ENECO 630 – Macroeconomía I

Inversión

Cátedras I1
Modelo neoclásico

Eduardo Engel
Doctorado y Magíster Economía, FEN, U. de Chile.
Marzo 31, 2025.

Historia

Modelo neoclásico

Aplicación

Historia

Inversión: Definición

Capital: un insumo durable que se utiliza en la producción de otros bienes

- incluye: capital físico, capital humano, y capital intangible (v.g., propiedad intelectual, capital organizacional, capital reputacional, capital social)
- durable: tasa de depreciación inferior al 100 %

Inversión: proceso mediante el cual el stock de capital se ajusta a su nivel deseado

- la inversión consiste en la compra de bienes de capital

Relación entre capital e inversión

Suponga que el capital se deprecia a tasa δ.

Notación:

- K_t: capital al **final** del período t.
- I_t: inversión durante el período t.

Secuencia de eventos ('timeline'):

- La firma termina el período $t-1$ con capital K_{t-1}
- *Comienza el período* t
- El capital se deprecia y pasa a $(1-\delta)K_{t-1}$
- La firma invierte I_t, su capital pasa a $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$
- *Termina el período* t

Entonces:

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t \iff I_t = \Delta K_t + \delta K_{t-1}.$$

Mercado de Arriendo de Capital

Simplificación que se utiliza en cursos de pregrado:

- no es realista porque las firmas son dueñas de la mayor parte de su capital.
- no permite modelar fenómenos como la quiebra.
- no es útil para modelos de equilibrio general: alguien es el dueño del capital.

Si c denota el precio de arrienda del capital y el beneficio de la firma en un momento del tiempo viene dado por

$$\pi(K, X_1, ..., X_n) - cK,$$

donde K denota el capital que la firma arrienda y los X_i son variables que toma como dadas (precios de los bienes que vende y de los insumos que emplea si los mercados en cuestión son competitivos).

Entonces la CPO respecto de K lleva a:

$$\pi_k(K, X_1, ..., X_n) = c. \tag{1}$$

Luego la firma arrienda capital hasta el punto donde su ingreso marginal es igual al arriendo que paga.

Derivando la expresión anterior implícitamente respecto de c,

$$\frac{\partial K}{\partial c} = \frac{1}{\pi_{k,k}(K, X_1, ..., X_n)}.$$

Como $\pi_{k,k} < 0$ (retornos decrecientes), concluimos que la demanda por capital (arrendado) será decreciente en el precio del arriendo.

Clasificación de Inversión

- Fija, no residencial (fixed business investment, non residential): estructuras, equipos y software
- Residencial
- Cambios en inventarios privados
- I&D privado

Teoría del Acelerador

Clark (1917)

Supuestos:

1. Tecnología de proporciones fijas (Leontieff) determina el capital deseado K^*:

$$Y_t = \text{mín}(L_t, K_t / a)$$

2. Producto exógeno, no es afectado por decisiones de inversión

Entonces $K_t = aY_t$ y tomando la primera diferencia (asumiendo $\delta = 0$):

$$I_t = a\Delta Y_t.$$

La inversión es mayor cuando se **acelera** la tasa a la cual crece el producto, de allí el nombre.

Ajuste pobre de los datos: en los datos la persistencia de I_t es mucho mayor que la de ΔY_t.

Acelerador flexible

Clark (1944), Koyck (1954).

Primera noción de fricciones.

La inversión se ajuste lentamente a lo que sugiere el modelo del acelerador, de modo que

$$I_t = a \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \delta K_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Comentarios

- Modelo de rezagos distribuidos ('distributed lags').
- Se agrega el término δK_{t-1} para capturar la depreciación.
- ε_t: Término de error.

El ajuste a los datos de la ecuación anterior es bueno aunque la ecuación especificada es un tanto arbitraria (¿cuáles fundamentos microeconómicos?).

Problemas con el Acelerador Flexible

En la mayoría de los modelos, tanto I como Y son endógenos (lo exógeno son los shocks de productividad y otros).

Ningún rol para precios: precio del capital, tasa de interés, tasas de impuestos corporativos, ...

No considera costos de ajuste.

No considera expectativas sobre rentabilidad futura del capital.

El producto es exógeno: los efectos de I sobre el producto futuro son ignorados.

