ENECO 630 – Macroeconomía I

Desempleo

Cátedras D2
Modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides

Eduardo Engel
Magíster y Doctorado en Economía, FEN, U. de Chile.
Esta versión: Abril 13, 2025.

Contenidos

Modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides: Overview

Trade in the labor market is decentralized, uncoordinated, time-consuming and costly for both firms and workers.

Reasons: heterogeneities in skill supply and demand, frictions and information imperfections about skills, location, timing.

In contrast with Walrasian labor markets, existing jobs command rents in equilibrium.

We assume a well-behaved **matching function**: the number of jobs formed at any moment in time as a function of the number of workers looking for jobs, the number of firms looking for workers and possibly other variables.

The matching function is a modeling device that plays an analogous role to the aggregate production function in competitive macro theory.

Función de matching

Matching function: Idea general

Sean:

- L: fuerza de trabajo.
- U: número de desmempleados.
- V: número de vacantes.

La creación de empleos en un intervalo de tiempo de largo Δt es igual a

$$m(U,V)\Delta t$$

donde $m(U,V)$ es la **matching function** (función de pareo).

Suponemos que $m(U,V)$ es **creciente** y **cóncava** en cada argumento y que tiene **retornos constantes**:

- Buena aproximación a los datos.
- Simplifica el modelo.

Es un modelo donde los trabajadores desempleados buscan empleo y los trabajos vacantes buscan trabajadores.

Rol simétrico de vacantes y desempleados.

Tres nuevas variables:

$$v = \frac{V}{L}, \qquad u = \frac{U}{L}, \qquad \theta = \frac{v}{u}.$$

Tasa de vacantes, tasa de desempleo y **estrechez del mercado laboral**, θ.

θ: **labor market tightness** (estrechez del mercado laboral).

Cuando θ crece, se vuelve más difícil llenar una vacante y más fácil encontrar empleo.

Dos tasas importantes:

- Tasa a la cual se llenan las vacantes:

$$q(\theta) \equiv \frac{m(U,V)}{V} = \frac{m(uL,vL)}{vL} = \frac{(vL)m(uL/vL,1)}{vL} = m\left(\frac{u}{v},1\right) = m\left(\frac{1}{\theta},1\right).$$

Es decreciente en θ porque $m_1 > 0$.

- Tasa a la cual los desempleados encuentran trabajo:

$$\frac{m(U,V)}{U} = m\left(1,\frac{V}{U}\right) = m\left(1,\frac{vL}{uL}\right) = m(1,\theta) = \theta m\left(\frac{1}{\theta},1\right) = \theta q(\theta).$$

Es creciente en θ (porque es igual a $m(1,\theta)$ y $m_2 < 0$).

Curva de Beveridge

The Beveridge curve

Job-specific ('idiosyncratic') exogenous shocks that arrive to occupied jobs at the Poisson rate λ separate matches. Worker returns to unemployment, firm returns to vacancy, λ constant over time.

Evolution of unemployment rate

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \dot{u}_t = \lambda(1-u_t) - \theta_t q(\theta_t) u_t,$$

where the first and second terms denote number of separations and number of matches, both divided by L. .

It follows that in steady state $(\dot{u}_t = 0)$:

$$\boxed{u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}}$$

This relation is the **Beveridge Curve**. It defines a relation between u and v or u and θ or v and θ in our model.

The Beveridge curve: Theory

The Beveridge curve is downward sloping in (u, v) space.

