Tarea 3
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Ignacio Fuentes y Hriday Karnani

Otoño 2024

Entrega en grupos de máximo 2 estudiantes

Incertidumbre

Pregunta 1

Suponga que un agente, cuya utilidad sobre la riqueza es $u(w) = w^\alpha$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ va a un casino a jugar a la ruleta. Suponga que puede jugar cualquier cantidad de dinero z (es decir, z no es discreto: si quisiera, podría jugar π pesos o $\sqrt{2}$ pesos). Suponga también que el individuo no tiene cota para endeudarse: puede jugar todo lo que quiera. En resumen, el individuo puede apostar cualquier cantidad $z \in [0, \infty)$.

La ruleta tiene 0 y 00 entre las posibilidades.

1. Sabiendo que la casa paga 36 a 1 lo apostado a un numero cualquiera: ¿cual es la apuesta óptima del agente dependiendo del parámetro α ?
2. Sabiendo que la casa paga 2 a 1 lo apostado a color: ¿cual es la apuesta óptima del agente dependiendo del parámetro α?
3. Encuentre el rango de valores para α para los cuales el agente presenta aversión al riesgo
4. Encuentre el rango de valores para α para los cuales el agente es amante del riesgo (es decir, su función de utilidad es convexa)
5. Encuentre el rango de valores para α para los cuales el agente es neutral al riesgo (es decir, su función de utilidad es lineal)
6. ¿Que relación encuentra entre los resultados de las partes 1. y 2. con las partes 3. a 5.?

Pregunta 2

Tenemos un conductor, que realiza una cierta cantidad de esfuerzo e al conducir (el esfuerzo representa tener en cuenta las señales de tránsito, respetar los límites de velocidad, etc).

El nivel de esfuerzo que realiza afecta la probabilidad de chocar: tenemos que $Pr[chocar|e] = 1-e$. Obviamente, tendremos entonces que $Pr[no\ chocar|e] = e$, por lo que el esfuerzo se interpretará como la probabilidad de no tener accidentes de tránsito. La utilidad del individuo en los siguientes estados de la naturaleza es la siguiente:

- Utilidad de esforzarse e si no choca: $-e^2$
- Utilidad de esforzarse e si choca: $-(a+s)-e^2$

donde $a \in (0,1)$ son las pérdidas por la destrucción del auto y $s \in (0,1)$ son los gastos médicos luego del accidente. El conductor elige el nivel de esfuerzo óptimo $e \in [0,1]$

1. Plante el problema de elección del nivel de esfuerzo óptimo del conductor, suponiendo que puede aplicársele el teorema de la utilidad esperada.
2. Encuentre el nivel de esfuerzo óptimo e^* dependiendo de los parámetros (a,s). Encuentra la utilidad esperada en el nivel de esfuerzo óptimo e^*. ¿Como cambia la solución e^* ante cambios en los parámetros? Explique la intuición detrás de los resultados.
3. Suponga que ahora se le obliga al conductor usar cinturón de seguridad. Esto hace que, en caso de accidente, el costo por gastos médicos sea $s' < s$. Sin embargo, por tener que utilizar cinturón de seguridad, disminuye su utilidad en $c \in (0,1)$. Es decir:
   - Utilidad de esforzarse e si no choca: $-e^2-c$
   - Utilidad de esforzarse e si choca: $-(a+s')-e^2-c$

   Plantee y resuelva para e. Encuentre la utilidad esperada para el valor de e óptimo.
4. Suponga ahora que se le da a elegir libremente al conductor entre usar cinturón de seguridad y no usarlo. ¿Cual es la elección óptima del conductor? (Sugerencia: Compare las utilidades esperadas máximas de los puntos 2. y 3.)
5. Discuta la siguiente afirmación:

   > La obligatoriedad del cinturón de seguridad ha contribuido a la disminución de los accidentes de tránsito.

Pregunta 3

Considere un agente averso al riesgo cuya función de Bernoulli es $u(x)$ y cuya riqueza inicial es w. El agente puede elegir entre dos activos, ambos de precio $p=1$.

En el futuro hay dos estados posibles que ocurren con probabilidades π y $1-\pi$. En el estado 1 (que ocurre con probabilidad π) los pagos de los activos son respectivamente 1 y 0. En el estado 2 (que ocurre con probabilidad $1-\pi$) los pagos de los activos son respectivamente 1 y 3. Llamamos α al número de unidades del activo 2 que compra el agente.

1. Escriba la función de utilidad esperada del agente en función de α.
2. Si el agente busca maximizar su utilidad esperada, determine para qué valores de π el agente elige $\alpha = 0$ o $\alpha = w$. (Nota: la condición depende de $u'(\cdot)$, w y π).
3. Suponiendo que la función de Bernoulli del agente es

   $$u(x) = \sqrt{x}$$

   calcule la cantidad de unidades del activo 2 que compra el agente. ¿Cómo cambia α al variar la renta inicial w del agente? ¿Cómo cambia α/w al variar la renta inicial w del agente? Calcule los coeficientes de aversión absoluta y de aversión relativa al riesgo del agente. Explique los resultados obtenidos utilizando estos coeficientes.

Teoría de Juegos

Pregunta 4

Considere el siguiente juego donde hay n jugadores (n es finito y grande):

- Todos los jugadores eligen un número natural entre 1 y 100.
- El jugador cuyo número es **más cercano al promedio** gana el juego.
- Pagos:
  - El ganador obtiene \$ 1.000
  - Si hay empate entre k jugadores, cada uno obtiene $\frac{\$1,000}{k}$.
  - Los demás obtienen 0.

¿Hay alguna estrategia débilmente dominada? Justifique.

Pregunta 5 (Modelo tipo regulación de Becker)

Hay dos grupos de presión que tratan de influir sobre el gobierno para que regule la economía en su favor. Juegan el siguiente juego: $I = \{1, 2\}$ es el conjunto de jugadores; $S_1 = S_2 = \mathbb{R}_+$ es el espacio de estrategias para los jugadores. La estrategia $p_i \in S_i$ representa la presión que ejerce el agente i sobre el gobierno, donde p_i es la cantidad de dinero gastada en hacer *lobby*.

Si los agentes ejercen presiones $(p_1, p_2) \in S_1 \times S_2$, las utilidades son

$$u_i(p_i, p_{-i}) = I(p_i, p_{-i}) - a_i p_i$$

donde $I(x, y) = \log(2x - y)$ es la influencia que tiene el grupo que invirtió x.

1. Encuentre las funciones de reacción para los jugadores, y grafique para $a_1 = a_2 = 1$.
2. Encuentre el equilibrio de Nash de este juego. Le quedará como función de a_1 y a_2.
3. ¿Qué pasa con el p_1 de equilibrio cuando suben a_1 o a_2?

Pregunta 6

Considere el siguiente juego: $I = \{1, 2\}$ y $S_i = \{a, b, c\}$ para $i = 1, 2$. Las utilidades son $u_i(c, c) = 4$, $u_i(b, b) = 2$ y $u_i(a, a) = 1$ y para $s \neq s'$, $u_i(s, s') = 0$ para $i = 1, 2$.

Encuentre *todos* los equilibrios de Nash (en estrategias puras y mixtas).