

Tarea N° 2
Entrega: 2 de Julio, 2020

1 Una Solución Cerrada al Modelo de Ramsey (basado en Smith, 2006)

Considere el modelo de Ramsey con una función de producción Cobb-Douglas, $\hat{y} = \hat{k}^\alpha$, y donde se asume que el coeficiente de aversión relativa al riesgo θ es igual al coeficiente de participación del capital α . Asuma también que el capital no se deprecia, $\delta = 0$.

- (a) ¿Cómo es \hat{k} en la trayectoria estable de crecimiento (\hat{k}^*)?
- (b) ¿Cómo es \hat{c} en la trayectoria estable de crecimiento (\hat{c}^*)?
- (c) Defina z como la razón capital-producto, \hat{k}/\hat{y} , y g como la razón consumo-capital, \hat{c}/\hat{k} . Encuentre expresiones para \dot{z} y \dot{g}/g en función de z, g y los parámetros del modelo.
- (d) Suponga que g es constante en el brazo estable. Bajo este supuesto:
 - (i) Encuentre la trayectoria de z dado su valor inicial, $z(0)$.
 - (ii) Encuentre la trayectoria de \hat{y} dado el valor inicial de \hat{k} , $\hat{k}(0)$. ¿Es la velocidad de convergencia a la trayectoria estable de crecimiento, $d \ln[\hat{y}(t) - \hat{y}^*]/dt$, constante mientras la economía se encuentre en el brazo estable?
- (e) En la solución obtenida en (d), ¿se satisfacen las ecuaciones (1) y (2)?

$$\frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta} [f'(\hat{k}) - \rho - \theta x] \quad (1)$$

$$\dot{\hat{k}} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (n+x)\hat{k} \quad (2)$$

2 Impuestos al Capital en el Modelo de Ramsey

Considere una economía basada en el modelo de Ramsey que se encuentra en su trayectoria estable de crecimiento. Suponga que en un período, que denotaremos por $t = 0$, el gobierno establece un impuesto al ingreso de la inversión, con una tasa τ . De esta forma, la tasa de interés real para los hogares será $r(t) = (1 - \tau)f'(\hat{k}(t))$. Asuma que el gobierno reparte la recaudación en forma de transferencias de suma fija, y que capital no se deprecia ($\delta = 0$).

- (a) ¿Qué efecto tiene este impuesto en las ecuaciones $\dot{\hat{c}} = 0$ y $\dot{\hat{k}} = 0$?

- (b) ¿Cómo responde la economía a la implementación del impuesto en $t = 0$? ¿Cómo serán las dinámicas después de este período?
- (c) Compare los valores de \hat{c} y \hat{k} en la nueva trayectoria estable con respecto a los valores de la trayectoria original.
- (d) Suponga que existen muchas economías como la descrita en este problema. Las preferencias de los trabajadores son las mismas para cada país, pero la tasa de impuesto puede variar. Asuma que cada país está en su propia trayectoria estable.
- (i) Muestre que la tasa de ahorro en la trayectoria estable, $(\hat{y}^* - \hat{c}^*)/\hat{y}^*$, es decreciente en τ .
- (ii) En un país con un bajo τ , alto \hat{k}^* y altas tasas de ahorro, ¿tendrá incentivos sus ciudadanos a invertir en países con bajas tasas de ahorro? Justifique su respuesta.
- (e) A partir de su respuesta en (c) explique si una política de subsidio a la inversión ($\tau < 0$) financiada con impuestos de suma fija tendría efectos positivos sobre el bienestar social. Justifique su respuesta.
- (f) Volviendo al caso original, suponga que el gobierno ya no distribuye los excedentes en forma de transferencias, sino que lo usa para financiar gasto. ¿Cambiará su respuesta en (a) y (b)? De ser afirmativa su respuesta, muestre cómo será este cambio.

3 Restricciones al Crédito Internacional (basado en Cohen y Sachs, 1986)

Suponga un país i con activos domésticos a_i que puede acceder a crédito en el mercado internacional, a una tasa de interés real constante r . Este país solamente puede endeudarse hasta una fracción $\lambda \geq 0$ de su stock de capital, esto es

$$d_i \leq \lambda k_i \quad (3)$$

Además, la deuda neta puede expresarse como $d_i = k_i - a_i$, lo que combinado con (3) implica

$$a_i \geq (1 - \lambda)k_i \quad (4)$$

Asuma que esta economía tiene consumidores con un horizonte infinito donde se cumple $\rho_i + \theta_i x_i > r$. Suponga que la posición inicial de activos $a_i(0)$ es suficientemente grande para que la restricción (4) no sea activa. Asuma por último que el capital se deprecia a tasa $\delta \geq 0$.

- (a) ¿Cuáles son las CPO del problema si la restricción (4) **no** está activa?
- (b) Explique porqué (4) se convertirá en una restricción activa en un tiempo finito. Encuentre una expresión para \dot{k} cuando la restricción (4) es activa. ¿Cuál es la expresión para $\dot{\hat{c}}/\hat{c}$ en este caso? Provea una intuición económica para este resultado cuando $\lambda = 1$, $\lambda = 0$ y $0 < \lambda < 1$.
- (c) ¿Cuál es el valor de estado estacionario de \hat{k} y cómo depende de λ y r ?
- (d) ¿Cómo se ven afectadas las dinámicas de transición por el parámetro λ ?