

# La Economía de las Ideas: Progreso Tecnológico Endógeno y Crecimiento

# La economía de las ideas

- En un entorno neoclásico, que la tecnología debía crecer exógenamente, dado que, si la función de producción exhibe rendimientos constantes a escala y los mercados son competitivos, entonces el pago a los factores capital y trabajo es igual a la producción total.
- En el modelo de Romer (1986) el progreso tecnológico era un subproducto de la inversión, a través del learning by doing y spillovers.
- En este último caso, la innovación tecnológica no era el resultado de una actividad que busca su creación, como sería la investigación.

# La economía de las ideas

- La literatura más importante entre los modelos de crecimiento endógeno es aquella que se ocupa de los determinantes de la tasa de progreso tecnológico.
- Por tecnología entendemos la fórmula o conocimiento que permite a las empresas combinar capital y trabajo para producir un bien.
- Una característica clave de la tecnología es que se trata de un bien “no rival” en el sentido que puede ser utilizado por mucha gente a la vez.

# La economía de las ideas

- Recuerde que no rival es distinta a capacidad de exclusión (televisión por cable).
- A diferencia de los bienes tradicionales, las ideas son bienes no rivales y tienen diferentes grados de exclusión.
- La producción de ideas requiere un elevado costo fijo inicial. Que es muy superior al costo marginal de producir unidades adicionales.

# La economía de las ideas

- El problema es que, con competencia perfecta, el precio será igual al costo marginal, por lo que cualquier empresa competitiva sufrirá pérdidas al intentar “producir” tecnología.
- Poder de mercado es clave para generar incentivos a innovar.
- Algunos argumentan que la Revolución Industrial empieza cuando la sociedad es capaz de garantizar fortunas a las empresas capaces de inventar productos extraordinariamente atractivos para los consumidores.

# Tipos de modelos de crecimiento e I+D

- Dos enfoques:
  - I. Progreso tecnológico toma la forma de un aumento en el número de productos o bienes de capital disponibles como factores de producción. El supuesto fundamental de este tipo de modelos es que no existen rendimientos decrecientes en el número de bienes de capital, por lo que el modelo es capaz de generar un crecimiento económico sostenido, ya que las empresas de I+D siempre desean descubrir nuevos productos. Romer (1987, 1990)

# Tipos de modelos de crecimiento e I+D

- Dos enfoques:

II. El progreso tecnológico se cristaliza en la mejora de la calidad de un número limitado de productos. Estos modelos de escaleras de calidad (“quality ladders”) exhiben lo que Schumpeter denominó la destrucción creativa: cuando una empresa supera la calidad de un cierto producto (crea) hace que el producto que se ha visto superado sea obsoleto (destruye) y, por lo tanto, se apropia del mercado. El único objetivo de las empresas que invierten en I+D es el apropiarse de los mercados de las empresas que ya están instaladas. Estas a su vez invierten en I+D para mantener su liderazgo tecnológico, así como su propio mercado. La guerra tecnológica entre líderes y seguidores es la base del progreso tecnológico. Aghion y Howitt (1992).

# Modelo simple de crecimiento e I+D

- Tres tipos de agentes: productores de bienes finales, inventores de bienes de capital y consumidores.
- Los productores de bienes finales utilizan en su actividad una tecnología que emplea trabajo y una serie de bienes intermedios que deben alquilar a las empresas que los han desarrollado e inventado.
- Los inventores invierten una cierta cantidad de recursos (I+D) para crear nuevos productos y, una vez que los han desarrollado, poseen una patente que les da un monopolio perpetuo para su producción y alquiler.



# Modelo simple de crecimiento e I+D

- Los consumidores eligen la cantidad que desean consumir y ahorrar para maximizar su utilidad sujeta a una restricción presupuestaria.

# Productores de bienes finales

- La función de producción del productor  $i$  de bienes finales viene dada por:

$$Y_i = A L_i^{1-\alpha} \cdot \sum_{j=1}^N (X_{ij})^{\alpha}$$

- Donde  $N$  es el número de bienes inventados hasta el periodo  $t$  y  $x_{ij}$  es la cantidad del bien intermedio  $j$  que las empresas demandan y compran en el momento  $t$ .

