

# Macroeconomía I

## Ayudantía 5

**Profesor:** Luis Felipe Céspedes  
**Ayudantes:** Marcelo Gómez, Alberto Undurraga

### Matemático I: Modelo Schumpeteriano con innovación del líder

En el modelo visto en clases, el monopolista incumbente no realiza la investigación. Sin embargo, la evidencia muestra que una gran proporción de la innovación en la calidad de los productos existentes proviene del monopolista que ya está fabricando estos bienes. Esto puede ser debido a que el monopolista tiene costos de investigación menores o que tiene más conocimiento sobre el producto, lo cual implica una mayor probabilidad de éxito.

- (a) Considere una extensión del modelo schumpeteriano básico donde solo el monopolista puede investigar. En este contexto, encuentre la ecuación que determina el nivel de trabajo en R&D.
- (b) Ahora suponga que tanto incumbente como entrantes pueden realizar la investigación, pero el primero tiene una probabilidad mayor de éxito, dada por  $\lambda_{\ell,z}$ , con  $\lambda_{\ell} > \lambda$  y donde  $z$  son los investigadores empleados por la firma. Todas las otras firmas innovan con una probabilidad  $\lambda_z$ . ¿Bajo qué parámetros el incumbente invertirá en R&D?

### Matemático II: Modelo Schumpeteriano con calidad multidimensional

Extendemos el modelo Schumpeteriano visto en clases para que la calidad tenga atributos en dos dimensiones<sup>1</sup>. Considere así un índice de calidad

$$y(\tau) = A(\tau)x(\tau)^{\alpha},$$

con  $0 < \alpha < 1$ , donde

$$A(\tau) = \gamma_1^{i(\tau)} \gamma_2^{j(\tau)},$$

con  $\gamma_1, \gamma_2 > 1$  y  $i, j = 0, 1, 2, \dots$ . Las emprendedoras pueden elegir mejoras en calidad para  $\gamma_1^i$  o  $\gamma_2^j$  en cualquier momento del tiempo. Existen trabajadores calificados H que trabajan en R&D y trabajadores no calificados L que trabajan en la manufactura. Las innovaciones ocurren con un proceso de Poisson dado por  $\gamma_k H_k(\tau)$ , con  $k = 1, 2$ , donde  $H_k$  es el número agregado de empleados calificados tratando de mejorar  $\gamma_k$ . Cuando  $\gamma_2^j$  es mejorado, la innovadora de esto produce al máximo de calidad, pero aún debe pagar por utilizar el  $\gamma_1^i$  más alto. Asumimos que debe pagar una proporción  $0 < \kappa < 1$  de sus utilidades a la dueña de la patente de  $\gamma_1^i$ . Análogamente, cuando se mejora  $\gamma_1^i$ , la innovadora le paga  $1 - \kappa$  a la dueña del  $\gamma_2^j$  más alto.

- (a) Encuentre los beneficios para cada tipo de innovación.
- (b) Encuentre el valor de las innovaciones de cada tipo en un estado estacionario estocástico.

---

<sup>1</sup>Note que en el modelo visto en clases solo existía un atributo.

- (c) ¿Qué condiciones son requeridas para un equilibrio de estado estacionario estocástico? Muestre que existe un único equilibrio (Hint: las emprendedoras deben estar indiferentes entre ambos tipos de innovación).
- (d) Encuentre la tasa esperada de crecimiento.
- (e) ¿Qué debe hacer el estado con respecto a las patentes para maximizar la tasa de crecimiento?

## Matemático III

Considere el modelo de difusión tecnológica visto en clases.

- (a) Discuta si los dos países convergen a los mismos niveles de producto per cápita y tasa de salario. Discuta si convergen a una tasa de crecimiento del producto per cápita común.
- (b) ¿Es posible que el país que inicialmente tiene menor nivel de producto per cápita se convierte en el que tiene más? Se pueden dar más cambios relativos en el producto per cápita después de esto?
- (c) ¿Pueden cambiar los roles de los países en términos de innovación e imitación?
- (d) ¿Cuál son las implicancias del modelo para convergencia absoluta y relativa?