Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
ENECO 630
Semestre Otoño 2019

Profesor: Eduardo Engel
Ayudante: Catalina Gómez
Martes 4 de junio, 2019

Control No. 4

Discreción versus compromiso: El caso con un estado estacionario distorsionado

Suponga que la función de pérdida de la autoridad monetaria en $t = 0$ está dada por:

$$\mathrm{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2],$$

y que la ecuación que caracteriza a la evolución de la inflación está dada por la siguiente NKPC:

$$\pi_t = x_t + \beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1} + u_t,$$

donde x_t denota la brecha relevante para el bienestar, π_t la inflación y u_t es un *cost-push* shock que supondremos sigue un ruido blanco de media nula (es decir, los u_t son i.i.d. con media nula). También hemos supuesto que el parámetro κ que habitualmente multiplica a x_t es igual a 1 para simplificar el álgebra.

La novedad respecto de lo visto en clases, es el término $x^* > 0$, que representa la *brecha óptima promedio* del producto eficiente (respecto del producto natural).

Analizamos el caso con discreción. Lo novedoso respecto del caso visto en clases es que $x^* > 0$, mientras que en clases supusimos $x^* = 0$.

1. Plantee el problema de la autoridad monetaria bajo *discreción* y, tomando $v_t \equiv \beta \mathrm{E}_t \pi_{t+1} + u_t$ como dado, derive las expresiones óptimas para x_t y π_t en función de v_t y parámetros. Explique por qué puede tomar v_t como dado.

   Respuesta Se toma $\mathrm{E}_t \pi_{t+1}$ como dado porque la autoridad no puede influir sobre las expectativas de los agentes (no se puede comprometer) y u_t como dado porque no es afectado por la política monetaria. Esto explica por qué se toma v_t como dado.

   Entonces la autoridad resuelve:

$$\min_{x_t, \pi_t} \pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2$$
$$\text{s.a} \quad \pi_t = x_t + v_t.$$

   Reemplazando la restricción en la función objetivo y calculando la CPO llegamos a

$$x_t = \frac{\lambda}{\lambda+1} x^* - \frac{1}{\lambda+1} v_t.$$

Y reemplazando la expresión anterior en la NKPC se obtiene:

$$\pi_t = \frac{\lambda}{\lambda+1}x^* + \frac{\lambda}{\lambda+1}v_t. \tag{1}$$

2. Usando los resultados obtenidos en 1, obtenga una expresión para π_t que depende solo de u_t y parámetros, es decir, debe deshacerse de los valores esperados de inflación futura que están en v_t en la solución que obtuvo en la parte anterior.

   Respuesta: Denotando

$$c = \frac{\lambda}{\lambda+1}x^*, \qquad a = \frac{\lambda}{\lambda+1},$$

   podemos escribir (1) como:

$$\begin{aligned}
\pi_t &= c + a\beta \mathrm{E}_t\pi_{t+1} + au_t \\
&= c + a\beta \mathrm{E}_t \underbrace{\left[c + a\beta \mathrm{E}_{t+1}\pi_{t+2} + au_{t+1}\right]}_{\pi_{t+1}} + au_t \\
&= c(1+a\beta) + (a\beta)^2 \mathrm{E}_t\pi_{t+2} + au_t \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \\
&= c[1 + a\beta + \ldots + (a\beta)^{T-1}] + (a\beta)^T \mathrm{E}_t\pi_{t+T} + au_t,
\end{aligned}$$

   donde usamos la Ley de Expectativas Iteradas y $\mathrm{E}_t u_{t+k} = 0$ para $k \geq 1$ como u_t es un ruido blanco (si recuerda el resultado visto en clases puede pasar directamente a la expresión que sigue). Tomando límite cuando T tiende a infinito y usando que $|a| < 1$ y por lo tanto $|a\beta| < 1$:

$$\pi_t = \frac{c}{1-a\beta} + au_t = \frac{\lambda}{\lambda(1-\beta)+1}x^* + \frac{\lambda}{\lambda+1}u_t. \tag{2}$$

3. Use su resultado en 2 y la NKPC para obtener una expresión para x_t que dependa solamente de parámetros y u_t.

   Respuesta: Despejando x_t de la NKPC se obtiene:

$$x_t = \pi_t - \beta \mathrm{E}_t\pi_{t+1} - u_t. \tag{3}$$

   Usando (2) y notando que $\mathrm{E}_t u_{t+1} = 0$, tenemos

$$\mathrm{E}_t\pi_{t+1} = \frac{\lambda}{\lambda(1-\beta)+1}x^* \tag{4}$$

   y sustituyendo esta expresión en (3) se obtiene, con un poco de álgebra

$$x_t = \frac{\lambda(1-\beta)}{\lambda(1-\beta)+1}x^* - \frac{1}{\lambda+1}u_t. \tag{5}$$

4. Use sus resultados en 2 y 3 para obtenga expresiones para los promedios (valores esperados no condicionales) de π_t y x_t. Muestre que estos valores son estrictamente positivos y que el valor promedio de x_t es menor que x^*.

Respuesta: Tomando valores esperados en (2) y (5) se obtiene

$$\mathrm{E}\pi_t = \frac{\lambda}{\lambda(1-\beta)+1}x^*, \qquad \mathrm{E}x_t = \frac{\lambda(1-\beta)}{\lambda(1-\beta)+1}x^* < x^*,$$

donde en el último paso usamos que $0 < \lambda(1-\beta)/[\lambda(1-\beta)+1] < 1$.

5. Use el resultado de 4 (lo puede usar aun si no pudo derivar los resultados) para explicar el tradeoff que enfrenta la autoridad monetaria.

   Respuesta: La autoridad tiene el tradeoff entre mantener la inflación en cero y usar la política monetaria para tener una brecha promedio positiva, idealmente igual a x^*. Ya no se cumple la divina coincidencia, lo cual queda claro si reemplazamos π_t y $\mathrm{E}_t\pi_{t+1}$ por cero y x_t por x^* en la NKPC, ya que queda

   $$0 = x^* + u_t.$$

   Como $x^* > 0$ y $\mathrm{E}u_t = 0$ tenemos que la condición anterior no se cumple ni siquiera en promedio, ya que el lado izquierdo es igual a cero en promedio mientras que el lado derecho es igual a $x^* > 0$ en promedio.

   Luego la autoridad combina una inflación promedio positiva con una brecha promedio positiva pero menor que x^*.

6. Explique dónde en su derivación usó el supuesto de expectativas racionales.

   Respuesta: Al momento de ajustar sus precios, los agentes usan la NKPC, suponiendo que π_t se comporta de acuerdo a (2), concretamente, suponen que se cumple (4). Producto de sus decisiones de precios bajo este supuesto, el proceso de inflación que resulta termina siendo el que supusieron, en particular, se termina cumpliendo (4).