To prove this, we differentiate implicitly w.r.t. u both sides of

$$\lambda(1-u) = m(u, v).$$

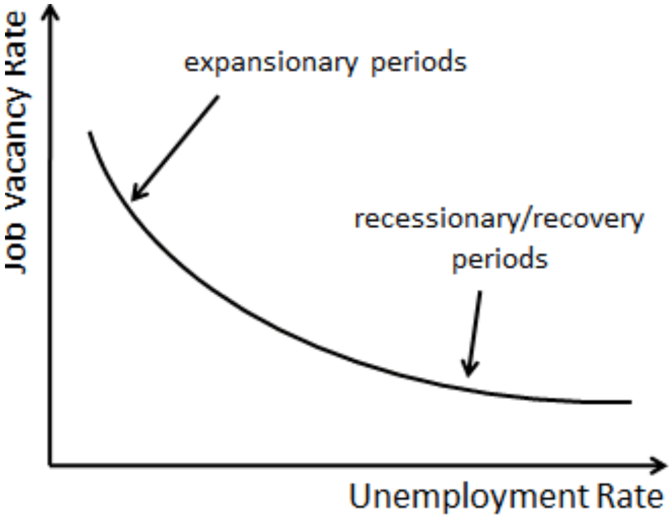
and since $m_1, m_2 > 0$, we obtain:

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}v} = -\frac{m_2}{\lambda + m_1} < 0.$$

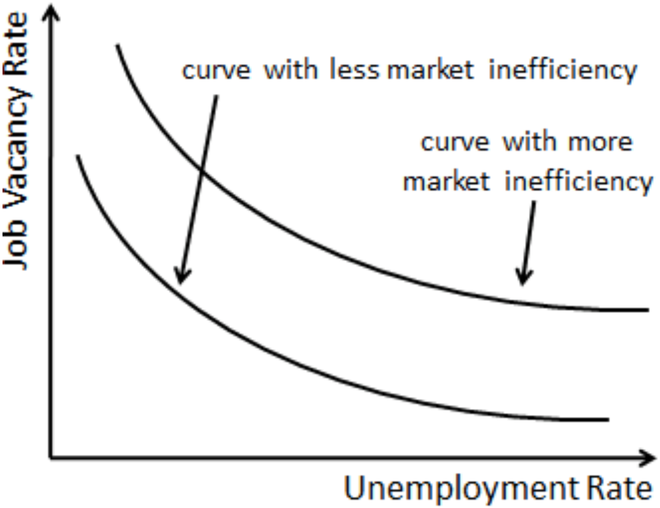
Intuition:

- We start at (u_0, v_0) on the Beveridge Curve, that is, a point at which job creation equals job destruction.
- Next v increases to v_1, u remains at u_0.
- $v \uparrow \Longrightarrow \theta q(\theta) \uparrow \Longrightarrow \theta q(\theta) u \uparrow \Longrightarrow$ Job creation $\uparrow$. That is, more vacancies increase job creation.
- To reestablish job creation equals job destruction, u must change to increase job destruction, $\lambda(1-u)$..
- This requires a reduction in u.

Moving along the Beveridge Cutve



MOVING ACROSS BEVERIDGE CURVES ($\lambda \downarrow$)



Modelo: Ecuaciones de Bellman

The economy

Employment contract specifies only a wage rule, that gives the wage rate at any moment of time as a function of some commonly observed variables.

Hours of work are fixed (and normalized to unity) and either side can break the contract at any time.

Value of a job's output is some constant $p > 0$.

When the job is vacant, flow fixed cost $p \cdot c > 0$.

When the worker is unemployed, enjoys flow payoff z.

Infinitely-lived, risk neutral agents, wealth maximizers, discount payoffs at rate r, perfect capital markets.

Large number of firms and finite measure of workers $\Longrightarrow$ free entry at all times.

Bellman equations: firm

V_t: Value of a vacancy.

J_t: Value of a filled job at t.

Bellman equations for V and J:

$$
\begin{aligned}
rV_t &= -pc + \dot{V}_t + q(\theta_t)\,\text{máx}\langle J_t - V_t, 0\rangle\,, && (1)\\
rJ_t &= p - w_t + \dot{J}_t + \lambda\,(V_t - J_t)\,. && (2)
\end{aligned}
$$

Firm can choose between accepting and rejecting a match: explains presence of max in last term in (1).

No choices involved when job separation occurs: explains why last term in (2) does not involve a max.

Arbitrage interpretation for both equation: assumes a job is an asset owned by the firm.

