Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
ENECO 630
Semestre Otoño 2020

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Martin Ferrari y Catalina Gómez

Tarea N° 3

Entrega: 17 de Julio (11 am), 2020

1 El Modelo AK con tasa de ahorro exógena

Considere la función de producción de Romer (1986) para la firma j:

$$y_j(t) = k_j^{\alpha}(t)A^{\eta}(t) \quad ; \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$
$$A(t) = A_0 \frac{\sum_{j=1}^{N} k_j(t)}{N}$$

donde y es el producto, k es el capital por trabajador, y N es el número total de firmas.
Suponga que s denota la tasa de ahorro constante, n es la tasa de crecimento de la población (también constante), y δ es la tasa de depreciación del capital físico.

(a) Encuentre la ecuación diferencial para k cuando todas las firmas son idénticas

(b) Represente gráficamente la tasa de crecimiento del modelo para los siguientes casos de la función de producción: (i) retornos decrecientes a escala, es decir, $\alpha + \eta < 1$; (ii) retornos constantes a escala, $\alpha + \eta = 1$; (iii) retornos crecientes a escala, $\alpha + \eta > 1$

(c) Describa qué sucede con la tasa de crecimiento de largo plazo, ante un cambio en la tasa de ahorro s para cada uno de los tres casos de (b)

(d) Considere el efecto un shock. Suponga un terremoto destruye la mitad del stock del capital de la economía. Describa qué pasa en cada uno de los tres casos a: la tasa de creciimento inmediatamente después del shock, la tasa de crecimiento de largo plazo, y el nivel de ingreso que se hubiera alcanzado si no hubiera sucedido el shock. Los efectos del shock son temporales o permanentes?

2 Crecimiento mediante la expansión de la variedad de productos

Considere el modelo base de crecimiento con expansión de variedad de productos que se describió en clases. Asuma que no hay crecimiento de la población y asuma que los agentes tienen utilidad CEIS:

$$U = \int_0^{\infty} \frac{C(t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} \, \mathrm{d}t$$

La restricción presupuestaria del hogar es:

$$\dot{B} = rB + wL - C$$

Donde B son los activos del hogar.

Las utilidades de las firmas del sector del bien final (competitivo) son (X_j es la cantidad del bien intermedio j):

$$\pi = AL^{1-\alpha}\sum_{j=1}^{N} X_j^{\alpha} - wL - \sum_{j=1}^{N} p_j X_j$$

mientras el productor del sector del bien intermedio (monopolistico) produce un único bien intermedio j y maximiza:

$$\pi_j = p_j X_j - X_j$$

En vez de ser igual a η, el costo de una innovación ahora es $\eta - T$, donde T es un subsidio para investigación. El subsidio es financiado con un impuesto de suma fija sobre los consumidores (expresado en términos del bien final en la restricción presupuestaria)

(a) ¿Cómo son fijados los precios de los bienes intermedios? ¿Cuál es la cantidad de cada bien intermedio X_j?

(b) ¿Cuál es la condición de libre entrada para las firmas de R&D? ¿Cómo se determina la tasa de retorno?

(c) ¿Cuáles son las tasas de crecimiento de N, X y el producto total Y, en la trayectoria estable de crecimiento?

(d) ¿Es esta política subsidio-impuesto suficiente para alcanzar el *primer mejor*?

3 Un Modelo RBC

Considere la siguiente economía: un consumidor representativo cuyas preferencias están representadas por

$$E_t\left\{\sum_{j\geq 0}\beta^j\left[\log(C_{t+j}) + \frac{1}{1-\gamma_n}(1-N_{t+j})^{1-\gamma_n}\right]\right\}$$

donde C_{t+j} es el consumo en el período $t+j$ y $\gamma_n \geq 0$. La tecnología de producción está dada por

$$Y_t = A_t^{\alpha} N_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha}$$

con $0 < \alpha < 1$. Y_t es el producto, A_t es el parámetro exógeno de la productividad del trabajo, K_t representa el capital y N_t es el trabajo. El parámetro A_t evoluciona de acuerdo a:

$$\frac{A_{t+1}}{\overline{A}_{t+1}} = \left(\frac{A_t}{\overline{A}_t}\right)^{\theta}\exp(\varepsilon_t)$$

con $0 < \theta < 1$, y donde ε_t es un shock i.i.d. $\overline{A}_t$ evoluciona de acuerdo a:

$$\overline{A}_{t+1} = (1+g)\overline{A}_t$$

La restricción presupuestaria de esta economía es:

$$K_{t+1} = Y_t - C_t + (1-\delta)K_t$$

donde $0 < \delta < 1$ es la tasa de depreciación del capital.

(a) Derive las dos condiciones de optimalidad para el problema de un planificador central que decide sobre C_t, K_{t+1} y N_t cada período para maximizar la utilidad del consumidor, sujeto a la tecnología y la restricción presupuestaria.

(b) Muestre que la solución obtenida en (a) será igual a la obtenida descentralizadamente en un equilibrio competitivo, donde un consumidor representativo decide sobre C_t, K_{t+1} y N_t para resolver

$$\max E_t \left\{ \sum_{j\geq 0} \beta^j \left[\log(C_{t+j}) + \frac{1}{1-\gamma_n}(1-N_{t+j})^{1-\gamma_n} \right] \right\}$$

$$\text{s.t} \quad K_{t+1} = R_t K_t + W_t N_t - C_t$$

Mientras que una firma representativa decide sobre K_t y N_t para resolver

$$\begin{aligned} \max \quad & Y_t - (R_t - (1-\delta))K_t - W_t N_t \\ \text{s.t} \quad & Y_t = A_t^{\alpha} N_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha} \end{aligned}$$

donde R_t es la tasa de interés y W_t es el salario.

Hint: No es necesario que resuelva el problema en ambos casos, basta con mostrar que las condiciones que determinan el equilibrio son idénticas.

(c) Encuentre expresiones para los valores de estado estacionario de $\frac{K}{Y}, \frac{C}{Y}, R, \frac{K}{AN}, N$.

(d) Realice una aproximación log-lineal a las condiciones de optimalidad y las restricciones, y encuentre expresiones para k_{t+1}, c_t, n_t, y_t y r_t (donde las variables en minúscula representan el logaritmo de las variables originales, i.e. $x_t = \log X_t$).

(e) Asuma los siguiente valores para los parámetros: $r = 0.015, g = 0.005, \delta = 0.025, \alpha = 0.667$. Calcule numéricamente (utilice MATLAB, se sugiere instalar el paquete Dynare) el impacto dinámico de un cambio en una unidad de a_t sobre las 5 variables endógenas para los siguientes 4 casos[1]:

(i) $\theta = 0.5$, $\sigma_n = 1$

(ii) $\theta = 0.5$, $\sigma_n = \infty$

(iii) $\theta = 0.95$, $\sigma_n = 1$

(iv) $\theta = 0.95$, $\sigma_n = \infty$

Compare la evolución del producto con la evolución del parámetro de productividad en el tiempo. ¿Cómo depende la respuesta del producto de la elasticidad de la oferta de trabajo? ¿Cómo depende la respuesta del empleo de la persistencia del shock tecnológico?

[1]Donde se cumple que $\sigma_n = \frac{1}{\gamma_n}$