Fuente: Examen Final de Econometría II (Soluciones Propuestas) 2021

1. (25 puntos) Dado el modelo:

$$\Delta x_t = -\frac{1}{2}(x_{t-1} - y_{t-1}) + u_t \tag{1}$$

$$\Delta y_t = \frac{1}{4}(x_{t-1} - y_{t-1}) + v_t, \tag{2}$$

podemos expresarlo como:

$$x_t = \frac{1}{2}(x_{t-1} + y_{t-1}) + u_t \tag{3}$$

$$y_t = \frac{1}{4}(x_{t-1} + 3y_{t-1}) + v_t, (4)$$

(a) (10 puntos) Utilizando la Ayuda 1 se obtiene:

$$z_t = x_t - y_t \tag{5}$$

$$= \frac{1}{4}(x_{t-1} - y_{t-1}) + u_t - v_t \tag{6}$$

$$= \frac{1}{4}z_{t-1} + u_t - v_t \tag{7}$$

que es I(0).

Por otro lado:

$$w_t = x_t + 2y_t \tag{8}$$

$$= x_{t-1} + 2y_{t-1} + u_t + 2v_t (9)$$

$$= w_{t-1} + u_t + 2v_t \tag{10}$$

que es I(1).

Note que:

$$x_t = \frac{1}{3}(w_t + 2z_t) \tag{11}$$

$$y_t = \frac{1}{3}(w_t - z_t). {12}$$