Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
Otoño 2019
Examen 2da Mitad

Profesor: Eduardo Engel
Ayudante: Catalina Gómez
Martes, 2 de julio, 2019

Instrucciones

1. Tiene 10 minutos para leer el enunciado *antes* de que se distribuyan los sets de respuestas.
2. El examen tiene 4 preguntas, cada pregunta vale 30 puntos, de modo que el número máximo de puntos que puede obtener es de 120.
3. Tiene 3 horas para responder las preguntas.
4. Todas las partes de una pregunta dan el mismo puntaje.
5. Lea todos los enunciados y decida el orden en que las va a responder las preguntas. Se recomienda partir por aquella que le parezca más fácil e ir en orden creciente de dificultad.
6. Asigne su tiempo de modo de dedicar suficiente tiempo a todas las preguntas. No dedique demasiado tiempo a ninguna de ellas. Dedicar 35 minutos a cada pregunta es una buena estrategia. Esto le deja 40 minutos de libre disposición.
7. Sus respuestas deben contener pasos intermedios para que el evaluador pueda estar seguro de que llegó al resultado correcto sabiendo lo que hacía. Esto también permitirá al evaluador darle puntaje parcial cuando no obtenga la respuesta correcta.
8. Responda cada pregunta en una hoja distinta e indique cuál pregunta está respondiendo.
9. Este es un examen a libro cerrado. No se permiten ayudas de ninguna especie.

Fórmula útil:

$$\text{Si } a \neq 1 : \sum_{k=0}^{N-1} a^k = \frac{1-a^N}{1-a}.$$

1. **Burbujas racionales**

Una burbuja financiera es un fenómeno que sucede cuando el precio de un activo sube de manera anormal e incontrolada, alejándose de los determinantes económicos de su valor. La tulipomanía del Siglo XVII es un ejemplo clásico de este fenómeno, hay muchos más. Estos fenómenos suelen ser explosivos y de corta duración ya que eventualmente el precio del activo se desploma, lo cual se traduce en grandes ganancias para quienes venden el activo poco antes que reviente la burbuja y grandes pérdidas para quienes están en posesión del activo al momento que la burbuja revienta.

Suele afirmarse que las burbujas financieras desafían el supuesto de racionalidad de los agentes económicos, en este problema vemos que este no es el caso, presentando un modelo de "burbuja racional".

Considere una inversionista neutra al riesgo que puede invertir en un activo libre de riesgo con retorno neto $r > 0$ que no varía en el tiempo, y en un activo riesgoso. El precio del activo riesgoso al comienzo del período t se denota por p_t y el dividendo que paga durante t por d_t, donde los procesos que siguen p_t y d_t se suponen exógenos.

(a) Explique por qué se cumple:

$$\frac{\mathrm{E}_t p_{t+1} - p_t}{p_t} + \frac{d_t}{p_t} = r.$$

De la igualdad anterior se infiere fácilmente (no es necesario que haga la derivación) que, denotando $R = 1 + r$,

$$p_t = R^{-1}\mathrm{E}_t p_{t+1} + R^{-1} d_t. \tag{1}$$

Puede usar la expresión anterior en lo que sigue aun si no la demostró.

(b) Suponga que se cumple

$$\lim_{T\to\infty} R^{-T}\mathrm{E}_t p_{t+T} = 0. \tag{2}$$

Muestre que entonces (1) tiene una única solución dada por

$$p_t^s = \sum_{k\geq 0} R^{-k-1}\mathrm{E}_t d_{t+k}. \tag{3}$$

(c) Considere ahora un proceso b_t tal que

$$b_{t+1} = \begin{cases} Rb_t/q & \text{con probabilidad } q, \\ 0 & \text{con probabilidad } 1-q, \end{cases}$$

donde $q \in (0,1)$ es una constante.
Muestre que $p_t^s + b_t$, con p_t^s definido en (3), también es una solución de (1) y concluya que existen infinitas soluciones para el proceso de precios del activo.

(d) ¿Por qué las partes (b) y (c) no son contradictorias?

(e) Considere ahora una generalización del proceso b_t de la parte 1d donde

$$b_{t+1} = \begin{cases} Rb_t/q + \varepsilon_t & \text{con probabilidad } q, \\ \\ 0 & \text{con probabilidad } 1-q, \end{cases}$$

donde $q \in (0,1)$ es una constante y los ε_t son i.i.d. con media nula y $\mathrm{E}_t \varepsilon_{t+1} = 0$.
Muestre que $p_t^s + b_t$, con p_t^s definido en (3), también es una solución de (1).

(f) Concluya que los resultados de las partes 1d y 1e proveen un modelo de burbuja financiera. Explique por qué 1e es más realista.

2. **Gobierno en el Modelo de Kiyotaki-Wright**

En esta pregunta introducimos "política monetaria" en el modelo de Kiyotaki-Wright visto en clases. Para hacer esto, suponemos que una fracción $1-\gamma$ de agentes se comportan como los del modelo visto en clases y nos referimos a ellos como agentes *privados*. Respecto de la fracción γ restante, que llamamos *agentes de gobierno*, estos se diferencian de los agentes vistos en clases en solo una dimensión: aceptan dinero con probabilidad uno. Obviamente, $0 < \gamma < 1$.

Para determinar los valores de equilibrio de Π resolvemos las ecuaciones de Belmman de comercianes de bienes y comerciantes de dinero *privados*, denotando por V_g y V_m los valores respectivos. Al igual que en el modelo visto en cátedra, consideramos solo estados estacionarios.

