

## Guía 3, Segunda Parte

Nombre: Alberto Belmar **Rut**: 19.801.271-8

## Restricciones al crédito internacional (basado en Cohen y Sachs, 1. 1986)

a.

## Respuesta

Primero, tendremos que por el lado de los hogares, el problema de maximización será:

$$\begin{aligned} & \underset{c(t)}{\text{m\'ax}} & & \int e^{nt}e^{-\rho t}u[c(t)]dt \\ & s.a & \dot{a}_i = a_i(r-n_i) + w_i - c_i \\ & & a_i \geq (1-\lambda)k_i \\ & & \lim_{t \to \infty} v(t)a_i = 0 \\ & & a_i(0) \ dado \end{aligned}$$

No obstante, como la restricción  $a_i \geq (1 - \lambda)k_i$  no está activa, su multiplicador de Lagrange será cero y por ende, el Hamiltoniano quedaría:

$$H = e^{(n_i - \rho)t} \frac{c_i^{1-\theta}}{1-\theta} + v(t) \left[ a_i(r - n_i) + w_i - c_i \right]$$

Luego, las CPO:

$$\frac{\partial H}{\partial c_i} = e^{(n_i - \rho)t} c_i^{-\theta} = v(t) \tag{1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial c_i} = e^{(n_i - \rho)t} c_i^{-\theta} = v(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a_i} = (r - n_i)v(t) = -\dot{v}$$
(1)

Si derivamos (1) con respecto al tiempo:

$$(n_i - \rho)e^{(n_i - \rho)t}c_i^{-\theta} - e^{(n_i - \rho)t}\theta c_i^{-\theta - 1}\dot{c}_i = \dot{v}$$
(3)

Reemplazando (1) y (3) en (2) y simplificando a ambos lados  $e^{(n_i-\rho)t}$ :

$$(r - n_i)c_i^{-\theta} = \theta c_i^{-\theta - 1} \dot{c}_i - (n_i - \rho)c_i^{-\theta}$$
$$\frac{\dot{c}_i}{c_i} = \frac{1}{\theta}[r - \rho]$$

Ahora bien, para escribir la dinámica del consumo por trabajador efectivo, tomamos en cuenta que  $\hat{c} = ce^{-x_i t} \implies \dot{\hat{c}} = \dot{c}e^{-x_i t} - x_i ce^{-x_i t} \implies \dot{c} = \dot{\hat{c}}e^{x_i t} + cx_i$ . Por lo tanto, tendremos que:

$$\begin{array}{cccc} \frac{\dot{c}_i e^{x_i t} + c_i x_i}{\hat{c}_i e^{x_i t}} &=& \frac{1}{\theta} [r - \rho] \\ \\ \frac{\dot{c}_i}{\hat{c}_i} + \frac{\hat{c}_i e^{x_i t} x_i}{\hat{c}_i e^{x_i t}} &=& \frac{1}{\theta} [r - \rho] \\ \\ \frac{\dot{c}_i}{\hat{c}_i} &=& \frac{1}{\theta} [r - \rho - \theta x_i] \end{array}$$



Por otra parte, el problema de maximización de las empresas viene dado por:

$$\pi = F(K, \widehat{L}) - (r + \delta)K - wL$$
$$= \widehat{L}[f(\widehat{k}_i) - (r + \delta)\widehat{k}_i - we^{-x_i t}]$$

Luego, tendremos que las CPO serán:

$$f'(\widehat{k}_i) = r + \delta_i \tag{4}$$

$$(f(\widehat{k}_i) - \widehat{k}f'(\widehat{k}_i))e^{xt} = w_i \tag{5}$$

Llegando finalmente a todas las CPO del problema cuando la segunda restricción no está activa.

b.

#### Respuesta

Para comenzar, notamos que los consumidores en este problema cumplen con  $\rho_i + \theta_i x_i > r$ , es decir, son impacientes y por ende, prefierán consumir en el presente, lo cual se logra endeudándose o desacumulando activos en el tiempo.

