

### Instrucciones

1. Tiene 1 hora y 40 minutos para responder las preguntas y luego 10 minutos para escanear y subir su prueba a la plataforma Canvas.
2. Este ensayo tiene 2 preguntas, el número máximo de puntos que otorga cada pregunta se indica en cada caso, el número máximo de puntos que puede obtener en el ensayo es de 60.
3. Salvo que se indique explícitamente lo contrario, todas las partes de una pregunta dan el mismo puntaje.
4. Comience por dedicar 10 minutos a leer todas las preguntas.
5. Asigne su tiempo de modo de dedicar suficiente tiempo a todas las preguntas. No dedique demasiado tiempo a ninguna de ellas. Dedicar tantos minutos como puntos asignados a cada pregunta es una buena estrategia. Esto deja 30 minutos de libre disposición, sin contar los 10 minutos que dedico a leer el enunciado.
6. Sus respuestas deben contener pasos intermedios para que el evaluador pueda estar seguro de que llegó al resultado correcto sabiendo lo que hacía. Esto también le permitirá al evaluador darle puntaje parcial cuando no obtenga la respuesta correcta.
7. Responda cada pregunta en una hoja distinta e indique cuál pregunta está respondiendo.
8. Este es un control a libro cerrado. No se permiten ayudas de ninguna especie.

### Una fórmula útil

Para  $|a| < 1$ :

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k = \frac{1}{1-a}.$$

### Expresiones para Equivalencia Cierta

Con la notación habitual ( $R = 1 + r$ ) tenemos que  $C_t$  es una maringala ( $E_t C_{t+k} = C_t$  para  $k = 1, 2, 3, \dots$ ) y:

$$C_t = \frac{R-1}{R} \left\{ A_t + \sum_{s \geq 0} R^{-s} E_t Y_{t+s} \right\},$$
$$\Delta C_t = \frac{R-1}{R} \sum_{u \geq 0} R^{-u} \{ E_t Y_{t+u} - E_{t-1} Y_{t+u} \}.$$

## 1. Exceso de suavizamiento y diferencias de información

Se cumplen los supuestos de equivalencia cierta,<sup>1</sup> de modo que cambios en consumo vienen dados por:

$$(1) \quad \Delta c_t = \frac{r}{1+r} \sum_{u \geq 0} \beta^u \{E[y_{t+u}|\Omega_t] - E[y_{t+u}|\Omega_{t-1}]\},$$

donde  $\Omega_t$  denota la información de que disponen los hogares en  $t$ .

El ingreso laboral es generado por un proceso:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + x_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde  $0 \leq \alpha < 1$  y  $\varepsilon_t$  y  $x_t$  son variables aleatorias i.i.d. con media nula, varianza  $\sigma_\varepsilon^2$  y  $\sigma_x^2$ , no correlacionadas entre sí, ni con valores pasados de  $y$ .

La información utilizada por los hogares para determinar su consumo ( $\Omega_t$  en (1)) incluye tanto  $y_t$  como  $x_t$  (también incluye valores pasados de estas variables pero no los va a necesitar). En cambio, el econometrista sólo observa  $y_t$ , de modo que sólo los hogares utilizan  $x_t$  cuando predicen ingresos.

- Encuentre  $y_t - E[y_t|\Omega_{t-1}]$  para los hogares.
- Encuentre  $E[y_{t+u}|\Omega_t] - E[y_{t+u}|\Omega_{t-1}]$ ,  $u \geq 1$ , para los hogares. **Indicación:** exprese el resultado en términos de  $\varepsilon_t$ ,  $\alpha$ ,  $u$  y  $x_t$ .
- Use (1), (a) y (b) para determinar  $\Delta c$  para los hogares.
- Repita (a), (b) y (c) con la información disponible para el econometrista.
- Muestre que la varianza que estima el econometrista para  $\Delta c$  será mayor que la varianza verdadera de  $\Delta c$ .
- El puzzle del *suavizamiento excesivo del consumo* se refiere a la observación empírica de que las series cronológicas de consumo observadas responden a shocks no anticipados de ingreso en menor medida de lo que señalan las estimaciones del modelo de equivalencia cierta.<sup>2</sup> Use los resultados anteriores para dar una posible explicación para este hallazgo.

## 2. Aplicación de la q de Tobin: Mercado inmobiliario

Una variación interesante del modelo de  $q$  de Tobin aparece al estudiar la inversión en el mercado inmobiliario. Asumimos que las personas que son dueñas de una casa lo hacen para ganar el retorno de esta. Existe una masa de individuos normalizada a 1. No hay crecimiento de la población.

Denotaremos  $H$  como el *stock* de casas, es el capital en este modelo.  $R$  es la renta de tener una casa, que es una función decreciente de  $H$ . Es decir,  $R = R(H)$  y  $R'(H) < 0$ .

El precio de las casas  $q$  se fija por la condición de no arbitraje, con  $r$  la tasa de interés:

$$r = \frac{R + \dot{q}}{q}$$

<sup>1</sup>Utilidad instantánea cuadrática,  $\gamma = 1/(1+r)$ .

<sup>2</sup>Este puzzle guarda una relación cercana con el puzzle del exceso de sensibilidad del consumo visto en clases.

Sea  $I$  la tasa de inversión que es creciente en  $q$  tal que  $I = I(q)$  con  $I'(q) > 0$ . La ley de movimiento de  $H$  es:

$$\dot{H} = I - \delta H$$

- (a) Encuentre las ecuaciones para  $\dot{H} = 0$  y  $\dot{q} = 0$ . Grafique ambas ecuaciones en el espacio  $(H, q)$ .  
**Indicación:** Calcule la pendiente de cada curva y muestre que  $\dot{H} = 0$  tiene pendiente positiva y  $\dot{q} = 0$  pendiente negativa.
- (b) ¿Por qué la curva  $\dot{H} = 0$  *no* es horizontal en este modelo? Interprete.
- (c) ¿Cuáles son las dinámicas de  $H$  y  $q$  en cada región del diagrama de fase resultante? Dibuje el diagrama de fase, con los vientos y el *saddle path*.
- (d) Suponga que los mercados están en su equilibrio de largo plazo y que hay un incremento permanente e inesperado sobre  $r$ . ¿Qué pasa con  $H$  y  $q$  al momento del cambio? ¿Cómo se comporta  $H, q, I$  y  $R$  a través del tiempo, luego del cambio? Explique y grafique. **Indicación:** Fíjese no solo en desplazamiento de las curvas, sino también en cambios de pendientes de estas.
- (e) En este modelo, ¿los costos de invertir son *internos* o *externos*? Justifique.