Tarea 2
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Jorge Arenas, Kevin Sepúlveda, Alberto Undurraga

Otoño 2021

1. La función de utilidad es $u(x_1, x_2) = \text{mín}\{2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2\}$.

   a) Dibuje la curva de indiferencia para $u(x_1, x_2) = 20$.

   b) ¿Para qué valores de p_1/p_2, se tiene que el óptimo es único y $x_1^* = 0$?

   c) ¿Para qué valores de p_1/p_2, se tiene que el óptimo es único y $x_2^* = 0$?

   d) Si $x_1^* \neq 0 \neq x_2^*$ y el óptimo es único, ¿cuál es el valor de x_1/x_2? Calcule la función de utilidad indirecta en este caso.

   e) Si la función de utilidad fuese $w(x_1, x_2) = \text{máx}\{2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2\}$, ¿es posible tener un óptimo interior? (Si la respuesta es afirmativa, de un ejemplo, si es negativa, demuestre que es imposible.)

2. (Examen de grado Marzo 2021) Para la siguiente afirmación, demuestre o de un contra-ejemplo: "Toda relación de preferencias representable por una función de utilidad estrictamente cóncava es estrictamente convexa."

3. Considere la relación de preferencias $\succsim$ sobre el conjunto de consumo $X = \mathbb{R}^2_+$ representada por la función de utilidad $u(x) = x_1x_2 + \gamma x_2$, donde $\gamma > 0$.

   a) ¿Es u cóncava? ¿Estrictamente cóncava? ¿Quasi-cóncava? ¿Estrictamente quasi-cóncava?

   b) ¿Es $\succsim$ convexa? ¿Estrictamente convexa?

   c) Calcule la demanda Walrasiana asumiendo precios $p >> 0$ y renta $\omega > 0$. Dibuje las curvas de Engel para ambos bienes.

   d) En esta parte asuma que $p = (1, 1)$. Encuentre la demanda Hicksiana para todo nivel de utilidad $u > \frac{\gamma^2}{4}$.

4. Una consumidora tiene una función de utilidad dada por

$$U(x_1, x_2) = u(x_1) + x_2.$$

   El bien 1 es discreto; y sus únicos dos niveles posibles de consumo son $x_1 = 0$ y $x_1 = 1$. Por conveniencia asumimos que $u(0) = 0$ y $p_2 = 1$.

   a) Encuentre todos los valores de $p(1)$ para los cuales la consumidora escogerá $x_1 = 1$.

   b) Calcule $v(p, w)$.

5. Un consumidor que maximiza utilidades, tiene preferencias estrictamente convexas y estrictamente monótonas en $X = \mathbb{R}^2_+$. Asuma que $p = (1, 1)$. El consumidor tiene una renta anual de w que consume enteramente cada año. Su consumo actual es $(x_1^*, x_2^*) >> 0$. Le ofrecen una beca de monto g_1 para el año que viene (adicional a su renta w) con la condición de que la beca debe ser gastada únicamente en el bien 1. Sabemos además que $g_1 \leq x_1^*$ y que el consumidor puede decidir no aceptar la beca.

   a) Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa (y proporcione una demostración que justifique su respuesta): "si el bien 1 es normal, entonces el efecto de la beca en el consumo del año que viene debe ser el mismo que el efecto que tendría una beca sin condiciones de igual monto."¿Le conviene aceptar la beca?

b) Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa (y proporcione una demostración que justifique su respuesta): "si el bien 1 es inferior para todos los niveles de ingreso $w > x_1^* + x_2^*$, entonces el efecto de la beca en el consumo debe ser el mismo que el efecto que tendría una beca sin condiciones de igual monto."¿Le conviene aceptar la beca?

c) Suponga que el consumidor tiene preferencias homotéticas y su consumo sin beca es $x^* = (12, 36)$. Grafique el consumo del bien 1 (x_1^*) como función del monto de la beca g_1. ¿Para qué valor de g_1 la gráfica tiene un punto de no diferenciabilidad?

6. Sea $b \in \mathbb{R}_+^L$ y $X = \mathbb{R}_+^L$. Las preferencias están representadas por la siguiente función de utilidad $u : X \to \mathbb{R}$,

$$u(x) = \text{mín}\{x_1 - b_1, \ldots, x_L - b_L\}.$$

   a) ¿Qué puede decir sobre la convexidad y monotonocidad de las preferencias?

   b) ¿Tiene el problema del consumidor una solución única? Encuentre la demanda Marshaliana y su dominio.

   c) ¿Son todos los bienes normales? ¿Superiores? (Sugerencia: estudie primero el caso $L = 2$).

   d) Obtenga la función de utilidad indirecta. Chequee la Identidad de Roy.

   e) Obtenga la función de gasto y chequee que sus propiedades se cumplen.

   f) Obtenga la demanda Hicksiana.

   g) Obtenga la matriz de Slutsky y chequee que es semi definida negativa y simétrica.

7. La función de utilidad de Ellsworth es $u(x, y) = \text{mín}\{x, y\}$. La renta mensual de Ellsworth es \$ 300 y los precios son ambos iguales a 1 ($p_x = p_y = 1$). El jefe de Ellsworth está considerando mandarlo a otra ciudad donde los precios son $p_x = 1$ y $p_y = 2$, sin ningún aumento de renta. Ellsworth se queja frente a su jefe. Dice que aunque no le importa cambiarse de ciudad y si bien la nueva ciudad es tan placentera como la actual, la mudanza es igual de mala como una disminución de salario de \$A. También dice que no le importaría mudarse, si al mudarse obtuviese un aumento de salario de \$B.

   Encuentre A y B.

8. *a*) Muestre que si la función de beneficio $u : \mathbb{R}^L \to \mathbb{R}$ es quasi-lineal con respecto al bien x_1 [1] entonces $h_i(p, u)$ **no** depende de u para $i = 2, \ldots, L$. (Sugerencia: asuma que el precio del bien 1 es $p_1 = 1$.)

   b) En el caso anterior, encuentre una expresión para la función de gasto $e(p, u)$ en función de $e(p, 0)$.

   c) Considere el caso en que $L = 2$, fije $p_1 = 1$. Muestre que si $u(x_1, x_2)$ es quasi-lineal con respecto a x_1, entonces $VC(p^0, p^1, w) = VE(p^0, p^1, w)$ para todo (p^0, p^1, w).

[1] Decimos que u es quasi-lineal con respecto al bien 1 si u es de la forma $u(x_1, x_2, \ldots, x_l) = x_1 + \phi(x_2, \ldots, x_l)$ donde ϕ es una función $\phi : \mathbb{R}^{L-1} \to \mathbb{R}$.