Keynes, Teoría General

Rol de la tasa de interés: la firma calcula la tasa interna de retorno que lleva a que el VP de beneficios menos costos sea igual a cero e invierte si y sólo si esta tasa es mayor que la tasa de interés corriente.

Los costos se incurren principalmente al inicio ('upfront'), los retornos vienen más tarde ('backloaded'). Esta idea es capturada parcialmente por Hicks en la curva IS.

Expectativas: la inversión responde poco a la tasa de interés, su principal determinante son los "espíritus animales" (animal spirits) de los emprendedores.

Historia

Modelo neoclásico

Aplicación

Modelo neoclásico

Modelo Neoclásico

Jorgenson (1963), Hall y Jorgenson (1967).

La firma maximiza el valor de las acciones (definido como el valor presente de las utilidades, descontadas a la tasa de interés libre de riesgo): el modelo ignora temas de control corporativo.

Accionistas neutros al riesgo: el modelo ignora los efectos del riesgo sobre el retorno que exigen los inversionistas.

Las firmas no emiten deuda: el modelo ignora la decisión de financiamiento de la firma (deuda vs. capital).

Partimos asumiendo que la firma no paga impuestos, la contribución principal de Hall y Jorgenson (1967) fue incorporar impuestos, la veremos más adelante en esta cátedra.

La firma es tomadora de precios en todos los mercados, no hay asimetrías de información.

Mercados de capitales perfectos. Las firmas emiten las acciones que desean a una tasa de retorno determinada por la tasa de interés libre de riesgo.

Como consecuencia de los supuestos anteriores, el financiamiento interno (con utilidades retenidas) y el financiamiento externo (con deuda o emitiendo de nuevas acciones) son sustitutos perfecto lo cual separa las decisiones reales y financieras de la empresa (Modigliani-Miller, 1961, obtienen condiciones suficientes para esto).

Relajaremos varios de los supuestos anteriores en las cátedras que vienen.

Derivación de la condición de optimalidad

A continuación derivamos la condición de optimalidad del modelo neoclásico (Jorgenson, 1963):

- Lo que sigue es una derivación basada en el método de perturbaciones que vimos en Consumo.
- Suponemos que existe una trayectoria óptima de K_t, la perturbamos levemente, imponemos que la perturbación no puede mejorar la función objetivo que teníamos inicialmente (estábamos en un óptimo) y derivamos la condición de optimalidad.
- La demostración rigurosa, basada en el método Hamiltoniano, se ve en la cátedra siguiente.

La perturbación que consideramos consiste en desviarse de la trayectoria óptima comprando ΔK unidades de capital en t y vendiendo lo que queda de estas unidades luego de depreciación en $t+\Delta t$.

El beneficio adicional que obtiene la firma será

$$\text{Beneficio adicional} = -p_{K,t}\Delta K + \int_t^{t+\Delta t} [\pi(K_s+\Delta K, X_s) - \pi(K_s, X_s)] e^{-r(s-t)}\, \mathrm{d}s + \frac{1}{1+r\Delta t}(1-\delta\Delta t)\, p_{K,t+\Delta t}\Delta K. \tag{2}$$

Denotamos por $\mathscr{I}$ la integral en la expresión anterior.

Taylor de primer orden lleva a

$$\pi(K_s + \Delta K, X_s) \simeq \pi(K_s, X_s) + \pi_K(K_s, X_s)\Delta K$$

de modo que, sustituyendo en $\mathscr{I}$,

$$\mathscr{I} \simeq \left\{ \int_t^{t+\Delta t} \pi_K(K_s, X_s) e^{-r(s-t)}\,\mathrm{d}s \right\} \Delta K.$$

A continuación reemplazamos $\pi_K(K_s, X_s)$ por $\pi_K(K_t, X_t)$ en la integral anterior. Podemos hacer esto, porque, por un desarrollo de Taylor de primer orden en dos variables de $\pi_K(K, X)$, el error que genera esta aproximación es proporcional a la variación de K_s y X_s para $s \in [t, t+\Delta t]$, y esta variación será todo lo pequeña que queramos si elegimos Δt suficientemente pequeño.

