Gasto Público

Otra forma de tener una función de producción AK viene dada por la existencia de bienes públicos productivos

→ Asumiremos que el gasto público es deseable y estos bienes públicos incluyen: I+D, infraestructura, protección judicial, etc. → los incluimos en la función de prod.

• G es { – no rival
– no excluible

→ **Empresa i:** $Y_i = A L_i^{1-\alpha} K_i^{\alpha} \cdot G^{1-\alpha}$ ↳ exógeno.
↳ si está bien regulado ⇒ ↑ productividad.

* Asumiremos que G es un flujo productivo y no será acumulable.
* G se toma como dado.
* Gobierno equilibra el presupuesto: $\boxed{G = \tau \cdot Y}$ ↓ cte

* Asumimos L fijo y vemos que Y_i tiene ret. ctes a escala en los insumos privados
  ↳ si por ej ↑K ⇒ ret. decrecientes, pero si al ↑K también ↑G ⇒ no emergen los retornos decrecientes.
  ↳ ie: ret. ctes para G y K con L dado

→ G es complementario con los insumos privados
⇒ Fuente de crec. endógeno

$\pi = Y_i - w \cdot L_i - r \cdot K_i - \delta K_i \;/\; \frac{L_i}{L_i} = L_i(A k_i^{\alpha} G^{1-\alpha} - w - (r+\delta)k_i)$

→ Aplicamos el impuesto:
$\pi = L_i((1-\tau)A \cdot k_i^{\alpha} G^{1-\alpha} - w - (r+\delta) \cdot k_i)$

→ CPO: $\boxed{r+\delta = (1-\tau) \cdot \alpha A \cdot k^{-(1-\alpha)} G^{1-\alpha}}$

→ Por otra parte $\cancel{G} = \tau \cdot Y = \tau(A L^{1-\alpha} K^{\alpha} G^{1-\alpha})$
⇒ $G^{\alpha} = \tau A L k^{\alpha}$ ⇒ $G = (\tau A L)^{1/\alpha} k$

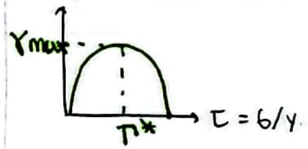
⇒ $\boxed{r+\delta = (1-\tau)\alpha A^{1/\alpha}(L\tau)^{1-\alpha/\alpha}}$

→ **Hogares**

$$\boxed{\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{1}{\theta}(r-\rho) = \frac{1}{\theta}\underbrace{\left(\underset{①}{(1-\tau)}\alpha A^{1/\alpha}(L\tau)^{\overset{②}{1-\alpha/\alpha}} - \delta - \rho\right)}_{\text{cte} \Rightarrow \frac{\dot{c}}{c} \text{ cte}}} = \gamma$$

→ $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y}$ → AK y no hay dinámica de transición.

→ **Hay 2 efectos de los impuestos**
① $(1-\tau)$ → efecto (–) de los impuestos en el Pmgk después de τ. (↓ ingreso disponible)
② $\tau^{1-\alpha/\alpha}$ → efecto (+) (↑ Pmgk)
↳ tendremos un óptimo: $\tau^* = \frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 0 \Rightarrow \boxed{\tau^* = 1-\alpha}$



$$\Rightarrow \boxed{\gamma^*_{max} = \frac{1}{\theta}\left(\alpha^2 A^{1/\alpha} L^{1-\alpha/\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho\right)}$$

→ Vamos a interpretar el resultado de que $\tau^* = 1-\alpha$
$\tau Y = G \Rightarrow \tau = G/Y$

$\underbrace{\frac{\partial Y}{\partial G}}_{\text{beneficio de G.}} = (1-\alpha)\frac{Y}{G} = \frac{1-\alpha}{\tau} \overset{\tau^*}{=} \frac{1-\alpha}{1-\alpha} \underbrace{= 1}_{\text{costo social de G}}$ → condición de eficiencia para el tamaño del gobierno

* Comentario → este τ* es una condición de 2do mejor → pues los impuestos son distorsionadores!
(si F. Prod. Cobb-Douglas ⇒ 1er mejor = 2do)
* En específico, la solución del planificador central será de 1er mejor pues max Ut. agente representativo.

