TAREA III

1

(a) $\left(I = \{1, \dots, N\},\ S_i = \mathbb{R}_+,\ u_i = \sqrt{p_i} - x_i \right)$

(b) Eq. de Nash

$$u_i = \sqrt{p_i} - \frac{\sum_{j=1}^{N} p_j}{N} \qquad \forall i \in I$$

C.P.O. (interior)

$$\frac{1}{2\sqrt{p_i}} - \frac{1}{N} = 0 \longrightarrow p_i = N^2/2$$

Equilibrio de Nash, ya que no depende de lo que hacen los otros

(c) Si $N=1$, $p_i = 1/2$, no hay externalidad

$p_i \longrightarrow \infty$ si $N \longrightarrow \infty$, el aumento marginal se reparte entre infinitas personas!

P2

i) Para el jugador fila, C está dominada por $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$. Entonces tenemos

	L	M	R
A	3, 1	0, 0	1, 0
B	0, 0	1, 3	1, 1

ii) Para el jugador columna, R está dominada por $\frac{1}{2}L$ y $\frac{1}{2}M$

	L	M
A	3, 1	0, 0
B	0, 0	1, 3

iii) En el juego de arriba (A, L) y (B, M) son Nash.

iv) Equilibrio en mixtas Jugador fila $\begin{array}{cc} A & B \\ (p, & 1-p) \end{array}$ Jugador Columna $\begin{array}{cc} L & M \\ (q, & 1-q) \end{array}$

Jugador fila está indiferente si

$$3q = 1-q \longrightarrow q = 1/4$$

Jugador columna está indif si

$$1 \cdot p = (1-p)3$$

$$p = 3/4$$

3]

(a)

$$\Pi_i = \begin{cases} (y-w_i)\left((1-\lambda)\frac{N}{2} + \lambda N\right) & w_i > w_j \\ (y-w_i)(N/2) & w_i = w_j \\ (y-w_i)\left((1-\lambda)\frac{N}{2}\right) & w_i < w_j \end{cases}$$

(b) Si $\lambda = 0$

$$\Pi_i = \begin{cases} (y-w_i)(N/2) & \text{si } w_i > w_j \\ (y-w_i)(N/2) & \text{si } w_i = w_j \\ (y-w_i)(N/2) & \text{si } w_i < w_j \end{cases}$$

Como es el mismo Π_i indep de si $w_i \gtreqless w_j$, Ambas escogen $w_i = 0$

(c) Si $\lambda = 1$

$$\Pi_i = \begin{cases} (y-w_i)N & w_i > w_j \\ (y-w_i)N/2 & w_i = w_j \\ (y-w_i)\times 0 = 0 & w_i < w_j \end{cases}$$

- Firma con salario menor $\Pi_i = 0$
- Ambas ofrecen mismo salario
- Ambas quieren aumentar por sobre el otro
- Ambas ofrecen $w_i = y$

(d) Ver todos los casos

4

(a) 100 es dominada, dado que, independiente de lo que juegue el otro $x < 100$ es igual o mejor. No hay estrategias estrictas dominadas

(b) - 0 es Nash, dado que desviarse no lleva ganancias

- Todos jugando $x > 0$ y uno jugando 0 tb. es Nash

(c) N no es relevante.

5

Googlear "swimming with sharks Game theory"

La respuesta es bien larga.

6

(a) El objetivo del agente i es:

$$\max_{\{b_i\}} \mathbb{E}\left[u_i(b_1, b_2, v_1, v_2)\right]$$

donde
$$\mathbb{E}(u_i) = (v_i - b_i)\Pr\left(b_i > b_j(v_j)\right) + \frac{(v_i - b_i)}{2}\Pr\left(b_i = b_j(v_j)\right)$$

(b) Si $b_j(v_j) = a + b v_j$, entonces $\Pr\left(b_i = b_j(v_j)\right) = 0$

Tenemos la condición de equilibrio $a \leq b_i \leq v_i$

Entonces,

$$\mathbb{E}(u_i) = (v_i - b_i)\Pr\left(b_i \geqslant a + b v_j\right)$$
$$= (v_i - b_i)\frac{b_i - a}{b}$$

~~[illegible]~~

c) De las C.P.O. $\quad b_i = \begin{cases} \frac{v_i + a}{2} & v_i \geq a \\ a & v_i < a \end{cases}$

d) Si $v_i = 0 \Rightarrow$ ~~$b_i \geq a$~~ $b_i(v_i) = 0$, implicando que $\therefore a = 0$

Entonces, $b_i = v_i/$

7

- Para la firma 2, tenemos

$$f_2(\theta_2) = \arg\max \{ f_2(\theta_2 - f_1 - f_2) \}$$

De las C.P.O. (interior)

$$f_2(\theta_2) = \frac{\theta_2 - f_1}{2}$$

- Para la firma 1, que no sabe el «tipo» de la firma 2, tenemos:

$$f_1 \in \arg\max \left\{ 1/2\, f_1 (1 - f_1 - f_2^H) + 1/2\, f_1 (1 - f_1 - f_2^L) \right\}$$

De las C.P.O. interior

$$f_1 = \frac{2 - f_1^H - f_1^L}{4}$$

Reemplazando obtenemos

$$\left(f_1 = 1/3 \,,\ f_2^L = 11/24 \,,\ f_2^H = 5/24 \right)$$

8

(a) - Espacio de Acciones $S_i = \{B, S\}$

- Tipos: $T_1 = \{\alpha\}$

$T_2 = \{\beta_1, \beta_2\}$

- Creencias: sea $\mu_i(t_j | t_i)$ la prob que el agente i le da al tipo t_j del agente j cuando el agente i es del tipo t_i

$$\mu_1(\beta_1 | \alpha) = \mu_1(\beta_2 | \alpha) = 1/2$$

$$\mu_2(\alpha | \beta_1) = \mu_2(\alpha | \beta_2) = 1$$

- Utilidades son del tipo

$$u_i(s_1, s_2, \alpha, \beta_j)$$

Por ejemplo

$$u_1(B, B, \alpha, \beta_1) = 2 \quad , \quad u_2(B, B, \alpha, \beta_1) = 1$$

$$\vdots$$

$$u_1(S, S, \alpha, \beta_2) = 1 \quad , \quad u_2(S, S, \alpha, \beta_2) = 0$$

b)

- Consideremos primero los incentivos del jugador 1. El no sabe que juego se está jugando y max utilidad esperada

- Si juega B, con prob 1/2 el juego de arriba se "escoge" y el jugador 2 escoge B, entonces recibe un pago de 2. Con prob 1/2 el juego es el de abajo y el jugador escoge S, recibiendo un pago de 0. ∴ El pago esperado es 1

- Si juega S, con prob 1/2 se juega arriba y el jugador 2 escoge B y recibe 0. Con prob 1/2 se juega abajo y el jugador 2 juega S, obteniendo 1. ∴ el pago esperado es 1/2

∴ B es la mejor respuesta del jugador 1 a la estrategia del jugador 2.

Jugador 2:

- Si el jugador 2 sabe que el juego de arriba se está jugando, B es la mejor respuesta al jugador 1 escogiendo B. Cuando es el juego de abajo el que se juega, S es la mejor respuesta al jugador 1 escogiendo B.

- ~~Si el jugador 2~~ ∴ escoger B cuando el juego es el de arriba y S cuando es el de abajo es la mejor respuesta del jugador 2.