Luego tenemos:

$$\mathscr{J} \simeq \pi_K(K_t, X_t)\Delta K \left\{ \int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)}\,\mathrm{d}s \right\} = \pi_K(K_t, X_t)\Delta K \int_0^{\Delta t} e^{-ru}\,\mathrm{d}u = \pi_K(K_t, X_t)\Delta K \frac{1-e^{-r\Delta t}}{r} \simeq \pi_K(K_t, X_t)(\Delta K)(\Delta t),$$

donde en el último paso usamos que, por un desarrollo de Taylor de primer orden, $e^x \simeq 1 + x$.

Sustituyendo la expresión anterior en (2) se obtiene

$$\begin{aligned} \text{Beneficio adicional} \quad &\simeq \quad [-p_{K,t} + \pi_K(K_t, X_t)\Delta t + \frac{1}{1+r\Delta t}(1-\delta\Delta t)p_{K,t+\Delta t}]\Delta K \\ &\simeq \quad [-p_{K,t} + \pi_K(K_t, X_t)\Delta t + \{1-(\delta+r)\Delta t\}p_{K,t+\Delta t}]\Delta K, \end{aligned}$$

donde usamos que $1/(1+r\Delta t) \simeq 1 - r\Delta t$ cuando Δt es pequeño.

Al motivar la derivación anterior, dijimos que $\Delta K > 0$. Sin embargo, el desarrollo es idéntico si $\Delta K < 0$. Luego, como la expresión anterior debe ser menor o igual que cero en los dos casos, lo que multiplica a ΔK debe ser igual a cero y concluimos que

$$-p_{K,t} + \pi_K(K_t, X_t)\Delta t + \{1-(\delta+r)\Delta t\}p_{K,t+\Delta t} = 0.$$

Reordenando términos,

$$\frac{p_{K,t+\Delta t} - p_{K,t}}{\Delta t} = (\delta + r)p_{K,t+\Delta t} - \pi_K(K_t, X_t).$$

Tomando el $\text{lím}_{\Delta t \to 0}$ en la expresión anterior y definiendo

$$\dot{p}_{K,t} \equiv \text{lím}_{\Delta t \to 0} \frac{p_{K,t+\Delta t} - p_{K,t}}{\Delta t}$$

obtenemos la condición de optimalidad:

$$\boxed{\pi_K(K_t, X_t) = (\delta + r_t)p_{K,t} - \dot{p}_{K,t}.} \tag{3}$$

Comparando (3) con (1) notamos que para volver a tener

$$\pi_K(K_t, X_t) = c_t.$$

debemos definir

$$c_t \equiv (\delta + r_t)p_{K,t} - \dot{p}_{K,t}. \tag{4}$$

Costo del usuario del capital

c_t se conoce como el **costo del usuario del capital** ('user cost of capital'). Es igual al costo de arriendo implícito del capital.

c_t se puede calcular a partir de los precios de compraventa de capital, la tasa de depreciación y la tasa de interés.

Sin embargo, cuando sólo hay mercado de arriendo de capital, no es obvio cómo se mide c_t.

Como veremos, c_t se puede generalizar para incorporar diversos tipos de impuestos. Esto es muy útil en trabajos empíricos de inversión.

c_t es creciente en $p_{K,t}$, r_t y δ, y decreciente en $\dot{p}_{K,t}$. La intuición en cada caso es directa a partir de conceptos de pregrado.

Un caso particular

Consideremos una función de producción Cobb-Douglas para la economía

$$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

donde el trabajo L_t es un insumo variable y donde denotamos mediante $p_{Y,t}$ el precio del bien (o nivel de precios de la economía).

Como la firma toma los precios de insumos y el bien como dados, $X_t = (w_t, p_{Y,t})$ y

$$\pi(K_t, X_t) = p_{Y,t} Y_t - w_t L_t^*(K_t) = p_{Y,t} K_t^{\alpha} [L_t^*(K_t)]^{1-\alpha} - w_t L_t^*(K_t)$$

donde $L^*(K)$ denota el valor óptimo de L dado K y X.

