

Fuente: Examen Final de Econometría II 2021

1. (40 puntos) Dos de las propiedades que suelen asociarse a series financieras son exceso de kurtosis y clustering de volatilidad (donde los periodos de alta volatilidad se agrupan). Un investigador sugiere utilizar el modelo $y_t = u_t h_t$, donde $u_t \sim N(0, 1)$ y

$$h_t^2 = \alpha + \gamma y_{t-1}^2 \quad (1)$$

para capturar estas propiedades.

- **a) (5 puntos)** Encuentre la varianza incondicional de y y denótela por $\sigma^2 = E(y_t^2)$. [Indique las condiciones que deben satisfacer los parámetros α y γ para que σ^2 exista].
- **b) (10 puntos)** Demuestre que $Cov(y_t, y_{t-s}) = 0$ para $s \neq 0$. Demuestre que existe clustering de volatilidades (i.e. $Cov(y_t^2, y_{t-s}^2) > 0$).
- **c) (20 puntos)** Demuestre que y presenta leptokurtosis (i.e. derive $E(y_t^4)$ y $\kappa = E(y_t^4)/\sigma^4 - 3$).
- **d) (5 puntos)** Si encuentra que el estimador de γ para el modelo es de 0.5, ¿puede este proceso ser consistente con un exceso de kurtosis de 10? De no ser así, ¿qué sugiere para capturar este hecho?