

CONTROL I – MICROECONOMÍA II

PROFESOR: JUAN PABLO TORRES-MARTÍNEZ
AYUDANTES: AMANDA LOYOLA - FELIPE JORDÁN

Duración del Control: 150 minutos

PREGUNTA 1 (10 PUNTOS)

Considere una economía con m individuos, n mercancías y riqueza agregada $W \in \mathbb{R}_+^n$. Decimos que $F : (\mathbb{R}_+^n)^m \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de bienestar social si $F(x_1, \dots, x_m) = G(u^1(x_1), \dots, u^m(x_m))$, donde $G : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ es estrictamente creciente y u^i es la utilidad del individuo $i \in \{1, \dots, m\}$. Un óptimo social es una distribución de recursos $(x_1, \dots, x_m) \in (\mathbb{R}_+^n)^m$ que maximiza una función de bienestar social en el conjunto $\{(y_1, \dots, y_m) \in (\mathbb{R}_+^n)^m : \sum_i y_i \leq W\}$.

Demuestre que todo óptimo social es Pareto eficiente.

PREGUNTA 2 (10 + 20 PUNTOS)

(i) Considere una economía con tres individuos $\{A, B, C\}$ y dos mercancías. Todos tienen las mismas preferencias, $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Las asignaciones iniciales son $(w^A; w^B; w^C) = ((1, 0); (0, 1); (1, 2))$. Demuestre que existe un único equilibrio competitivo. *Faltan dos.*

(ii) Suponga que los individuos A y B forman una familia, de tal forma que la economía ahora tiene dos agentes AB y C . La familia AB busca maximizar la suma de las utilidades de sus miembros y tiene como recursos iniciales $w^{AB} = (1, 1)$.

Permitiremos que parte de las mercancías demandadas por la familia se transformen en un bien común para los individuos A y B (por ejemplo, el usufructo de la iluminación o de la sala de estar dentro de un departamento). Así, suponga que a precios $p \in \mathbb{R}_+^2$ la familia AB puede demandar en el mercado cualquier canasta $y \in \mathbb{R}_+^2$ que cumpla $p \cdot y \leq p \cdot w^{AB}$, permitiéndole a sus miembros implementar consumos privados $(x^A, x^B) \in \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}_+^2$ tales que,

$$x^i \leq y, \forall i \in \{A, B\}, \quad x_i^A + x_i^B \leq \kappa_i y_i, \forall i \in \{1, 2\},$$

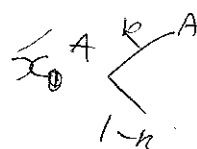
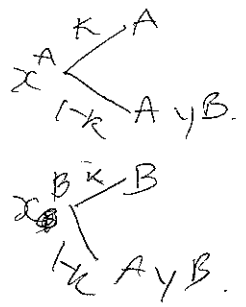
donde $(\kappa_1, \kappa_2) \in [1, 2] \times [1, 2]$ son los grados de usufructo familiar.

(a) Dados grados de usufructo (κ_1, κ_2) , encuentre el equilibrio competitivo $(\bar{p}, (\bar{y}, \bar{x}^A, \bar{x}^B, \bar{x}^C))$.¹

(b) Pruebe que sin usufructo ($\kappa_1 = \kappa_2 = 1$), el individuo A *empaña* su situación al formar la familia.

(c) Demuestre que, independiente de los grados de usufructo familiar, el individuo C es indiferente a la formación de la familia AB .

¹Para simplificar enormemente los cálculos, dado $(i, l) \in \{A, B\} \times \{1, 2\}$, le recomendamos hacer el cambio de variables $x_l^i \rightarrow \gamma_l^i y_l$, donde $\gamma_l^i \in [0, 1]$.



(d) Encuentre los valores de (κ_1, κ_2) para los cuales la formación de la familia AB genera una distribución de recursos de equilibrio Pareto superior a la que se obtiene en el equilibrio sin familias.

PREGUNTA 3 (20 PUNTOS)

Considere una economía estática con m consumidores y n mercancías. Cada consumidor i tiene asignaciones iniciales $w^i \in \mathbb{R}_{++}^n$. Además, las preferencias de cada consumidor son representables por funciones de utilidad continuas, estrictamente cuasicóncavas y estrictamente crecientes.

Los individuos pagan un *impuesto al consumo*, el cual es dado por tasas *exógenas* $(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \geq 0$ de tal forma que, dados precios $p = (p_1, \dots, p_n) \in \mathbb{R}_+^n$ para las mercancías, cada agente $i \in \{1, \dots, m\}$ solamente puede demandar las canastas $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$ tales que

$$\sum_{l=1}^n (1 + \lambda_l) p_l x_l \leq p \cdot w^i + \frac{s}{m},$$

donde $s \geq 0$ representa la recaudación fiscal, la cual se divide *equitativamente* entre los agentes. Note que, además de tomar los precios como dados, los consumidores adelantan perfectamente la recaudación fiscal (parte de la cual se agrega a su renta monetaria).

- ☒ (a) Pruebe la existencia de equilibrio.
- ☒ (b) Demuestre que todo equilibrio competitivo genera una asignación que es Pareto eficiente entre las distribuciones de recursos que implementan la recaudación fiscal de equilibrio.

