Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I - ENECO 630
Prueba Solemne
Semestre Otoño 2022

Profesor: Eduardo Engel
Ayudante: Benjamín Peña y Giovanni Villa
12 de mayo, 2022

Instrucciones

1. Tiene 10 minutos para leer el enunciado, antes de que se repartan los folios para responder.
2. Luego tiene 3 horas para responder las preguntas.
3. El examen tiene 5 preguntas, el número máximo de puntos que otorga cada pregunta es 30, por lo cual el máximo puntaje que puede obtener en la Solemne es 150.
4. Salvo que se indique lo contrario, todas las partes de una pregunta dan el mismo puntaje.
5. Asigne su tiempo de modo de dedicar suficiente tiempo a todas las preguntas. No dedique demasiado tiempo a ninguna de ellas. Dedicar tantos minutos como puntos asignados a cada pregunta es una buena estrategia. Esto deja 30 minutos de libre disposición, sin contar los 10 minutos que tiene para a leer el enunciado.
6. Sus respuestas deben contener pasos intermedios para que el evaluador pueda estar seguro de que llegó al resultado correcto sabiendo lo que hacía. Esto también le permitirá al evaluador darle puntaje parcial cuando no obtenga la respuesta correcta.
7. Responda cada pregunta en una hoja distinta e indique cuál pregunta está respondiendo.
8. Este es un control a libro cerrado. Solo se permite usar una hoja personal con fórmulas de los ppts del curso.

Una fórmula útil

Para $|a| < 1$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k = \frac{1}{1-a}.$$

Esto significa que para $|a| < 1$:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a^k = \frac{a}{1-a}.$$

1. **Verdadera, falsa o incierta (30 puntos)**

Determine si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera, falsa o incierta. Justifique en no más de 70 palabras en cada caso. Su evaluación dependerá de su justificación.

(a) La teoría de consumo de equivalencia cierta no puede explicar por qué la componente cíclica del consumo es más volátil que la componente cíclica del ingreso.

(b) El supuesto $u''' > 0$ que se requiere para tener ahorro por precaución es una propiedad de toda función de utilidad instantánea creciente, cóncava y que cumple las condiciones de Inada.

(c) Los modelos de sesgo hacia el presente (conocidos también como modelos con descuento hiperbólico) suponen que los hogares realizan cálculos aun más complicados que aquellos que realizan en modelos de consumo tradicionales.

(d) El puzzle del premio por riesgo accionario tiene su origen en tomarse demasiado en serio la ecuación de Euler de consumo.

(e) Que el flujo de caja sea significativo cuando se agrega como variable explicativa a regresiones de la tasa de inversión versus q, es evidencia contundente contra la teoría q.

(f) El multiplicador financiero se refiere al fenómeno según el cual problemas de agencia llevan a que no se realicen proyectos que en ausencia de fricciones serían rentables.

2. **Modelo de Calvo, procesos ARIMA y expectativas racionales (30 puntos).**

En esta pregunta le presentamos una versión simplificada del modelo de Calvo de economía monetaria que se cubre en Macroeconomía II. El objetivo es evaluar su dominio de series de tiempo y expectativas racionales, para responder no requiere conocer el modelo.

El tiempo es discreto. Existe un gran número (un continuo) de firmas, cada una de las cuales ajusta su precio con probabilidad $1-\alpha$ en cada período, donde todos los ajustes son independientes uno de otro y $\alpha \in (0,1)$.

En lo que sigue las variables están en logaritmos. Las firmas que ajustan su precio en t eligen el mismo precio, p_t^*, dado por

$$p_t^* = m_t + (1-\alpha)(\gamma - 1)\sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j \mathrm{E}_t y_{t+j}, \tag{1}$$

donde

$$m_t \equiv p_t + y_t \tag{2}$$

y p_t y y_t denotan el nivel de precios agregado y el producto agregado, respectivamente. La variable m_t se interpreta como demanda agregada (dinero) y sigue un camino aleatorio con innovaciones ε_t de media nula y varianza σ^2:

$$m_t = m_{t-1} + \varepsilon_t.$$

El parámetro $\gamma > 0$ captura en qué medida los precios son complementos estratégicos ($0 < \gamma < 1$) o sustitutos estratégicos ($\gamma > 1$). Finalmente, la inflación agregada se define como

$$\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}.$$

$\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}-1} \to -\frac{1}{4} x^{-\frac{3}{2}} \to$

(a) Explique por qué

$$p_t = \alpha p_{t-1} + (1-\alpha)p_t^*.$$

En las partes (b) y (c) suponga que $\gamma = 1$.

(b) ¿Qué proceso ARIMA sigue p_t? ¿Qué proceso sigue π_t? Indique los parámetros y el proceso de innovación en cada caso. **Ayuda**: Use (a).

(c) Use la expresión que obtuvo para p_t en la parte (b) y (2) para expresar y_t en función de y_{t-1}, ε_t y parámetros. Luego determine el proceso ARIMA que sigue y_t, indicando los parámetros y el proceso de innovación.

