

**Fuente: Examen Final de Econometría II 2021**

**1. (35 puntos)** Considere el siguiente proceso para  $y$ :

$$y_t = \begin{cases} u_{1,t} & \text{si } y_{t-1} \leq \beta \\ u_{2,t} & \text{si } y_{t-1} > \beta, \end{cases} \quad (1)$$

donde  $u_{i,t} \sim N(\alpha_i, \sigma_i^2)$ , para  $i = 1, 2$ . Definimos:

$$s_t = \begin{cases} 1 & \text{si } y_t \leq \beta \\ 2 & \text{si } y_t > \beta \end{cases} \quad (2)$$

(a) **(5 puntos)** Es fácil verificar que  $s_t$  sigue un proceso markoviano. ¿De qué tipo? Encuentre su matriz de transición. (b) **(10 puntos)** Encuentre las probabilidades ergódicas de  $s_t$ . (c) **(5 puntos)** Obtenga la esperanza y la varianza incondicional de  $y$ . (d) **(10 puntos)** Provea los estimadores MLE de los parámetros de este modelo. (e) **(5 puntos)** Asuma que cuenta con la siguiente información:  $\hat{\alpha}_1 = 1$ ,  $\hat{\alpha}_2 = 2$ ,  $\hat{\sigma}_1^2 = 1$ ,  $\hat{\sigma}_2^2 = 2$ ,  $\hat{\beta} = 2$ . Encuentre el estimador de la matriz de transición de  $s$ .