Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
ENECO 630
Semestre Otoño 2020

Profesor: Eduardo Engel
Ayudantes: Martín Ferrari & Catalina Gómez
Abril 2020

Guía de ejercicios No. 1

Fecha de Entrega: Lunes 27 de abril. 12.30hrs.

1. **Optimal Consumption with Stone-Geary Utility**

   An infinitely lived consumer's income $\{Y_t; t = 0, 1, 2, ...\}$ is known at time $t = 0$. She can save and borrow at an exogenous net rate $r > 0$ and discounts the future at a subjective rate $\delta > r$. Her initial assets are A_0 and her wealth at time $t = 0$ is finite and defined as:

   $$\mathcal{W}_0 \equiv A_0 + \sum_{t\geq 0} R^{-t} Y_t.$$

   The consumer maximizes $\sum_{t\geq 0} \gamma^t u(C_t)$ with $\gamma \equiv 1/(1+\delta)$.

   What is new is that the consumer's felicity function modifies the CRRA utility by incorporating a *subsistence level* m, so that:

   $$u(c) = \frac{\sigma}{\sigma - 1}(c - m)^{(\sigma-1)/\sigma}.$$

   Where m is positive, smaller than $r\mathcal{W}_0$, and we assume $C_t > m$ at all times.

   (a) Find C_t as a function of $\mathcal{W}_0$ and parameters.

   (b) Find the marginal propensity to consume out of assets, $\partial C_0/\partial A_0$, and compare with the case where $m = 0$.

   (c) Assume now that income is constant in all periods and equal to $y > 0$. Also assume that now the consumer *cannot* borrow against future income and that initial assets are sufficiently large so that $r\mathcal{W}_0 > Rm$. Show that there exists a range of values for y where $\partial C_0/\partial A_0$ takes the same value as in part (b). Provide the economic intuition for why no such range exists when $m = 0$.

2. **Equivalencia Cierta y Proceso de Ingresos de Carroll**

   El ingreso del hogar, Y_t, satisface $Y_t = P_t \varepsilon_t$, con $P_t = (1+g)P_{t-1}N_t$. ε_t es i.i.d., y es igual a cero con probabilidad p e igual a una realización de una variable con media uno con probabilidad $1 - p$. Los N_t son independientes de los ε_t e i.i.d. con media uno. Los hogares observan P_t y ε_t por separado.

   Se cumplen los supuestos de equivalencia cierta y $\beta(1+g) < 1$.

(a) Muestre que $\log P_t$ sigue un camino aleatorio e interprete P_t como la componente permanente y ε_t como la componente transitoria del ingreso.

(b) Determine el consumo óptimo, C_t. La expresión que obtenga no debe involucrar ninguna sumatoria.

(c) Encuentre la propensión marginal a consumir del ingreso permanente, P_t, y la propensión marginal a consumir del ingreso transitorio ε_t. Dé la intuición para las expresiones que obtenga.

3. **Ecuación para tiempos tormentosos**

La prensa frecuentemente afirma que una caída en el ahorro corriente presagia menor crecimiento futuro. En este problema veremos que no necesariamente es así.

(a) Considere el modelo de equivalencia cierta (utilidad cuadrática, no hay activo riesgoso, $r = \delta$). Entonces el consumo óptimo viene dado por:

$$C_t = \frac{r}{1+r}\left\{\sum_{k\geq 0}\beta^k \mathrm{E}_t[Y_{L,t+k}] + A_t\right\},$$

donde $\beta = 1/(1+r)$, $Y_{L,t}$ denota el ingreso laboral en t, A_t activos financieros al comienzo del período t y suponemos que el timing es tal que el ingreso financiero durante el período t, $Y_{K,t}$, es igual a $r(A_{t-1} + Y_{L,t-1} - C_{t-1})$.
Recordando que, por definición, ahorro durante t, S_t, es igual a la diferencia entre ingreso total y consumo, muestre que:

$$S_t = Y_{L,t} - r\sum_{k\geq 0}\beta^{k+1}\mathrm{E}_t[Y_{L,t+k}].$$

A continuación muestre, a partir de la expresión anterior, que:

$$S_t = -\sum_{k\geq 1}\beta^k \mathrm{E}_t[\Delta Y_{L,t+k}], \tag{1}$$

donde $\Delta Y_{L,t} \equiv Y_{L,t} - Y_{L,t-1}$. Explique por qué este resultado muestra que una reducción en el ahorro no necesariamente presagia menor crecimmiento en el futuro. También explique por qué esta ecuación se conoce como la "ecuación de días tormentosos".

