Universidad de Chile — Facultad de Economía y Negocios.

Macroeconomía I
Otoño 2020
Guía Nº5

Profesor: Eduardo Engel
Ayudantes: Catalina Gómez
& Martín Ferrari

JULIÁN GARCÍA SANHUEZA
18.623.192-9

1 Bonos de Garantía en el modelo de Shapiro-Stiglitz

Los supuestos y notación son los mismos del modelo de Shapiro-Stiglitz visto en clases, con la excepción de que al momento de ser contratados, los trabajadores deben dejar en manos de la empresa un bono de garantía por un monto k, el cual es cobrado por la empresa en caso de que el trabajador sea sorprendido “flojeando”. Nos centramos en estados estacionarios.

(a) En el modelo visto en clases, el sistema de ecuaciones para V_E, V_S y V_U es:

$$rV_E = (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) \tag{1}$$

$$rV_S = w - (b + q)(V_S - V_U) \tag{2}$$

$$rV_U = a(V_E - V_U) \tag{3}$$

Determine cómo varía este sistema con el bono de garantía. Basta con que de la intuición correcta, no es necesaria una derivación rigurosa.

HINT: Dado que no se conoce el *timing* del bono, parametrice el problema mediante γk, donde γ puede tomar 2 valores: (i) $\gamma = r$, el bono se entrega al momento de ser contratado y por ende tiene un costo de oportunidad r mientras se trabaja, y (ii) $\gamma = 0$, el bono es un pagaré que se cancela en caso de ser sorprendido “flojeando”.

Respuesta:

Tenemos que para el trabajador que se esfuerza nunca deberá pagar el bono, pues, no "flojea", mientras que el trabajador que "flojea" tendrá una probabilidad q de ser descubierto "flojeando" y deberá cancelar todo el bono . Por lo tanto, las ecuaciones de Bellman son:

costo op ó (pagaré)

$$rV_E = (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) - \gamma k \tag{4}$$

$$rV_S = w - (b + q)(V_S - V_U) - (\gamma + q)k \tag{5}$$

$$rV_U = a(V_E - V_U) \tag{6}$$

Lo que hace sentido, pues, período a período, el trabajador que se esfuerza sólo pierde el costo de oportunidad de usar esos fondos en otra inversión debido a haber firmado el compromiso con la empresa. Sin embargo, para el trabajador que "flojea" no sólo pierde ese costo, sino también con probabilidad q debe cancelar el total del bono (y además γ toma valor 0).

(b) En el modelo resuelto en clases se supuso que la firma paga el menor salario necesario para que $V_E \geq V_S$. ¿Para qué rango de valores de k sigue siendo válido este supuesto en el caso con bono de garantía? Justifique. En lo que sigue suponga que k toma valores en este rango.

Respuesta:

En ese caso, $V_E = V_S$ en el límite, por lo que podemos presentar (5) como:

$$rV_E = w - (b+q)(V_E - V_U) - (\gamma + q)k \tag{6}$$

La operación (4)-(6) permite llegar a :

$$0 = -\bar{e} + qk + q(V_E - V_U) \tag{7}$$

Recordando que $V_E \geq V_S$ tenemos:

$$0 \geq -\bar{e} + qk + q(V_E - V_U)$$

Reorganizando la expresión y asumiendo que $V_E \geq V_U$ (solución pareto-eficiente de Nash) tenemos que:

$$\frac{\bar{e}}{q} - k \geq V_E - V_U \geq 0$$

Por lo tanto, debe cumplirse para k que:

$$\frac{\bar{e}}{q} \geq k$$

Quizás una forma mas simple es sólo suponer que $V_E \geq V_U$ porque sino, no saldría a buscar trabajo y se cae todo el modelo, incluso previo a haber aprovechado el supuesto de Nash Barganing,

(c) Determine el (menor) salario que pueden pagar las empresas para inducir a los trabajadores a no flojear. Se trata de una expresión para w como función de a, b, $q, \bar{e}, r$ y k. La expresión correspondiente derivada en clases para el caso $k = 0$ es:

$$w = \bar{e} + (a+b+r)\frac{\bar{e}}{q}.$$

Respuesta:

