Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	Abril 25, 2024
Semestre	: Otoño 2024	
Profesor	: Eduardo Engel	
Ayudantes	: Miguel Del Valle y Gabriela Jaque	
Guía	: No. 4	
Entrega	: Viernes 3 de mayo, antes de las 8am	

1. **Modelo q con depreciación**

   En esta pregunta incorporamos la depreciación al modelo q visto en clases. El problema que sigue es fundamentalmente distinto a la pregunta de semestres anteriores, por lo cual le recomendamos que no mire las soluciones de esos semestres.

   Los supuestos son los mismos que vimos en clases cuando analizamos la dinámica del modelo q: $p_{K,t} = 1$, $x_t = x$, $\Pi_{KK} < 0$. La única diferencia es que la forma que toman los costos de ajuste cuadráticos es la siguiente:

   $$C(I, K) = \frac{b}{2} \frac{(I - \delta K)^2}{K}.$$

   (a) Explique por qué es razonable reemplazar el término I^2 en la expresión para $C(I, K)$ que vimos en clases por $(I - \delta K)^2$.

   (b) Use el Método Hamiltoniano para derivar una expresión para I/K en función de q. Compare con la expresión que obtuvimos cuando $\delta = 0$. Explique la diferencia.

   (c) Use el Método Hamiltoniano para expresar $\dot{q}$ en función de K y q. Use esta expresión y la expresión que obtuvo en la parte anterior para obtener los valores de estado estacionario de q y K. Compare con los valores que obtuvimos en clases cuando $\delta = 0$. Si son iguales, explique por qué. Si son distintos, determina cuál es mayor y explique por qué.

   Ayuda: Uno es igual y el otro distinto.

   (d) Muestre formalmente que el lugar geométrico que define $\dot{q} = 0$ en el plano (K, q) es decreciente para valores de q cercanos a uno. En lo que sigue puede suponer que es decreciente en todo el plano.

   (e) Determine en qué dirección se mueven K y q en cada una de las cuatro regiones del plano (K, q) que definen los lugares geométricos $\dot{K} = 0$ y $\dot{q} = 0$. Concluya que existe un brazo estable.

   (f) La economía parte en estado estacionario cuando, inesperadamente, la tasa de depreciación δ aumenta. Considere primero el caso en que el aumento es permanente y luego el caso en que se sabe que durará un período fijo T. Use un diagrama de fase para describir la dinámica de q y K luego de este shock-tipo-MIT en los dos escenarios.

2. **Costos externos de ajuste**

   Los costos de ajuste vistos en clases son *internos* a la firma, en este problema consideramos costos *externos*.

   El tiempo es continuo. Asuma que existe un gran número de firmas, cada una de ellas resolviendo el mismo problema. Denotaremos las variables a nivel de firma con minúsculas: k_t para el capital e i_t para la inversión en t. Las variables agregadas las denotaremos con mayúsculas: K_t para capital agregado e I_t para inversión agregada en t. Asuma que no existen costos internos de ajuste, es decir, $C(i, k) = 0$, pero que el precio del bien de inversión es una función de la inversión agregada, $p(I_t)$, con $p' > 0$. Denote por $\Pi(k_t)$ los beneficios de una firma que opera con un stock de capital k_t, donde $\Pi' > 0$ y $\Pi'' < 0$. Asuma que existe depreciación $\delta \in (0, 1)$, y que la tasa de interés real es r.

   (a) Escriba el problema de una firma que toma la inversión agregada como dada.

(b) A partir del Hamiltoniano en valor corriente y tomando como dadas las variables agregadas obtenga las ecuaciones de primer orden. Obtenga una expresión para el q de tobin marginal. ¿Varía esta expresión en el tiempo? ¿Satisface la firma una versión modificada de la regla de inversión de costos de usuario del modelo neoclásico?

(c) Notando que en equilibrio el capital e inversión agregados deben satisfacer que $K = k$ e $I = i$, caracterice el estado estacionario y muestre que el nivel de capital correspondiente, K_{EE}, satisface

$$\Pi'(K_{EE}) = (\delta + r)p(\delta K_{EE}).$$

Determine también la dinámica de la economía en el espacio (K, I), dibuje el diagrama de fase correspondiente y muestre que existe un brazo estable. Finalmente, explique por qué en este problema, y a diferencia de lo que sucede con costos de ajuste internos, I será la variable de salto.

