Modelo de aprendizaje por la práctica y desbordamiento del conocimiento
Learning by doing and knowledge spillovers

Tecnología

- La clave en el modelo AK para generar crecimiento endógeno es la ausencia de retornos decrecientes del capital.
- Romer (1986) utiliza Arrow (1962) para eliminar la tendencia de retornos decrecientes a la acumulación de capital. Asume que la generación de conocimiento es un producto secundario de invertir.
- Una empresa que incrementa su capital físico aprende simultáneamente como producir más eficientemente.
 Este efecto positive de la experiencia en productividad es llamado learning by doing (learning by investing).

Tecnología

• El análisis comienza con la función de producción de la empresa *i*. La función de producción depende de tres factores: el capital (K), el trabajo (L) y la tecnología (A). La tecnología es potenciadora del trabajo.

$$Y_{it} = F(K_{it}, A_{it}L_{it})$$

- La función F satisface las propiedades neoclásicas discutidas en secciones anteriores.
- Vamos a asumir que L permanece constante. (veremos las razones más adelante)

Aprendizaje por la práctica

- Esta vez no vamos a suponer que A_i crece a una tasa constante x.
- Arrow (1962) argumentó que la adquisición de conocimientos por parte de las empresas (aprendizaje) estaba vinculada a la experiencia (usando como ejemplo la industria aeronáutica).
- Este fenómeno pasó a ser conocido como "aprendizaje por la práctica" (learning by doing).
- Arrow indicó que una buena medida del aumento de la experiencia era la inversión. En consecuencia, asumiremos que la tecnología crece de forma paralela a la inversión. Así, el índice de experiencia será la inversión acumulada (stock de capital).

Desbordamiento del conocimiento

- El segundo supuesto es que el conocimiento o nivel tecnológico es un bien público que, una vez inventado, se esparce por toda la economía sin que la empresa inventora pueda evitarlo.
- Lo anterior implica que en todo momento $A_{it} = A_t$.
- Donde A_t es el conocimiento agregado de la economía.
- Este fenómeno es conocido como el desbordamiento del conocimiento (knowledge spillovers).

Conocimiento agregado

 Juntando estos dos supuestos básicos del modelo tenemos que

$$\dot{A}_t = \dot{\kappa_t}$$

- Donde κ_t es el stock agregado de capital.
- Si integramos la inversión y el incremento experimentado por el conocimiento desde el principio de los tiempos al presente, tenemos que:

$$A_t = \int_{-\infty}^t I(s)ds = \kappa_t$$

Función de producción

 Asumiremos que la función de la empresa i es Cobb-Douglas:

$$Y_{it} = F(K_{it}, \kappa_t \cdot L_{it}) = K_{it}^{\alpha} (\kappa_t \cdot L_{it})^{1-\alpha}$$

- Esta función de producción presenta rendimientos constantes de escala cuando κ permanece constante.
- Sin embargo, si cada productor aumenta K_i , entonces κ aumenta en la misma medida, dado que κ es la suma de todas las K_i individuales.
- En consecuencia, existen rendimientos constantes de capital a nivel agregado, que es lo que permite generar crecimiento endógeno.

 Supongamos que el número de empresas en la economía es un número constante y elevado igual a M.

 Dado que M es un número grande, cada empresa toma el stock de capital agregado como dado aun cuando el stock de capital agregado es

$$\kappa = \sum_{i=1}^{M} K_i$$

• Si sumamos la producción de todas las empresas, la función de producción agregada de la economía viene dada por:

$$Y = K^{\alpha}L^{1-\alpha}\kappa^{1-\alpha}$$

- Donde K es el capital agregado ($K=\sum_{i=1}^M K_i$) y L es el trabajo agregado ($L=\sum_{i=1}^M L_i$), que se supone constante.
- Expresando la función de producción de cada empresa en términos per cápita tenemos que:

$$y_i = k_i^{\alpha} \kappa^{1-\alpha}$$

- Al maximizar beneficios, las empresas toman a κ como dado.
- La condición de primer orden en el problema de maximización de la empresa implica que:

$$r = \alpha \cdot k_i^{\alpha - 1} \cdot \kappa^{1 - \alpha} - \delta$$

• Pero dado que en equilibrio todas las empresas toman la misma decisión $k_i=k$ y $\kappa=k\cdot L$. Lo anterior implica que:

$$r = \alpha \cdot L^{1-\alpha} - \delta$$

 Vamos a suponer que el lado de los consumidores es idéntico al que hemos asumido para modelos anteriores. En consecuencia:

$$\dot{c}/c \equiv \gamma_c = (1/\theta)(r - \rho)$$

En equilibrio tenemos que:

$$\gamma_c = (1/\theta)(\alpha \cdot L^{1-\alpha} - \delta - \rho)$$

• Dado que L es constante, la tasa de crecimiento del consumo es constante. Por el mismo argumento que hicimos en el modelo AK tenemos que: $\gamma_k = \gamma_v = \gamma_c = \gamma^*$.

Efectos de escala

- Una característica de este modelo es que la tasa de crecimiento depende del stock de población mundial.
- Para el periodo de posterior a la Segunda Guerra Mundial la evidencia indica que las tasas de crecimiento per cápita no están ni positiva ni negativamente correlacionadas con el tamaño de la población del país.
- Problema: quizás para testear la existencia de efectos de escala la unidad relevante no es un país. (se requiere determinar la unidad relevante en la cual un determinado tipo de conocimiento se desborda).