De esta forma, como la economía comienza con un  $a_i(0)$  que suponemos suficientemente grande, tendremos en un comienzo que  $d_i < \lambda k_i$ . No obstante, como esta economía comenzará a desacumular activos, se llegará a un período en el que  $d_i = \lambda k_i$ , es decir, los agente van a consumir y contraer deuda, por lo que la restricción estará activa debido a la impaciencia.

Ahora bien, para encontrar una expresión cuando la segunda restricción está activa, comenzamos por reemplazar las ecuaciones (4) y (5) en la restricción de activos, quedando:

$$\dot{a}_i = w_i + (r - n_i)a_i - c_i 
\hat{a}_i e^{x_i t} x_i + \dot{\hat{a}}_i e^{x_i t} = [f(\hat{k}_i) - \hat{k}_i \cdot f'(\hat{k}_i)] \cdot e^{x_i t} + (r - n_i)\hat{a}_i e^{x_i t} - \hat{c}_i e^{x_i t}$$

Donde para llegar a la última expresión, también ocupamos el hecho de que  $c_i = \hat{c}_i e^{x_i t}$ ,  $a_i = \hat{a}_i e^{x_i t}$  y  $\dot{a}_i = \hat{a}_i x_i e^{x_i t} + \dot{a}_i e^{x_i t}$ . Por tanto, tendremos que la evolución de los activos para los hogares será:

$$\dot{\hat{a}}_{i} = f(\hat{k}_{i}) + (r - n_{i} - x_{i})\hat{a}_{i} - f'(\hat{k}_{i})\hat{k}_{i} - \hat{c}_{i} 
\dot{\hat{a}}_{i} = f(\hat{k}_{i}) + (r - n_{i} - x_{i})\hat{a}_{i} - (r + \delta_{i})\hat{k}_{i} - \hat{c}_{i} 
\dot{\hat{a}}_{i} = f(\hat{k}_{i}) - (r + \delta_{i})(\hat{k}_{i} - \hat{a}_{i}) - (x_{i} + n_{i} + \delta_{i})\hat{a}_{i} - \hat{c}_{i}$$

Así, como la restricción de la deuda está activa, tendremos que:

$$d_{i} = \lambda k_{i} \Longrightarrow \hat{d}_{i} = \lambda \hat{k}_{i}$$

$$a_{i} = (1 - \lambda)k_{i} \Longrightarrow \hat{a}_{i} = (1 - \lambda)\hat{k}_{i} \Longrightarrow \dot{\hat{a}}_{i} = (1 - \lambda)\dot{\hat{k}}_{i}$$

Luego, si reemplazamos lo anterior en la restricción de activos:

$$\dot{\hat{k}}_i = \frac{1}{1-\lambda} \left[ f(\hat{k}_i) - (r+\delta_i)\lambda \hat{k}_i - (x_i + n_i + \delta_i)(1-\lambda)\hat{k}_i - \hat{c}_i \right]$$



Por último, vamos a derivar la trayectoria del consumo por trabajador efectivo cuando la segunda restricción está activa. Para ello, tenemos que el problema de maximización es:

$$\max_{c(t)} \int e^{nt} e^{-\rho t} u[\hat{c}(t)] dt$$

$$s.a \quad \dot{\hat{a}}_i = f(\hat{k}_i) - (r + \delta_i) \lambda \hat{k}_i - (x_i + n_i + \delta_i) (1 - \lambda) \hat{k}_i - \hat{c}_i$$

$$a(0) \ dado$$

Por ende, el Hamiltoniano nos queda:

$$H = \frac{\hat{c}_i^{1-\theta}}{1-\theta} e^{[(1-\theta)x_i - \rho + n_i]t} + v(t) \frac{1}{1-\lambda} \left[ f(\hat{k}_i) - (r+\delta_i)\lambda \hat{k}_i - (x_i + n_i + \delta_i)(1-\lambda)\hat{k}_i - \hat{c}_i \right]$$

Luego, las CPO serán:

$$\frac{\partial H}{\partial \hat{c}_i} = \hat{c}_i^{-\theta} e^{[(1-\theta)x_i - \rho + n_i]t} - \frac{v(t)}{1-\lambda} = 0$$
(6)

$$\frac{\partial H}{\partial \hat{k}_i} = \frac{v(t)}{1-\lambda} \left[ f'(\hat{k}_i) - (r+\delta_i)\lambda - (x_i + n_i + \delta_i)(1-\lambda) \right] = -\dot{v}$$
 (7)