Por el Teorema de la Envolvente,

$$\frac{d\pi}{dK} = \frac{\partial \pi}{\partial K} = \alpha p_{Y,t} K_t^{\alpha-1} [L_t^*(K_t)]^{1-\alpha} = \alpha p_{Y,t} \frac{Y_t}{K_t}.$$

Igualando la expresión anterior a c_t y despejando K_t, obteniendo el **capital deseado**, aquel respecto del cual se define un modelo de rezagos distribuidos para pasar al capital observado.

$$K_t^* = \alpha \frac{p_{Y,t} Y_t}{c_t}.$$

La elasticidad del capital deseado respecto del producto y respecto del costo del usuario del capital son ambas iguales a uno (en valor absoluto).

Para pasar del capital deseado a inversión volvemos a usar rezagos distribuidos ('distributed lags'):

$$K_t = \sum_{j \geq 0} \gamma_j K_{t-j}^*$$

Tomando primera diferencia y sumando δK_{t-1} para capturar la depreciación, además de un término de error

$$I_t = \sum_{j \geq 0} \gamma_j \Delta K_{t-j}^* + \delta K_{t-1}.$$

Dividiendo ambos lados por K_{t-1} y usando $\log(1+x) \simeq x$, la tasa de inversión será

$$\frac{I_t}{K_{t-1}} = \sum_{j \geq 0} \gamma_j \frac{\Delta K_{t-j}^*}{K_{t-1}} + \delta \simeq \sum_{j \geq 0} \gamma_j \frac{\Delta K_{t-j}^*}{K_{t-j-1}^*} + \delta \simeq \sum_{j \geq 0} \gamma_j \log(K_{t-j}^* / K_{t-j-1}^*) + \delta = \sum_{j \geq 0} \gamma_j \left\{ \Delta \log(p_{Y,t-j} Y_{t-j}) - \Delta \log c_{t-j} \right\} + \delta.$$

Evidencia

Cuando Jorgenson estimó ecuaciones del tipo

$$\frac{I_t}{K_{t-1}} = \text{const.} + \sum_{j\geq 0} \gamma_j \left\{\Delta\log(p_{Y,t-j}Y_{t-j}) - \Delta\log c_{t-j}\right\} + \varepsilon_t$$

obtuvo valores positivos y significativos para los γ_j lo cual interpretó como un éxito de su teoría, pues era la primera teoría formal de inversión donde los precios tenían un rol.

Sin embargo, Eisner y Nadiri (1968) estimaron ecuaciones del tipo

$$\frac{I_t}{K_{t-1}} = \text{const.} + \sum_{j\geq 0} \eta_j \Delta\log(p_{Y,t+1-j}Y_{t+1-j}) - \sum_{j\geq 0} \mu_j \Delta\log c_{t+1-j} + \varepsilon_t,$$

encontraron que sólo los η_j eran significativos, concluyendo que los valores significativos de γ_j que obtuvo Jorgenson se debían a los términos de tipo acelerador ($\Delta\log Y$ en la ecuación anterior) y no a la presencia de costos del usuario.

Modelo Neoclásico: Conclusión

Importante avance en modelación: un modelo de demanda por capital derivada del comportamiento optimizante de una firma en un contexto dinámico.

Paso de demanda por capital a inversión: ad hoc, no es parte del modelo.

Ajuste empírico: pobre.

Historia

Modelo neoclásico

Aplicación

Aplicación

Aplicación

Objetivo: estudiar cómo varía la demanda por capital con la tasa de impuesto a las utilidades de las empresas

El punto de partida es notar que, denotando por $\tau \in [0,1)$ la tasa de impuesto corporativa, el valor de K_0 que maximiza

$$(1-\tau)\int_0^{\infty}[F(K_t,L_t)-wL_t-p_{K,t}I_t]e^{-rt}\,\mathrm{d}t$$

no dependerá de τ.

El motivo es que si $f(x)$ alcanza el máximo en x^* entonces, cualesquiera sea la constant positiva c tendremos que $cf(x)$ también alcanza su máximo en x^*.

Para quebrar la neutralidad de la tasa corporativa

Bustos, Engel y Galetovic (2004, J. of Development Economics) introducen dos supuestos que abren la posibilidad de que la demanda por capital dependa de la tasa impositiva τ:

- los pagos de intereses por la deuda se descuentan de la base imponible (es decir, se imputan como un costo)
- la depreciación contable permite reducir la base imponible

Descontando pago de intereses

Al descontar los pagos de intereses por deuda de la base imponible, las empresas buscarán financiarse lo más posible vía deuda.

