Tarea 1
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Ignacio Fuentes y Hriday Karnani

Otoño 2024

1. Para cada una de las siguientes preferencias en X, determinar si éstas son racionales.

   a) Sea $X = \{1, 2, 3\}$ y $\succsim$ definida por: $1 \succsim 1$, $1 \succsim 2$, $1 \succsim 3$, $2 \succsim 3$, $3 \succsim 1$.

   b) Sea $X = \mathbb{R}$, el conjunto de los números reales y $\succsim$ definida por la relación "mayor o igual que", es decir $x \succsim y$ si y solo $x \geq y$.

   c) Sea $X = \mathbb{R}$, y $x \succsim y$ si y solo $|x - y| > 1$.

   d) Sea $X = \mathbb{R}$, y $x \succsim y$ si y solo $x - y$ es múltiplo de 2.

2. Sea $X = \mathbb{R}^2_+$ y sean $B_1 = \{(x_1, x_2) : 2x_1 + 2x_2 \leq 20\}$ y $B_2 = \{(x_1, x_2) : x_1 + 3x_2 \leq 20\}$. Definimos $\mathcal{B} = \{B_1, B_2\}$.

   a) Si $C(B_1) = \{(8, 2)\}$ y $C(B_2) = \{(8, 4)\}$ ¿Se cumple el Axioma Débil de la Preferencia Revelada? Ilustre gráficamente las restricciones presupuestarias y las elecciones.

   b) Si $C(B_1) = \{(8, 2)\}$ y $C(B_2) = \{(2, 6)\}$ ¿Se cumple el ADPR? Ilustre gráficamente las restricciones presupuestarias y las elecciones.

   c) Si $C(B_1) = \{(2, 8)\}$, ¿hay algún $C(B_2)$ para el cual no se cumpla el ADPR? Demuestre su respuesta.

3. Encuentre un ejemplo de una regla de elección $(C, \mathcal{B})$ definida en X que pueda ser racionalizada por más de una relación de preferencias, y diga cuáles son las preferencias que la racionalizan.
   NOTA: si $\mathcal{B}$ incluye a todos subconjuntos de 2 elementos de X, entonces existe a lo sumo una relación de preferencias que racionaliza a $(C, \mathcal{B})$.

4. Sean las preferencias en $X = \mathbb{R}^2_+$ definidas por

$$x \succsim y \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ \max\{x_1, x_2\} \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} y_1 + y_2 \\ \max\{y_1, y_2\} \end{pmatrix}.$$

   a) Dibuje el conjunto de contorno superior del punto $(1, 1)$.

   b) Determine si las preferencias son: convexas, monótonas, estrictamente monótonas, localmente no saciadas, continuas, completas y transitivas. En cada caso justifique mediante demostración o un contraejemplo.

5. Si X es finito, entonces cualquier relación de preferencia racional $\succsim$ puede representarse mediante una función de utilidad $u : X \to \mathbb{R}$.
   NOTA: Utilice la proposición vista en clases que afirma que $C(B, \succsim) \neq \emptyset$ si B es finito y $\succsim$ es racional.

6. Suponga que la relación de preferencia $\succsim$ en $X = \mathbb{R}^+ \times Y$ es completa y transitiva, y que existe $\bar{y} \in Y$ tal que para todo $y \in Y$, $(0, y) \succsim (0, \bar{y})$. Suponga que:

   a) ("el bien 1 es valioso"): $(a, \bar{y}) \succsim (a', \bar{y})$ si y solo si $a \geq a'$.

   b) ("hay cantidades del bien 1, que compensan cualquier caída del bien 2"): para cada $y \in Y$, existe $t \geq 0$ tal que $(0, y) \succsim (t, \bar{y})$.

   c) ("no efectos de riqueza"): si $(a, y) \succsim (a', y')$ entonces para todo $t \in \mathbb{R}$, $(a + t, y) \succsim (a' + t, y')$.

   Demuestre que

   (i) Existe $v : Y \to \mathbb{R}$ tal que $(a, y) \succsim (a', y')$ si y solo si $a + v(y) \geq a' + v(y')$.

   (ii) A la inversa, si la relación de preferencia $\succsim$ en $X = \mathbb{R} \times Y$ está representada por $u(a, y) = a + v(y)$, entonces satisface las tres condiciones precedentes.

   Sugerencia para la parte (i): Gracias a la condición *b*) podemos definir una función $v(y)$ tal que para cada $y \in Y$, $(0, y) \sim (v(y), \bar{y})$. Utilice las condiciones *a*) y *c*) para demostrar que $(a, y) \succsim (a', y')$ si y solo si $a + v(y) \geq a + v'(y)$.