Primero, hacemos la operación (5) - (6) la que nos da la siguiente igualdad:

$$\mathrm{V_E} - \mathrm{V_U} = \frac{(w-\bar{e}) - \gamma k}{r+a+b} \tag{9}$$

Reemplazando (9) en la expresión (7) llegamos a :

$$0 = -\bar{e} + qk + q\frac{(w-\bar{e}) - \gamma k}{r+a+b}$$

Con algo de álgebra se llega a la expresión solicitada que refleja el menor salario w en función de $a, \bar{e}, b, , r$ y $k(+)$:

$$\frac{(\bar{e} - qk)(r+a+b)}{q} + \gamma k + \bar{e} = w \tag{10}$$

(d) Determine la Condición de No Flojeo (NSC en inglés). La condición correspondiente para el caso visto en clases es

$$w = \bar{e} + (r + \frac{\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL}}b)\frac{\bar{e}}{q}$$

Respuesta:

Imponemos la condición de que el flujo de empleados es igual al flujo de desempleados, es decir, que:

$$b\mathrm{NL} = a(\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL})$$

Por lo que se cumplirán:

$$a = \frac{b\mathrm{NL}}{\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL}},$$
$$a + b = \frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL}}$$

Lo que reemplazando en (10) llegamos a que:

$$\frac{(\bar{e}-qk)(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}})}{q}+\gamma k+\bar{e}=w \tag{11}$$

(e) ¿Existe un valor de k que permita recrear la situación que existiría si no hubiera problema de monitoreo? Justifique.

Respuesta:

En ese caso debiese cumplirse que $w=\bar{e}$, es decir, que se cobra un salario igual al esfuerzo aportado (de lo contrario, el monitoreo perfecto permite despedir a ese trabajador). Veamos ahora para cada caso de γ. Tenemos que cuando $\gamma=0$

$$\begin{aligned}
\bar{e} &= \frac{(\bar{e}-qk)(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}})}{q}+\gamma k+\bar{e}\\
0 &= \frac{(\bar{e}-qk)(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}})}{q}\\
0 &= (\bar{e}-qk)
\end{aligned}$$

Y finalmente $k=\frac{\bar{e}}{q}$. Lo que está dentro de los valores posibles de k comentado en (b). Por otro lado, cuando $\gamma=r$ tenemos que:

$$\begin{aligned}
\bar{e} &= \frac{(\bar{e}-qk)(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}})}{q}+rk+\bar{e}\\
-rkq &= (\bar{e}-qk)(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}})\\
-rkq+qk(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}}) &= (\bar{e})(r+\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}})\\
qk(\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}}) &= \bar{e}r+\bar{e}\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}}\\
k &= \bar{e}\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{q\bar{\mathrm{L}}-\mathrm{NL}}+\frac{\bar{e}}{q}
\end{aligned}$$

Luego, note que la condición se cumple si y sólo si

$$k\leq\frac{\bar{e}}{q}$$

Por lo que reemplazando el valor encontrado para $\gamma = r$ tenemos que:

$$\begin{aligned}
\bar{e}\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{q\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL}} + \frac{\bar{e}}{q} &\leq \frac{\bar{e}}{q} \\
\bar{e}\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{q\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL}} &\leq 0 \\
\bar{e} &\leq 0
\end{aligned}$$

Donde en el último paso suponemos que $\frac{b\bar{\mathrm{L}}}{q\bar{\mathrm{L}} - \mathrm{NL}} \neq 0$. Por lo tanto concluimos de lo anterior que hay contradicción suponer que existe un nivel de esfuerzo deseado negativo (no se produciría nada) por lo que no es factible encontrar un valor de k cuando $\gamma = r$.

(f) En el modelo sin bonos de garantía, la firma no tiene incentivos para despedir a un trabajador que no está flojeando. ¿Sucede lo mismo en el caso con garantía? ¿Podría esto explicar por qué no observamos bonos de garantía en la práctica? Justifique.