Efectos de escala

- Kremer (1993): analiza los efectos de escala utilizando un horizonte temporal mucho mayor: un millón de años.
- Argumenta que el supuesto de desbordamiento instantáneo del conocimiento no es adecuado.
- ¿Cómo obtener datos de PIB para antes de la revolución industrial? Asumiendo que antes de la revolución industrial las civilizaciones estaban en niveles de subsistencia, el PIB era proporcional a la población.

Efectos de escala

- Asume además que el conocimiento se transmite a la larga.
- Con estos supuestos se puede correr la siguiente regresión cada 1 o 2 siglos para probar si hay efectos de escala:

$$\gamma_{Lt} = \alpha + \beta L_t + \varepsilon_t$$

• El resultado de Kremer es que β es sorprendentemente positivo.

- Para analizar la optimalidad de la solución de mercado competitivo debemos analizar cuál sería el comportamiento de un planificador central que busca maximizar la función de bienestar de los hogares y solo tuviera la restricción de recursos. Pero que adicionalmente tenga en cuenta todos los efectos en la economía.
- Esto último quiere decir que el planificar toma en cuenta el hecho de que cuando una empresa invierte aumenta la cantidad de conocimiento disponible para todas las demás empresas en la economía.

 En consecuencia, el planificador central maximizará:

$$U = \int_0^\infty \left\{ \frac{c^{(1-\theta)} - 1}{(1-\theta)} \right\} \cdot e^{-\rho t} dt$$

• Sujeto a:

$$\dot{k} = k \cdot L^{1-\alpha} - c - \delta k$$

• La tasa de crecimiento en este caso viene dada por:

$$\gamma_{PL} = (1/\theta)(L^{1-\alpha} - \delta - \rho)$$

- Recuerde que la tasa de equilibrio competitivo venía dada por: $\gamma_c = (1/\theta)(\alpha \cdot L^{1-\alpha} \delta \rho)$.
- Dado que $\alpha < 1$, la tasa de crecimiento del planificador central es mayor que la tasa de crecimiento del equilibrio descentralizado. Lo anterior se debe a que el planificador central internaliza la externalidad (las empresas perciben una rentabilidad menor).

 La solución del planificador central puede ser alcanzada en la economía descentralizada por la vía de un subsidio a la inversión.

Evidencia empírica aprendizaje por la práctica

 Searle (1945) utiliza datos de producción de buques de carga entre 1941 y 1944 para analizar los potenciales efectos del aprendizaje.

 Sus resultados mostraron que la reducción de horas necesarias por buque oscilaba entre el 12 y el 24% cada vez que se doblaba la producción.

Table 1.—Man-Hour and Time Requirements for Liberty Vessels Delivered from December 1941 to December 1944 ¹

Month		Number of yards included	Number of vessels included	Man-hours per vessel (in thou- sands)	Days per vessel— keel laying to delivery	Indexes (December 1941=100)	
						Man-hours per vessel	Days per vessel— keel laying to delivery
1941:	December	2	· 2	1, 146. 6	236	100.0	100. 0
	January February March April May June July August September October November December	2 5 5 5 8 9 9 10 10 11 11 11	3 12 16 26 43 51 51 56 67 65 68 82	1, 073. 6 978. 8 953. 0 868. 9 886. 1 826. 7 804. 2 798. 9 703. 1 676. 2 622. 5 632. 7	242 229 219 180 156 124 110 84 71 67 57 56	93. 6 85. 4 83. 1 75. 8 77. 3 72. 1 70. 1 69. 7 61. 3 59. 0 54. 3 55. 2	102. 5 97. 0 92. 8 76. 3 66. 1 52. 5 46. 6 35. 6 30. 1 28. 4 24. 2 23. 7
	February March April May June July August September October November December	12 14 14 14 14 13 11 11 9	77 102 110 120 115 109 110 104 97 85 113	657. 4 611. 0 618. 0 609. 5 570. 9 548. 2 533. 6 510. 2 516. 1 511. 2 486. 1	62 59 58 58 56 54 47 42 43 42 40	57. 3 53. 3 53. 9 53. 2 49. 8 47. 8 46. 5 44. 5 44. 6 42. 4	26. 4 25. 1 24. 7 24. 4 23. 8 22. 8 19. 9 18. 0 18. 1 17. 6 17. 1
1944:	January February March April May June July August September October November December	11 12 12 12 11 9 9 8 8 8 7 7	71 77 83 75 64 54 50 47 42 50 45 40	502. 3 499. 3 555. 3 538. 0 541. 7 530. 0 579. 3 592. 3 567. 7 546. 7 542. 8 515. 4	43 50 55 54 55 52 61 66 58 57 53 49	43. 8 43. 5 48. 4 46. 9 47. 2 46. 2 50. 5 51. 7 49. 5 47. 7 47. 3 45. 0	18. 4 21. 2 23. 4 22. 8 23. 2 21. 9 25. 7 27. 8 24. 7 24. 2 22. 4 20. 6

²⁰

Efecto desdoblamiento

- Caballero and Lyons (1992):
- "This paper develops a method for joint estimation of both the degree of internal returns to scale and the extent of external economies. We apply the method in estimating returns to scale indexes for U.S. manufacturing industries at the two-digit level.
- Overall, we find that only three of the twenty industry categories show any evidence of internal increasing returns: (1) Primary Metals, (2) Electrical Machinery, and (3) Paper Products.
- More striking, however, is the very strong evidence of the existence of external economies, where external is defined as external to a given two-digit industry and internal to the U.S..
- According to our preferred estimates, if all manufacturing industries simultaneously raise their inputs by 10%, aggregate manufacturing production rises by 13%, of which about 5% is due to external economies."