Los bancos, sin embargo, querrán que parte del financiamiento corporativo sea vía capital, ya que esto alinea mejor los incentivos (resuelve un problema de riesgo moral).

La digresión anterior se puede capturar, de manera un tanto simplificada, suponiendo que una fracción exógena, $b \in [0,1]$, de la inversión se financia vía deuda.

Depreciación contable

Depreciación: si invierto 1 en t puedo contabilizar δ_s como costo en $t+s$ donde $\delta_s \geq 0$ y $\int_0^\infty \delta_s \, \mathrm{d}s = 1$.

El ahorro en impuestos de la empresa, en valor presente, gracias a la depreciación acelerada, producto de invertir 1 en t, sera proporcional a

$$z \equiv \int_0^\infty e^{-rs} \delta_s \, \mathrm{d}s.$$

Tenemos que $z \in [0,1]$ con $z = 1$ cuando se tiene depreciación instantánea

Como $p_{K,t} I_t$ aparece multiplicado por $(1-\tau)$, la expresión de la transparencia 28 corresponde al caso con depreciación instantánea $(z = 1)$. Y como no aparece un término de servicio de la deuda descontado de la base tributaria, el valor de b correspondiente es 0.

Derivación de demanda por capital

Suponemos que la empresa maximiza el valor presente de los dividendos, donde estos vienen dados por

$$\mathrm{Div}_t = (1-\tau)[F(K_t, L_t) - wL_t - rD_t] + \tau\Delta_t - (1-b)p_t I_t.$$

Donde $\Delta_t \equiv \int_0^t \delta_{t-s} p_s I_s \,\mathrm{d}s$ es la suma de los descuentos por depreciación permitidos en t y $D_t \equiv b\int_0^t p_s I_s \,\mathrm{d}s$ denota la deuda acumulada en t.

Un argumento análogo al que usamos para derivar (3) muestraque

$$\boxed{\Pi_k(K_t, L_t(K_t)) = \frac{1-\tau(b+z)}{1-\tau}[(\delta + r_t)p_{K,t} - \dot{p}_{K,t}]} \tag{5}$$

Demanda por capital y tasa corporativa

De (5) y el hecho que $0 \leq b+z \leq 2$ se sigue que:

- $b+z<1$: $\quad \tau \uparrow \implies K \downarrow$
- $b+z=1$: $\quad \tau \uparrow \implies \Delta K = 0$
- $b+z>1$: $\quad \tau \uparrow \implies K \uparrow$

Concluimos que, si los incentivos para invertir (vía reducción de impuestos por pago de intereses y depreciación acelerada) son muy potentes, de modo que $b+z>1$, tendremos que un incremento de la tasa corporativo lleva a un mayor nivel de demanda por capital.

Es clave, entonces, determinar los valores que toma $b+z$ para empresas chilenas.

BEG (2004) estiman los valores de b, z y los costos de usuario del capital para el panel de empresas grandes chilenas (aquellas con FECUs), encontrando valores cercanos a uno.

EVIDENCIA: $b + z$ PARA EMPRESAS GRANDES EN CHILE

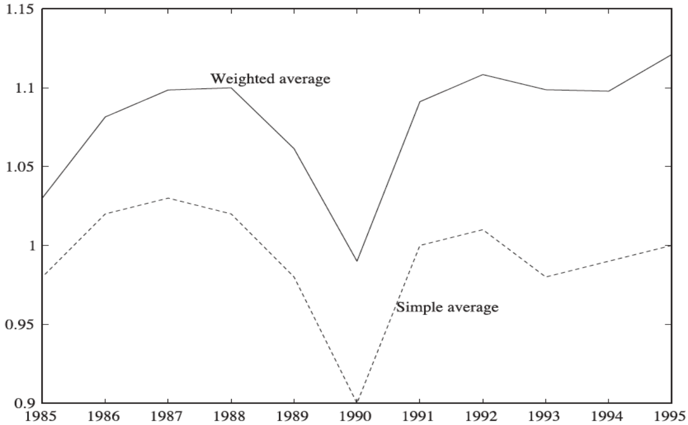

Fig. 3. Average values of $b+z$. The figure shows weighted (by firms' assets) and simple averages of b$i+zit$ for the 83 firms in the sample, between 1985 and 1995.