Respuesta:

En el modelo sin bono de garantía, las firmas no tenían incentivos a despedir trabajadores que no flojearán porque era la única manera de obtener beneficios del proceso de llenado de vacantes. Sin embargo, cuando fija bonos por garantía, incluso los trabajadores que no producen nada ("flojos") les permitirán obtener un retorno equivalente al pago del bono de garantía. Por lo tanto, las firmas se beneficiarán en este modelo incluso de trabajadores "flojos". De tal forma, podría esto incentivar a incrementar el porcentaje de trabajadores "flojos" en relación a los productivos lo que traería una ambigüedad en el bienestar social (ganan los empleadores pero se produce menos). Sin embargo, la razón por la que no se observa esto en la práctica es porque socialmente es muy complejo este tipo de amenazas y da espacio, por ejemplo, para el abuso de poder en cobrar el bono cuando no corresponde. El hecho de exigir el bono sea un tema discrecional del empleador muestra que se transforma así en un problema de riesgo moral.

2 Modelo con selección adversa

Considere la siguiente extensión al modelo de Mortensen-Pissarides, en la cual los trabajadores tienen masa 1, y se tienen 2 tipos de trabajadores: Trabajadores tipo 1, con masa $\pi \in (0,1)$, y que producen p cuando se emparejan con una firma, y trabajadores tipo 2, con masa $1-\pi$, que no producen nada cuando llenan una vacante. Las firmas conocen la productividad de los trabajadores solamente cuando se emparejan con ellos. La probabilidad de que una firma se empareje con un cierto tipo de trabajador depende solamente de la cantidad de trabajadores cesantes de dicho tipo respecto al total de los desempleados.

Cuando se arma un match, se revela el tipo del trabajador. Si el trabajador es del tipo 1, se negocia su salario a la Nash, donde $\beta \in (0,1)$ es el poder de negociación del trabajador. Si el trabajador es del tipo 2, no se negocia, ya que no hay excedente para repartir. La firma le pagará el sueldo mínimo w_m al trabajador mientras lo trata de despedir. Los trabajadores tipo 2 son despedidos a una tasa exógena $a > 0$, mientras que los los trabajadores tipo 1 son separados de su empleo a una tasa exógena $\lambda > 0$. Asuma que $a > \lambda$.

La masa total de trabajadores desempleados será $u = u_1 + u_2$. Hay una masa de firmas idénticas que ofrecen una vacante, y se cumple libre entrada. La función de matching m = m(u, v) tiene retornos constantes a escala, y es creciente en ambos argumentos. Defina $\theta = v/u$. El costo de una vacante es c. Todos los agentes descuentan el futuro a una tasa r, el pago por cesantía es z, y suponemos que $p > w_m > z$.

(a) ¿Cuál es la intuición al suponer que $a > \lambda$?

Respuesta:

Tiene sentido que $a > \lambda$ pues es de esperar que el comportamiento de la economía asigne una mayor probabilidad de separación a los trabajadores que no producen en relación a los que sí producen justificado porque el primer evento sucede con más frecuencia que el segundo. Además, las empresas se les revela el tipo de trabajador a penas son contratados y definen el deseo de despedirlos, por lo que la tasa de la economía también tiene sentido que sea mayor. Por último, es consistente con el modelo en el sentido de que si las empresas les costará más deshacerse de los trabajadores no productivos ello en el largo plazo podría generar cada vez menos producción, incluso en equilibrio.

(b) Encuentre las 2 curvas de Beveridge para esta economía (habrá una para cada tipo).

Respuesta:

Tenemos para los trabajadores de tipo 1 y 2 respectivamente tendremos las siguientes ecuaciones:

$$\dot{u}_1 = \overbrace{\lambda(\pi - u_{1,t})}^{\text{Flujo de desemp}} - \overbrace{\theta_t q(\theta_t)}^{\text{tasa de contratación}} u_{1,t},$$
$$\dot{u}_2 = a(1 - \pi - u_{2,t}) - \theta_t q(\theta_t) u_{2,t}$$

donde $\theta_t = \frac{u}{v} = \frac{u_1+u_2}{v}$ y $q(\theta) = m(1/\theta, 1)$. Finalmente, imponiendo estado estacionario, i.e., $\dot{u}_i = 0$ para $i = 1,2$, llegamos a las siguientes curvas de Beveridge para cada tipo de trabajador:

$$u_1 = \frac{\lambda\pi}{\lambda + \theta_t q(\theta_t)}$$
$$u_2 = \frac{a(1-\pi)}{a + \theta_t q(\theta_t)}$$

(c) Para $i = 1,2$, denote γ_i como la tasa de desempleo para los trabajadores del tipo i. Usando la información de la pregunta anterior, demuestre que $\gamma_1 < \gamma_2$. Explique su intuición para esta desigualdad.