Bellman equations: worker

Employed worker has human wealth $\max\langle W_t, U_t\rangle$ and unemployed worker has wealth U_t, where

$$rW_t = \dot{W}_t + w_t + \lambda\left(U_t - W_t\right), \tag{3}$$

$$rU_t = \dot{U}_t + z + \theta_t q\left(\theta_t\right)\max\langle W_t - U_t, 0\rangle. \tag{4}$$

Cerrando el modelo: determinación del salario

Excedente que genera un pareo en t:

$$S_t = (W_t - U_t) + (J_t - V_t).$$

Cómo modelar una negociación no cooperativa entre la firma y el trabajador sobre cómo repartirse este excedente (problema de un monopolio bilateral) es un problema abierto en teoría de juegos.

En la última década varios autores han explorado distintas posibilidades y avanzado en resolver algunos problemas del modelo DMP por este camino.

Sin embargo, el estándar que se cubre en un curso de posgrado de primer año sigue siendo el supuesto original de una Negociación a la Nash.

Este es un enfoque axiomático para una negociación cooperativa, que permite mostrar que, bajo ciertos supuestos sobre la negociación, debe existir una constante $0 \leq \beta \leq 1$ tal que

$$W_t - U_t = \beta S_t, \qquad J_t - V_t = (1-\beta) S_t. \tag{5}$$

Es decir,

- β: fracción del excedente que genera un pareo que captura el trabajador.
- $(1-\beta)$: fracción del excedente que genera un pareo que captura la firma.
- Luego $0 \leq \beta \leq 1$ se interpreta como el **poder negociador de los trabajadores**.
- Negociación a la Nash **Generalizada** porque podemos tener $\beta \neq \frac{1}{2}$.

El resultado anterior significa que la negociación salarial es eficiente, en el sentido que todo pareo socialmente deseable tiene lugar.

Como (5) se cumple para todo t,

$$(1-\beta)(\dot{W}_t - \dot{U}_t) = \beta\left(\dot{J}_t - \dot{V}_t\right). \tag{6}$$

Solving the Model

We have 4 Bellman equations, (1) – (4), two wage equations, (5) and (6), and a free entry condition ($V_t = 0$). We want to solve for (v_t, u_t, w_t).

Assume that parameter values are such that matches do form, $S_t > 0$.

Then, $\beta[(2)-(1)] + (1-\beta)[(4)-(3)]$ and using (6) to get rid of $(\dot{W}_t - \dot{U}_t)$ and (5) to get rid of $(W_t - U_t)$:

$$w_t = \beta p + \beta pc + (1-\beta)z + \beta q(\theta_t)(\theta_t - 1)(J_t - V_t). \tag{7}$$

Free entry

At all points in time firms enter the market and open vacancies until value of the vacancy is driven to zero

$$V_t = 0 \tag{8}$$

so that substituting in (1)

$$J_t = \frac{pc}{q(\theta_t)} \tag{9}$$

Wage equation (7) becomes

$$w_t = (1-\beta)z + \beta p\,(1 + c\theta_t) \tag{10}$$

Interpretación de la ecuación de salario

La expresión (10) de la página anterior es conveniente para entender la intuición en las aplicaciones que veremos.

La podemos reescribir

$$w_t = (1-\beta)z + \beta p + \beta p c \theta_t.$$

El término $(1-\beta)z + \beta p = z + \beta(p-z)$ es la suma del salario de reserva y la renta que obtiene el trabajador al compartir la renta que genera una fuente de trabajo ocupada.

Como $pc\theta = pcv/u$, tenemos que $pc\theta$ es el costo promedio de contratación por trabajador desempleado.

El término $\beta pc\theta$ en la expresión para w_t entonces dice que el trabajador se lleva una fracción β del ahorro de la firma en costos de contratación cuando se llena una vacante.

Free entry (cont.)

Sustituyendo (10) en (1):

$$(r+\lambda)\,J_t = \dot{J}_t + p - (1-\beta)z - \beta p\,(1+c\theta_t)\,.$$

de modo que

$$J_t = \frac{p-w_t}{r+\lambda}. \tag{11}$$

Si reemplazamos w_t por la expresión de la página anterior, tendremos que cuando β es suficientemente cercano a uno, $J_t < 0$. Como debemos tener $J_t > 0$ en equilibrio, esto significa que en equilibrio $\theta < (1-\beta)(p-z)/\beta pc$.