Componentes del costo del usuario: Variaciones

El logaritmo del costo del usuario de (5) se puede descomponer en la suma de tres componentes:

$$\log c_t = \log \frac{1-\tau(b+z)}{1-\tau} + \log p_{K,t} + \log\left(r_t + \delta - \frac{\dot{p}_{K,t}}{p_{K,t}}\right)$$

las cuales denominamos componentes 1, 2 y 3 respectivamente.

La lámina que sigue muestra la evolución de las tres componentes. Está claro que las fluctuaciones de la tasa corporativa explican una fracción pequeñísima de la fluctuación del costo del usuario del capital.

Como la demanda por capital depende de la tasa corporativa solo a través del costo del usuario, esto sugiere un impacto menor de fluctuaciones de la tasa corporativa.

La lámina subsiguiente reporta el impacto de fluctuaciones en la tasa corporativa sobre demanda por capital, para los valores promedios de $b+z$ en dos años particulares. Los efectos son menores.

Componentes del costo del usuario: Variaciones (cont.)

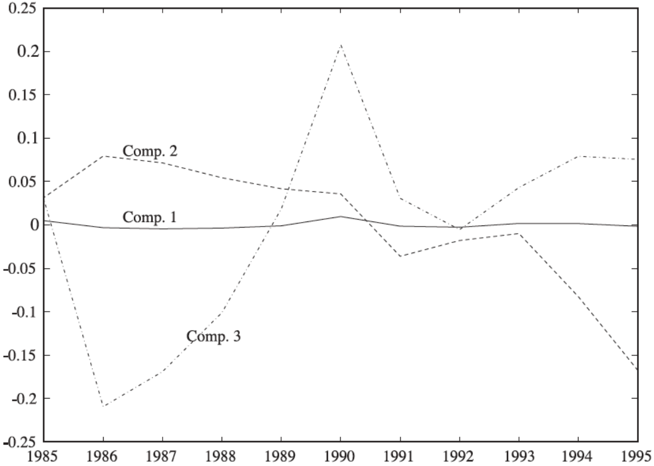

Fig. 2. Breakdown of the logarithm of the user cost of capital. The figure shows the three components of the user cost of capital with corporate veil. Logarithms have been broken down as in the text, between 1985 and 1995.

Demanda por capital y τ

Los valores de $b+z$ observados significan que la demanda por capital varía poco con la tasa corporativa.

Table 4
Capital stock and corporate tax

Corporate tax	Capital stock 1990	Capital stock 1995
0%	100	100
5%	99.97	100.25
10%	99.93	100.54
15%	99.90	100.87
20%	99.88	101.25

Variation of the aggregate desired capital stock. Desired stock when $\tau = 0$ has been normalized to 100.

Conclusión: En Chile, durante el período considerado, variaciones del precio relativo de los bienes de capital y la tasa de interés afectan el costo del usuario del capital mucho más que las tasas corporativas.

Estimaciones posteriores y recientes

Cerda y Larraín (2005):

- Metodología: regresiones con inversión al lado izquierdo y variables explicativas al lado derecho.
- Consideran empresas de todos los tamaños.
- Concluyen que un aumento de 10% de la tasa corporativa reduce el PIB, en el largo plazo, entre 0,1 y 0,5%. Es decir, elasticidad entre 0,01 y 0,05.
- Concluyen que el impacto es menor en empresas más grandes y que "en compañías grandes el impacto es negativo pero no significativo".

Cordero y Vergara (2020): Elasticidad de corto plazo de 0,1; elasticidad de largo plazo entre 0,24 y 0,65.

Comisión Marfán (2023): Supone una elasticidad de largo plazo de 0,65.

Auerbach (JEP, 2018): Para EE.UU., considera escenario con reducción de la tasa corporativa de 35% a 21% (y otras medidas menos importantes) y revisa varios estudios constatando un incremento del PIB en torno a 0,7%. Elasticidad en torno a 0,05.

ENECO 630 – Macroeconomía I

Inversión

Cátedras I1
Modelo neoclásico

Eduardo Engel
ENECO 630. Macroeconomía I
Doctorado y Magíster en Economía, FEN, U. de Chile.
Marzo 31, 2025.