA GÓMEZ

Considere una economía de intercambio $\mathcal{E}$ con $T+1$ periodos. Hay N individuos y K mercancías. Cada $i \in \{1,\ldots,N\}$ tiene una asignación inicial de recursos $w_t^i \in \mathbb{R}^K_{++}$ en el periodo $t \in \{0,\ldots,T\}$ y sus preferencias pueden ser representadas por la función de utilidad

$$U^i(x_0,\ldots,x_T) = \sum_{t=0}^{T} \beta^t u^i(x_t),$$

donde $\beta \in (0,1)$ y $u^i : \mathbb{R}^K_+ \to \mathbb{R}$ es continua, estrictamente creciente y estrictamente cóncava.

Dado un vector de precios de mercancías $p = (p_t)_{0\le t\le T} \in (\mathbb{R}^K_+)^{T+1}$, el agente i puede demandar planes de consumo $(x_t^i)_{0\le t\le T} \in (\mathbb{R}^K_+)^{T+1}$ tales que:

$$p_t \cdot x_t^i \quad \le \quad p_t \cdot w_t^i\,, \qquad \text{en cada periodo } t \in \{0,\ldots,T\}.$$

(a) Utilizando los resultados de existencia de equilibrio para economías de intercambio estáticas, demuestre que la economía $\mathcal{E}$ siempre tiene un equilibrio competitivo.

Sea $B^i(p)$ el conjunto de los planes de consumo presupuestariamente factibles para el individuo i a precios p. Por analogía con el concepto de equilibrio Walrasiano para economías de intercambio estáticas, un equilibrio competitivo para $\mathcal{E}$ vendrá dado por precios $\overline{p} = (\overline{p}_t)_{0\le t\le T} \in (\mathbb{R}^K_+)^{T+1}$ y planes de consumo $\overline{x}^i = (\overline{x}_t^i)_{0\le t\le T} \in (\mathbb{R}^K_+)^{T+1}$, $i \in \{1,\ldots,N\}$, tales que:

(i) Para cada $i \in \{1,\ldots,N\}$, $\overline{x}^i$ maximiza U^i en $B^i(\overline{p})$.

(ii) $\sum_{i=1}^N (\overline{x}_t^i - w_t^i) = 0$ para todo $t \in \{0,\ldots,T\}$.

Sea $\mathcal{E}_t$ la economía estática en la cual cada individuo i es caracterizado por la función de utilidad u^i y tiene asignaciones iniciales w_t^i. Como las funciones de utilidad U^i son separables en los periodos de tiempo y $\beta \neq 0$, $(\overline{p}, (\overline{x}^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}})$ es un equilibrio competitivo de $\mathcal{E}$ si y solamente si, para cada $t \in \{0,\ldots,T\}$, $(\overline{p}_t, (\overline{x}_t^i)_{i\in\{1,\ldots,N\}})$ es un equilibrio Walrasiano para la economía $\mathcal{E}_t$. Esto es, $\mathcal{E}$ va a tener un equilibrio competitivo si y solamente si todas las economías estáticas $\mathcal{E}_t$ tienen equilibrio. Esto último es verdad, como consecuencia directa del Teorema de Existencia de Equilibrio para economías estáticas, pues las funciones u^i son continuas, estrictamente crecientes y estrictamente cóncavas, mientras que $w_t^i \gg 0$ para todo $t \in \{0,\ldots,T\}$. $\square$

(b) ¿Todo equilibrio competitivo es Pareto eficiente?

En caso afirmativo, demuéstrelo. Alternativamente, dé un contra-ejemplo.

Intuitivamente, como no se puede suavizar el consumo a través del tiempo, distribuciones iniciales de recursos muy heterogéneas podrían generar espacios naturales para obtener mejoras de Pareto a partir de un equilibrio competitivo. Para formalizar esta idea, suponga que en la economía $\mathcal{E}$ hay dos periodos ($T = 1$), dos individuos ($N = 2$), una mercancía en cada periodo ($K = 1$), $\beta = 0.99$, $u^i(x) = \sqrt{x}$ para cada $i \in \{1, 2\}$, $(w_0^1, w_1^1) = (1, 100)$ y $(w_0^2, w_1^2) = (100, 1)$.

En este contexto, como hay una única mercancía en cada periodo, en equilibrio no habrá intercambio y los individuos se quedarán con sus asignaciones iniciales, obteniendo niveles de utilidad $(\overline{U}^1, \overline{U}^2) = (10.90, 10.99)$. Ahora, si un planificador central redistribuye los recursos de tal forma que los individuos reciben los planes de consumo $(x^1, x^2) = ((4, 97), (97, 4))$, ambos aumentan su utilidad, pues $u^1(x^1) = 11.75$ y $u^2(x^2) = 11.82$. Esto demuestra que la distribución de recursos determinada por el único equilibrio competitivo de $\mathcal{E}$ no es Pareto eficiente. $\square$