# Productores de bienes finales

- La función de producción es aditivamente separable lo que implica que cada nuevo insumo  $X$  es diferente a los anteriores, no son ni mejores ni peores. Los insumos antiguos nunca quedan obsoletos. No es un sustituto directo ni un complemento directo de los tipos existentes.
- La función de producción presenta rendimientos decrecientes en cada insumo, aunque presenta rendimientos constantes respecto de la cantidad total de los insumos  $X$ .
- La productividad marginal de cada bien intermedio,  $\partial Y_i / \partial X_{ij}$  es infinita cuando  $X_{ij}$  es cero. Si los  $N$  tipos de bienes intermedios están disponibles (a un precio finito), la empresa querrá utilizar todos los distintos tipos de bienes.

# Productores de bienes finales

- El progreso tecnológico se presenta bajo la forma de un aumento constante del número de bienes intermedios  $N$ .
- Supongamos que en cada momento la cantidad total del insumo  $X_i$  sea igual para cada distinta variedad. En este caso:

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha}NX_i^\alpha = AL_i^{1-\alpha} \cdot (NX_i)^\alpha \cdot N^{1-\alpha}$$

# Productores de bienes finales

$$Y_i = AL_i^{1-\alpha} NX_i^\alpha = AL_i^{1-\alpha} \cdot (NX_i)^\alpha \cdot N^{1-\alpha}$$

- Para un valor dado de  $N$ , la función de producción presenta rendimientos constantes con respecto a  $L$  y a  $NX$  (donde  $NX$  es el número total de bienes intermedios comprados). Para un valor dado de  $L$  y  $NX$ , la producción aumenta al aumentar el número de bienes intermedios.
- Tomando  $L$  como constante, la producción presenta rendimientos decrecientes respecto de  $NX$  si el aumento de  $NX$  proviene de un aumento en  $X$ , pero no en el caso de que provenga de un aumento en  $N$ . Esto último es la base del crecimiento endógeno en este modelo.

# Productores de bienes finales

- Los bienes  $Y_i$ , producidos por las distintas firmas son todos idénticos.
- Este producto puede ser utilizado para consumo, la producción de bienes intermedios y como R&D necesario para la invención de nuevos tipos de variedades.
- El precio de este bien final será normalizado a 1.

# Productores de bienes finales

- La utilidad de un productor del bien final es:

$$Y_i - wL_i - \sum_{j=1}^N P_j X_{ij}$$

- Donde  $w$  es el salario y  $P_j$  es el precio del bien intermedio  $j$ . Estos productores son competitivos por lo que toman estos precios como dados.

# Productores de bienes finales

- El producto marginal de cada bien intermedio es:

$$\partial Y_i / \partial X_{ij} = A\alpha L_i^{1-\alpha} X_{ij}^{\alpha-1}$$

- Este producto marginal debe ser igual a su costo marginal por lo que:

$$X_{ij} = L_i \cdot (A\alpha / P_j)^{1/(1-\alpha)}$$

- La elasticidad precio de la demanda por cada tipo de bien intermedio es constante e igual a  $-1/(1-\alpha)$ .
- Finalmente, tenemos que:

$$w = (1 - \alpha) \cdot (Y_i / L_i)$$



# Empresas en el sector de I+D

- Para generar una nueva variedad se requiere invertir recursos en la forma de I+D.
- Las empresas del sector de I+D enfrentan un proceso de decisión de dos etapas.
- En la primera etapa tienen que decidir si destinan recursos a la creación de una nueva variedad. Las empresas lo harán si el valor presente de las futuras utilidades esperadas es al menos tan grande como los gastos en I+D que requiere realizar.
- En la segunda etapa debe determinar el precio óptimo al cual venderá el nuevo bien inventado.
- Resolveremos el problema hacia atrás.

# Precio óptimo una vez que el bien intermedio ha sido creado

- El valor presente de los retornos obtenidos por la invención de una variedad  $j$  vienen dados por:

$$V(t) = \int_t^{\infty} \pi_j(v) \cdot e^{-\bar{r}(t,v) \cdot (v-t)} dv$$

- Donde  $\pi_j$  es el flujo de utilidad,  $\bar{r} \equiv [1/(v-t)] \int_t^v r(w)dw$  es la tasa de interés promedio entre  $t$  y  $v$ .
- Asumiremos que una vez inventado, un bien intermedio  $j$  cuesta 1 unidad de  $Y$  para ser producido. Lo anterior implica que el costo marginal es constante e igual a 1.

# Precio óptimo una vez que el bien intermedio ha sido creado

- El flujo de utilidad viene dado por:

$$\pi_j(v) = [P_j(v) - 1] \cdot X_j(v)$$

- Donde

$$X_j(v) = \sum_i X_{ij}(v) = [A\alpha / P_j(v)]^{1/(1-\alpha)} \cdot \sum_i L_i = L \cdot [A\alpha / P_j(v)]^{1/(1-\alpha)}$$

- es la demanda total por el bien intermedio j.

