CONTROL III – MICROECONOMÍA II

PROFESOR: JUAN PABLO TORRES-MARTÍNEZ
AYUDANTES: DIEGO FICA - NICOLÁS SUÁREZ

Pregunta 1

Sea $f : \mathcal{P} \to A$ una regla de elección social Condorcet monótona que cumple $f(\mathcal{P}) = A$. Demuestre que, dados $P \in \mathcal{P}$ y $a_i \in A = \{a_1, \dots, a_M\}$, tenemos que $f(T_{ki}(T_{ij}(P))) = a_i$ cuando $k \neq j$.

Solución. Por definición, $T_{ij}(P)$ posiciona las alternativas socialmente factibles $\{a_i, a_j\}$ en los dos primeros lugares de las preferencias de todos los individuos, sin alterar su ranking relativo o el ranking relativo de los otros elementos de A. En particular, cuando las preferencias individuales son dadas por $T_{ij}(P)$, todos posicionan la alternativa a_i por sobre a_r, donde $r \neq \{i, j\}$. Esto implica que en el perfil de preferencias $T_{ki}(T_{ij}(P))$, con $k \neq j$, todos los individuos posicionan a_i como la mejor alternativa social.

Por otro lado, sabemos que la monotonía Condorcet y el hecho que $f(\mathcal{P}) = A$ aseguran que la siguiente propiedad se cumple: si a_i domina a a_r bajo P, entonces $f(P) \neq a_r$.

Concluimos que $f(T_{ki}(T_{ij}(P))) \neq a_r$ para todo $r \neq i$. Luego, $f(T_{ki}(T_{ij}(P))) = a_i$. □

Pregunta 2

Demuestre que el Teorema de Imposibilidad de Arrow deja de ser válido si el funcional de bienestar social no cumple la propiedad de unanimidad.

Solución. Para mostrar que un Teorema deja ser válido cuando se elimina una hipótesis es suficiente dar un ejemplo en el cual se cumplen los supuestos restantes y no se satisface la conclusión.[1] Así, considere el funcional de bienestar social $F : \mathcal{P} \to \mathcal{P}^*$ que asocia a cada perfil de preferencias $P = (\succ_i)_{i \in \{1,\dots,N\}}$ la misma relación de preferencias $\succ^*$. Entonces, F no es dictatorial, cumple la independencia de alternativas irrelevantes, pero no cumple la propiedad de unanimidad (Ud. debía dar detalles de la demostración de estas afirmaciones). □

[1] Probar que la demostración original del Teorema no se puede repetir es irrelevante, pues podría haber otra demostración que no requiere la hipótesis que ha sido eliminada. Dar un ejemplo en el que se cumplen las hipótesis restantes y no se satisface la conclusión es lo que permite asegurar que esa "demostración alternativa" no existe.

Pregunta 3

Demuestre que toda regla de elección social $f : \mathcal{P} \to A$ Maskin monótona y unánime es dictatorial.

Solución. Toda regla de elección social Maskin monótona es Condorcet monótona. Efectivamente, asuma que $P, P' \in \mathcal{P}$ coinciden sobre $\{a_i, a_j\}$, que P' posiciona a $\{a_i, a_j\}$ en el top, y que $f(P) = a_i$. Entonces, para todo agente $i \in \{1, \ldots, N\}$ tenemos que $\{b \in A : a_i P_i b\} \subseteq \{b \in A : a_i P'_i b\}$. Luego, por la monotonía Maskin, $f(P') = a_i$.

Además, si una regla de elección social es unánime, entonces $f(\mathcal{P}) = A$. Efectivamente, dada $a \in A$, considere $P = (P_i)_{i \in \{1,\ldots,N\}}$ tal que $a P_i b$, $\forall b \in A \setminus \{a\}$, $\forall i \in \{1, \ldots, N\}$. Entonces, por la unanimidad de f concluimos que $f(P) = a$. Como a es arbitraria, concluimos que $f(\mathcal{P}) = A$.

Como f es Condorcet monótona y $f(\mathcal{P}) = A$, sigue del resultado principal de Yu (2013) que f es una regla de elección social dictatorial.[2] $\square$

[2] En esta pregunta se pretendía que se subentendiera del enunciado que se trataba de una economía con tres o más alternativas. Sin embargo, al no estar explícito, alguien podría intentar dar un contraejemplo en economías con dos alternativas sociales. Efectivamente, cuando hay dos alternativas sociales, el voto mayoritario cumple monotonía Maskin y unanimidad, a pesar de no ser dictatorial. Si alguien siguió este camino, justificando detalladamente sus argumentos, se considerará como una respuesta correcta.