ECONOMÍA DE LAS [ideas]

- Ahora queremos estudiar modelos que se hagan cargo de la producción de tecnología
- tecnología → bien no rival
  → puede ser excluyente
  → Poder de mercado es clave!
- Tipos de modelos de crecimiento con I+D
  - I. ↑ nº de insumos → supuesto clave: no hay rend. decrecientes en el nº de insumos (Romer)
  - II. ↑ calidad de un nº limitado de productos → "destrucción creativa" guerra tecnológica entre líderes y seguidores es la base del progreso tec. (Aghnion & Howitt)

MODELO SIMPLE DE CREC. E I+D

- 3 tipos de agentes → consumidores
  → inventores de bienes de capital (insumos)
  → productores de bien final. necesita empleo y bienes intermedios.
- cuando se crea un insumo → hay monopolio perpetuo en su producción (patente).
- consumidores eligen c y s → para max. su ut. s.a. su restricción

- Función de producción

$$\boxed{Y_i = A L_i^{1-\alpha} \cdot \sum_{j=1}^{N} (X_{ij})^{\alpha}}$$

N: nº bienes inventado hasta t.
X_{ij}: cant. bien intermedio j

→ comentarios

* F. producción es aditivamente separable ⇒ c/nuevo x es diferente a los anteriores (ni peor, ni mejor)
⇒ no hay x obsoletos
* no es ni sustituto, ni complemento

* Rend. decrecientes en c/insumo y rend ctes en el total de insumos

* $\frac{\partial Y_i}{\partial X_{ij}} \to \infty$ cuando $X_{ij} \to 0$ → la empresa quiere de todos los insumos dispo.

* El progreso tecnológico se presenta bajo la forma de un aumento constante del nº de bienes intermedios N.

→ suponemos que en c/momento la cant. del insumo X_i es igual para c/variedad

$$\Rightarrow \boxed{Y_i = A L_i^{1-\alpha} \cdot N X_i^{\alpha} = A L_i^{1-\alpha} (N X_i)^{\alpha} N^{1-\alpha}}$$

→ rend. ctes c/respecto a L y NX (para un N dado) ⇒ ↑Y al ↑N.
→ tomando L cte la producción presenta rend. decrecientes respecto de NX si el ↑NX proviene de X, pero no si proviene de N.

- Bienes Y_i son todos idénticos y se utiliza en consumo, producción de insumos y como R&D
- $P_{bien\ final} = 1$

Utilidades productor bien final:

$$\boxed{Y_i - wL_i - \sum_{j=1}^{N} P_j \cdot X_{ij}}$$ → toman w, P_j como dados pues son competitivos.

⇓

Pmg = costo mg

$$\frac{\partial Y_i}{\partial X_{ij}} = \underbrace{A\alpha L_i^{1-\alpha} X_{ij}^{\alpha-1}}_{Pmg} = \underbrace{P_j}_{cmg}$$

$$\Rightarrow \boxed{X_{ij} = L_i\,(A\alpha/P_j)^{1/1-\alpha}} \Rightarrow$$ la elast/precio de la dda es $-\frac{1}{1-\alpha}$ (cte).

$$\frac{\partial Y_i}{\partial L_i} = \underbrace{(1-\alpha)\frac{Y_i}{L_i}}_{Pmg} = \underbrace{w}_{cmg}$$

- Empresas en el sector de I+D

→ Para generar una variedad → Hay que invertir en I+D

→ Hay un proceso de decisión de 2 etapas

1) Decisión de inversión

si $VP(\pi) \geq I_{I+D}$ → invierten

2) Determinan precio óptimo

→ Resolvemos por inducción → Asumimos que la inversión se hizo y el V.P. de los retornos obtenidos vienen dados por:

$$V(t) = \int_t^{\infty} \underbrace{\pi_j(v)}_{\text{flujos}} \cdot e^{-\bar{r}(t,v)\cdot(v-t)}\, dv$$

$\bar{r}$: tasa interés promedio entre t y v

$$\hookrightarrow = \frac{1}{v-t}\int_t^{v} r(w)\,dw$$

- Asumiremos que un bien intermedio j cuesta una un. de y para ser producido ⇒ cmg cte = (pues $P_Y = 1$)

$$\Rightarrow \pi_j(v) = P_j(v)\cdot X_j(v) - \underbrace{1}_{cmg}\cdot X_j(v)$$

con $X_j(v) = \sum_i X_{ij} = \left[\frac{A\alpha}{P_j(v)}\right]^{1/1-\alpha} \cdot \cancel{\sum_i L_i}\, L$

$$\boxed{X_j(v) = L \cdot \left[\frac{A\alpha}{P_j(v)}\right]^{1/1-\alpha}}$$ → Demanda por bien intermedio j.

