Macroeconomía I
Ayudantía 2

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Marcelo Gómez, Alberto Undurraga

Matemático I: Public goods in the neoclassical growth model

Consider the standard neoclassical growth model with a representative household with preferences

$$\int_0^\infty exp(-\rho t)\left(\frac{c(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}+G(t)\right)dt$$

Where $G(t)$ is a public good financed by government spending. Assume that the production function is given by $Y(t) = F(K(t), L(t))$, which satisfies all the standard assumptions, and the budget set of the representative household is $C(t) + I(t) \leq Y(t)$, where $I(t)$ is private investment. Assume that $G(t)$ is financed by taxes on investment. In particular, the capital accumulation equation is

$$\dot{K}(t) = (1-\tau(t))I(t) - \delta K(t)$$

and the fraction $\tau(t)$ of the private investment $I(t)$ is used to finance the public good, that is, $G(t) = \tau(t)I(t)$. Take the path of tax rates $[\tau(t)]_{t=0}^{\infty}$ as given.

(a) Define a competitive equilibrium.

(b) Set up the individual maximization problem, and characterize consumption and investment behavior.

(c) Assuming that $\lim_{t\to\infty}\tau(t) = \tau$, characterize the steady state.

(d) What value of τ maximizes the steady-state utility of the representative household? Is this value also the tax rate that would maximize the initial utility level when the economy starts away from the steady state? Why or why not?

Matemático II: Producción lineal

Suponga que la función de producción per cápita de una economíaes lineal:

$$y(t) = rk(t)$$

Y las preferencias instantáneas de los agentes son:

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta}; & \theta \neq 1 \\ \ln c; & \theta = 1 \end{cases}$$

Además, suponga que no existe crecimiento de la población ni de la productividad y que el capital se deprecia a una tasa δ. Con esta información responda:

(a) Exprese el problema del planificador social utilizando un Hamilitoneano, derive las condiciones necesarias de equilibrio.

(b) Defina el estado estacionario de la economía.

(c) Ahora suponga que no se encuentra en estado estacionario. Para estas preferencias y tecnologías podemos resolver la función de política $c(t) = c(k(t))$. Haga la conjetura de que esta función es lineal: $c(t) = \gamma k(t)$, donde γ es una constante. Muestre que esta conjetura es correcta y encuentre el valor de γ.

(d) Interprete la respuesta. En particular, ¿cuál es el rol de θ? Note que necesitamos que $\gamma > 0$. ¿Qué restricciones implica esto?

Matemático III

Suponga agentes con la siguiente utilidad instantánea tal que

$$u(c) = -\frac{e^{-\theta c}}{\theta}$$

Con $\theta > 0$. En esta economía las agentes descuentan la utilidad futura a la tasa subjetiva $\rho > 0$. También asuma que el capital no se deprecia, no hay progreso tecnológico ni crecimiento del trabajo. La tecnología viene dada por $Y(t) = F(K(t), L(t))$ donde $F(\cdot)$ exhibe retornos constantes a escala. Las agentes están dotadas de una unidad de trabajo.

(a) Relacione θ a la concavidad de u. Obtenga la EIS entre consumo y las fechas t_1, t_2, que se define por:

$$\sigma = \frac{d\ln[c(t_2)/c(t_1)]}{d\ln(u'[c(t_1)]/u'[c(t_2)])}$$

(b) Plantee el Hamiltoniano del problema del planificador social. Encuentre las condiciones necesarias.

(c) ¿Cuál es el diagrama de fase de esta economía?

Matemático IV: Impuestos al capital en el modelo de Ramsey

Considere una economía basada en el modelo de Ramsey que se encuentra en su trayectoria estable de crecimiento. Suponga que en un período, que denotaremos por $t = 0$, el gobierno establece un impuesto al ingreso de la inversión, con una tasa τ. De esta forma, la tasa de interés real para los hogares será $r(t) = (1 - \tau)f'(\hat{k}(t))$. Asuma que el gobierno reparte la recaudación en forma de transferencias de suma fija, y que capital no se deprecia ($\delta = 0$).

(a) ¿Qué efecto tiene este impuesto en las ecuaciones $\dot{\hat{c}} = 0$ y $\dot{\hat{k}} = 0$?

(b) ¿Cómo responde la economía a la implementación del impuesto en $t = 0$? ¿Cómo serán las dinámicas después de este período?

(c) Compare los valores de $\hat{c}$ y $\hat{k}$ en la nueva trayectoria estable con respecto a los valores de la trayectoria original.

(d) Suponga que existen muchas economías como la descrita en este problema. Las preferencias de los trabajadores son las mismas para cada país, pero la tasa de impuesto puede variar. Asuma que cada país está en su propia trayectoria estable.

(i) Muestre que la tasa de ahorro en la trayectoria estable, $(\hat{y}^* - \hat{c}^*)/\hat{y}^*$, es decreciente en τ.

(ii) En un país con un bajo τ, alto $\hat{k}^*$ y altas tasas de ahorro, ¿tendrá incentivos sus ciudadanos a invertir en países con bajas tasas de ahorro? Justifique su respuesta.

(e) A partir de su respuestas anteriores, explique si una política de subsidio a la inversión ($\tau < 0$) financiada con impuestos de suma fija tendría efectos positivos sobre el bienestar social. Justifique su respuesta.

(f) Volviendo al caso original, suponga que el gobierno ya no distribuye los excedentes en foma de transferencias, sino que lo usa para financiar gasto. ¿Cambiará su respuesta en (a) y (b)? De ser afirmativa su respuesta, muestre cómo será este cambio.