Si derivamos (6) con respecto al tiempo:

$$\frac{\dot{v}}{1-\lambda} = -\theta \hat{c}_i^{-\theta-1} \dot{\hat{c}}_i e^{[(1-\theta)x_i - \rho + n_i]t} + \hat{c}_i^{-\theta} [(1-\theta)x_i - \rho + n_i] e^{[(1-\theta)x_i - \rho + n_i]t}$$
(8)

Ahora, reemplazamos (6) y (8) en (7), y simplificando, nos queda:

$$\hat{c}_{i}^{-\theta} \left[ f'(\hat{k}_{i}) - (r + \delta_{i})\lambda - (x_{i} + n_{i} + \delta_{i})(1 - \lambda) \right] = \left[ \theta \hat{c}_{i}^{-\theta - 1} \dot{\hat{c}}_{i} - \hat{c}_{i}^{-\theta} [(1 - \theta)x_{i} - \rho + n_{i}] \right] (1 - \lambda)$$

$$f'(\hat{k}_{i}) - \lambda r - \delta_{i} - (1 - \lambda)(n_{i} + x_{i}) = \left[ \theta \frac{\dot{\hat{c}}_{i}}{\hat{c}_{i}} - [(1 - \theta)x_{i} - \rho + n_{i}] \right] (1 - \lambda)$$

Entonces, la trayectoria del consumo por trabajador efectivo será:

$$\frac{\dot{\hat{c}}_i}{\hat{c}_i} = \frac{1}{\theta} \left[ \frac{f'(\hat{k}_i) - \lambda r - \delta_i}{1 - \lambda} - (\theta x_i + \rho) \right]$$

c.

#### Respuesta

Como hemos visto, en este modelo las dinámicas vienen representadas por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\hat{k}}_i = \frac{1}{1-\lambda} \left[ f(\hat{k}_i) - (r+\delta_i)\lambda \hat{k}_i - (x_i+n_i+\delta_i)(1-\lambda)\hat{k}_i - \hat{c}_i \right]$$
(9)

$$\frac{\dot{\hat{c}}_i}{\hat{c}_i} = \frac{1}{\theta} \left[ \frac{f'(\hat{k}_i) - \lambda r - \delta_i}{1 - \lambda} - (\theta x_i + \rho) \right]$$
(10)

De esta forma, tendremos que considerar los siguientes 3 casos:



i.-  $\lambda=0$ : Como no se puede obtener crédito, puesto que ninguna fracción de capital es colaterizable, tendremos que las dinámicas convergerán al caso de economía cerrada. Es decir:

$$\frac{\dot{\hat{c}}_i}{\hat{c}_i} = \frac{1}{\theta} [f'(\hat{k}_i) - \delta_i - (\theta x_i + \rho)]$$

Notar que  $\hat{d}_i = 0$  implica que  $\hat{k}_i = \hat{a}_i$ .

ii.-  $0 < \lambda < 1$ : Para este caso, tenemos que la tasa relevante será una combinación entre la tasa internacional r y la impaciencia de los agentes  $\theta_i x_i + \rho_i$ . Por tanto, la dinámica del consumo se mantiene:

$$\frac{\dot{\hat{c}}_i}{\hat{c}_i} = \frac{1}{\theta} \left[ \frac{f'(\hat{k}_i) - \lambda r - \delta_i}{1 - \lambda} - (\theta x_i + \rho) \right]$$

Así, habrá una fracción de capital que se obtiene a tasa  $1-\lambda$  y otra a tasa r, lo que se internaliza en el consumo.

iii.-  $\lambda \to 1$ : En este último caso, tendremos que  $\hat{k}_i \to \infty$ . La intuición es que todo el capital que tiene la economía es colaterizable, es decir, tiende al caso donde no hay restricción de créditos y la economía tiene activos suficientes para ajustar el capital instántaneamente. Por ende, si aplicamos límites a la tasa de crecimiento de  $\hat{c}$ , tendremos que:

$$\lim_{\lambda \to 1} \frac{\dot{\hat{c}}_i}{\hat{c}_i} = \frac{1}{\theta} \frac{[-r + \rho_i + x_i \theta_i]}{-1}$$

Donde se llega a la última expresión aplicando L'hopital y el límite. Además, como  $\theta_i x_i + \rho_i > r$ , se llega a que el consumo decrece asintóticamente a cero. La intuición de esto es que los consumidores son impacientes, por lo que prefieren consumir más en un comienzo.

d.