# Precio óptimo una vez que el bien intermedio ha sido creado

- Dado que no hay variables de estado y no hay elementos inter-temporales en la demanda, el productor del bien  $j$  decide su precio en cada momento del tiempo para maximizar su utilidad monopólica del periodo:

$$\max_{P_j(v)} \pi_j(v) = [P_j(v) - 1] \cdot L \cdot [A\alpha/P_j(v)]^{1/(1-\alpha)}$$

- Resolviendo este problema obtenemos que:

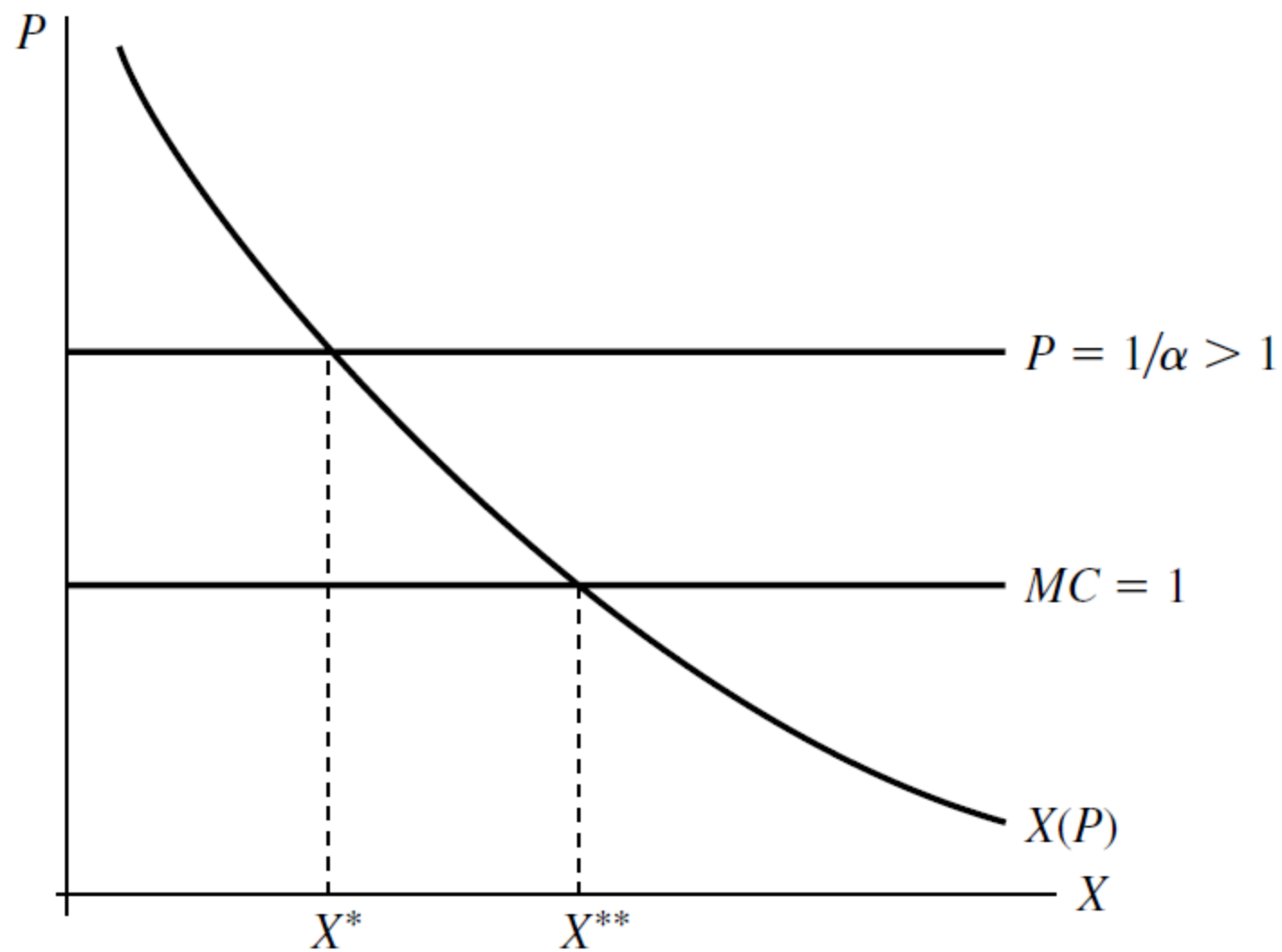
$$P_j(v) = P = 1/\alpha > 1$$

# Precio óptimo una vez que el bien intermedio ha sido creado

- El precio es constante en el tiempo e igual a un margen sobre el costo marginal de producción.
- Si sustituimos  $P$  en la función de demanda por el bien  $j$  obtenemos:

$$X_j = A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} L$$

- La cantidad demandada del bien  $j$  es constante en el tiempo.