Ahora consideramos el caso general, donde γ puedo tomar cualquier valor estrictamente positivo. Una derivación análoga a (c), que no necesita hacer, lleva a:

(3) $$y_t = \alpha y_{t-1} + \alpha\varepsilon_t + (1-\gamma)(1-\alpha)^2 \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j \mathrm{E}_t y_{t+j}.$$

Es decir, el producto en t depende de las expectativas de los agentes sobre cómo evolucionará el producto en el futuro. La información disponible en t son todos los y_s, p_s y m_s con $s \leq t$.

(d) Determine si existe una solución de (3) que siga un ruido blanco de la forma

$$y_t = k\varepsilon_t,$$

con k constante.

(e) Determine si existe una solución de (3) que siga un camino aleatorio de la forma:

$$y_t = y_{t-1} + k\varepsilon_t$$

con k constante.

(f) Determine si existe una solución de (3) que siga un AR(1) estacionario de la forma

$$y_t = cy_{t-1} + k\varepsilon_t,$$

con k y $0 < c < 1$ constantes.

3. **Una economía de dotación muy particular (30 puntos)**

Consideramos una economía poblada por una infinidad de agentes idénticos donde el único activo son árboles, de los cuales suponemos existe una unidad. El producto de esta economía es la fruta que cae del árbol, la cual no puede ser almacenada y sigue un proceso estocástico exógeno d_t.

La formulación secuencial del problema del agente representativo en $t = 0$ es

(4) $$\max_{\{c_t, a_{t+1}: t=0,1,2,\ldots\}} \mathrm{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t u(c_t),$$

(5) $$\text{s.a. } (p_t + d_t)a_t = p_t a_{t+1} + c_t,$$

donde $\gamma = 1/(1+\delta)$ denota el factor subjetivo de descuento; a_t el número de árboles que tiene el agente en t; p_t el precio de cada árbol en t y c_t su consumo en t.

A continuación suponemos que p_t también es dado exógenamente y derivamos la condición de primer orden que determina el consumo del agente. Luego reinterpretamos la CPO notando que el consumo está dado exógenamente (tiene que ser igual a d_t) y determinamos p_t en función de los d_t.

Ayuda: Tenga presente que es posible (y relativamente fácil) responder las partes (e), (f) y (g) aun si no pudo responder (c) y (d).

(a) (2.5 puntos) Interprete la restricción (5).

(b) (2.5 puntos) Si el proceso d_t es persistente, uno esperaría que el precio p_t fuera creciente en d_t. De la intuición tras la afirmación anterior.

(c) (7.5 puntos) Formule la ecuación de Bellman del agente representativo.

Ayuda: Considere la variable de estado $x_t = (p_t + d_t)a_t$ y solo una variable de decisión para el agente: a_{t+1}. Lo cual significa usar (5) para expresar c_t en función de x_t, a_{t+1} y p_t.

(d) (5 puntos) Obtenga la CPO del lado derecho de la ecuación de Bellman. Aplique el Teorema de la Envolvente a la ecuación de Bellman. Combine las dos expresiones anteriores para mostrar que

$$p_t u'(c_t) = \gamma \, \mathrm{E}_t[u'(c_{t+1})(p_{t+1} + d_{t+1})].$$

(e) (2.5 puntos) Use la expresión que derivó en (d) y $c_t = d_t$ para concluir que

(6) $$p_t = \mathrm{E}_t[M_{t,t+1}(p_{t+1} + d_{t+1})],$$

donde $M_{t,t+1}$ denota el factor de descuento estocástico (kernel de precios) que vimos en clases:

$$M_{t,t+1} = \gamma \frac{u'(d_{t+1})}{u'(d_t)}.$$

(f) (5 puntos) Aplique (6) recursivamente para mostrar que

(7) $$p_t = \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{E}_t[M_{t,t+k} d_{t+k}],$$

donde

$$M_{t,t+k} = \gamma^k \frac{u'(d_{t+k})}{u'(d_t)}.$$

Interprete $M_{t,t+k}$ y a partir de esta interpretación interprete (7).

Ayuda: Para que se cumpla (7), puede suponer que una expresión que emerge en su análisis, que involucra $\gamma^j p_{t+j}$, tiende a cero cuando j tiende a infinito.

(g) (5 puntos) Considere el caso particular en que $u(c) = \log(c)$. Use (7) para calcular p_t. Concluya que p_t no depende de expectativas sobre los valores futuros de d_t de modo que *no* se cumple la intuición que dimos en (b). ¿Qué faltó en esa intuición?

4. **Inversión irreversible y el valor de la opción de esperar (30 minutos)**

El tiempo es discreto. Una firma neutra al riesgo, que descuenta los ingresos a tasa $r > 0$, debe elegir entre invertir un monto fijo $I > 0$ en $t = 0$ o en $t = 1$. La inversión es *irreversible*, es decir, una vez realizada, no se recibe ni un peso si se decide vender el capital instalado. Una vez que se lleva a cabo, la inversión genera un ingreso constante Y para siempre, partiendo el período en que se realiza la inversión. El ingreso Y puede tomar dos valores, Y_H y Y_L, con $Y_H > Y_L$. Condicional en la información disponible al comienzo de $t = 0$, antes de decidir si se invierte en ese período, la probabilidad de que resulte $Y = Y_H$ es π_H y la probabilidad de que $Y = Y_L$ es π_L, con $\pi_H + \pi_L = 1$ y $\pi_H > 0, \pi_L > 0$. La incertidumbre se resuelve al comienzo de $t = 1$ de modo que la firma conoce el valor de Y si decide esperar hasta $t = 1$ para decidir si invierte.