Respuesta:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{u_1}{\pi} = \frac{\lambda}{\lambda + \theta_t q(\theta_t)},\\ \gamma_2 &= \frac{u_2}{(1-\pi)} = \frac{a}{a + \theta_t q(\theta_t)}\end{aligned}$$

Ahora restamos $\gamma_1 - \gamma_2$ y tenemos que :

$$\begin{aligned}\gamma_1 - \gamma_2 &= \frac{\lambda}{\lambda + \theta_t q(\theta_t)} - \frac{a}{a + \theta_t q(\theta_t)}\\ &= \frac{\lambda a + \lambda\theta_t q(\theta_t) - a\lambda - a\theta_t q(\theta_t)}{\lambda a + \theta_t^2 q(_t)^2 + (a+\lambda)\theta_t q(\theta_t)}\\ &= \frac{(a-\lambda)\theta_t q(\theta_t)}{\lambda a + \theta_t^2 q(_t)^2 + (a+\lambda)\theta_t q(\theta_t)}\\ &= (a-\lambda)\cdot\frac{\theta_t q(\theta_t)}{\lambda a + \theta_t^2 q(_t)^2 + (a+\lambda)\theta_t q(\theta_t)} > 0\end{aligned}$$

Donde $a - \lambda > 0$ por el supuesto comentado en (a) y el resto de la expresión es positiva en el numerador como el denominador pues representan tasas de llegada promedio definidas en valores positivos. Esta desigualdad nos señala de que la tasa de desempleo de los trabajadores "flojos" será mayor a la tasa de desempleo de los productivos. Tiene sentido, por lo discutido en (a) donde la economía debiese premiar mucho más a los trabajadores productivos en equilibrio.

(d) Defina $x(\theta)$ como la proporción de los trabajadores desempleados tipo 1 sobre el total de desempleados. Encuentre el valor de dicha expresión.

Respuesta:

Lo solicitado corresponde a :

$$\begin{aligned}x(\theta) &= \frac{u_1}{u}\\ &= \frac{u_1}{u_1 + u_2}\\ &= \frac{\frac{\lambda\pi}{\lambda+\theta_t q(\theta_t)}}{\frac{\lambda\pi}{\lambda+\theta_t q(\theta_t)} + \frac{a(1-\pi)}{a+\theta_t q(\theta_t)}}\\ &= \frac{\lambda\pi(a + \theta_t q(\theta_t)}{\lambda\pi(a+\theta_t q(\theta_t) + a(1-\pi)(\lambda + \theta_t q(\theta_t)}\end{aligned}$$

(e) Sea J_i el valor de contratar un trabajador del tipo i. Describa las 3 ecuaciones de Bellman para la firma, y explique brevemente que significa lo que planteó[1] (**HINT:** Piense en la pregunta anterior como una probabilidad).

Respuesta:

Tenemos que:

$$rV_t = -c + \dot{V}_t + q(\theta_t)\max\{[x(\theta_t)]J_{1,t} + [1 - x(\theta_t)]J_{2,t} - V_t, 0\} \tag{1}$$
$$rJ_{1,t} = p - w_t + \dot{J}_{1,t} + \lambda(V_t - J_{1,t}) \tag{2}$$
$$rJ_{2,t} = -w_m + \dot{J}_{2,t} + a(V_t - J_{2,t}) \tag{3}$$

Donde el último termino de la ecuación (1) viene dado pues J_t corresponde al valor esperado de decidir hacer un match, es decir, $J_t = x(\theta)J_{1,t} + (1 - x(\theta))J_{2,t}$. La intuición es que como la firma no conoce qué tipo de trabajador es el que hizo el match hasta luego de contratarlo se enfrenta a un valor esperado ponderado por los dos posibles estados de la naturaleza $(i = 1, 2)$. Por ello, $x(\theta)$ corresponde a la probabilidad de que el trabajador que esté haciendo el match sea del tipo 1, y $1 - x(\theta)$ del tipo 2. El supuesto tiene sentido, pues, a mayor proporción de desempleos de cierto tipo es más probable que las vacantes se llenen con este tipo de trabajadores.

