Profesor	: Eduardo Engel	Abril 23, 2025
Ayudantes	: Agustín Farias, Miguel del Valle & María Jesús Negrete	
Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	
Semestre	: Otoño 2025	

Ayudantía Inversión y Desempleo

1. **Bonos de Garantía en el modelo de Shapiro-Stiglitz**

Los supuestos y notación son los mismos del modelo de Shapiro-Stiglitz visto en clases, con la excepción de que al momento de ser contratados, los trabajadores deben dejar en manos de la empresa un bono de garantía por un monto k, el cual es cobrado por la empresa en caso de que el trabajador sea sorprendido "flojeando". Nos centramos en estados estacionarios.

a) En el modelo visto en clases, el sistema de ecuaciones para V_E, V_S y V_U es:[1]

$$\begin{aligned} rV_E &= (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) \\ rV_S &= w - (b+q)(V_S - V_U) \\ rV_U &= a(V_E - V_U). \end{aligned}$$

Determine cómo varía este sistema con el bono de garantía. Basta con que de la intuición correcta, no es necesaria una derivación rigurosa.

b) En el modelo resuelto en clases se supuso que la firma paga el menor salario necesario para que $V_E \geq V_S$. ¿Para qué rango de valores de k sigue siendo válido este supuesto en el caso con bono de garantía? Justifique. En lo que sigue suponga que k toma valores en este rango.

c) Determine el (menor) salario que pueden pagar las empresas para inducir a los trabajadores a no flojear. Se trata de una expresión para w como función de a, b, q, $\bar{e}$, r y k. La expresión correspondiente derivada en clases para el caso $k = 0$ es

$$w = \bar{e} + (a+b+r)\frac{\bar{e}}{q}.$$

d) Determine la Condición de No Flojeo (NSC en inglés). La condición correspondiente para el caso visto en clases es

$$w = \bar{e} + \left(r + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL}b\right)\frac{\bar{e}}{q}.$$

e) ¿Existe un valor de k que permita recrear la situación que existiría si no hubiera problema de monitoreo? Justifique.

f) En el modelo sin bonos de garantía, la firma no tiene incentivos para despedir a un trabajador que no está flojeando. ¿Sucede lo mismo en el caso con garantía? ¿Podría esto explicar por qué no observamos bonos de garantía en la práctica? Justifique.

[1] Romer denota por ρ lo que nosotros denotamos por r.

2. **Manejo de inventarios**

El tiempo es discreto e infinito y el factor de descuento es $\gamma < 1$. Considere una firma neutra al riesgo que en t produce una cantidad Y_t, a un costo $C(Y_t)$, de un bien que se puede almacenar, donde C es una función estrictamente creciente y estrictamente convexa. Los ingresos de la firma en t son iguales a $R(S_t)$, donde S_t denota las ventas en t, las cuales son i.i.d. y están más allá del control de la firma, y R es alguna función (que no tendrá ningún rol en lo que sigue, dado que los S_t son exógenos). La firma maximiza el valor presente descontado esperado de la diferencia entre sus ingresos y sus costos. La firma puede acumular inventarios, I_t, los cuales evolucionan de acuerdo a

$$I_{t+1} = \rho(I_t - S_t + Y_t),$$

donde $\rho > 0$ es una constante. Al inicio de cada período se conoce el valor de las ventas, S_t, y estas se satisfacen con inventarios del período anterior o con nueva producción. Hacemos dos supuestos que simplifican el análisis:

- La firma debe cubrir la demanda en cada período
- Los inventarios pueden ser negativos.

El caso sin inventarios: Sólo en esta parte suponga que la firma no puede acumular inventarios, es decir, en esta parte suponemos que el bien no se puede almacenar..

a) ¿Cuánto produce la firma cada período? Compare la volatilidad de la producción con la volatilidad de las ventas.

Inventario sin fricciones: Suponga que no hay un costo de ajustar el stock de inventario, y que los inventarios pueden tomar valores positivos y negativos.

b) ¿Por qué querría la firma acumular inventarios? ¿Qué tradeoff enfrenta la firma? ¿Cómo podemos interpretar el parámetro ρ? Considere separadamente los casos en que $\rho < 1$, $\rho = 1$ y $\rho > 1$. ¿Cómo podemos interpretar inventarios negativos?

c) Explique por qué la ecuación de Bellman del problema que resuelve la firma viene dada por

$$V(I_t, S_t) = \text{máx}_{I_{t+1}} \left\{ R(S_t) - C\left(\frac{I_{t+1}}{\rho} - I_t + S_t\right) + \gamma \mathrm{E} V(I_{t+1}, S_{t+1}) \right\}. \tag{1}$$

¿A qué corresponde $V(I_t, S_t)$? ¿De dónde sale el argumento de C? ¿Sobre qué variable aleatoria se calcula el valor esperado del lado derecho? Indique la o las variables de estado y la o las variables de decisión.