## Respuesta

Con el fin de encontrar el capital en estado estacionario, reemplazamos en (10)  $\dot{\hat{c}}_i = 0$ , quedando:

$$f'(\hat{k}_{EE}) - \delta_i = \lambda r + (1 - \lambda)(\theta_i x_i + \rho_i)$$
  
$$f'(\hat{k}_{EE}) = \lambda r + (1 - \lambda)(\theta_i x_i + \rho_i) + \delta_i$$

A partir de la ecuación anterior, podríamos despejar el  $\hat{k}_{EE}$  si conocieramos  $f(\hat{k})$ . Ahora bien, para ver como depende  $\hat{k}$  de r:

$$\frac{\partial f'(\hat{k})}{\partial r} = \lambda > 0 \implies \frac{\partial \hat{k}}{\partial r} < 0$$

Notamos que el capital por trabajador efectivo depende negativamente de la tasa de interés. Es decir, a mayor costo del capital, menor es la demanda por el mismo. Lo anterior, producto de los rendimientos decrecientes de este factor de producción.

Por otra parte, para  $\lambda$ , tenemos que:

$$\frac{\partial f'(\hat{k})}{\partial \lambda} = r - \theta_i x_i - \rho_i < 0 \implies \frac{\partial \hat{k}}{\partial \lambda} > 0$$



Lo anterior, puesto que se cumple  $\rho_i + \theta_i x_i > r$ . Por tanto, si aumenta  $\lambda$ , también lo hace  $\hat{k}$ . Es decir, a mayor sea la capacidad de endeudamiento, se demanda más capital.

e.

#### Respuesta

Para evaluar como se ven afectadas las dinámicas de transición por el parámetro  $\lambda$ , tendremos dos casos:

i.- Cuando  $\lambda = 1$ , todo el capital es colaterizable y por ende, se cumple que:

$$f'(k) = r + \delta_i$$

Tendremos que el ajuste del capital será instántaneo y la transición tendrá velocidad infinita de ajuste, ya que los capitales entran y salen sin fricciones.

ii.- Cuando  $\lambda = 0$ , el problema converge al de economía cerrada, donde se cumple que:

$$f'(\hat{k}_i) = \rho_i + \theta_i x_i + \delta_i$$

Por lo tanto, el nivel de capital no depende de r. Luego, las dinámicas de transición serán las clásicas de economía cerrada.

Luego, imponiendo  $\dot{k}_i = 0$  en las dinámicas del modelo vistas en la pregunta c., llegamos al siguiente consumo:

$$\hat{c}_i = f(\hat{k}_i) - (r + \delta_i)\lambda \hat{k}_i - (x_i + n_i + \delta_i)(1 - \lambda)\hat{k}_i$$

Para ver cómo varía el consumo cuando lo hace  $\lambda$ :

$$\frac{\partial \hat{c}_i}{\partial \lambda} = -(r - n_i - x_i)\hat{k}_i < 0$$

De esta forma, como por condición de transversalidad  $r > n_i + x_i$ , tendremos que para cualquier  $\hat{k}_i$ , el consumo será decreciente en  $\lambda$ . Lo anterior, implica que el nivel de capital que lleva a que el nivel de consumo sea el máximo posible (capital de RD), será decreciente en  $\lambda$ .

## 2. Una función de producción lineal

a.

