Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
ENECO 670
Semestre Otoño 2020

Profesor: Eduardo Engel
Ayudante: Martín Ferrari & Catalina Gómez

Guía de Ejercicios

1. **Volatilidad del gasto en durables**

   El gasto en bienes de consumo durables (casas, automóviles, electrodomésticos, etc.) es mucho más volátil que el gasto en bienes de consumo no durables. En esta pregunta exploramos una posible explicación para esta observación, basada en que el beneficio que los hogares derivan de la compra de durables se extiende más allá del período en que se realiza dicha compra.

   Un hogar consume un bien durable (D) y un bien no durable (C), maximizando su utilidad

   $$U_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(C_t) + v(D_t)].$$

   Donde $\beta \in (0,1)$ y u y v son crecientes, cóncavas y satisfacen condiciones de Inada que aseguran óptimos interiores. Los servicios que proporciona el bien durable son proporcionales al stock del durable: $D_t = \alpha K_t$ con $\alpha > 0$. El stock del durable evoluciona de acuerdo a:

   $$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + E_t,$$

   donde $\delta \in [0,1]$ es la tasa a la cual el durable se deprecia y E denota el gasto en durables. Note el timing que asumimos: nuevos durables comprados en t pueden llevar a mayor utilidad el mismo período. En cada período el hogar recibe un ingreso fijo $Y_t = Y$; los hogares no pueden endeudarse ni prestar.

   (a) Escriba la ecuación de Bellman para este problema. ¿Que restricción deben cumplir E_t, C_t y Y en cada período? Indique cuáles son las variable de estado y cuáles son las variables de decisión.

   (b) De la condición de primer orden de la ecuación de Bellman y el teorema de la envolvente derive la siguiente ecuación de Euler:

   $$u'(C_t) = \alpha v'(\alpha K_t) + \beta(1-\delta)u'(C_{t+1}). \tag{1}$$

   (c) Denote mediante $\overline{K}$, $\overline{C}$ y $\overline{E}$ los valores de estado estacionario del stock del durable, consumo del no durable y gasto en el durable, respectivamente. Derive una expresión que determina unívocamente $\overline{E}$.

A continuación utilizamos este simple modelo para proveer una explicación de por qué el gasto en durables fluctúa más que el gasto en no durables.

El ingreso del hogar en estado estacionario experimenta una caía inesperada a $Y - \Delta y$ en el período 0 y el hogar sabe con certeza que su ingreso será $Y + \Delta y$ en el período siguiente, retornando a continuación a Y, su valor de estado estacionario. Denote $K_0 = \bar{K} - \lambda\Delta y$ y $C_0 = \bar{C} - (1-\lambda)\Delta y$, donde $\lambda \in [0,1]$ captura la medida en que el ajuste al shock negativo de ingreso se realiza mediante una reducción del consumo del durable y, nuevamente, $\bar{C}$ y $\bar{K}$ denotan los valores de estado estacionario de C y K. Para simplificar el álgebra, suponemos $\beta = 1$ e imponemos que K regresa a su valor de estado estacionario en el período 1 (lo cual significa que C retorna a $\bar{C}$ en el período 2).

(d) Partiendo de la ecuación de Euler (1), use una expansión de Taylor de primer orden alrededor de los valores de estado estacionario de C y K para derivar el valor óptimo de λ. [Indicación: Primero exprese C_1 como una función de los parámetros y variable de estado estacionario, luego use esta expresión y las expresiones para C_0 y K_0 para escribir la ecuación de Euler en el período 0, y sólo entonces use la aproximación de Taylor de primer orden. La relación de estado estacionario que derivó en (c) le será útil para simplificar la expresión que obtenga.]

(e) Ahora suponga $\alpha = \delta$ y $u = v$. Explique por qué estos supuestos proveen un benchmark razonable. Use la expresión que derivó en (d) para mostrar que λ es creciente en la durabilidad del bien (es decir, es decreciente en δ). En particular, muestre que $\lambda = 0.5$ para $\delta = 1$ mientras que $\lambda = 1$ para $\delta = 0$.

2. **Verdadero, Falso o Incierto**

Decida si cada una de las afirmaciones siguientes es verdadera, falsa o no se puede decidir respecto de su grado de veracidad ('incierta'). Justifique su elección en no más de 50 palabras. Su evaluación dependerá de su justificación.

(a) La teoría neoclásica de inversión en realidad es una teoría de demanda por capital.

(b) El gran mérito, desde un punto de vista conceptual, de la teoría q de inversión fue que introdujo los precios en las ecuaciones de inversión.

(c) Un incremento de los impuestos corporativos reduce la inversión.

(d) La teoría q de inversión es una teoría donde la inversión depende de las expectativas futuras de profitabilidad del capital.

3. **Inversión con costos convexos de ajuste**

El tiempo $t \geq 0$ es continuo. Una firma elige la trayectoria óptima de inversión I_t en su capital físico k_t de modo de maximizar el valor de su flujo de caja descontado a tasa r. La firma comienza con k_0 y produce un bien usando su capital instalado k_t y otros insumos. Luego de elegir los insumos restantes (tales como trabajo) de manera óptima y dada la curva de demanda que enfrenta por su bien, la firma obtiene un flujo de caja $\pi(k_t) = k_t - k_t^2/2$. El capital instalado se deprecia a tasa δ. La oferta de capital es infinitamente elástica a un precio p. Instalar nuevo capital requiere que la firma lo compre y el capital instalado puede venderse, ambos a precio p por unidad de capital. Invertir y desinvertir conllevan además un costo de ajuste igual a I_t^2/k_t unidades de capital perdidas en el proceso de ajuste.

(a) Escriba el problema de optimización de la firma.

