Fuente: Examen Final de Econometría II 2021

2. (20 puntos) Considere el siguiente modelo:

$$y_t = \begin{cases} \frac{1}{2}\alpha_1 + \sigma_1 u_t & \text{si } s_t = 1\\ \alpha_2 + \sigma_2 u_t & \text{si } s_t = 2, \end{cases}$$
 (1)

donde $u_t \sim N(0,1)$ y s_t es una cadena de Markov de primer orden con matriz de transición:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

- (a) (5 puntos) Encuentre el vector de probabilidades ergódicas y la esperanza incondicional de y (denótela por μ).
- (b) (5 puntos) Encuentre la varianza incondicional de y.
- (c) (10 puntos) Encuentre el coeficiente de asimetría (skewness) de y. ¿Bajo que condiciones y tendrá una distribución simétrica? [Ayuda 3: Recuerde que el coeficiente de asimetría se define como a/b, donde $a = E[(y_t \mu)^3]$ y $b = \{E[(y_t \mu)^2]\}^{3/2}$].