Problema Planificador central

↳ Busca G, C óptimos → 2 var. control

$$\max \; U = \int_0^\infty e^{-\rho t}\left(\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right)dt$$

s.a. $Y = AL^{1-\alpha}K^{\alpha}G^{1-\alpha} = C + G + \dot{K} + \delta K$

$\Rightarrow \dot{K} = Y - C - G - \delta K$

$\Leftrightarrow \dot{k} = A k^{\alpha} G^{1-\alpha} - c - g - \delta k$

$$\Rightarrow H = e^{-\rho t}\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} + V_t\left(A k^{\alpha}G^{1-\alpha} - c - g - \delta k\right)$$

$\dfrac{\partial H}{\partial c} = \boxed{e^{-\rho t}c^{-\theta} - V_t = 0}$ (1)

$\dfrac{\partial H}{\partial G} = V_t A k^{\alpha}(1-\alpha)G^{-\alpha} - \dfrac{V_t}{L_t} = 0$

$\Rightarrow A k^{\alpha}(1-\alpha)G^{-\alpha} = \dfrac{1}{L}$

$\Rightarrow \boxed{1 = A L k^{\alpha}(1-\alpha)G^{-\alpha}}$ (2)

$\dfrac{\partial H}{\partial k} = -\dot{V}_t = V_t(\alpha A k^{\alpha-1}G^{1-\alpha} - \delta)$

$\Rightarrow \boxed{-\dfrac{\dot{V}_t}{V_t} = \alpha A k^{\alpha-1}G^{1-\alpha} - \delta}$ (3)

→ De (1) $V_t = e^{-\rho t}c^{-\theta}$ /ln

$\Rightarrow \ln(V_t) = -\rho t - \theta\ln(c)$ /∂/∂t

$\Rightarrow \dfrac{\dot{V}_t}{V_t} = -\rho - \theta\dfrac{\dot{c}}{c} \Rightarrow \boxed{-\dfrac{\dot{V}_t}{V_t} = \theta\dfrac{\dot{c}}{c} + \rho}$ (4)

→ (4) = (3)

$\theta\dfrac{\dot{c}}{c} + \rho = \alpha A k^{\alpha-1}G^{1-\alpha} - \delta$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{\dot{c}}{c} = \dfrac{1}{\theta}\left(\alpha A k^{\alpha-1}G^{1-\alpha} - \delta - \rho\right)}$ (5)

→ De (2):

$(1-\alpha)ALk^{\alpha}G^{-\alpha} = 1 \Rightarrow \left(\dfrac{k}{G}\right)^{\alpha} = \dfrac{1}{(1-\alpha)AL}$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{k}{G} = \left(\dfrac{1}{(1-\alpha)AL}\right)^{1/\alpha}}$ (6)

→ (6) en (5):

$\dfrac{\dot{c}}{c} = \dfrac{1}{\theta}\left(\alpha A\left(\dfrac{1}{(1-\alpha)AL}\right)^{\alpha-1/\alpha} - \delta - \rho\right)$

$$\boxed{\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}\left(\alpha A^{1/\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha/\alpha}L^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho\right)}$$

a diferencia del análisis descentralizado ahora tenemos solo α → no α^2 ($\alpha < 1 \Rightarrow \alpha^2 < \alpha$)

$\Rightarrow \boxed{\gamma_{desc.} < \gamma_{cenr}}$

* $\underbrace{\boxed{\gamma \quad \underset{<1}{\alpha} = \gamma}}_{\text{impuestos generan distorsión}}$

MODELO CON CONGESTIÓN

→ Ahora el bien público está sujeto a congestión

$Y_i = A \cdot K_i \cdot f\left(\frac{G}{Y}\right)$ → congestión

Comentarios finales: lo importante es capacidad del estado → no tamaño (a mayor dsilo ⇒ mayor cap.)