(d) A continuación consideramos el efecto de un subsidio a la inversión, el cual modelamos como una reducción en el precio de los bienes de inversión desde $p(I)$ hasta $(1-\tau)p(I)$, donde $\tau > 0$ es el subsidio. Suponga que la economía se encuentra en estado estacionario con $\tau = 0$ cuando, de manera sorpresiva y permanente, se implementa el subsidio $\tau > 0$. Muestre que el capital del nuevo estado estacionario será mayor que en el estado estacionario original y use un diagrama de fase para describir la dinámica hacia el nuevo estado estacionario.

(e) Asuma ahora que existe una única firma en la economía. Esta firma actúa como monopsonista en el mercado de bienes de inversión, es decir, la firma internaliza que si invierte I enfrentará un precio $p(I)$. Asuma que la elasticidad-precio de los bienes de inversión es constante, es decir, $p(I) = I^\eta$ con $\eta > 1$. Resuelva el problema de la firma y explique cómo cambia el nivel de capital (e inversión) de estado estacionario comparado a lo visto en (c).

Ayuda: Haga toda la derivación en función de $p(I)$, sin usar que $p(I) = I^\eta$, salvo cuando obtenga una expresión $p'(I)I/p(I)$ que puede reemplazar por η.

3. **Ajuste cuadrático y proceso AR(1)**

Considere el modelo de costos de ajuste cuadráticos visto en clases que lleva al modelo de ajuste parcial

$$y_t = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)y_t^*,$$

donde α y δ toman valores entre 0 y 1 y son función del parámetro que caracteriza los costos de ajuste y de la tasa de descuento. También, y_t^* denota el target dinámico que viene dado por

$$y_t^* = (1-\delta)\sum_{j\geq 0} \delta^j \mathrm{E}_t \hat{y}_{t+j},$$

donde $\hat{y}_t$ denota el target estático.

A continuación consideramos el caso en que $\hat{y}_t$ sigue un AR(1),

$$\hat{y}_t = \phi \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t$$

con $0 < \phi < 1$.

(a) Muestre que y_t sigue un AR(2). Es decir, muestre que existen constantes c_1 y c_2 y un ruido blanco v_t tales que y_t satisface

$$(1 - c_1 L)(1 - c_2 L) y_t = v_t,$$

con $|c_1| < 1$ y $|c_2| < 1$. O, equivalentemente,

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + v_t,$$

con $a_1 = c_1 + c_2$ y $a_2 = -c_1 c_2$.

Encuentre expresiones para c_1 y c_2 en función de α y ϕ y para v_t en función de ε, α y ϕ.

Ayuda: Use operadores que son función de L.

(b) ¿Qué condición deben cumplir α y ϕ para que la respuesta al impulso unitario de y_t tenga forma de joroba?

(c) Suponga que la investigadora sabe que $\hat{y}_t$ sigue un AR(1) pero no conoce el valor de ϕ. ¿Es posible inferir los valores del parámetro α que determina los costos de ajuste a partir de los coeficientes estimados para un AR(2)? Justifique.

4. **Costos no convexos de ajuste y determinantes de la IRF**

La economía se compone de dos firmas. k_i denota el logaritmo del capital de la firma i-ésima justo antes de decidir si invierte o no, k_i^* el logaritmo del capital que tendría si no hubiera costos de ajuste, $i = 1, 2$. El capital no se deprecia.

Existen costos fijos de ajuste, por lo cual las firmas siguen la siguiente regla Ss para ajustar su capital:

- Si $|z_i| < 0,2$, la firma no ajusta su capital.
- Si $|z_i| \geq 0,2$, la firma invierte (o desinvierte) una fracción z_i, de modo que $\Delta k_i = z_i$.

La tasa de inversión agregada se define como

$$\frac{I}{K} \equiv \frac{1}{2}[\Delta k_1 + \Delta k_2].$$

La respuesta al impulso unitario instantánea, I_0, se define como

$$I_0 = \frac{\text{Cambio en } I/K \text{ producto del shock agregado}}{\text{Tamaño del shock agregado}}.$$

(a) Suponga que inicialmente $k_1 = k_2$ y $z_1 = z_2 = 0$. Luego se materializa un shock agregado igual a 0,1, de modo que z_1 y z_2 crecen en 0,1. Ahora las firmas deciden si ajustan o no su capital. Determine I/K e I_0.

(b) Repita la parte (a) pero ahora suponga que $z_1 = 0,1$ y $z_2 = -0,1$.

(c) Use sus respuestas en (a) y (b) para concluir que para un modelo Ss, la respuesta al impulso unitario del agregado de interés no se puede calcular si solo se conocen los valores agregados de la variable y los shocks.

(d) Contraste su conclusión de (c) con lo que sucede para un modelo de ajuste cuadrático o un modelo de Calvo.