# Precio óptimo una vez que el bien intermedio ha sido creado

- La cantidad agregada de bienes intermedios es:

$$X = NX_j = A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} LN$$

- La utilidad del creador de la variedad  $j$  es:

$$\pi_j(v) = \pi = LA^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)}$$

- Por lo que el valor presente de las utilidades para la empresa que crea la variedad  $j$  es:

$$V(t) = LA^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \cdot \int_t^{\infty} e^{-\bar{r}(t,v) \cdot (v-t)} dv$$

# Decisión de entrar al negocio de I+D

- Un (potencial) innovador invertirá en el mercado de I+D si el valor presente de lo que obtendrá es al menos igual al costo de invertir en I+D para generar una nueva variedad.
- Vamos a suponer por simplicidad que toma una cantidad determinada de recursos crear una nueva variedad.
- Uno pensaría que el costo de crear una nueva variedad depende del número de variedades previamente inventado. Es más difícil...
- Pero también podemos pensar que los conceptos que se van creando hacen más fácil crear nuevas ideas...



# Decisión de entrar al negocio de I+D

- Asumiremos que estos efectos se cancelan y que el costo de crear un nuevo producto no cambia en el tiempo:

$$\text{Costo } I + D = \eta$$

- Una firma entra en el sector de I+D si  $V(t) \geq \eta$ . La condición de libre entrada al sector implica que esta condición debe cumplirse con estricta igualdad.

$$V(t) = \eta$$

# Decisión de entrar al negocio de I+D

- Si diferenciamos la condición de valor de una empresa innovadora en el período  $t$  y usamos la condición de libre entrada con respecto al tiempo obtenemos:

$$r(t) = \frac{\pi}{V(t)} + \frac{\dot{V}(t)}{V(t)}$$

- Esta ecuación establece que el retorno de un bono debe ser igual al retorno de invertir en I+D.

# Decisión de entrar al negocio de I+D

- Dado que el costo de entrar al sector I+D es constante  $V(t)$  es igual a cero. Lo anterior implica que la tasa de interés en la economía es constante e igual a  $\pi/\eta$ .
- En consecuencia:

$$r = (L/\eta) \cdot A^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)}$$

# Hogares

- Los hogares maximizan

$$U = \int_0^{\infty} \left( \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) \cdot e^{-\rho t} dt$$

- La restricción presupuestaria de los hogares viene dada por:

$$d(\text{assets})/dt = wL + r \cdot (\text{assets}) - C$$

# Hogares

- La condición de Euler viene dada por:

$$\dot{C}/C = (1/\theta) \cdot (r - \rho)$$

# Equilibrio general

- En nuestra economía cerrada:

$$\text{assets} = \eta N$$

- Que corresponde al valor de las empresas de I+D.
- Dado que  $\eta$  es constante:

$$d(\text{assets})/dt = \eta \dot{N}$$

- Y el salario en la economía viene dado por:

$$w = (1 - \alpha) \cdot (Y/L)$$

# Equilibrio general

- La tasa de interés viene dada por

$$r = \frac{1}{\eta} \cdot (1 - \alpha) \cdot \alpha \cdot (Y/N)$$

- El ingreso agregado  $wL + r$  (activos) es igual a  $Y - \alpha^2 Y$ .  
Dado lo anterior la restricción de recursos de la economía viene dada por:

$$\eta \dot{N} = Y - C - X$$

# Crecimiento equilibrio descentralizado

- La tasa de crecimiento en la economía viene dada por:

$$\gamma = (1/\theta) \cdot \left[ (L/\eta) \cdot A^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho \right]$$

- Esta tasa de crecimiento es válida sólo si, dados los parámetros,  $\gamma$  es mayor o igual que cero.
- El consumo viene dado por:

$$C = (N/\theta) \cdot \left\{ LA^{1/(1-\alpha)} \cdot (1-\alpha) \cdot \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} \cdot [\theta - \alpha \cdot (1-\theta)] + \eta\rho \right\}$$



# Determinantes de la tasa de crecimiento

$$\gamma = (1/\theta) \cdot \left[ (L/\eta) \cdot A^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho \right]$$

- Un aumento en  $A$  y una disminución en  $\rho$  aumentan la tasa de crecimiento de la misma forma que en el modelo AK.
- Una reducción en  $\eta$  incrementa el crecimiento al aumentar la tasa de creación de nuevas variedades.
- Hay efectos de escala porque un nuevo producto puede ser utilizado por todos en la economía (non rival). Un mayor  $L$  implica que los costos de innovación por unidad de trabajo caen.

