# Microeconomía I
## Ayudantía 6

**Profesora**: Adriana Piazza
**Ayudantes**: Valeria Ulloa, Benjamín Peña, Marcelo Gómez

## Pregunta 1

Durante un partido de la Copa América, el jugador 1 tiene que patear un penal en el minuto 90 de juego. Puede patear a la izquierda ($L$), al medio ($M$) o a la derecha ($R$). El jugador 2 es el arquero del equipo contrario y puede tirarse hacia la izquierda ($l$), el centro ($m$) o la derecha ($r$). Las acciones se eligen simultáneamente. Los pagos (que aquí son las probabilidades en décimas de hacer el gol para el jugador 1, y de atrapar la pelota para el jugador 2) son los siguientes.

Jugador 2

| Jugador 1 | l | m | r |
|---|---|---|---|
| L | 4,6 | 7,3 | 9,1 |
| M | 6,4 | 3,7 | 6,4 |
| R | 9,1 | 7,3 | 4,6 |

a. Para cada jugador, ¿alguna estrategia está dominada por otra estrategia (pura)?

b. ¿Para qué creencias sobre la estrategia del jugador 1 es $m$ la mejor respuesta para el jugador 2? ¿Para qué creencias sobre la estrategia del jugador 2 es $M$ una mejor respuesta para el jugador 1?

c. Suponga que el jugador 2 "se pone en el lugar del jugador 1" y supone que el jugador 1, siempre elegirá la mejor respuesta a alguna creencia. ¿Debería el jugador 2 elegir $m$?

d. Demuestre que este juego no tiene un Equilibrio de Nash en estrategias puras.

e. Encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash de este juego. Explique como sabe que encontró todos los equilibrios.

## Pregunta 2

Considere un juego simultáneo de $n$ jugadores, en el cual cada jugador $i$ debe elegir un nivel de esfuerzo $a_i \in [0, 1]$. El pago del jugador $i$ está dado por:

$$\pi_i(a_1, ..., a_n) = 4min\{a_1, ..., a_n\} - 2a_i$$

Encuentre todos los equilibrios de Nash.

# Pregunta 3

Existen 2 jugadores. Cada jugador tiene que escribir un número real (no necesariamente un entero) mayor o igual a 1. El set de estrategias es $S_1 = S_2 = [1, \infty)$. Los pagos son los siguientes ($\pi_1$ es el pago del Jugador 1, $\pi_2$ es el pago del Jugador 2, $x$ es el número escrito por el Jugador 1 e $y$ es el número escrito por el Jugador 2):

$$\pi_1(x,y) = \begin{cases} x-1 \text{ si} & x < y \\ 0 \text{ si} & x \geq y \end{cases} \quad \text{y} \quad \pi_2(x,y) = \begin{cases} y-1 \text{ si} & x > y \\ 0 \text{ si} & x \leq y \end{cases}$$

Encuentre el(los) equilibrio(s) de Nash de este juego.

# Pregunta 4

Considere un pueblo con $n$ granjeros/as. Cada verano, los/as granjeros/as dejan sus cabras pastando en la plaza del pueblo. Se denota $g_i$ al número de cabras que tiene el/la granjero/a $i$ y $G = g_1 + ... + g_n$ es el número total de cabras en el pueblo. El costo unitario de comprar y cuidar una cabra es de $c$. El valor para el/la granjero/a de pastorear una cabra, donde el total de cabras pastoreando es $G$, es de $v(G)$ por cabra. Como las cabras necesitan una cantidad mínima de pasto para sobrevivir, hay un número máximo de cabras que pueden pastar en la plaza $G_{max} : v(G) > 0$ para $G < G_{max}$ pero $v(G) = 0$ cuando $G \geq G_{max}$. También se tiene que para $G < G_{max}$, $v'(G) < 0$ y $v''(G) < 0$.

Antes de que llegue el verano los/as granjeros/as eligen el número de cabras que tendrán. Asumimos que las cabras son continuamente divisibles.

a. Encuentre el equilibrio de Nash de este juego

b. Encuentre el óptimo social del pueblo y compárenlo con el resultado de la pregunta anterior.

# Pregunta 5

En un país existe un continuo de ciudadanos, cada cual con una posición $x$ favorita. La distribución de las posiciones favoritas de los ciudadanos está dada por una uniforme $U(x) \sim [0,1]$. Existen $n$ candidatas, cada una eligiendo una posición $x_i$ y atrayendo los votos de aquellos ciudadanos cuyas posiciones estén más cerca de su posición que a la de cualquier otra candidata. Si $k$ candidatas eligen la misma posición, entonces cada una recibe una fracción $1/k$ de los votos que esa posición atrae. La función de utilidad de la candidata i cuando las posiciones de las candidatas son $(x_1, ..., x_n)$ es:

$$u_i(x_1, ..., x_n) = \begin{cases} 3 & \text{si es la única ganadora de la elección} \\ 2 & \text{si gana la elección empatando con alguien más} \\ 1 & \text{si no se presenta a la elección} \\ 0 & \text{si pierde la elección} \end{cases}$$

a. Formule esta situación como un juego estratégico y encuentre el equilibrio cuando $n = 2$.

b. Muestre que no hay equilibrio cuando $n = 3$.

