ENECO630 (Macroeconomia I) *Otoño* 2012
Profesor: E. Engel Universidad de Chile
Ayudante: F. Huneeus
Fecha: Viernes 06 de Julio

Control 5: Soluciones

1. Verdadero, Falso o Incierto (15 puntos)

a) Verdadero. El argumento keynesiano tradicional es que el consumo es creciente en el ingreso disponible. Como a mayores impuestos menor ingreso disponible, se tiene que al financiar via deuda cae la demanda agregada. Por contraste, el ingreso disponible no depende de la deuda del gobierno. Luego en el model clásico keynesiano financiar al gobierno vía deuda no reduce la demanda agregada mientras que financiarlo vía impuestos sí la reduce. En consecuencia no hay equivalencia Ricardiana en este modelo.

b) Verdadero. El resultado de suavizamiento de impuestos sugiere que es socialmente beneficioso que los impuestos fluctúen lo menos posible. Esto sugiere que para financiar un gasto grande e inesperado (como una guerra), lo óptimo es aumentar los impuestos de manera permanente en la menor cantidad necesaria para financiar el gasto adicional.

Concretamente, suponga que hay un incremento inesperado de D en el gasto fiscal en t. Dicho gasto se financia vía deuda lo cual conlleva pagar intereses rD a partir de $t+1$ de manera indefinida. Y dichos intereses los financio mediante un incremento de impuestos de rD a partir de $t+1$. Es decir, suavizo el financiamiento de la guerra lo más posible. Suponiendo que la distorsion marginal de impuestos es cuadrática, tendremos que si se financia el gasto adicional D aumentando impuestos en t en D, el costo será D^2. Mientras que si se distribuye el costo a partir de $t+1$ con un incremento de impuestos de rD permanente, la distorsión descontada será $\sum_{t\geq 1}\beta^t(rD)^2 = rD^2$.

c) Veradero. Hay varias justificaciones posibles, a continuación se describe una de ellas. El puzzle del riesgo accionario se basa en notar que la baja covarianza entre el crecimiento del consumo y el retorno accionario implica un grado de aversión al riesgo mucho más alto que aquel obtenido en estudios microeconómicos. Este cálculo, basado en la ecuación de Euler, supone que los hogares satisfacen dicha condición de primer orden en todo momento. En cambio, si los hogares ajustan sus patrones de consumo infrecuentemente, por ejemplo, una vez al año, entonces una covarianza baja no significa un coeficiente de aversión al riesgo excesivamente alto.

2. Procastinación (25 puntos)

(a) Este es el caso tradicional que usualmente se analiza. La utilidad de perderse la película cualquier Sábado se indica en la siguiente tabla:

Semana	Utilidad de perder la película cada semana
1	$6 + 7 + 15 = 28$
2	$5 + 7 + 15 = 27$
3	$5 + 6 + 15 = 26$
4	$5 + 6 + 7 = 18$

Por lo tanto, el agente se salta la película la primera semana.

(b) La siguiente tabla resume el cálculo que se hace cada Sábado cuando se decide si se salta la película ese o el Sábado siguiente[1]

Semana	Utilidad de saltarse la película	
	Este Sábado	Próximo Sábado
1	$\frac{1}{2}(6+7+15) = 14$	$5 + \frac{1}{2}(7+15) = 16$
2	$\frac{1}{2}(7+15) = 11$	$6 + \frac{1}{2}15 = 13{,}5$
3	$\frac{1}{2}15 = 7{,}5$	7
4	0	$-\infty$

Por lo tanto, en la semana 1 se prefiere esperar a la semana 2; en la semana 2 se decide esperar otra semana más; en la semana 3 se decide saltarse la película y hacer el trabajo.

(c) Se sabe que el agente futuro se desviará y se toma eso en cuenta hoy. Esto es lo que se piensa desde la semana 1 (utilizando inducción retroactiva).

i. Si no me he saltado la película hasta la semana 4, me la tendré que perder ese último Sábado.

ii. Si no me he saltado la película hasta la semana 3, en ese punto se prefiere saltarse la película, hacer el trabajo y ver la película la semana siguiente. De hecho, saltarse la película esa semana da una utilidad de $\frac{1}{2}15 = 7{,}5$, mientras que saltarse la película la semana siguiente da una utilidad de 7.

