

Fuente: Examen Final de Econometría II 2021

1. (60 puntos) La variable aleatoria y sigue una distribución Erlang (caso especial de la distribución Gamma). Su función de densidad es:

$$f(y; \alpha, \lambda) = \frac{(y/\lambda)^{\alpha-1} e^{-y/\lambda}}{\lambda(\alpha-1)!}, \quad y > 0, \lambda > 0, \alpha \in \mathbb{N} \quad (1)$$

- **(a) (10 puntos)** Encuentre la media, varianza, skewness y kurtosis de y .¹
- **(b) (5 puntos)** Asumiendo que conoce el valor de α , encuentre el estimador MLE de λ y su esperanza.
- **(c) (10 puntos)** Asumiendo que conoce el valor de α , utilice estimadores extremos para demostrar que el estimador MLE de λ es consistente y derive su distribución asintótica.²
- **(d) (5 puntos)** Asumiendo que conoce el valor de α , proponga un estimador de λ utilizando el método de momentos.
- **(e) (10 puntos)** Asumiendo que conoce el valor de α , proponga un estimador de λ utilizando GMM.
- **(f) (10 puntos)** Asuma ahora que desconoce α y λ . Proponga un algoritmo eficiente para estimar los parámetros por MLE.
- **(g) (10 puntos)** Asuma ahora que desconoce α y λ . Describa cómo estimaría los parámetros por método de momentos.

¹La función generadora de momentos de esta distribución es $M(t) = (1 - \lambda t)^{-\alpha}$. ²Puede asumir que $T^{-1} \sum \ln y_t \xrightarrow{p} J(\alpha)$, donde $J(\alpha)$ es una función determinística de α .