

---

Profesor	: Eduardo Engel	Abril 23, 2021
Ayudantes	: Pablo Barros y Giovanni Villa	
Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	
Semestre	: Otoño 2021	
Guía	: No. 4	
Entrega	: Martes 11 de mayo, antes de la ayudantía	

---

### 1. Suavizamiento de impuestos

Considere el modelo de suavizamiento de impuestos de Barro. El tiempo es continuo. Suponga que el producto  $Y$  y la tasa real de interés  $r$  son constantes y que la deuda de gobierno en  $t = 0$  es cero. Suponga que habrá una pandemia de  $t = 0$  a  $t = \tau$ , de modo que el gasto de gobierno,  $G_t$ , será igual a  $G_H$  para  $0 \leq t \leq \tau$  e igual a  $G_L$  después, donde  $G_H > G_L$ .

Determine la trayectoria óptima de impuestos,  $T_t$ , y la trayectoria resultante de la deuda pública  $D_t$ . Encuentre expresiones explícitas para las trayectorias y grafíquelas.

### 2. Modelo de $q$ de Tobin y Subsidio a la Inversión

Considere una firma que enfrenta una tasa de interés constante,  $r$ ; tiene una función de producción cóncava  $F(K)$ ,<sup>1</sup> paga  $p \equiv 1$  por unidad de capital y enfrenta costos cuadráticos de ajustar su stock de capital, con parámetro de convexidad  $b$ . Los costos de instalar capital se pueden descontar para efectos contables. Suponga que  $\delta = 0$ .

Suponga que el gobierno instituye un subsidio  $\sigma$  a la inversión, de modo que el costo de invertir  $I$  se reduce de  $I + C(I, K)$  a  $(1 - \sigma)I + C(I, K)$ .

- Estamos suponiendo que el subsidio del gobierno no involucra los costos de ajuste. Discuta cuán razonable es este supuesto para distintas interpretaciones de los costos de ajuste.
- Muestre que el  $q$  de estado estacionario,  $q^*$ , es igual a  $1 - \sigma$ . Interprete económicamente este resultado. Caracterice el stock de capital de estado estacionario,  $K^*$ .
- Determine el diagrama de fase en el espacio  $(K, q)$ . Justifique las flechas en cada región y muestre que hay un brazo estable.
- Describa gráficamente la trayectoria desde un estado estacionario con  $\sigma = 0$  a un estado estacionario con  $\sigma > 0$ , suponiendo que el subsidio no es anticipado y de una sola vez.
- Repita la parte (d), pero ahora suponga que el subsidio es transitorio y dura de  $t = 0$  a  $t = T$ .

### 3. Costos externos de ajuste (30 puntos)

Los costos de ajuste vistos en clases son *internos* a la firma, en este problema consideramos costos *externos*.

El tiempo es continuo. Asuma que existe un gran número de firmas, cada una de ellas resolviendo el mismo problema. Denotaremos las variables a nivel de firma con minúsculas:  $k_t$  para el capital e  $i_t$  para

---

<sup>1</sup>Por simplicidad ignoramos el factor trabajo; esto no afecta ninguna de las conclusiones que siguen.

la inversión en  $t$ . Las variables agregadas las denotaremos con mayúsculas:  $K_t$  para capital agregado e  $I_t$  para inversión agregada en  $t$ . Asuma que no existen costos internos de ajuste, es decir,  $C(i, k) = 0$ , pero que el precio del bien de inversión es una función de la inversión agregada,  $p(I_t)$ , con  $p' > 0$ . Denote por  $\Pi(k_t)$  los beneficios de una firma que opera con un stock de capital  $k_t$ , donde  $\Pi' > 0$  y  $\Pi'' < 0$ . Asuma que existe depreciación  $\delta \in (0, 1)$ , y que la tasa de interés real es  $r$ .

- (a) Escriba el problema de una firma que toma la inversión agregada como dada.
- (b) A partir del Hamiltoniano en valor corriente y tomando como dadas las variables agregadas obtenga las ecuaciones de primer orden. Obtenga una expresión para el  $q$  de tobin marginal. ¿Varía esta expresión en el tiempo? ¿Satisface la firma una versión modificada de la regla de inversión de costos de usuario del modelo neoclásico?
- (c) Notando que en equilibrio el capital e inversión agregados deben satisfacer que  $K = k$  e  $I = i$ , caracterice el estado estacionario y muestre que el nivel de capital correspondiente,  $K_{EE}$ , satisface

$$\Pi'(K_{EE}) = (\delta + r)p(\delta K_{EE}).$$

Determine también la dinámica de la economía en el espacio  $(K, I)$ , dibuje el diagrama de fase correspondiente y muestre que existe un brazo estable. Finalmente, explique por qué en este problema, y a diferencia de lo que sucede con costos de ajuste internos,  $I$  será la variable de salto.

- (d) A continuación consideramos el efecto de un subsidio a la inversión, el cual modelamos como una reducción en el precio de los bienes de inversión desde  $p(I)$  hasta  $(1 - \tau)p(I)$ , donde  $\tau > 0$  es el subsidio. Suponga que la economía se encuentra en estado estacionario con  $\tau = 0$  cuando, de manera sorpresiva y permanente, se implementa el subsidio  $\tau > 0$ . Muestre que el capital del nuevo estado estacionario será mayor que en el estado estacionario original y use un diagrama de fase para describir la dinámica hacia el nuevo estado estacionario.
- (e) Asuma ahora que existe una única firma en la economía. Esta firma actúa como monopsonista en el mercado de bienes de inversión, es decir, la firma internaliza que si invierte  $I$  enfrentará un precio  $p(I)$ . Asuma que la elasticidad-precio de los bienes de inversión es constante, es decir,  $p(I) = I^\eta$  con  $\eta > 1$ . Resuelva el problema de la firma y explique cómo cambia el nivel de capital (e inversión) de estado estacionario comparado a lo visto en (c).

**Ayuda:** Haga toda la derivación en función de  $p(I)$ , sin usar que  $p(I) = I^\eta$ , salvo cuando obtenga una expresión  $p'(I)I/p(I)$  que puede reemplazar por  $\eta$ .