d) A partir de (1) derive la ecuación de Euler

$$C'(Y_t) = \rho\gamma \mathrm{E}[C'(Y_{t+1})].$$

e) En esta parte suponemos $\gamma\rho = 1$ y costos de ajuste son cuadráticos: $C(Y) = \frac{1}{2}bY^2$. Usando la ecuación de Euler explique por qué la producción será menos volátil que las ventas.

f) En esta parte consideramos un horizonte finito: la firma produce, satisfaciendo la demanda, entre $t = 0$ y $t = T$ y cierra al final de T. También asumimos que la demanda es determinística, es decir, se conoce S_t, $t = 0, 1, .., T$ en $t = 0$. Al igual que en la parte anterior, los costos de producción son cuadráticos pero ahora $\gamma\rho$ puede ser menor, igual o mayor que uno. Use la ecuación de Euler para determinar los rangos de valores de $\gamma\rho$ para los cuales Y_t es creciente, constante, decreciente. Para el caso en que es constante, exprese dicha constante en función de los valores demandados y el inventario inicial, I_0, que es dado.

3. **Ajuste cuadrático y proceso AR(1)**

Considere el modelo de costos de ajuste cuadráticos visto en clases que lleva al modelo de ajuste parcial

$$y_t = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)y_t^*.$$

Donde α y δ toman valores en $(0, 1)$ y son función del parámetro que caracteriza los costos de ajuste y de la tasa de descuento. Además, y_t^* denota el target dinámico que viene dado por

$$y_t^* = (1-\delta)\sum_{j\geq 0}\delta^j \mathrm{E}_t\hat{y}_{t+j},$$

donde $\hat{y}_t$ denota el target estático.

A continuación consideramos el caso en que $\hat{y}_t$ sigue un AR(1),

$$\hat{y}_t = \phi\hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t$$

con $0 < \phi < 1$.

a) Muestre que y_t sigue un AR(2). Es decir, muestre que existen constantes a_1 y a_2 y un ruido blanco v_t tales que y_t satisface

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + v_t.$$

Encuentre expresiones para a_1 y a_2 en función de α y ϕ y para v_t en función de ε, α y ϕ.

b) Suponga que la investigadora sabe que $\hat{y}_t$ sigue un AR(1) pero no conoce el valor de ϕ. ¿Es posible inferir los valores del parámetro α que determina los costos de ajuste a partir de los coeficientes estimados para un AR(2)? Justifique.

4. **Derivación express del modelo DMP (20 puntos)**

A continuación derivamos las condiciones de equilibrio del modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides (DMP) en el estado estacionario.

Una fuente de trabajo vacante se llena a tasa $q(\theta)$ y un trabajador desempleado encuentra trabajo a tasa $\theta q(\theta)$, donde $\theta = v/u$, v denota la fracción de trabajos vacantes, u la fracción de trabajadores desempleados y $q(\theta) = m(1/\theta, 1)$, donde m denota la función de pareo que tiene retornos constantes de escala.

Un trabajo pareado con un trabajador produce p, el costo de postear una vacante es pc, los ingresos de un trabajador desempleado son z y el salario de un trabajador empleado es w, donde las cuatro cantidades/precios anteriores son por unidad de tiempo. La tasa de descuento es r y la tasa exógena de separación es λ.

Denotamos por J y V el valor presente descontado esperado de los ingresos de un trabajo pareado y vacante, respectivamente, y por W y U el valor presente descontado esperado de los ingresos de un trabajador empleado y desempleado, respectivamente. Los agentes económicos son neutros al riesgo y el análisis es en tiempo continuo.

Las rentas que genera un pareo se reparten entre trabajador y empleador en una negociación a la Nash, donde el poder negociado del trabajador es $\beta \in (0,1)$, de modo que (puede usar la expresión que sigue sin demostrarla):

$$W - U = \frac{\beta}{1-\beta}(J - V). \tag{2}$$

Todas las preguntas que siguen se remiten al estado estacionario. También suponemos que los parámetros son tales que el pareo de un trabajador y vacante crean valor, lo cual combinado con (2) implica que $J > V$ y $W > U$.

a) Escriba las ecuaciones de Bellman para J y V.

En lo que sigue suponemos que hay libre entrada para crear vacantes, de modo que $V = 0$.

b) Use (a) y $V = 0$ para obtener dos expresiones para J. A continuación utilice estas expresiones para despejar w en función de parámetros y θ.

c) Escriba las ecuaciones de Bellman para W y U y combínelas con (2) y las partes anteriores para obtener una segunda expresión para w en función de parámetros y θ.

d) Derive la Curva de Beveridge.

e) Explique cómo obtiene θ, v, u y w de equilibrio a partir de las expresiones anteriores.