Pregunta 6

Dos firmas tienen un puesto de trabajo disponible. Suponga que las empresas ofrecen salarios diferentes: la empresa i ofrece un salario w_i, donde $\frac{1}{2}w_1 < w_2 < 2w_1$. Imagine que hay 2 trabajadores, cada uno de los cuales puede postularse solo a un empresa. Los trabajadores deciden simultáneamente si aplicar a la empresa 1 o a la empresa 2. Si solo un trabajador se postula a una empresa determinada, ese trabajador obtiene el trabajo; si ambos trabajadores solicitan el mismo trabajo la empresa contrata un trabajador al azar (es decir, contrata al trabajador con probabilidad $1/2$) y el otro termina desempleado (lo que tiene una recompensa de 0). Encuentre los equilibrios de Nash del juego (puros y mixtos).

La matriz de pagos será:

		J2		
		q F1	F2 $1-q$	
J1	F1	$\frac{1}{2}w_1, \frac{1}{2}w_1$	w_1, w_2	p
	F2	w_2, w_1	$\frac{1}{2}w_2, \frac{1}{2}w_2$	$1-p$

•: $\frac{1}{2}w_1 < w_2$

•: $w_2 < 2w_1 \rightarrow \frac{1}{2}w_2 < w_1$

EN puros = $\{(F_1,F_2), (F_2,F_1)\}$

EN mixtos:

* $u_2(F_1) = u_2(F_2)$

$$p \cdot \frac{1}{2}w_1 + (1-p)w_1 = pw_2 + (1-p)\frac{1}{2}w_2$$

$$p\left(\frac{1}{2}w_1 - w_1\right) + w_1 = p\left(w_2 - \frac{1}{2}w_2\right) + w_2$$

$$-\frac{1}{2}w_1 p + w_1 = \frac{1}{2}w_2 p + \frac{1}{2}w_2$$

$$w_1 - \frac{1}{2}\cdot w_2 = \frac{1}{2}(w_1 + w_2)p$$

$$p = \frac{2(w_1 - 1/2\, w_2)}{w_1 + w_2}$$

$$\Rightarrow p^* = \frac{2w_1 - w_2}{w_1 + w_2}$$

↳ $p < 1$? $\quad p = \frac{2w_1 - w_2}{w_1 + w_2} < 1$

$$2w_1 - w_2 < w_1 + w_2$$

$$w_1 < 2w_2$$

$$\frac{1}{2}w_1 < w_2 \quad ✓$$

* $u_1(F_1) = u_1(F_2)$

$$q\frac{1}{2}w_1 + (1-q)w_1 = qw_2 + (1-q)\frac{1}{2}w_2$$

$$w_1 - \frac{1}{2}w_1 q = \frac{1}{2}w_2 + \frac{1}{2}w_2 q$$

$$2w_1 - w_1 q = w_2 + qw_2$$

$$2w_1 - w_2 = q(w_1 + w_2)$$

$$\Rightarrow q^* = \frac{2w_1 - w_2}{w_1 + w_2}$$