Tenemos dos expresiones para J_t: (9) y (11). La primera captura el costo del dueño de una vacante, hasta encontrar un trabajador. La segunda el beneficio una vez que se llena la vacante. La condición de libre entrada, $V_t = 0$, significa que las dos deben ser iguales.

Estado estacionario

Steady state equilibrium

r, p, c and z given.

Wage has no allocative role, just a rent-sharing rule. Only real economic decision is free entry.

Steady state equilibrium is triple (u, θ, w) that satisfies

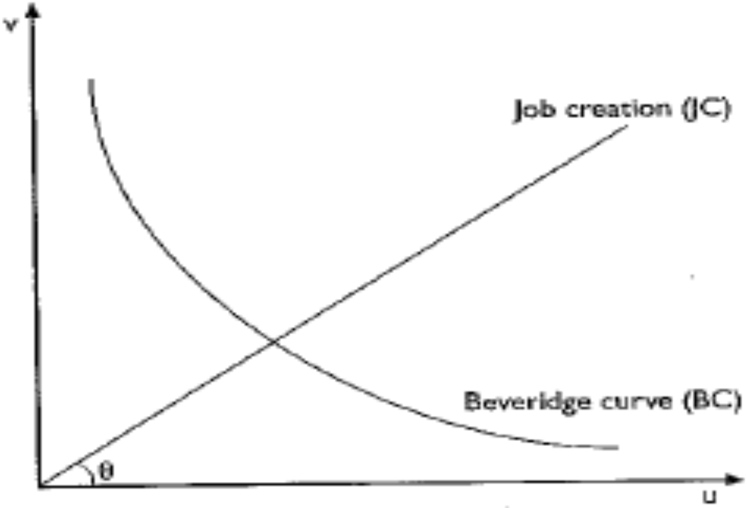
$$\begin{aligned} u &= \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}, && (12) \\ w &= (1-\beta)z + \beta p(1 + c\theta), && (13) \\ \frac{pc}{q(\theta)} &= \frac{p-w}{r+\lambda} (= J). && (14) \end{aligned}$$

Combine the last two to get rid of w. This leads to the following equation in θ:

$$\frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p - (1-\beta)z - \beta p(1 + c\theta)}{r+\lambda}. \tag{15}$$

This equation is solved by a unique θ^* consistent with Nash bargaining and free entry. Next substitute θ^* in (12) and (13) to obtain u^* and w^*. Finally, $v^* = \theta^* u^*$.

Steady State



Comparative Statics: p Shock and λ Shock

We focus on steady states and ignore the dynamics.

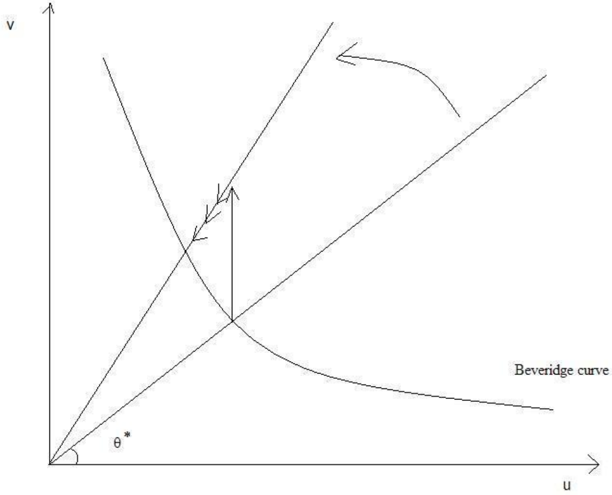
p-shock:

- Figure on the following slide shows the change in Job Creation (JC) curve after an increase in p.
- Beveridge Curve (BC) unchanged in this case, so that $u^* \downarrow$, $v^* \uparrow$.
- Analogous analysis for comparative statics in z, c, r and β

