Profesor : Eduardo Engel Abril 4, 2023

Ayudantes : Miguel Del Valle y Gabriela Jaque Curso : ENECO 630 (Macroeconomía I)

Semestre : Otoño 2024 Guía : No. 1

Entrega : Lunes 8 de abril, antes de las 8am

## 1. Proceso MA(1)

Una serie económica,  $x_t$ , sigue un proceso MA(1) estacionario:

$$x_t = \varepsilon_t + b\varepsilon_{t-1}. (1)$$

Donde los  $\varepsilon$  son un proceso de innovación ruido blanco de media nula y varianza  $\sigma^2$ .

(a) Determine la respuesta al impulso unitario,  $I_k$ , k = 0, 1, 2, ...

(b) Determine la función de autocorrelación,  $\rho_k = \text{Correl}(x_t, x_{t+k}), k = 0, 1, 2, \dots$ 

(c) Muestre que el mayor valor que puede tomar  $|\rho_1|$  es  $\frac{1}{2}$ .

Suponga ahora que una serie económica,  $x_t$ , es la suma de una tendencia,  $x_t^T$ , y una componente cíclica,  $x_t^C$ . Donde  $x_t^T$  es un camino aleatorio

$$x_t^T = x_{t-1}^T + \varepsilon_t^T$$

y  $x_t^C$  es un ruido blanco

$$x_t^C = \varepsilon_t^C.$$

Y donde las innovaciones  $\varepsilon_t^T$  y  $\varepsilon_t^C$  tienen varianza  $\sigma_T^2$  y  $\sigma_C^2$ , respectivamente, y son independientes entre sí. Denote  $R \equiv \sigma_T/\sigma_C < 1$ .

(d) Muestre que  $\Delta x_t$  sigue un MA(1) como (1).

(e) Suponiendo que |b| < 1, exprese b en función de R.

## 2. Expectativas racionales

Considere el modelo visto en clases para un mercado agrícola, pero suponga que  $v_t$  sigue el MA(1) especificado en (1) con |b| < 1.

(a) ¿Qué proceso sigue  $p_t$  con expectativas ingenuas?

(b) Use el supuesto |b|<1 para expresar  $\varepsilon_t$  en función de  $v_t,v_{t-1},v_{t-2},...$  Concluya que puede usar  $\varepsilon_{t-1}$  al calcular  $\mathbf{E}_{t-1}p_t$ .

(c) ¿Qué proceso sigue  $p_t$  con expectativas racionales? Indique, también, los parámetros del modelo.

## 3. Dinámica de activos bajo equivalencia cierta

- (a) Suponga que  $Y_t$  es i.i.d. con esperanza  $\mu$ . Determine  $\mathcal{E}_t Y_{t+s}$  para s=0,1,2,...
- (b) Suponga que  $Y_t$  sigue un camino aleatorio con drift cero:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde los  $\varepsilon_t$ son i.i.d. con media nula. Determine  $\mathbf{E}_t Y_{t+s}$  para s=0,1,2,....

Para las preguntas que siguen considere el modelo de equivalencia cierta.

- (c) Suponga que  $Y_t$  sigue el proceso de la parte (a). Demuestre que  $A_t$  sigue un camino aleatorio.
- (d) Suponga que  $Y_t$  sigue el proceso de la parte (b). ¿Qué proceso sigue  $A_t$ ? Interprete su respuesta.