#### Respuesta

Para comenzar, sabemos que la función de producción neoclásica cumple con las siguientes cuatro condiciones:

- i. Retornos constantes a escala
- ii. Rendimientos decrecientes en los factores de producción
- iii. Condiciones de inada



iv. Insumos escenciales

Ahora bien, tenemos la siguiente función de producción:

$$Y = AK + BL$$

Con ella, vamos a probar cada una de las condiciones mencionadas anteriormente para evaluar si esta función de producción cumple con ser neoclásica.

i. Se cumple RCE:

$$F(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K) + B(\lambda L) = \lambda (AK + BL) = \lambda F(K, L)$$

ii. Se cumple  $Pmg_{K,L}$  positiva, pero no es decreciente en cada insumo:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = A > 0 \implies \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = B > 0 \implies \frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = 0$$

iii. No se cumplen condiciones de inada:

$$\lim_{K \to 0} Pmg_K = A, \lim_{K \to \infty} Pmg_K = A$$

$$\lim_{L \to 0} Pmg_L = B, \ \lim_{L \to \infty} Pmg_L = B$$

iv. Esta última condición es una implicancia de las primeras tres condiciones, pero como dos de ellas no se cumplen, los insumos no se consideran esenciales.

Por lo tanto, concluímos que esta no es una función de producción neoclásica, ya que el producto marginal del capital y del trabajo no es decreciente, no se cumplen las condiciones de inada y los insumos no son escenciales.

b.

#### Respuesta

Si dividimos la función de producción por L, tenemos que:

$$Y = AK + BL$$

$$y = Ak + B$$

Llegando al producto por persona como función del capital por persona. Por otra parte, para obtener producto marginal de k:

$$\frac{\partial y}{\partial k} = A$$

Mientras que el producto promedio o medio de k:

$$\frac{y}{k} = A + \frac{B}{k}$$



c.

#### Respuesta

Sabemos que la variación de activos de los hogares viene dada por:

$$\dot{a} = ra + w - c - na$$

Como se asume que en el modelo AK la economía es cerrada, tenemos que k=a. Reemplazando esto último en la restricción de activos de los hogares:

$$\dot{k} = rk + w - c - nk \tag{11}$$

Ahora bien, para obtener expresiones de r y w, recordemos las CPO estudiadas en clases, donde:

$$f'(k) - \delta = r$$
  
$$f(k) - kf'(k) = w$$

Reemplazando en las ecuaciones anteriores f(k) = Ak + B y f'(k) = A:

$$A - \delta = r$$
$$B = w$$

Reemplazando lo anterior en la ecuación (11):

$$\dot{k} = (A - \delta - n)k + B - c \tag{12}$$

Obteniendo la ecuación fundamental del modelo de Solow-Swan ajustada a este problema.

d.

#### Respuesta

Por un lado, para que este modelo tenga un estado estacionario sin crecimiento del capital per cápita como en el modelo de Solow-Swan, el capital debe presentar rendimientos decrecientes, es decir,  $\frac{\partial^2 y}{\partial k^2} < 0$ . Sin embargo, observamos que en este caso  $\frac{\partial^2 y}{\partial k^2} = 0$ . Dicho de otra forma, debe ocurrir que el  $\alpha$  al cual está elevado k en la función de producción deje de ser 1, pasando a estar entre 0 y 1.

Otra forma más matemática de verlo, es pensar en la siguiente ecuación que describe la tasa de crecimiento del capital:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{s(Ak+B)}{k} - (n+\delta)$$

Luego, para que el capital per cápita no crezca en estado estacionario, su tasa decrecimiento debe ser igual a 0, es decir,  $\frac{k}{k}$ =0. Por ende, se debiese cumplir que:

$$s(Ak^* + B) = (n + \delta)k^*$$

Por otro lado, para que el modelo presente crecimiento endógeno, debe ocurrir que las variables per cápita crezcan a una tasa constante, no habiendo dinámica de transición ya que nunca se llega



a un estado estacionario. En este modelo, si reescribimos la ecuación (12):

$$c = (A - \delta - n)k + B - \dot{k}$$

$$\frac{c}{k} = (A - \delta - n) + \frac{B}{k} - \frac{\dot{k}}{k}$$

Vemos que  $\frac{c}{k}$  no es constante, ya que depende de  $\frac{B}{k}$ . Por lo tanto, para que haya crecimiento endógeno y k crezca a la misma tasa que c, debe ocurrir que B=0 o que B=k en todo momento.