(a) La ecuación de Bellman para un comerciante de bienes en el modelo original es

$$rV_g = (1-M)x^2(U-\varepsilon) + Mx\max(V_m - V_g, 0).$$

¿Se sigue cumpliendo esta ecuación para un comerciante privado de bienes en el modelo con agentes de gobierno? Si se sigue cumpliendo, explique por qué. Si no, derive la nueva ecuación de Bellman.

(b) La ecuación de Bellman para un comerciante de dinero en el modelo original es:

$$rV_m = (1-M)x\Pi(u - \varepsilon + V_g - V_m)$$

¿Se sigue cumpliendo esta ecuación para un comerciante de dinero privado en el modelo con agentes de gobierno? Si se sigue cumpliendo, explique por qué. Si no, derive la nueva ecuación de Bellman.

Al igual que en el modelo visto en clases, si los agentes privados creen que la probabilidad de que les acepten dinero es Π, entonces la correspondencia que define la probabilidad que ellos elegirán, óptimamente, para decidir si aceptan dinero o no, π, satisface

$$\pi = \begin{cases} 1 & \text{si } V_m > V_g, \\ [0,1] & \text{si } V_m = V_g, \\ 0 & \text{si } V_m < V_g. \end{cases}$$

(c) Suponga que $\gamma > x$. Encuentre los valores de Π consistentes con un equilibrio de expectativas racionales y muestre que, a diferencia del modelo visto en clases, ahora existe solo un equilibrio. De la intuición para este resultado.

3. **Dinámica del Producto e Inflación en el modelo de fijación de precios de Taylor**

   El contexto es el mismo que en el modelo de Calvo discutido en clases, excepto por el ajuste de precios. Cada periodo una fracción $1/N$ de firmas reajustan sus precios, cuyos valores se mantienen efectivos por N periodos. Denote por p_t^* el precio fijado por las firmas que ajustan su precio en el periodo t.

   (a) Exprese el índice de precios, $\log P_t$, como función de los valores presentes y pasados de p^*.

   (b) Derive la condición de primer orden del problema de maximización que enfrenta la firma que ajusta sus precios en el periodo t.

   (c) Usando la expansión de Taylor estándar, muestre que

   $$\log p_t^* = \sum_{k=0}^{N-1} \gamma_k \mathrm{E}_t[\log P_{t+k} + \zeta \log Y_{t+k}]$$

   con pesos $\gamma_k = \beta^k(1-\beta)/(1-\beta^N)$, que suman 1. Muestre que γ_k converge a $1/N$ cuando β tiende a uno.

   (d) ¿En qué difiere la regla de fijación del precio $\log p_t^*$ anterior de aquella del modelo de Calvo? Considere el caso en que β es cercano a uno.

   (e) En lo que resta del problema asuma que $\zeta = 1$ y que el logaritmo del producto nominal sigue un camino aleatorio exógeno cuyas innovaciones, ε, tienen media nula y pueden ser interpretadas como perturbaciones monetarias. Encuentre el proceso para la inflación

4. **Política monetaria con persistencia en la inflación**

   El modelo y la notación son las mismas que en modelo NK, excepto que incorporamos indexación de precios parcial para la fracción α de firmas que no resetea su precio, de modo que

   $$\log p_t(i) = \log p_{t-1}(i) + \gamma\pi_{t-1},$$

   donde $0 < \gamma < 1$ captura el grado de indexación de precios.

   Entonces la ecuación para el índice de precios vendrá dado por

   $$\log P_t = \alpha \log P_{t-1} + \alpha\gamma\pi_{t-1} + (1-\alpha)\log p_t^*.$$

   En la presencia de indexación parcial de precios, la aproximación de segundo orden de la función de pérdida de bienestar de los hogares toma la siguiente forma:

   $$\frac{1}{2}\mathrm{E}_0 \sum_{\mathrm{t}\geq 0} \beta^{\mathrm{t}}[\lambda \mathrm{x}_{\mathrm{t}}^2 + (\pi_{\mathrm{t}} - \gamma\pi_{\mathrm{t}-1})^2],$$

donde $\gamma \in [0,1]$ determina el grado de indexación con respecto a la inflación pasada y x denota la brecha relevante para el bienestar.

La NKPC ahora viene dada por

$$\pi_t - \gamma\pi_{t-1} = \kappa x_t + \beta \mathrm{E_t}[\pi_{\mathrm{t+1}} - \gamma\pi_{\mathrm{t}}] + \mathrm{u_t},$$

donde u_t es un cost-push shock que se distribuye como un AR(1)

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde las innovaciones ε_t tienen media nula.

(a) Consideramos el problema de una autoridad que no puede comprometerse (caso con discreción). Suponga que las variables de decisión de la autoridad son x_t y $\tilde{\pi}_t$ donde $\tilde{\pi}_t = \pi_t - \gamma\pi_{t-1}$ y que la incapacidad de compromiso significa que en t la autoridad toma $v_t = \beta \mathrm{E_t}\tilde{\pi}_{\mathrm{t+1}} + \mathrm{u_t}$ como dado.

Plantee el problema de la autoridad monetaria y derive las expresiones óptimas para x_t y $\tilde{\pi}_t$ en función de v_t

(b) Usando los resultados de 4a muestre que en equilibrio la inflación satisface

$$\pi_t = \gamma\pi_{t-1} + \frac{\lambda}{\kappa^2 + \lambda(1-\beta\rho)} u_t.$$

(c) Determine el proceso ARMA que sigue π_t y encuentre condiciones para que la respuesta al impulso unitario de π_t respecto de ε_t tengan forma de joroba, para esto último puede utilizar resultados vistos en clases ¿Cómo afecta el grado de indexación γ la dinámica de la inflación?