Ayudantes: Pedro Schilling y Gabriela Jaque
Profesora: Luis Felipe Céspedes

Macroeconomía I ENECO/630
Tarea 5

Pregunta 1: Modelo de Romer

Considere una variante del modelo de crecimiento de Romer donde el motor del crecimiento es en la variedad de productos intermedios. En este modelo, existen tres tipos de bienes: trabajo, ofrecido por los hogares; el bien final (numerario), que es utilizado en consumo e inversión; y productos intermedios, que se utilizan para producir el bien final. La población es constante e igual a L, los hogares son idénticos, viven para siempre y sus preferencias están dadas por:

$$\int_0^\infty \frac{c(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}e^{-\rho t}dt$$

donde $c(t)$ denota la cantidad del bien final consumido en el periodo t. Cada hogar ofrece una unidad de trabajo por unidad de tiempo. Los hogares trabajan en la industria del bien final.

La industria del bien final es perfectamente competitiva. La cantidad $Y(t)$ del bien final se produce utilizando trabajo y un continuo de bienes intermedios, definidos en el intervalo $[0, A(t)]$, según al función de producción:

$$Y(t) = L(t)^{1-\alpha}\int_0^{A(t)} x_i(t)^\alpha di$$

donde $x_i(t)$ denota la cantidad del bien intermedio i, $L(t)$ la cantidad de trabajo, $A(t)$ es la cantidad de variedades de productos y $0 < \alpha < 1$. El mercado del trabajo es perfectamente competitivo. Finalmente, $p_i(t)$ es el precio unitario del bien intermedio i y $w(t)$ es el salario.

a. Escriba la función de beneficios de la industria del bien final y compute la demanda por el producto intermedio i.

Los bienes intermedios son producidos con el bien final: una unidad del bien final produce una unidad del producto intermedio. Cada producto intermedio es producido por un monopolio. Los productores de bienes intermedios tienen un subsidio $s \in (0,1)$ por cada unidad de producción del bien intermedio. Por lo tanto, su función de utilidad es igual a:

$$\pi_i(t) = [p_i(t) + s]x_i(t) - x_i(t)$$

b. Encuentre la producción del bien intermedio i y demuestre que las utilidades del monopolista de este producto son iguales a:

$$\pi = \frac{1-\alpha}{\alpha}(1-s)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}L\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$$

Asuma ahora que el número de nuevas variedades depende de la cantidad $R(t)$ del bien final utilizado en investigación:

$$\dot{A(t)} = \lambda R(t)$$

con $\lambda > 0$ y $\dot{A(t)}$ es el cambio en el tiempo de $A(t)$. Existe libre entrada al sector de investigación, que es perfectamente competitivo. Si una firma inventa un bien intermedio nuevo, recibe una patente perpetua para este bien. Sea $V(t)$ el valor presente descontado de una innovación en el periodo t, responda las siguientes preguntas.

c. Asumiendo una tasa de interés constante r, encuentre $V(t)$ como función de π y de la tasa de interés. Además, escriba la condición de utilidades cero en el sector de investigación.

d. Con los resultados anteriores, encuentre la tasa de interés en función de λ, α, s y L.

e. Utilizando que $\dot{c}/c = (r - \rho)/\theta$, determine la tasa de crecimiento del PIB en la senda estable de crecimiento.

f. Discuta cuál es el impacto de un subsidio a la demanda por bienes intermedios y de un subsidio al I+D en la tasa de crecimiento del producto.

Pregunta 2: Modelo Schumpeteriano

Extendemos el modelo Schumpeteriano visto en clases para que la calidad tenga atributos en dos dimensiones. Considere así un ındice de calidad

$$y(\tau) = A(\tau)x(\tau)^{\alpha}$$

con $0 < \alpha < 1$, donde

$$A(\tau) = \gamma_1^{i(\tau)}\gamma_2^{j(\tau)}$$

Con $\gamma_1, \gamma_2 > 1$ y $i, j = 1, 2, \ldots$. Las emprendedoras pueden elegir mejoras en calidad para γ_1^i o γ_2^j en cualquier momento del tiempo. Existen trabajadores calificados H que trabajan en RD y trabajadores no calificados L que trabajan en la manufactura. Las innovaciones ocurren a través de un proceso Poisson dado por $\gamma_k H_k(\tau)$, con $k = 1, 2, \ldots$ donde H_k es el número agregado de empleados calificados tratando de mejorar γ_k. Cuando γ_2^j es mejorado, la innovadora de esto produce al máximo de calidad, pero aún deben pagar por utilizar el γ_1^i más alto. Asumimos que debe pagar una proporción $0 < \kappa < 1$ de sus utilidades a la dueña de la patente de γ_1^i. Análogamente, cuando se mejora γ_1^i, la innovadora le paga $1 - \kappa$ a al adueña del γ_2^j más alto.

1. Encuentre los beneficios para cada tipo de innovación
2. Encuentre el valor de las innovaciones de cada tipo en un estado estacionario estocástico.
3. Qué condiciones son requeridas para un equilibrio de estado estacionario estocástico? Muestre que existe un único equilibrio. (Hint: las emprendedoras deben estar indiferentes entre ambos tipos de innovación)
4. Encuentre la tasa esperada de crecimiento
5. ¿qué debe hacer el estado con respecto a las patentes para maximizar la tasa de crecimiento?