(f) Plantee las ecuaciones de Bellman para los 2 tipos de trabajadores (cada tipo tiene ecuaciones para sus 2 posibles estados).

Respuesta:

Tipo 1:

$$rW_{1,t} = \dot{W}_{1,t} + w_t + \lambda(U_{1,t} - W_{1,t}) \tag{4}$$
$$rU_{1,t} = \dot{U}_t + z + \theta_t q(\theta_t)\max\{W_{1,t} - U_{1,t}, 0\} \tag{5}$$

Tipo 2:

$$rW_{2,t} = \dot{W}_{1,t} + w_m + a(U_{2,t} - W_{2,t}) \tag{6}$$
$$rU_{2,t} = \dot{U}_{2,t} + z + \theta_t q(\theta_t)\max\{W_{2,t} - U_{2,t}, 0\} \tag{7}$$

La ecuación (4) y (6) son análogas donde cambia el tipo de salario que se recibe estando empleado y la probabilidad de separación y los subíndices respectivos. De la misma manera (5) y (6) son similares donde no cambia ningún parámetro, sólo los subíndices respectivos.

La intuición que no involucran $x(\theta)$ viene dado porque ambos se confunden en el proceso de enfrentar un match, lo que no depende de ser del tipo 1 y 2, por lo que el último

[1] Puede ignorar el sub-índice temporal

termino de la expresión (5) y (7) de ambos coincide.

(g) Encuentre la curva de creación de empleo para este problema. Relacione esta curva con la curva de creación de empleo para el modelo básico de Mortensen-Pissarides (HINT: Recuerde la libre entrada de firmas. No necesita usar las ecuaciones de los trabajadores).

Respuesta:

Libre entrada de firmas equivale a imponer $V_t = 0$, pues, dado que cualquier firma puede ingresar al mercado, ello lleva a que el valor presente descontado de las vacantes llegue a cero. Por lo tanto de la ecuación (1) asumiendo que $J_t = x(\theta_t)J_{1,t} + (1 - x(\theta_t))J_{2,t}$ tenemos:

$$0 = -c + q(\theta_t)\max\{J_t, 0\}$$

Imponiendo estado estacionario $\dot{J}_t = 0$ y que la negociación es Nash Barganing tenemos que $J_{i,t} \geq 0,\ i = 1, 2$, por lo que $\max\{J_t, 0\} = J_t$ y llegamos a la primera ecuación para J_t:

$$\frac{c}{q(\theta_t)} = J_t$$

Por otra parte, imponiendo $V_t = 0$ y estado estacionario, $\dot{J}_{i,t} = 0,\ i = 1, 2$, llegamos a que en las ecuaciones (2) y (3):

$$rJ_{1,t} = p - w_t - \lambda(J_{1,t})$$
$$rJ_{2,t} = -w_m - a(J_{2,t})$$

Por lo tanto, J_t es igual a :

$$J_t = x(\theta_t)\frac{p - w_t}{r + \lambda} + (1 - x(\theta_t))\frac{-w_m}{r + \lambda}$$

Por lo que, la ecuación de creación de empleos que define θ^* viene dada por:

$$\frac{c}{q(\theta_t)} = x(\theta_t)\frac{p - w_t}{r + \lambda} + (1 - x(\theta_t))\frac{-w_m}{r + \lambda}$$

