



Macroeconomía I

Examen parte 2

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Álvaro Castillo y Alberto Undurraga

Instrucciones

1. Tiene 3 horas y 30 minutos para responder las preguntas, escanear sus respuestas y subirlas a Canvas.
2. El examen tiene 5 preguntas, el número máximo de puntos que otorga cada pregunta se indica en cada caso y el número máximo de puntos que puede obtener en la Solemne es de 125.
3. Salvo que se indique explícitamente lo contrario, todas las partes de una pregunta dan el mismo puntaje.
4. Comience por dedicar 10 minutos a leer todas las preguntas.
5. Asigne su tiempo de modo de dedicar suficiente tiempo a todas las preguntas. No dedique demasiado tiempo a ninguna de ellas. Dedicar tantos minutos como puntos asignados a cada pregunta es una buena estrategia. Esto deja una hora y 15 minutos de libre disposición, sin contar los 10 minutos que dedicó a leer el enunciado.
6. Sus respuestas deben contener pasos intermedios para que el evaluador pueda estar seguro de que llegó al resultado correcto sabiendo lo que hacía. Esto también le permitirá al evaluador darle puntaje parcial cuando no obtenga la respuesta correcta.
7. Responda cada pregunta en una hoja distinta e indique cuál pregunta está respondiendo.
8. Este es un control a libro cerrado. No se permiten ayudas de ninguna especie.

1. Crecimiento Endógeno (20 puntos)

- (10pts) ¿Cuál es el motor de crecimiento en el modelo de variedades de producto? Explique. Compare su respuesta con el motor de crecimiento del modelo AK. ¿Qué implica en términos del diseño de una política de crecimiento en ambos casos?

En su más reciente Informe de Política Monetaria el Banco Central actualizó sus estimaciones de crecimiento del PIB tendencial para la economía chilena. De acuerdo con las estimaciones del BC, el PIB tendencial de nuestra economía crecería a un ritmo de 1,7% por año en el período 2026-2030, debido a una disminución significativa en el desempeño de la productividad. En la Figura 1 gráficos usted puede encontrar estimaciones del Banco Central para el nivel de productividad tendencial. Puede notar que a partir de 2012 la productividad ha mostrado una clara disminución.

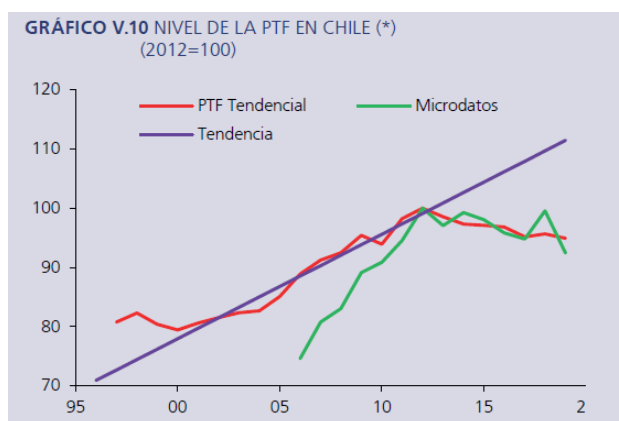


Figura 1: Nivel de la productividad en Chile

El BC espera que ésta crezca a un ritmo de apenas 0,35% por año en la presente década, muy por debajo del 1% esperado previamente y por debajo del crecimiento esperado para la productividad en EEUU para el mismo período.

- (10pts) Explique en base a los modelos de crecimiento endógeno estudiados (modelos de learning by doing y knowledge spillovers versus los de expansión de variedad) que puede estar detrás de esta situación.

2. Harrod-Domar (40 puntos)

Considere el modelo de Solow-Swan con tasa constante de ahorro s . Asuma que función de producción viene dada por la siguiente función de Leontief:

$$Y = \min(AK, BL)$$

donde A y B son constantes tecnológicas, y K y L corresponde al stock de capital y empleo. El capital se deprecia a una tasa δ .

- (4pts) Muestre que si la tasa de crecimiento poblacional es cero, la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita viene dado por:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s \frac{f(k)}{k} - \delta$$

Dibuje el ahorro como función de k . Dibuje la depreciación como función de k .



2. (4pts) Asuma que $sA > \delta$. ¿Cuál es el stock de capital de estado estacionario k^* ? ¿Cuál es la dinámica de k a lo largo del tiempo?
3. (4pts) Asuma que $sA < \delta$. ¿Cuál es el stock de capital de estado estacionario k^* ? ¿Cuál es la dinámica de k a lo largo del tiempo?
4. (4pts) Asuma que $sA = \delta$. ¿Cuál es el stock de capital de estado estacionario k^* ? ¿Cuál es la dinámica de k a lo largo del tiempo?
5. (5pts) Después de considerar los resultados obtenidos en (2), (3) y (4), Harrod y Domar concluyeron que las economías capitalistas como la descrita previamente generan inherentemente estados estacionarios indeseados. ¿Está de acuerdo?

Suponga ahora que los agentes optimizan. Asuma que el sistema dinámico que caracteriza la solución es el usual:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (f'(k) - \delta - \rho)$$

y

$$\dot{k} = f(k) - c - \delta k$$

6. (6pts) Usando la función de producción Leontief antes descrita, dibuje el locus para $\dot{k} = 0$. (Ayuda: distinga dos regiones).
7. (6pts) Dado que la derivada de $f'(k)$ no está bien definida en $k = B/A$, asuma que $f'(k) = \delta + \rho$ en ese punto. ¿Cuál es el esquema para $\dot{c} = 0$?
8. (7pts) ¿Es este sistema “saddle path stable”? ¿Cómo se comporta la economía si la condición de transversalidad debe cumplirse? ¿Puede una economía como esta exhibir un inherente mal resultado? ¿Por qué la conclusión de Harrod y Domar no se cumple?