(b) A continuación usamos el resultado anterior para predecir cambios futuros en el ingreso en base al ahorro corriente. Suponemos que el ingreso sigue un proceso ARIMA(0,1,1):

$$\Delta Y_t = g + \varepsilon_t + \phi\varepsilon_{t-1},$$

con ε_t i.i.d. con media nula y varianza σ^2. Use la ecuación de días tormentosos (1) para mostrar cómo se puede utilizar los ahorros del período t para predecir el cambio de ingreso entre t y $t+1$.

4. **Equivalencia Cierta y una regla fiscal simple**

Se cumplen los supuestos de Equivalencia Cierta—tasa de interés r igual a la tasa de descuento subjetiva δ, utilidad cuadrática—de modo que el consumo está dado por:

$$C_t = \frac{r}{1+r}\{A_t + \sum_{s\geq 0} \beta^s \mathrm{E}_t Y_{t+s}\}, \tag{2}$$

con $\beta = 1/(1+r)$. Además, la secuencia de eventos es tal que al inicio de cada período los activos satisfacen:

$$A_{t+1} = (1+r)(A_t + Y_t - C_t). \tag{3}$$

(a) Usa (2) y (3) para mostrar que:

$$\Delta A_{t+1} = Y_t - r\sum_{s\geq 1} \beta^s \mathrm{E}_t Y_{t+s}$$

Asuma ahora que el ingreso sigue un proceso AR(1):

$$Y_t - \mu = \phi(Y_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t, \tag{4}$$

con $0 \leq \phi < 1$ y ε_t un proceso innovación (i.i.d con media cero y varianza σ^2)

(b) Use (4) para encontrar una expresión para C_t como función de A_t y Y_t

(c) Use la expresión que encontró en (a) para probar que A_t es un proceso integrado (es decir, no es estacionario, pero la diferencia sí lo es)

Durante la década de los 2000, los precios de recursos naturales se dispararon, dando lugar a importantes ganancias inesperadas en los ingresos públicos de los países exportadores de materias primas en América Latina. La recomendación usual de las multilaterales fue crear un "fondo de estabilización" (FE en lo que sigue), que ahorre parte de los ingresos para gastarlos en el futuro, cuando los precios bajen. Las reglas de ahorro/gasto para esos fondos, tomaron típicamente la siguiente forma:

$$G_t = rF_t + \mu + r(Y_t - \mu), \tag{5}$$

donde G_t denota el gasto fiscal en t de recursos provenientes del FE, F_t los recursos en el FE al inicio del período y Y_t las ganancias netas del recurso natural en t. Se ha observado enorme fluctuación en los activos de los FE en los países que siguieron esta prescripción, desprestigiando la iniciativa ante la opinion publica y llevando a abandonar la idea por completo.

(d) Suponga que el gobierno maximiza la utilidad cuadrática esperada descontada del consumo de los ingresos del recurso natural con una tasa de descuento igual a la tasa de interés (que suponemos constante y exógena). También asuma que el proceso de ingresos del recurso natural no tiene persistencia ($\phi = 0$ en (4)). Muestre que entonces la regla (5) es (aproximadamente) óptima.

En la práctica, los ingresos del recurso natural son altamente persistentes: el precio del recurso natural sigue un proceso cercano a un camino aleatorio, de modo que ϕ se acerca a uno. Sigue que la regla (5) no es óptima, ni siquiera bajo los estrictos supuestos considerados en la parte (d).

(e) Suponga que el verdadero valor de ϕ es estrictamente positivo. Encuentre el ratio entre la desviación estándar de ΔF_t cuando el gobierno usa (5) y la desviación estándar cuando el gobierno usa la regla correspondiente al valor real de ϕ derivado en la parte (c). ¿Los grandes valores de ΔF_t observados en la práctica pueden deberse al hecho de que (5) ignora la persistencia de los ingresos del recurso natural?

(f) Hay muchos efectos de primer orden que fueron ignorados al mostrar que la regla (5) es (aproximadamente) óptima en la parte (d). Uno es que el precio del recurso natural es altamente persistente. Mencione dos efectos adicionales y explique brevemente (sin necesidad de derivaciones formales, pero exponga la intuición que subyace a sus declaraciones con la mayor claridad posible) cómo la incorporación de cada uno de ellos afectaría la magnitud de las fluctuaciones de los activos en el FE y la respuesta del gasto del FE a un shock positivo del precio del recurso natural.