Para encontrar w_t sólo es necesario mirar el proceso de negociación de Nash del trabajador del tipo 1, pues al 2 se le descubrirá y pagará un salario constante w_t. Resolver Nash implicará encontrar $\arg\max_w (W_{1,t} - U_{1,t})^{\beta}(J_{1,t} - V_t)^{1-\beta}$ el que entrega la siguiente condición de primer orden:

$$\beta(J_{1,t} - V_t) = (1 - \beta)(W_{1,t} - U_{1,t})$$

Lo que viene dado por el supuesto de suma cero y de *threating point*. Por lo tanto, podemos concluir que $w_t = p - (1-\beta)z + \beta p + \beta c\theta$ por lo demostrado en clases entregado para una expresión análoga a la anterior. Para el modelo visto en clases, la expresión de creación de empleos correspondería (con $pc = c$) :

$$\frac{c}{q(\theta_t)} = \frac{p - w_t}{r + \lambda}$$

Por lo tanto, el lado izquierdo es igual en ambos casos, sin embargo difiere el lado derecho. La intuición es que para la firma el costo de tener la vacante abierta es el mismo en ambos casos, debido a que no puede segmentar su proceso de contratación y es como que enfrentará un único de tipo de trabajador. Por otro lado, el lado derecho es diferente debido a que ahora el beneficio de llenar esa vacante tiene además la incertidumbre de qué tipo de trabajador será relevado. Por ello, el lado derecho en este ejercicio genera que el beneficio esperado de llenar la vacante sea un promedio ponderado por la probabilidad de contratar cada tipo de trabajador por su respectivo beneficio.

3 Heterogeneidad en beneficios de cesantía

Considere el modelo de Mortensen-Pissarides visto en clases, con la salvedad de que los trabajadores se dividen en dos tipos: un primer grupo, que abarca una fracción α_H de la población, recibe ingresos z_H por unidad de tiempo mientras está desempleado, mientras que la fracción restante recibe z_L, con $z_H > z_L$ y $\alpha_H + \alpha_L = 1$. El número total de trabajadores de cada tipo i es $\alpha_i L$, con $i = H, L$. El resto del modelo es idéntico al visto en clases: la productividad de los trabajadores por unidad de tiempo es p y no depende de su tipo. Tenemos $p > z_H > z_L > 0$. El costo por unidad de tiempo de postear una vacante es pc. El número de pareos por unidad de tiempo, $m(uL, vL)$, solo depende de la cantidad de desempleados y vacantes, donde la tasa de desempleo agregada u se define como $u = \alpha_H u_H + \alpha L u_L$, donde u_i es la tasa de desempleo de trabajadores de tipo i, $i = H, L$. La función de pareo cumple con las propiedades del modelo visto en clases. Los salarios de los dos tipos de trabajadores se denotan por w_H y w_L, respectivamente. Suponemos libre entrada para la creación de vacantes y negociaciones a la Nash para repartir las rentas que resultan de la creación de un empleo, con poder negociador β para el trabajador. La tasa de separación, λ, es exógena y la misma para todos los trabajadores y todos los agentes descuentan el futuro a tasa r. Todas las preguntas que siguen se refieren a estados estacionarios.

(a) Sin hacer ningún cálculo, adaptando la intuición del modelo vista en clases a la extensión que estamos considerando acá, discuta la veracidad de las siguiente afirmación: "Dado que en esta economía todos los trabajadores son igualmente productivos, todos deberían recibir el mismo salario".

Respuesta:

Falso. Tenemos que el costo de oportunidad de ambos tipo de trabajadores difiere y por lo tanto tendrán diferentes incentivos para aceptar los pareos. En esa línea, es de esperar que $w_\mathrm{H} > w_\mathrm{L}$ debido a que $z_\mathrm{H} > z_\mathrm{L}$, representando el mayor incentivo que deberá ofrecer la firma ante un mayor costo de oportunidad del trabajador de tipo H.

(b) En el caso de trabajadores homogéneos vimos que la curva de Beveridge viene dada por:

$$u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}.$$

En el modelo que consideramos ahora, definimos el estado estacionario como aquel en que el número de trabajadores empleados de cada tipo permanece constante. Derive una curva de Beveridge para cada tipo de trabajador. ¿Hay diferencias entre las curvas de Beveridge de los dos tipos de trabajadores? ¿Serán iguales las tasas de desempleo de los dos tipos de trabajadores en equilibrio? Explique la intuición para sus respuestas.

