ENECO 610
Microeconomía I

PROFESOR: FELIPE ANDRÉS AVILÉS LUCERO

TAREA III

1. El curso de ECN611 (N alumnos) sale a comer a un restaurante. Es de conocimiento común que cada estudiante escogerá simultáneamente sus platos y que se dividen la cuenta en partes iguales. Si un alumno escoge un plato que cuesta $p > 0$ y contribuye x a pagar la cuenta, su pago es $\sqrt{p} - x$.

   (a) Modele este juego en forma estratégica.

   (b) Calcule el equilibrio de Nash para este juego.

   (c) Discuta los casos $N = 1$ y $N \to \infty$.

2. Obtenga todos los equilibrios de Nash del siguiente juego:

	L	M	R
A	(3,1)	(0,0)	(1,0)
B	(0,0)	(1,3)	(1,1)
C	(1,1)	(0,1)	(0,10)

3. Dos firmas compiten por un número de trabajadores. Las firmas simultáneamente escogen salarios. Existe una proporción $\lambda \in [0, 1]$ de trabajadores informados que escogerán a la firma que ofrece el salario más alto. Los restantes $(1 - \lambda)$ no están informados y escogen con la misma probabilidad a cualquier firma. Cada trabajador (informado o no) da un beneficio a la firma de $y > 0$.

   (a) Escriba los beneficios de la firma como función del salario.

   (b) Encuentre los salarios de equilibrio cuando $\lambda = 0$.

   (c) Encuentre los salarios de equilibrio cuando $\lambda = 1$.

   (d) Muestre que no hay una estrategia pura cuando $\lambda \in (0, 1)$

4. Considere el siguiente juego: Dos jugadores tienen que decir un número de 1 a 100. Sea n_1 el número escogido por el jugador 1 y n_2 el número escogido por el jugador 2. El jugador más cerca de $\frac{n_1+n_2}{3}$ obtiene 10 y el otro 0. Si dicen el mismo número, ambos comparten el premio.

   (a) Cuáles (si es que existen) son las estrategias estrictamente dominadas?

   (b) Encuentre el equilibrio de Nash.

   (c) Puede generalizar el equilibrio anterior para $N > 2$ jugadores?

5. Ud. y un(a) amigo(a) van a la playa por dos días. Cada uno de Uds cree que con probabilidad π en la playa hay tiburones. Si en la playa hay tiburones y uno de los dos se baña, será atacado de forma segura. El pago por ser atacado es $-c$, por sentarse en la playa es 0 y por nadar sin ser molestado de 1. Si uno de Uds es atacado el primer día, deducen que serán atacados el día siguiente y no se bañarán. Si ninguno se baã el primer día, la probabilidad que le asignan a que haya tiburones en el día siguiente es la misma e igual a π. En este caso, Ud se baã si $\pi(-c)+(1-\pi)(1) \geq 0$. Modele esta situación como un juego en forma estratégica, en el Ud y su acompañante deben decidir si se bañan en la playa o no en el primer día. Si, por ejemplo, Ud. se baña el primer día, es atacado con probabilidad π y si este es el caso, no se baá el día siguiente; si se baña el primer día y no hay ataques (lo que ocurre con probabilidad $1 - \pi$), deciden bañarse el segundo día. Por lo tanto, el pago esperado si Ud decide bañarse el primer día es $\pi(-c) + 2(1 - \pi)$, independiente de la decisión de su acompaãnte. Encuentre un equilibrio de Nash en estrategias mixtas. El hecho que vaya con un acompañnte, aumenta o disminuye la probabilidad de que Ud se bañe el primer día?

6. Considere una subasta donde participan 2 individuos. Cada agente conoce su valoración pero no la del otro. Para ambos agentes la valoración del otro se distribuye uniforme entre $[0,1]$. Simultáneamente, cada individuo submite una oferta b, el agente con una oferta mayor gana y paga lo que ofreció. Los pagos son:

$$u_i(b_i, b_j, v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_i & \text{si} \quad b_i > b_j, \\ \frac{v_i - b_i}{2} & \text{si} \quad b_i = b_j, \\ 0 & \text{si} \quad b_i < b_j. \end{cases}$$

Este ejercicio es similar al visto en clases sobre contribución para un bien público con información incompleta. Dado lo anterior, responda lo siguiente:

(a) Dada una conjetura sobre la acción del contrincante $b_j(v_j)$, escriba la expresión para la utilidad esperada del agente i.

(b) Asuma que ambos agentes juegan estrategias lineales, esto es, submiten ofertas del tipo $b_j(v_j) = a + bv_j$. Calcule la utilidad esperada en este caso.

(c) Calcule las CPO y encuentre la función de mejor respuesta para el agente i.

(d) Demueste que $b_i = v_i/2$ es un equilibrio de Nash.

7. Considere un duopolio que compiten a la Cournot. Los beneficios de la firma i son $\pi_i = (\theta_i - q_i - q_j)q_i$ donde θ_i es la diferencia entre el intercepto de la demanda lineal y el costo marginal (que es constante). Es de conocimiento común que $\theta_1 = 1$. Por otro lado, sólo la firma 2 sabe el valor de θ_2. La firma 1 cree que $\theta_2 = 3/4$ con probabilidad $1/2$ y cree que $\theta_2 = 5/4$ con la misma probabilidad. Sus creencias también son de conocimiento común. Encuentre el equilibrio bayesiano de este juego.

8. Considere la siguiente variante del juego batalla de los sexos: El jugador 1 no sabe si el jugador 2 quiere salir con el o si desea evitarlo, mientras que el jugador 2 sabe las preferencias del jugador 1. Específicamente, suponga que el jugador 1 cree que con probabilidad 1/2 el juego es:

	B	S
B	$(2,1)$	$(0,0)$
S	$(0,0)$	$(1,2)$

y con probablidad 1/2 cree que el juego es:

	B	S
B	$(2,0)$	$(0,2)$
S	$(0,1)$	$(1,0)$

El jugador 2 sabe qué juego se está jugando.

(a) Modele este juego bayesiano. Esto es, escriba el espacio de acciones puras, el espacio de tipos, de creencias, y los pagos.

(b) Muestre que si el jugador 1 escoge B y el jugador 2 escoge B en el juego de arriba y S en el de abajo es un equilibrio bayesiano.