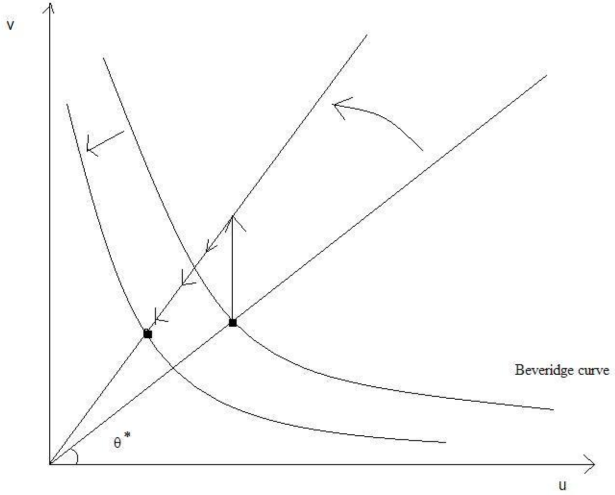
λ shock:

- Figure on slide 29 depicts change in Job Creation and Beveridge Curve after a decrease in λ.
- The JC curve moves up and the BC curve moves inward.
- u^* decreases and the effect on v^* is ambiguous.

Unanticipated productivity shock ($p \uparrow$, please ignore dynamics)



Unanticipated separation shock ($\lambda \downarrow$, please ignore dynamics)



Evidencia

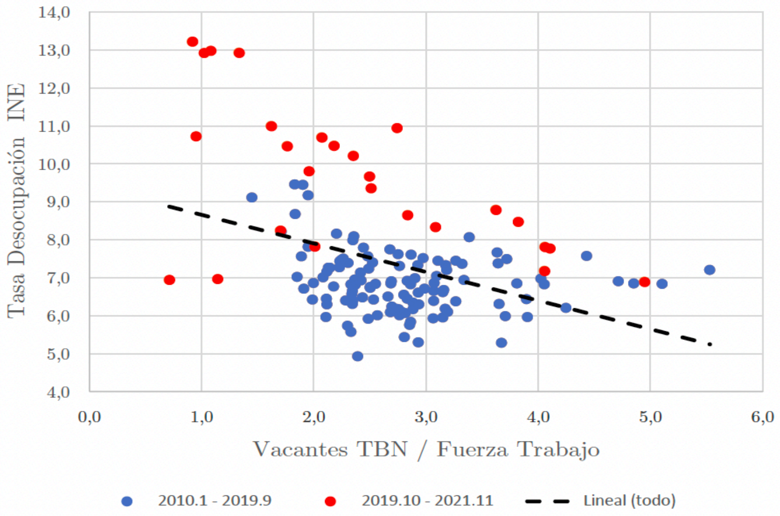
Curva de Beveridge: Evidencia

Concepto teórico: relación de estado estacionario.

En la práctica, se grafica V vs. U, de los datos.

No (necesariamente) son estados estacionarios.

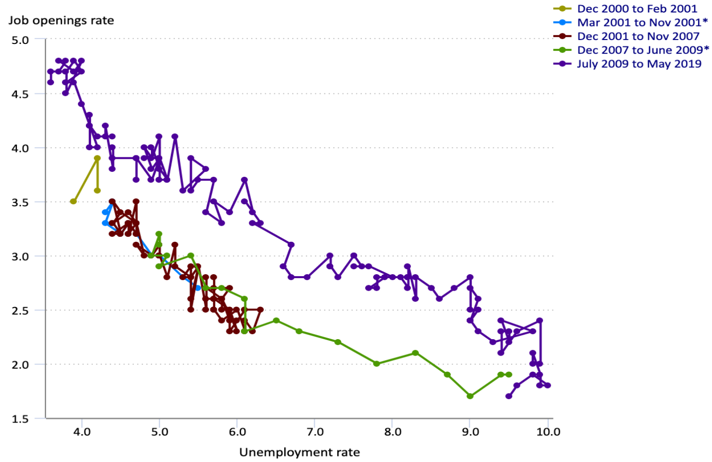
Curva de Beveridge (es u vs. v) para Chile: Villena (2022)



Beveridge curve: United States

The Beveridge Curve (job openings rate vs. unemployment rate), seasonally adjusted

Click and drag within the chart to zoom in on time periods



Interpretando la Curva de Beveridge empírica

Supuesto clave:

- Puntos de la Curva de Beverdige observada

Movimientos a lo largo de la curva:

- Corresponden a shocks de productividad, p.
- Movimientos hacia arriba: $p \uparrow$.
- Movimientos hacia abajo: $p \downarrow$.
- También podrían ser shocks a c, β, r y z.