3. Diferentes Bienes de Consumo e Inversión (30 puntos)

En esta pregunta asumiremos que los bienes de consumo son físicamente diferentes de los bienes de capital. En particular, asumiremos que son producidos con una función de producción diferente.

Consideraremos una configuración sin mercados. Más allá de consumo y el stock de capital, los consumidores eligen la fracción del stock de capital que es destinada a la producción de bienes de consumo (y la fracción destinada a la producción de los bienes de inversión). Los hogares maximizan:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{(c^{1-\theta} - 1)}{1 - \theta}$$

donde c corresponde al consumo per cápita y θ y ρ son parámetros, sujeto a las restricciones:

$$C = A(uK)^\alpha L^{1-\alpha} \hat{k}^\psi$$

y

$$\dot{K} = B(1-u)K - \delta K$$

donde K corresponde al stock de capital agregado, L al stock de población, C al consumo agregado y u es la fracción del capital usado en el sector de consumo (mientras que $(1-u)$ es la fracción usada en el sector de acumulación). Además, $K(0) > 0$ está dado. El término \hat{k}^ψ representa una externalidad del stock de capital promedio en el sector de consumo (per cápita). Los agentes privados toman este término como dado cuando eligen su comportamiento óptimo aunque en equilibrio $k = \hat{k}$. La población es constante y normalizada a uno.



1. (3pts) Escriba el problema del hogar en términos per cápita.
2. (6pts) Encuentre las condiciones de primer orden que caracterizan la decisión óptima. Provea intuición económica par cada una de estas condiciones. Utilice los dos precios sombra para resolver el problema.
3. (6pts) ¿Cuál es la tasa de crecimiento en estado estacionario de u ? ¿Cómo se compara el crecimiento del consumo en estado estacionario con el crecimiento del stock de capital en estado estacionario?

Asuma ahora que $\alpha + \psi = 1$.

4. (5pts) ¿Cómo se relaciona la tasa de crecimiento en estado estacionario del precio sombra del capital con la tasa de crecimiento de estado estacionario del precio sobre el consumo?
5. (5pts) Compute las tasas de crecimiento de estado estacionario del stock de capital y el consumo como funciones de los parámetros del modelo ¹.
6. (5pts) Calcule el valor de estado estacionario de u .

4. Modelo de Ciclos Reales (20 puntos)

Considere una economía de dos períodos donde el consumidor representativo tiene las siguientes preferencias:

$$u(C_1) + \beta u(C_2) - v(N)$$

donde C_i corresponde al consumo en el período i y N a la oferta de trabajo. La función $u(\cdot)$ es creciente y concava con $u(0) = 0$. La función $v(\cdot)$ es creciente y convexa, con $v(0) = 0$. En esta economía existe una firma, de propiedad de los hogares, que busca maximizar sus beneficios escogiendo trabajo e inversión. La tecnología que transforma insumos en producto en cada período viene dada por:

$$Y_1 = \theta_1 f(N)$$

$$Y_2 = \theta_2 g(I)$$

donde Y_i corresponde al producto en el período i , I corresponde a la inversión realizada en el período 1 y θ_i es un parámetro tecnológico para el periodo i . Las funciones $f(\cdot)$ y $g(\cdot)$ son ambas crecientes y cóncavas. Finalmente, las restricciones de recursos vienen dadas por:

$$Y_1 = C_1 + I$$

$$Y_2 = C_2$$

Suponga además que el consumidor representativo recibe un salario W por cada unidad trabajada, y que sus ahorros van hacia una firma intermedia, competitiva y sin riesgo que los arrienda a la empresa final a un precio R por unidad.

1. (3pts) Plantee el problema del consumidor y las firmas.
2. (5pts) Derive el equilibrio competitivo descentralizado. En particular derive la demanda y oferta de trabajo, la demanda por inversión y la oferta de fondos (ahorro). Explique intuitivamente los resultados.
3. (3pts) Grafique la oferta y demanda en ambos mercados (trabajo y ahorro), el consumo del periodo 1 en función de la inversión, y la producción del periodo 1 en función de N .
4. (5pts) Explique los efectos sobre esta economía de un shock de productividad en el primer período (θ_1). Le recomendamos apoyarse en los gráficos del ítem anterior.
5. (4pts) ¿Cómo cambia el análisis anterior si el shock de productividad es persistente?

¹Dependiendo de cómo abordó el problema, quizás puede responder la pregunta 6 antes que la 5. Esto es totalmente válido



5. Modelo de Ciclos Reales 2 (15 puntos)

Considere una economía con una cantidad constante de individuos que vive infinitamente. El agente representativo maximiza

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\rho} \right)^t \log(C_t),$$

con $\rho > 0$ y sujeto a

$$K_{t+1} = Y_t - C_t.$$

El producto está dado por $Y_t = K_t e^{z_t}$, donde z_t es un shock aleatorio e i.i.d. a la productividad.

1. Encuentre las condiciones de primer orden para el agente representativo.
2. Tome como guess $C_t = \gamma K_t e^{z_t}$. Encuentre el valor de γ que satisface las condiciones de primer orden y la restricción presupuestaria. Luego, encuentre la *policy function* que relaciona C_t con K_t y z_t .
3. Denote los logaritmos de C_t , Y_t y K_t como c_t , y_t y k_t respectivamente. Encuentre c_t , y_t y k_{t+1} como función de k_t , z_t y ρ . Analice los efectos de un shock de un período de z_t sobre la trayectoria de k_t .