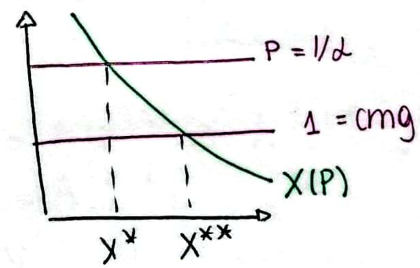
⇒ El monopolista resuelve:

$$\max_{P_j(v)} \pi_j(v) = [P_j(v) - 1] \cdot \underbrace{L\left[\frac{A\alpha}{P_j(v)}\right]^{1/1-\alpha}}_{P_j(v)^{-\alpha/1-\alpha}\cdot \underbrace{A'}_{ctes} - \underbrace{A'}_{ctes} P_j(v)^{-1/1-\alpha}}$$

$$\frac{\partial \pi_j(v)}{\partial P_j(v)} = \frac{-\alpha}{\cancel{1-\alpha}} \cancel{P_j(v)^{-1/1-\alpha}} \cdot \cancel{A'} - \cancel{A'} \frac{(-1)}{\cancel{1-\alpha}} P_j^{-1/1-\alpha-1} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = P_j^{-1} \Rightarrow \boxed{P_j = \frac{1}{\alpha}}$$ > 1 y cte en el tiempo

$$\Rightarrow \boxed{X_j = L\,A^{1/1-\alpha}\,\alpha^{2/1-\alpha}}$$ → cte en el tiempo



→ existe un markup pues $P_j = \frac{1}{\alpha} > 1 = cmg$

⇓

bien intermedio es subóptima → pues no hay competencia perfecta.

Luego como tenemos x_j podemos calcular la cant. agregada de bienes intermedios

$$\boxed{X = x_j \cdot N = A^{1/1-\alpha} \alpha^{2/1-\alpha} LN} \quad (3)$$

La UT. del innovador será:

$$\boxed{\pi_j(v) = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) L A^{1/1-\alpha} \alpha^{2/1-\alpha}} \longrightarrow$$ Podemos calcular el valor presente

$$\boxed{V(t) = L A^{1/1-\alpha} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \alpha^{2/1-\alpha} \cdot \int_t^{\infty} e^{-\bar{r}(t,v)(v-t)} dv}$$

→ Ahora vamos a la etapa 1 → cuando decidimos entrar

• Por simplicidad asumimos que toma una cantidad determinada de recursos crear una nueva variedad. → no cambia en el tiempo.

$$\boxed{\text{costo I+D} = \eta}$$

⟹ una firma entra ssi $\boxed{V(t) \geq \eta}$ → la condición de libre entrada implica que se cumple con igualdad.

→ entonces

$$V(t) = \pi \int_t^{\infty} e^{-\bar{r}(t,v)(v-t)} dv$$

$$\dot{V}(t) = \pi \left(\int_t^{\infty} e^{-\bar{r}(t,v)(v-t)} \left[\bar{r}(t,v) + (-1)\, \bar{r}(t,v)'(v-t) \right] \right)$$

$$\dot{V}(t) = V(t) \cdot r(t) - \pi \Rightarrow \boxed{r(t) = \frac{\dot{V}(t)}{V(t)} + \frac{\pi}{V(t)}}$$

↳ retorno de un bono = inversión en I+D

Dado que el costo de entrar a I+D es cte ($V(t) = \eta$ / $\partial/\partial t \Rightarrow \dot{V}(t) = 0$)

$\Rightarrow \dot{V}(t) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{r(t) = \frac{\pi}{V(t)}}$$

$$\hookrightarrow = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{L}{\eta}\right) A^{1/1-\alpha} \alpha^{2/1-\alpha}$$

→ Ahora analizamos a los hogares

$$\max U = \int_0^{\infty} \frac{C^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} dt$$

$$\text{s.a. } \dot{a}_t = wL + r a_t - C$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)}$$

→ como la economía es cerrada $\Rightarrow \boxed{a_t = \eta N}$

costo de invertir — nº var.

= valor empresas de I+D.

$$\boxed{\dot{a}_t = \eta \dot{N}} \; (\eta \text{ cte}) \Leftarrow$$

→ Además $\boxed{w = (1-\alpha)\frac{Y}{L}}$

→ luego, notamos que

$$\frac{Y}{N} = A L_i^{1-\alpha} x_i^{\alpha} = A L_i^{1-\alpha} \left(L A^{1/1-\alpha} \alpha^{2/1-\alpha} \right)^{\alpha}$$

$$= A L_i^{1-\alpha} L^{\alpha} A^{\alpha/1-\alpha} \alpha^{2\alpha/1-\alpha}$$

$$= A^{1/1-\alpha} L \cdot (\alpha^{2/1-\alpha} \cdot \alpha^{-2}) \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{Y}{N} \cdot \alpha^2 = A^{1/1-\alpha} L \cdot \alpha^{2/1-\alpha}$$