Movimiento entre curvas de Beveridge:

- Corresponde a variaciones de λ en el modelo.
- Ejemplo: Ver pág. 33. En 2007-08 hubo un gran shock negativo de productividad, que fue seguido de una trayectoria en sentido contrario a las agujas del reloj. Eventualmente, este shock se revierte y la economía retorna a niveles bajos de desempleo, pero en una curva de Beveridge que parece haberse desplazado hacia arriba (mercado laboral menos eficiente).

Resumiendo:

- Los shocks de productividad explican la dinámica de corto plazo, la cual en primera aproximación es a lo largo de la curva de Beveridge.
- Un incremento de la tasa de separación podría explicar el desplazamiento de la curva de Beveridge hacia arriba en una perspectiva de mediano plazo.

Eficiencia

Eficiencia del equilibrio en el modelo DMP

La tasa de desempleo óptima no es cero.

- Para tener una tasa de desempleo baja se requiere un gran número de vacantes, lo cual consume recursos. Luego es perfectamente posible tener demasiadas vacantes y un desempleo inferior al socialmente óptimo.
- Por otra parte, los desempleados también representan un costo social en estos modelos, pues no producen. Luego también se puede tener una tasa de desempleo más alta de la socialmente óptima.
- En general, en los modelos de búsqueda el rol de vacantes y desempleados es simétrico al igual que el rol de trabajos activos y trabajadores empleados.

Dos fuentes de ineficiencia:

1. Externalidad de congestión.
2. Problemas de apropiabilidad.

Externalidad de congestión

Un incremento en la búsqueda induce una externalidad positiva al otro lado del mercado:

- Más desempleados buscando reduce la duración de las vacantes.
- Más vacantes reduce la duración del desempleo.

Como m es homogénea de grado uno, un incremento en la búsqueda induce una externalidad negativa en el mismo lado del mercado:

- Más desempleo aumenta el tiempo esperado de un desempleado para encontrar trabajo: $m(uL, vL)/uL = \theta q(\theta)$ decreciente en u.
- Más vacantes aumenta el tiempo esperado para llenar una vacante: $m(uL, vL)/vL = q(\theta)$ decreciente en v.

Problema de apropiabilidad

La firma paga todo el costo de postear una vacancia pero se apropia de solo parte del beneficio de llenarla.

Luego los incentivos para postear vacancias son menores que los óptimos.

Se trata del problema de hold-up descrito en Grout (Econometrica, 1984).

De manera análoga, un trabajador paga todos los costos de buscar trabajo (el costo de oportunidad: $w - z$) pero recibe sólo parte del valor social que se crea cuando lo encuentra.

Asignación eficiente: Condición de Hosios

Cambios en el poder negociador de los trabajadores, β, aumentan la importancia de algunas externalidades y disminuyen la relevancia de otras. Lo cual sugiere la posibilidad de que existe un β óptimo.

Hosios (REStud, 1990) mostró que el estado estacionario del modelo DMP será eficiente si y sólo si

$$\beta = \eta(\theta),$$

donde $\eta(\theta)$ es la elasticidad de la tasa a la cual se llenan las vacantes respecto del parámetro θ de estrechez de mercado:

$$\eta(\theta) \equiv -\frac{\theta q'(\theta)}{q(\theta)}.$$

La interpretación de esta condición no es directa, por eso vimos las intuiciones de las láminas que lo preceden.

Fuentes y Bibliografía

Este documento se basa en el ppt de Guiseppe Moscarini de Yale, quien a su vez sigue de cerca el capítulo 1 del libro de Pissarides, *Unemployment Equilibrium Theory*, MIT Press, 2nd Ed., 2000. Se ha posteado este capítulo.

ENECO 630 – Macroeconomía I

Desempleo

Cátedras D2
Modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides

Eduardo Engel
ENECO 630. Macroeconomía I
Magíster y Doctorado en Economía, FEN, U. de Chile.
Esta versión: Abril 13, 2025.