iii. Si no me he saltado la película hasta la semana 2, esa semana tendré que elegir entre: (a) saltarme la película y (b) saltarme la película la semana siguiente (aquí estoy internalizando lo que concluí antes). Visto desde la semana 2, la primera alternativa da una utilidad de $\frac{1}{2}(7+15) = 11$, la segunda una utilidad de $6 + \frac{1}{2}15 = 13{,}5$. Por lo tanto, cuando la semana 2 llegue, escogeré saltarme la película el tercer Sábado.

iv. Finalmente, se tiene la información y los cálculos necesarios para decidir si ver la primera película o no. Si se ve la primera película, mi utilidad será $\frac{1}{2}(6+7+15) = 14$. Si no se ve la primera película, de las conclusiones anteriores, se que iré a ver la película el tercer Sábado y por lo tanto, mi utilidad vista desde hoy será $5 + \frac{1}{2}(6+15) = 15{,}5$. Conclusión: Escogo ver la película el primer y segundo Sábado y saltarmela el tercero.

3. Evidencia sobre compartición de riesgo (30 puntos)

[1] Estrictamente hablando, se deberían considerar todos los Sábados siguientes, pero para este caso particular, dado los valores que se tienen, considerar el siguiente Sábado es suficiente.

(a) Sabemos que bajo equivalencia cierta tenemos

$$\begin{aligned}\Delta C_t &= \frac{r}{1+r}\sum_{u\geq 0}\beta^u\left\{\mathrm{E}_t[Y_{t+u}]-\mathrm{E}_{t-1}[Y_{t+u}]\right\}\\ &= \frac{r}{1+r}\sum_{u\geq 0}\beta^u\left\{Y_t+\mathrm{E}_t[v_{t+1}+\ldots+v_{t+u}]-Y_{t-1}-\mathrm{E}_{t-1}[v_t+\cdots+v_{t+u}]\right\}\\ &= \frac{r}{1+r}\sum_{u\geq 0}\beta^u\left\{Y_t-Y_{t-1}\right\}\\ &= v_t\frac{r}{1+r}\sum_{u\geq 0}\beta^u = v_t\frac{r}{1+r}\frac{1}{1-\beta}=v_t.\end{aligned}$$

(b) La pérdida de desviarse del óptimo sin fricciones, C^*_{t+k}, es asumida cuadrática y se escribe como $(C_t-C^*_{t+k})^2$. Esto se puede justificar con una expansión de Taylor de segundo orden alrededor del óptimo sin fricciones: el término de primer orden es igual a cero en el óptimo C^*_{t+k} porque la derivada de la utilidad es cero. Esto es, la pérdida es de segundo orden en la desviación del óptimo.

En el momento t, el consumidor escoge C_t para maximizar su utilidad esperada descontada de toda su vida desde el momento t en adelante, tomando en cuenta que con probabilidad $(1-\pi)^k$ no habrá cambiado su consumo entre el período t y $t+k$. Cuando cambie su consumo de nuevo (por ejemplo en el momento $s>t$), el valor que había escogido en el momento t, C_t, se vuelve irrelevante y no se hace parte de la utilidad esperada descontada de toda su vida desde el momento s en adelante. Por esto se escribe la función objetivo considerando solo los eventos donde *no* se cambia el nivel de consumo (i.e. se mantiene C_t y se tiene esa utilidad k períodos en el futuro descontado de acuerdo al factor de descuento cominado con la probabilidad que la decisión corriente sea relevante $\{\gamma(1-\pi)\}^k$).

Como conclusión, el consumidor escoge su consumo en el momento t para minimizar (una aproximación de) la pérdida de la utilidad esperada de no ser posible ajustar su consumo en períodos futuros.

(c) La función objetivo puede ser escrita como cuadrática en C_t:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\{\gamma(1-\pi)\}^k C_t^2-2\left[\sum_{k=0}^{\infty}\{\gamma(1-\pi)\}^k\mathrm{E}_tC^*_{t+k}\right]C_t+\sum_{k=0}^{\infty}\{\gamma(1-\pi)\}^k\mathrm{E}_t(C^*_{t+k})^2.$$

Del resultado de camino aleatorio (martingale) de Hall tenemos que

$$\sum_{k=0}^{\infty}\{\gamma(1-\pi)\}^k\mathrm{E}_tC^*_{t+k}=\sum_{k=0}^{\infty}\{\gamma(1-\pi)\}^kC^*_t=\frac{C^*_t}{1-\gamma(1-\pi)}.$$