Respuesta:

Tenemos que las expresiones de la tasa de crecimiento del desempleo para $i \in \{\mathrm{H}, \mathrm{L}\}$ se pueden resumir como:

$$\dot{u}_i = \lambda(\alpha_i - u_i\alpha_i) - \theta q(\theta)\alpha_i u_i$$

Note que la expresión anterior en estado estacionario es igual a :

$$0 = \lambda(1 - u_i) - \theta q(\theta) u_i$$

Donde se usa el hecho que una expresión igual a cero se puede dividir por cualquier constante distinta de cero sin distorcionar la igualdad. Finalmente, las curvas de Beveridge serán equivalentes para H y L y tendrán la expresión idéntica al caso de trabajadores homogeneos, es decir, igual a :

$$u_i = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}.$$

Debido a que la expresión depende de parámetros λ y θ entonces la expresión es igual para ambos en el equilibrio independiente de α_H y α_L.

(c) Denotemos por w el salario que una firma paga, en promedio, al momento de contratar un trabajador. Use la relación entre las tasas de desempleo para los dos tipos de trabajadores obtenidas en (b) para mostrar que

$$w = \alpha \mathrm{H} w \mathrm{H} + \alpha \mathrm{L} w \mathrm{L}. \qquad (1)$$

Respuesta:

La firma paga w cuando cierra el acuerdo con trabajadores que están "hasta ese momento" desempleados. Por lo tanto, podemos expresar w como un promedio ponderado de la cantidad de trabajadores desempleados de cada tipo. Por lo tanto:

$$
\begin{aligned}
w &= \frac{\alpha_H u_H}{u} w_H + \frac{\alpha_L u_L}{u} w_L \\
&= \frac{\alpha_H u_H}{\alpha_H u_H + \alpha_L u_L} w_H + \frac{\alpha_L u_L}{\alpha_H u_H + \alpha_L u_L} w_L \\
&= \frac{\alpha_H u_H}{\alpha_H u_H + \alpha_L u_H} w_H + \frac{\alpha_L u_L}{\alpha_H u_H + \alpha_L u_H} w_L \\
&= \frac{\alpha_H u_H}{u_H} w_H + \frac{\alpha_L u_L}{u_H} w_L \\
&= \alpha_H w_H + \alpha_L w_L
\end{aligned}
$$

Donde en el segundo paso extendemos u, en el tercero aprovechamos que $u_H = u_L$ por lo comentado en (b), en el cuarto que $\alpha_L + \alpha_H = 1$ (enunciado) y, por último, reorganizamos la expresión para mostrar lo solicitado.

(d) En el modelo con trabajadores homogéneos vimos que

$$
\frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p - w}{r + \lambda} \tag{2}
$$

¿Cuál es la intuición para este resultado? En particular, ¿a qué corresponde cada lado de la identidad? Basado en la intuición anterior, sin hacer ningún cálculo, obtenga la expresión correspondiente a (2) para el modelo con agentes heterogéneos.

Respuesta:

La expresión viene dada porque $V = 0$ cuando hay libre entrada lo que produce que se disipen rentas, es decir, que el costo de llenar una vacante en el período que está abierta debe ser igual al beneficio esperado y descontado que produce llenar esa vacante con un trabajador durante el tiempo que esté empleado.

Por el lado de la izquierda de la ecuación el costo para la firma no tiene diferencia, pero por otro lado, el lado derecho que representa el beneficio esperado corresponderá a un promedio ponderado por la proporción de cada tipo de trabajador, es decir se puede representar como:

$$
\begin{aligned}
\frac{pc}{q(\theta)} &= \alpha_H \frac{p - w_H}{r + \lambda} + \alpha_L \frac{p - w_H}{r + \lambda} \\
&= \frac{(\alpha_H + \alpha_L) p - (\alpha_H w_H + \alpha_L w_L)}{r + \lambda} \\
&= \frac{p - w}{r + \lambda}
\end{aligned}
$$

La expresión desarrollada coincide con la expresión del enunciado (la del caso de trabajadores homogéneos). Para el desarrollo, en el segundo paso agrupamos y en el tercero aprovechamos la expresión derivada para w en (c) y que $\alpha_L + \alpha_H = 1$ (enunciado) para concluir la demostración.