→ reemplazando esta última expresión en la ecuación de $r(t)$

$$r(t) = \frac{1-\alpha}{\cancel{\alpha}} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{Y}{N}\alpha^2$$

$$\boxed{r(t) = \frac{1-\alpha}{\eta} \cdot \frac{Y}{N} \cdot \alpha}$$

→ luego reescribimos la restricción de activos:

$$\eta\dot{N} = w \cdot L + r \cdot \eta N - C$$

$$= (1-\alpha)\frac{Y}{\cancel{L}} \cdot \cancel{L} + \frac{(1-\alpha)Y\alpha}{\cancel{\eta N}} \cdot \cancel{\eta N} - C$$

$$\boxed{\eta\dot{N} = Y - \alpha^2 Y - C}$$

→ luego, notamos que

$$Y \cdot \alpha^2 = A^{1/1-\alpha} L \alpha^{2/1-\alpha} N = X$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta\dot{N} = Y - X - C}$$

→ luego, para obtener la tasa de crecimiento de la economía reemplazamos $r(t)$ en $\dot{c}/c$:

$$\gamma_c^* = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\theta}\left(\underbrace{\frac{1-\alpha}{\eta} \frac{Y}{N}}_{*} \cdot \alpha - \rho\right)$$

$$= \frac{1}{\theta}\left(\underbrace{\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{L}{\eta} A^{1/1-\alpha} \alpha^{2/1-\alpha}}_{cte} - \rho\right) (2)$$

2 definiciones de $r(t)$ encontradas

$cte \Rightarrow (*)\ cte \Rightarrow \gamma_Y^* = \gamma_N^*$

→ luego como el modelo es AK → no hay dinámica de transición y γ^* es la misma $\forall$ las variables $\Rightarrow \gamma^*_C = \gamma^*_Y = \gamma^*_N$

* comentario:
γ_c^* es válida ssi esta tasa es positiva.

→ luego. $\frac{\dot{N}}{N} = \gamma^* \Rightarrow \dot{N} = \gamma^* N$

$$\Rightarrow \eta\gamma^* N = Y - X - C$$

$$\Rightarrow C = Y - \eta\gamma^* N - X$$

$$\boxed{C = \frac{N}{\theta}\left(LA^{1/1-\alpha} \cdot (1-\alpha) \cdot \alpha^{2\alpha/1-\alpha}[\theta - \alpha(1-\theta)] + \eta\rho\right)}$$

sustituyendo: ·(1) ·N para Y
·(2) para γ^*
·(3) para X

→ Determinantes de la tasa de crecimiento

$$\gamma = \frac{1}{\theta}\left(\frac{L}{\eta} \cdot A^{1/1-\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/1-\alpha} - \rho\right)$$

- $\uparrow A \Rightarrow \uparrow\gamma$
- $\downarrow \rho \Rightarrow \uparrow\gamma$
- $\downarrow \eta \Rightarrow \uparrow\gamma$ ($\uparrow$ tasa creación nuevos variedade
- Efecto escala: $\uparrow L \Rightarrow \uparrow\gamma$ pues caen los costos de innov. x un. de trabajo

→ Optimalidad de Pareto
↳ no es óptimo el descentralizado
↳ el planner produce + bienes intermedios

* soluciones → subsidios
1) compra de bienes intermedios
2) subsidio al producto final
3) subsidio a la investigación

... de Romer de cambio tecnológico

→ tecnología de investigación solo usa capital humano, no producto final.

$\Rightarrow$ costo I+D depende de w

Antes teníamos que $w = (1-\alpha)\frac{Y}{L}$ $\Rightarrow$ salario crece a la tasa $\gamma^* y$.

$\Rightarrow$ no habría incentivos a invertir en I+D pues $\uparrow w$ al $\uparrow \gamma^*$ → existe un trade off pues al $\uparrow N$ bajará el costo pues será + fácil crear nuevas ideas.

$\Rightarrow$ costos I+D proporcionales a $\frac{w}{N}$.

* Agregamos externalidad: Al realizar I+D $\Rightarrow \uparrow N \Rightarrow \downarrow L$ (necesito menos trabajo cuando N es mayor pues es + fácil crear ideas).

. Costo de innovación en unidades de bienes

$= \frac{w \cdot \eta}{N} =$ V.P. invertir

$\Rightarrow X = (L - L_R) A^{1/1-\alpha} \alpha^{2/1-\alpha}$ (y N?)

↳ empleo en investigación

$\Rightarrow V(t) = (L - L_R) A^{1/1-\alpha} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \alpha^{2/1-\alpha} \frac{1}{r}$ (1) → ?

$\frac{w\eta}{N} = \eta A^{1/1-\alpha} (1-\alpha) \alpha^{2\alpha/1-\alpha}$ (2)

$\Rightarrow$ (1) = (2) $\Rightarrow r = \alpha(L - L_R)/\eta$

→ c/ innovación requiere $\frac{\eta}{N}$ un. de trabajo

$\Rightarrow \dot{N} = L_R\left(\frac{N}{\eta}\right)$

$\Rightarrow \gamma = \frac{\dot{N}}{N} = \frac{L_R}{\eta} = \left(\frac{1}{\theta+\alpha}\right)\left(L\frac{\alpha}{\eta} - \rho\right)$?

↳ no depende de A pues no uso bien final.

)