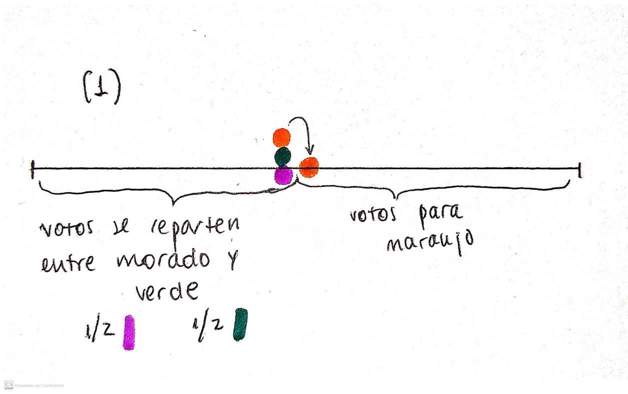
   i) **No existe Equilibrio de Nash donde:** una candidata compite y pierde. Ya que prefiere no presentarse ($u_i = 1$) que perder ($u_i = 0$) $\Rightarrow$ Las que compiten deben empatar.

ii) **No existe Equilibrio de Nash donde:** solo una persona compite. Si esto ocurriera otra candidata tendría incentivos a competir ya que obtendría un pago mayor por empatar ($u_i = 2$) que por no presentarse ($u_i = 1$). Basta con que se ubique en la misma posición de la candidata que ya está compitiendo.

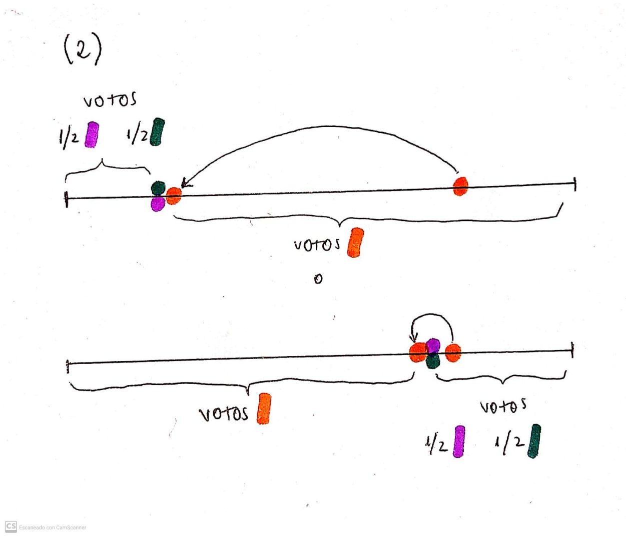
iii) **No existe Equilibrio de Nash donde:** solo dos personas compiten. Si esto ocurriera tienen que empatar por **i)** y por lo encontrado en **a)** sabemos que se ubicarán ambas en la posición $x = 1/2$. Dado esto la tercera candidata tendría incentivos a competir ya que obtendría un pago mayor por empatar ($u_i = 2$) que por no presentarse ($u_i = 1$). Basta con que se ubique en la posición $x = 1/2$.

iv) **No existe Equilibrio de Nash donde:** compiten las 3 candidatas. Si:

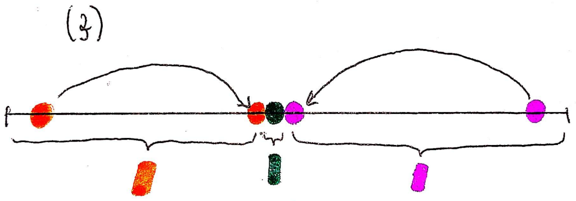
- $x_1 = x_2 = x_3 \Rightarrow$ Todas tienen incentivos a desviarse para llevarse una porción mayor de votos. Ejemplo:




- $x_1 = x_2 \neq x_3 \Rightarrow$ La candidata que está sola en su posición siempre puede moverse y ganar. Ejemplo:




- $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \Rightarrow$ Los extremos siempre tendrán incentivos a desviarse y pegarse a la candidata que está en la posición intermedia. Ejemplo:



Por lo tanto, en ninguna de las situaciones posibles hay equilibrio cuando $n = 3$.