(e) Escriba la ecuación de Bellman de un trabajador desempleado. ¿Depende la ecuación del tipo del trabajador? Responda las mismas preguntas para un trabajador empleado, para una vacante y para una fuente de trabajo ocupada.

Respuesta:

Tenemos que para cada tipo:

Tipo H:

$$rW_H = \dot{W}_H + w_H + \lambda(U_H - W_H) \tag{3}$$
$$rU_H = \dot{U}_t + z_H + \theta_t q(\theta_t)\max\{W_H - U_H, 0\} \tag{4}$$

Tipo L:

$$rW_L = \dot{W}_L + w_L + \lambda(U_{2,t} - W_{2,t}) \tag{5}$$
$$rU_L = \dot{U}_L + z_L + \theta_t q(\theta_t)\max\{W_L - U_L, 0\} \tag{6}$$

Es claro que el hecho que $w_H > w_L$ y $z_H > z_L$ implica que las ecuaciones (3) y (5) son distintas y (4) y (6) son distintas entre sí.

Veamos ahora el caso de la firma, tenemos que las ecuaciones son:

$$rV_t = -pc + \dot{V}_t + q(\theta_t)\max\{[\bar{J}_t - V_t, 0\} \tag{7}$$
$$rJ_H = p - w_H + \dot{J}_H + \lambda(V_t - J_H) \tag{8}$$
$$rJ_L = p - w_L + \dot{J}_L + a(V_t - J_L) \tag{9}$$

Donde $\bar{J}_t = \alpha_H + J_H + \alpha_L J_L$. En el caso de la ecuación (7) de vacante abierta no depende del tipo de trabajador (ambos podrán terminar haciendo el pareo, es indistinguible), pero sí la de vacante ocupada, pues, puede ser (8) ó (9) la que tiene distinto nivel de salario a pagar debido al costo de oportunidad de cada tipo de trabajador.

(f) A partir de las ecuaciones de Bellman, el supuesto de renegociaciones a la Nash y la condición de libre entrada de firmas, se obtiene (no es necesario que lo haga) la siguiente expresión para el salario de los trabajadores de tipo i:

$$w_i = (1-\beta)z_i + \beta p(1 + c\theta), \qquad i = H, L.$$

Muestre cómo a partir de esta expresión y las obtenidas en las partes (b) y (d) se determina los valores de u, v y θ de equilibrio (**HINT**: Se sugiere definir un beneficio de cesantía esperado).

Respuesta:

Tenemos que el salario promedio con la expresión del enunciado será:

$$
\begin{aligned}
w &= \alpha_H[(1-\beta)z_H + \beta p(1+c\theta)] + \alpha_L[(1-\beta)z_L + \beta p(1+c\theta)] \\
&= \beta p(1+c\theta) + (1-\beta)[\alpha_H z_H + \alpha_L z_L] \\
&= \beta p(1+c\theta) + (1-\beta)\bar{z}
\end{aligned}
$$

Donde es el beneficio de cesantía esperado igual a $\alpha_H z_H + \alpha_L z_L$. Por lo tanto, en la expresión derivada en (d) tenemos que reemplazando tal expresión:

$$
\frac{pc}{q(\theta)} = p - \beta p(1+c\theta) - (1-\beta)[\alpha_H z_H + \alpha_L z_L]
$$

Con una forma funcional para $m(u\mathrm{L}, v\mathrm{L})$ se puede encontrar $q(\theta)$ de modo de poder en la expresión anterior encontrar un único $\theta = \theta^*$. Luego, el valor de u encontrado en (b) que se resuelve con $q(\theta^*)$ y θ^* (λ es dado). Finalmente con θ^* y u^* y es posible obtener v ($\theta = v/u$). Mediante este algoritmo se puede obtener el par ordenado (v^*, u^*, θ^*).