Suponga que

(8)
$$\frac{Y_H}{1-\beta} > I > \frac{Y_L}{1-\beta},$$

y que

(9)
$$\frac{\overline{Y}}{1-\beta} > I,$$

donde $\overline{Y} = \pi_H Y_H + \pi_L Y_L$ denota el valor esperado de Y en base a información disponible en $t = 0$ y $\beta = 1/(1+r)$.

(a) Muestre que el retorno esperado es positivo si se invierte en $t = 0$.

(b) Muestre que, condicional en no haber invertido en $t = 0$, conviene invertirá en $t = 1$ solo si $Y = Y_H$.

(c) Explique por qué basta con analizar los casos en que la firma invierte en $t = 0$ o $t = 1$, es decir, por qué no es necesario analizar la posibilidad que la firma invierta en $t \geq 2$.

(d) Denote por V el retorno esperado descontado de invertir en $t = 0$ y por W el retorno esperado descontado de invertir en $t = 1$, ambos descontando desde $t = 0$. Encuentra la condición que deben cumplir π_L, π_H Y_L, Y_H y β para que la firma prefiera invertir en $t = 1$, es decir, para que $W > V$.

(e) Use (d) para mostrar que conviene esperar a $t = 1$ para invertir cuando π_L es cercano a uno.

(f) Use (d) para determinar el impacto de un *mean-preserving spread* de Y sobre V y sobre W. Concluya que un aumento en la incertidumbre respecto de Y aumenta el atractivo de esperar hasta $t = 1$ para invertir.

Ayuda: Recuerde que un mean-preserving spread de Y es un cambio de Y_L y Y_H que no afecta su media, $\overline{Y} = \pi_L Y_L + \pi_H Y_H$, pero hace crecer su varianza. Como Y puede tomar solo dos valores, esto significa que crece Y_H y cae Y_L. Las probabilidades π_H y π_L son las mismas antes y después del spread.

(g) Suponga ahora que el capital es reversible, es decir, se puede desinvertir I en todo período recibiendo I. Determine la estrategia óptima de inversión en este caso y calcule el retorno esperado descontado, U. Sin hacer cálculos adicionales, argumente que U es mayor que V y que W.

5. **Salario mínimo y desempleo (30 puntos)**

En este problema analizamos el impacto del salario mínimo sobre el desempleo en un modelo donde los desempleados eligen su esfuerzo de búsqueda óptimamente.

El tiempo es continuo, los individuos son neutros al riesgo y viven indefinidamente, la tasa de descuento es $r > 0$. El esfuerzo, $e > 0$, que realiza un individuo desempleado determina la tasa a la cual recibe ofertas de empleo, μe, donde $\mu > 0$ captura el estado del mercado laboral independiente del esfuerzo del trabajador. El salario toma un único valor, w, conocido por los trabajadores. Este salario satisface $w > z$, donde z denota el ingreso, por unidad de tiempo, que recibe un trabajador desempleado. Denotamos por $\phi(e) = e^{\gamma+1}/(\gamma+1)$, $\gamma > 0$, el costo que tiene para el trabajador realizar un esfuerzo e. De modo que la utilidad instantánea de un trabajador desempleado es $z - \phi(e)$. En cambio, la utilidad instantánea de un trabajador empleado es w. La tasa de separación es $\lambda > 0$ y es exógena. Denotamos el valor presente descontado de la utilidad de un trabajador empleado y desempleado por V_e y V_u, respectivamente. En lo que sigue consideramos estados estacionarios.

Ayuda: Puede (y es relativamente fácil) responder las partes (c) y (d) aun si no respondió las partes (a) y (b).

(a) Escriba las ecuaciones de Bellman para V_e y V_u.

(b) Plantee el problema de maximización que permite obtener el esfuerzo óptimo, e^*. Es decir, debe plantear una función donde no aparece explícitamente V_e o V_u, que se debe maximizar respecto de e y cuyo máximo se alcanza en el esfuerzo óptimo del trabajador desempleado. No es necesario que realice la optimización.

Se puede mostrar (*no* le recomendamos hacer la derivación) que la CPO de la parte (b) equivale a:

$$\frac{\gamma}{1+\gamma} e^{\gamma+1} + \frac{r+\lambda}{\mu} e^{\gamma} = w - z.$$

En lo que sigue puede suponer que el esfuerzo óptimo es el único $e^* > 0$ que satisface la ecuación anterior.

(c) Muestre que e^* es creciente en w y μ y decreciente en r y λ. De la intuición en cada caso.

(d) Derive el valor de estado estacionario de la tasa de desempleo como función de e^*, λ y μ. Concluya que un incremento de w reduce el desempleo en este modelo.