Se sigue que resolviendo la función objetivo original del problema es equivalente a resolver

$$\text{mín}_{C_t}[1-\gamma(1-\pi)]^{-1}C_t^2-2[1-\gamma(1-\pi)]^{-1}C^*_tC_t+\text{constante}$$

y la CPO implica:

$$C_t=C^*_t.$$

(d) Los individuos que no cambian su consumo en el período t forman una distribución aleatoria de la población dado el supuesto que si el consumidor ajusta su consumo es independiente entre consumidores. Estos individuos mantienen el mismo nivel de consumo en el momento $t-1$ y por lo tanto su consumo agregado es $(1-\pi)C_{t-1}$, dado que forman una fracción representativa $(1-\pi)$ de la población. Aquellos que cambian su nivel de consumo escogen consumir C_t^* y por lo tanto el consumo agregado de este sub-grupo en el período t es πC_t^*. Obtenemos por lo tanto

$$C_t = (1-\pi)C_{t-1} + \pi C_t^*.$$

(e) De (d) obtenemos

$$\Delta C_t = (1-\pi)\Delta C_{t-1} + \pi \Delta C_t^* = (1-\pi)\Delta C_{t-1} + \pi v_t.$$

Se sigue que

$$[1-(1-\pi)L]\Delta C_t = \pi v_t$$

de tal manera que

$$\Delta C_t = \frac{1}{1-(1-\pi)L}\pi v_t = \pi v_t + \pi(1-\pi)v_{t-1} + \pi(1-\pi)^2 v_{t-2} + ...$$

(f) De (e) tenemos que

$$\Delta C_t = \pi v_t + \sum_{k\geq 1} \pi(1-\pi)^k v_{t-k}$$

Estimar la regresión que la investigadora propone arrojará el valor de $\phi = \pi$ porque el término de error $\sum_{k\geq 1} \pi(1-\pi)^k v_{t-k}$ no está correlacionado con el regresor v_t. Esto implica que el valor estimado de ϕ será significativamente menor que 1. Este resultado es, por lo tanto, no necesariamente dado por un mayor monto de compartir riesgo que como lo sugieren modelos de mercados incompletos. Puede ser la consecuencia de ser desatento, como lo muestra este problema.

4. El timing del consumo de durables (35 puntos)

(a) La restricción presupuestaria intertemporal es:

$$\int_0^\infty e^{-rt} c_t dt + e^{-rT}(k+sP) \leq W. \tag{1}$$

(b) La ecuación estándar de Euler sugiere fuertemente que el consumidor suavizará su consumo no-durable, por lo tanto $c_t = c$ y, de la restricción anterior:

$$c^* = r[W - e^{-rT^*}(k+s^*P)]. \tag{2}$$

(c) Tenemos que:

$$U = \frac{1}{r}u(c^*(s,T)) + \frac{e^{-rT}}{r}v(s),$$

con $c^*(s,T)$ definido en la ecuación (2).

La CPO con respecto a T lleva a:

$$ru'(c)(k+sP) = v(s), \tag{3}$$

mientras que la CPO con respecto a s lleva a:

$$ru'(c)P = v'(s). \tag{4}$$

Combinando (3) con (4) para eliminar $u(c)$ nos lleva :

$$\frac{v'(s)}{P} = \frac{v(s)}{k + sP},$$

y por lo tanto

$$\eta_{v,s} \equiv \frac{sv'(s)}{v(s)} = \frac{sP}{k + sP} < 1. \tag{5}$$

(d) Tenemos que:

1. Se concluye de (5).
2. Se concluye de i. and (3).
3. Asuma que $q \equiv e^{-rT}$. Entonces, diferenciando ambos lados de (2) con respecto a q y usando que c y s no dependen de q (dado de i. y ii.) llegamos a:

   $$\frac{dq}{dW} = \frac{1}{k + sP}.$$

   Y por lo tanto $T = -\log q/r$, tenemos:

   $$\frac{dT}{dW} = -\frac{1}{rq}\frac{dq}{dW} = -\frac{1}{re^{-rT^*}(k + s^*P)} < 0,$$

   lo que muestra que T es decreciente en W.

(e) En el modelo considerado en este problema, *todo* el ajuste que se hace a los shocks de riqueza se hace a través del timing del consumo de durables. El consumo no-durable está totalmente "blindado" de estos shocks.

Dos supuestos juegan un rol importante. Primero, que la solución sea interior, que asume (entre otras cosas) que los shocks no son tan grandes. Segundo, que se compra el durable a lo mas una vez en la vida, por lo tanto este modelo es mas relevante para casa que para autos.