

**Fuente: Examen de Econometría II 2021**

**3. (20 puntos)** El proceso:

$$\xi_\tau = u_\tau + \alpha_1 u_{\tau-1} + \alpha_2 u_{\tau-2} \quad (1)$$

donde  $u_\tau \sim (0, \sigma^2)$  es un MA(2).

- **(a) (10 puntos)** Definimos  $\hat{\psi}_{\tau+\eta} = \mathbb{E}_\tau \psi_{\tau+\eta}$  como la proyección (esperanza condicional) y  $\epsilon_{\tau+\eta} = \psi_{\tau+\eta} - \hat{\psi}_{\tau+\eta}$  como el error de proyección para  $\eta > 0$ . Así,

$$\epsilon_{\tau+1} = u_{\tau+1} \quad (2)$$

$$\epsilon_{\tau+2} = u_{\tau+2} + \alpha_1 u_{\tau+1} \quad (3)$$

$$\epsilon_{\tau+\eta} = u_{\tau+\eta} + \alpha_1 u_{\tau+\eta-1} + \alpha_2 u_{\tau+\eta-2} \text{ para } \eta > 2 \quad (4)$$

Esto es, el error de proyección 1 periodo adelante es ruido blanco, 2 periodos adelante es un MA(1) y de tres periodos en adelante es un MA(2).

- **(b) (5 puntos)** El MSE de proyección  $\mathbb{E}_\tau [\psi_{\tau+\eta} - \hat{\psi}_{\tau+\eta}]^2$  para  $\eta = 1, 2, \dots, \varphi$  es:

$$\mathbb{E}_\tau [\psi_{\tau+1} - \hat{\psi}_{\tau+1}]^2 = \sigma^2 \quad (5)$$

$$\mathbb{E}_\tau [\psi_{\tau+2} - \hat{\psi}_{\tau+2}]^2 = \sigma^2(1 + \alpha_1^2) \quad (6)$$

$$\mathbb{E}_\tau [\psi_{\tau+\eta} - \hat{\psi}_{\tau+\eta}]^2 = \sigma^2(1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2) \text{ para } \eta > 2 \quad (7)$$

- **(c) (5 puntos)** Trivial. Recomendación: utilizar bootstrap simple de  $\hat{u}_\tau$ .