# Optimalidad de Pareto

- Vamos a demostrar ahora que el resultado de la economía descentralizada no es Pareto óptimo.
- El planificador social va a maximizar la función de utilidad del agente representativo sujeto a la restricción de recursos de la economía.

# Optimalidad de Pareto

- Vamos a demostrar ahora que el resultado de la economía descentralizada no es Pareto óptimo.
- El planificador social va a maximizar la función de utilidad del agente representativo sujeto a la restricción de recursos de la economía.

$$X \text{ (social planner)} = A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{1/(1-\alpha)} L N$$

$$\gamma \text{ (social planner)} = (1/\theta) \cdot \left[ (L/\eta) \cdot A^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{1/(1-\alpha)} - \rho \right]$$

$$\text{Descentralizado} \quad \gamma = (1/\theta) \cdot \left[ (L/\eta) \cdot A^{1/(1-\alpha)} \cdot \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho \right]$$

# Optimalidad de Pareto

- La diferencia en este caso viene dada por el hecho de que la cantidad de bienes intermedios que produce el planner es mayor que la que produce el equilibrio descentralizado.
- Recuerde que en el equilibrio descentralizado los innovadores ponen un precio que corresponde a un margen sobre el costo marginal.
  - Subsidios a la compra de bienes intermedios.
  - Subsidios al producto final
  - ¿Subsidios a la investigación?

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- Romer (1990) asume que la tecnología de investigación utiliza solamente trabajo o capital humano. No producto como en el modelo que acabamos de estudiar. Y la oferta de capital humano es fija.
- Si el sector de I+D requiere una cantidad fija de  $L$ , el costo de I+D en unidades del producto depende del salario  $w$ .

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- Dado que en nuestro modelo anterior el crecimiento del salario era igual al crecimiento del producto, tenemos que el costo del I+D en unidades de bienes aumenta a una tasa  $\gamma$ .
- En este contexto, eventualmente generar nuevas variedades de bienes deja de ser atractivo.
- Romer asume que el costo de inventar una nueva variedad declina cuando la sociedad acumula más ideas representadas por  $N$ .

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- El supuesto que Romer hace es que los costos de I+D son proporcionales a  $w/N$ .
- Hay una nueva externalidad en este caso: la decisión individual de realizar I+D y por lo tanto de expandir  $N$  reduce la cantidad de trabajo necesaria para las subsecuentes innovaciones. Spillovers positivos en la productividad de investigación futura.

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- El costo de una innovación en unidades de bienes es  $w\eta/N$ .
- Ahora el valor presente para un innovador es igualado al costo  $w\eta/N$  y no a  $\eta$  como en el modelo anterior.
- La cantidad producida de cada bien intermedio es:

$$X = (L - L_R)A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}$$



# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- Donde  $L_R$  es el empleo en el sector de investigación.
- Lo anterior implica que el valor presente para una innovación es:

$$V(t) = (L - L_R)A^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{2/(1-\alpha)} \left( \frac{1}{r} \right)$$

- El costo de una innovación es:

$$\frac{w\eta}{N} = \eta A^{1/(1-\alpha)} (1-\alpha) \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)}$$

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- La condición de que  $V(t)=w\eta/N$  implica que :

$$r = \alpha(L - L_R)/\eta$$

- Una innovación requiere  $\frac{\eta}{N}$  unidades de trabajo. En consecuencia, el cambio en  $N$  viene dado por:

$$\dot{N} = L_R \left( \frac{N}{\eta} \right)$$

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- Lo anterior implica que :

$$\gamma = \frac{\dot{N}}{N} = \left( \frac{L_R}{\eta} \right)$$

- Podemos reescribir el crecimiento como:

$$\gamma = \left( \frac{1}{\theta + \alpha} \right) \left[ L \frac{\alpha}{\eta} - \rho \right]$$

# Modelo de Romer de cambio tecnológico

- A diferencia de la tasa de crecimiento del modelo anterior, la tasa de crecimiento no depende de  $A$ . Esto ocurre porque el sector de I+D no usa bienes intermedios como insumo.
- En el modelo de Romer hay dos distorsiones: monopolio y research spillovers.