(b) Escriba las condiciones necesarias para optimalidad. Derive inversión óptima como función de q marginal.

(c) Determine el estado estacionario ($\dot{k} = \dot{q} = 0$) y dibuje en diagrama de fase en el espacio (k, q) en el entorno del estado estacionario.

(d) Las siguientes preguntas tienen como objetivo analizar la dinámica del modelo en diversos escenarios. Teniendo en cuenta lo anterior, apoye sus argumentos con el uso de diagramas de fase en el espacio $(x, y) = (K_t, q_t)$ y en gráficos en el espacio $(x, y) = (K_t, t)$ y $(x, y) = (q_t, t)$.

   i. Suponga que la firma está en estado estacionario en $t = 0$ cuando un terremoto destruye un 20% del stock de capital. Describa la dinámica de inversión posterior al terremoto.

   ii. Asuma ahora que la firma está en estado estacionario en $t = 0$. Considere que el flujo de caja está dado por $\tilde{\pi}(k_t) = Z_t\pi(k_t)$. Donde Z_t es un término de productividad. Hasta ahora hemos trabajado con $Z_t = 1, \forall t$. Suponga que en $t = 0$ ocurre un shock de productividad permanente tal que $Z_t = b > 1, \forall t \geq 0$. Utilizando un diagrama de fases describa la dinámica de q y k. ¿Cómo cambia su respuesta si el shock que ocurre en $t = 0$ es transitorio y es de común conocimiento que termina en el periodo $t = T$. Es decir, a partir de $t = T$ la productividad vuelve a $Z_t = 1$.

   iii. Continuación del item anterior. Suponga que la firma está en estado estacionario en $t = 0$ y que $Z_t = 1$. La firma recibe en $t = 0$ la noticia de que a partir de $t = T$ la productividad aumentará de manera permanente a $Z_t = b > 1$. Describa la dinámica de q y k en un diagrama de fases. ¿Cómo cambia su respuesta si el futuro aumento de productividad es transitorio?

4. **Ajuste abultado y tiempo-de-construcción**

Considere el modelo de Calvo para ajustes de capital, es decir, con k en el rol de y en las láminas de las clases, y suponga que el target estático ($\hat{y}_{i,t}$ en la notación de cátedra) sigue un AR(1):

$$\hat{y}_{i,t} = \phi\hat{y}_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

con $0 \leq \phi < 1$.

(a) Demuestre que el capital agregado y_t sigue un AR(2). Encuentre expresiones para los coeficientes del AR(2).

Ahora incorporaremos el hecho de que llevar a cabo un proyecto toma tiempo (*"time-to-build"*). Para capturar esto añadiremos tiempo-de-construcción al modelo de Calvo, es decir, la firma decide en este período sobre cual será su stock de capital en el período siguiente, no este período. En relación a lo anterior:

(b) Derive una expresión para el target dinámico, $y^*_{i,t}$.

(c) Asuma que el target estático es común a todos los agentes, es decir, $\varepsilon_{i,t} = \varepsilon_t$ para todo i. Derive una expresión para el capital agregado, y_t, y compare con la expresión obtenida en (a). ¿Cómo difieren las respuestas al impulso unitario (de los shocks ε_t) de las dos series? De la intuición para la diferencia.

5. **Autocorrelación de Δy_t en el modelo de Calvo con un agente**

Considere *un agente* que sigue el modelo de Calvo, de modo que su ajuste en t, satisface:

$$\Delta y_t = \xi_t x_t \tag{2}$$

donde ξ_t modela los shocks de ajuste y x_t denota el desequilibrio inmediatamente anterior al shock de ajuste. Los ξ_t son i.i.d Bernoulli con probabilidad de éxito igual a $\lambda \in (0,1)$ y x_t evoluciona de acuerdo a:

$$x_{t+1} = (1-\xi_t)x_t + \Delta y^*_{t+1} \tag{3}$$

Además los ξ_t son independientes de x_s, $s \leq t$.
Suponemos que el óptimo sin fricciones, y^*_t, sigue un camino aleatorio sin tendencia (*drift* igual a cero) de modo que los Δy^*_t son i.i.d. con media nula y varianza σ^2. Suponemos que Δy^*_t es independiente de todos los ξ (anteriores, posteriores y contemporáneo) y de los x_s con $s \leq t-1$.

(a) No supusimos que ξ_t es independiente de x_s cuando $s > t$, ¿por qué? Tampoco supusimos que Δy^*_t es independiente de x_s cuando $s \geq t$, ¿por qué?

(b) Muestre que x_t será igual a la suma de los shocks desde la última vez que ajustó el agente hasta t.

(c) Muestre que $\mathbb{E}(\Delta y_t) = 0$.

(d) Use (b) y (c) para mostrar que $Cov(\Delta y_t, \Delta y_{t-1}) = 0$.
Ayuda: Use la ley de probabilidades totales[1] condicionando en las cuatro combinaciones de valores que pueden tomar ξ_t y ξ_{t-1}.

(e) Según el resultado de equivalencia de Rotemberg, cuando el ajuste es a la Calvo e y^* sigue un camino aleatorio, Δy_t sigue un AR(1) con autocorrelación de primer orden $1-\lambda$. Si aplicamos este resultado concluiríamos, equivocadamente, que $\lambda \approx 1$, es decir, que el ajuste es infinitamente rápido, independiente de cuál sea el verdadero valor del parámetro de velocidad de ajuste, λ. Explique por qué lo que demostró en las partes anteriores no contradice el resultado de equivalencia de Rotemberg.

[1] Sean $A_1, \ldots, A_n$ particiones de un espacio muestral Ω y X un suceso cualquiera, entonces $P(X) = \sum_{i=1}^{n} P(X|A_i)P(A_i)$