

Fuente: Examen Final de Econometría II 2021

2. (50 puntos) Considere el modelo de mixture de normales:

$$\psi_i \sim \begin{cases} N(\mu_1, \sigma_1^2) & \text{si } \sigma_i = 1 \\ N(\mu_2, \sigma_2^2) & \text{si } \sigma_i = 2 \end{cases} \quad (1)$$

donde σ_i no es observable por el econometrista.

- **(a) (10 puntos)** Asuma que $\sigma_i = 1$ ocurre con probabilidad π . Encuentre $E(\psi_i)$ y $V(\psi_i)$.
- **(b) (10 puntos)** La función generadora de momentos de una mixture de normales es:

$$M(\tau) = \pi e^{\mu_1 \tau + 0,5 \sigma_1^2 \tau^2} + (1 - \pi) e^{\mu_2 \tau + 0,5 \sigma_2^2 \tau^2} \quad (2)$$

Utilícela para verificar los resultados encontrados en el inciso anterior.¹

- **(c) (10 puntos)** Use la información precedente para obtener la skewness de ψ , asumiendo que sabe que $\mu_1 = \mu_2$.
- **(d) (10 puntos)** ¿Cómo utilizaría la información precedente para obtener estimadores de los parámetros utilizando GMM? Sea explícito respecto a los pasos a seguir.
- **(e) (10 puntos)** Asumiendo que cuenta con estimadores de los parámetros del modelo de mixtures, presente un algoritmo para generar muestras artificiales de σ dado un valor de $\psi = \psi^*$.

¹Esto quiere decir que su respuesta al inciso anterior no pudo derivarse utilizando la función generadora de momentos.