Notamos que la primera condición no puede ocurrir puesto que B es una constante positiva. No obstante, la segunda condición si puede ocurrir. De hecho, si esto ocurriese, como y = Ak, tendríamos que las variables per capita y, k, c crecen a la misma tasa constante en todo momento, produciéndose crecimiento endógeno en esta economía.

e.

## Respuesta

Por lo visto en clases (y dado que B es constante), en caso de crecimiento endógeno, tenemos que:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$$

Donde  $\theta$  representa el CRRA o parámetro del cual depende la elasticidad de sustitución y  $\rho$  es la impaciencia de los consumidores. Luego, como hay crecimiento endógeno, k y c crecen a la misma tasa, y reemplazando  $r = A - \delta$ :

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\theta}(A - \delta - \rho)$$

Además, como y = Ak, la tasa de crecimiento del producto per cápita será igual a la del consumo y el capital per capita:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{1}{\theta}(A - \delta - \rho)$$

Por lo tanto, las variables per cápita crecerán en todo momento a una tasa constante  $\frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)$  cuando hay crecimiento endógeno.

# 3. Justificación para el modelo AK: Capital Humano

a.

## Respuesta

La función de producción es de la forma:

$$Y_t = K_t^{1-\alpha} H^{\alpha}$$

Si planteamos el problema de maximización de la firma (normalizando el precio a 1):

$$\max_{K,H} K_t^{1-\alpha} H^{\alpha} - (r + \delta_K) K - (r + \delta_H) H$$



Luego, las CPO (dejaremos de ocupar el subíndice t, dado que todo queda expresado respecto a este tiempo):

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = (1 - \alpha)K^{-\alpha}H^{\alpha} = r + \delta \tag{13}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = (1 - \alpha)K^{-\alpha}H^{\alpha} = r + \delta$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial H} = \alpha K^{1-\alpha}H^{\alpha-1} = r + \delta$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = \alpha AK^{1-\alpha}H^{\alpha-1} = w$$
(13)

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = \alpha A K^{1-\alpha} H^{\alpha-1} = w \tag{15}$$

Luego, diviendo las ecuaciones (13) y (14), llegamos a:

$$\begin{split} \frac{(1-\alpha)K^{-\alpha}H^{\alpha}}{\alpha K^{1-\alpha}H^{\alpha-1}} &= \frac{r+\delta_K}{r+\delta_H} \\ \frac{(1-\alpha)H}{\alpha K} &= \frac{r+\delta_K}{r+\delta_H} \\ \frac{\alpha K}{(1-\alpha)H} &= \frac{r+\delta_H}{r+\delta_K} \\ \frac{K}{H} &= \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{r+\delta_H}{r+\delta_K} \end{split}$$

Finalmente, como las inversiones tienen el mismo retorno, tenemos que  $r + \delta_H = r + \delta_K$ , por ende, el ratio entre capital físico y humano quedaría:

$$\frac{K}{H} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

b.

#### Respuesta

El producto se puede escribir de la siguiente manera:

$$Y_t = \left(\frac{A_t L_t}{K_t}\right)^{\alpha} K_t$$
$$= \left(\frac{H_t}{K_t}\right)^{\alpha} K_t$$
$$= \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{\alpha} K_t$$

Con  $A = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{\alpha}$  que aparece de resolver el sistema de ecuaciones proveniente de las CPO.



Luego, para la tasa de crecimiento del producto, tenemos que:

$$\dot{Y} = A\dot{K} 
\dot{Y} = \frac{A\dot{K}}{AK} 
= \frac{\dot{K}}{K} 
= \frac{s_K Y - \delta_K K}{K} 
= s_K A - \delta_K 
= s \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{\alpha} - \delta_K$$

Luego, como la población no crece, tendremos que:

$$\frac{\dot{y}}{y} = s \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha}\right)^{\alpha} - \delta_K$$

Notamos que los resultados son diferentes a los del modelo neoclásico, principalmente porque en este tipo de modelos AK, no hay productividad marginal decreciente del capital como sí ocurre en el modelo de Solow. Por tanto, en este modelo AK se genera un crecimiento constante y sostenido del producto per cápita, mientras que en el modelo neoclásico, se llega a un estado estacionario por los rendimientos decrecientes del capital, donde las variables per cápita no crecerán.