Ayudantes: Pedro Schilling y Gabriela Jaque
Profesora: Luis Felipe Céspedes

Macroeconomía I ENECO/630
Tarea 4

Pregunta 1: Capital humano

La función de producción para el productor i de bienes finales es:

$$Y_i = A{K_i}^{\alpha}{H_i}^{\lambda}H^{\epsilon}$$

$0 < \alpha < 1$, $0 < \lambda < 1$, $0 \leq \epsilon < 1$. Las variables K_i y H_i, corresponden al capital físico y humano de la firma i. H corresponde al capital humano promedio de la economía. El producto puede ser utilizado para consumo e inversión en capital físico, I_K, el cual se deprecia a tasa δ.

La función de producción del capital humano es: $(I_H)_j = BH_j$. Donde H_j es el capital humano utilizado por productor j de capital humano. El cual también se deprecia a tasa δ. Los hogares tienen preferencias sobre un horizonte infinito (como en el modelo de Ramsey), con un factor de descuento subjetivo, ρ, y un parámetro de sustitución intertemporal, θ. Primero considere un equilibrio competitivo, donde los productores de Y y H son perfectos competidores.

a) ¿Cuál es la tasa de crecimiento de estado estacionario de C, Y y K? ¿Cómo depende su respuesta del tamaño de la externalidad producida por el capital humano, ϵ?

b) ¿Cuál es la tasa de crecimiento de estado estacionario de H? ¿Bajo qué condiciones H crece a la misma tasa que K en estado estacionario?

c) ¿Cómo cambiaría la solución del planeador social en comparación a la solución competitiva?

Pregunta 2

Considere una economía cuyo agente representativo tiene una función de utilidad de la forma

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t}\frac{c(t)^{1-\theta}-1}{1-\theta}dt$$

y enfrenta una restricción presupuestaria

$$\dot{a} = ra + w - c$$

Donde $a(t)$ es su nivel de activos, $w(t)$ es su salario, $r(t)$ es el retorno de sus activos y $c(t)$ es su nivel de consumo en el período t. Esta es una economía pequeña y cerrada por lo que el único activo en oferta neta es el capital, $k(t) = a(t)$. El capital se deprecia a una tasa δ. Imagine ahora que cada empresa en esta economía tiene una función de producción de la forma:

$$Q_t = A \cdot K_t$$

Donde Qt es el producto final y Kt es el stock de capital de cada firma. El número de personas en la economía L es constante. Asuma ahora que un virus ataca al país y genera un efecto negativo en la economía. En particular, asuma que el virus le "quita" a la economía una fracción $(1-p)$ de la producción. Es decir, las personas en una economía atacada por el virus logran mantener una fracción p de la producción que existiría en tiempos normales. La autoridad de este país puede reducir los efectos del virus en el economía gastando recursos en un sistema de "testeo, trazabilidad y aislamiento". Asuma que los recursos destinados a este sistema son iguales a G unidades del producto final. Las pérdidas asociadas al virus son decrecientes en G (p es creciente en G). Pero dado un nivel de G, el sistema de "testeo, trazabilidad y aislamiento" es menos efectivo cuando la actividad económica "efectiva" es mayor. Defina Y como la cantidad de producto final que las empresas logran producir una vez que el páis ha sido atacado por el virus (actividad económica efectiva). Con todo, p es una función de G/Y con $p' > 0$, y $p'' < 0$. El nivel de producto una vez que el virus ha afectado a la economía es:

$$Y_t = A \cdot K_t \cdot p\,(G_t/Y_t)$$

Para financiar el sistema de protección frente al virus el gobierno debe cobrar impuestos al producto efectivo. Asuma que la tasa de impuestos es constante e igual a τ . El gobierno mantiene un presupuesto balanceado por lo que su restricción presupuestaria viene dada por:

$$G_t = \tau Y_t$$

1. El agente representativo elige la trayectoria para $c(t)$ y para $a(t)$, para maximizar función de utilidad sujeto a su restricción presupuestaria. Encuentre las condiciones de primer orden. Encuentre la relación entre la tasa de crecimiento del consumo y la tasa de interés. Interprete cómo cambia la tasa de crecimiento ante cambios en sus parámetros.

2. Las empresas maximizan la utilidad después ódel virus y de impuestos y actúan competitivamente tomando τ y la proporción p como dados. Encuentre la expresión para las utilidades después de impuesto (la función objetivo de las empresas). Derive la condición de primer orden para las empresas.

3. Usando la restricción presupuestaria del gobierno y la condición de primer orden obtenida previamente, encuentre una expresión para la tasa de crecimiento del consumo en estado estacionario como función del tamaño del gobierno τ y los parámetros del modelo. ¿Qué restricciones (en términos de parámetros) debe imponer para asegurar que la tasa de crecimiento del consumo sea positiva y que la utilidad tenga límite?

4. Si el gobierno quiere maximizar la tasa de crecimiento de la economía, ¿qué tasa de impuesto fijaría? Interprete.

5. Considere un planificador social que internaliza la restricción presupuestaria del gobierno antes de tomar las decisiones de consumo e inversión. ¿Cuál es la tasa de crecimiento que elegiría el planificador social? ¿Es esta tasa diferente de la tasa de crecimiento obtenida en (c)? Interprete. ¿Cuál es la tasa de impuesto óptima que elegiría el planificador central? Explique intuitivamente.

6. Imagine ahora que el virus es transitorio, dura un período de tiempo determinado. Desafortunadamente, el virus puede tener un efecto negativo permanente en la productividad A. Imagine que el nivel de productividad una vez que el virus ha "desaparecido" es $A^{SV} = A^{CV} \cdot p$. Es decir, mientras mayor sea p, menor serán los efectos permanentes en la productividad. Asuma ahora que el gobierno puede endeudarse en los mercados financieros internacionales a una tasa r^* (los privados no pueden endeudarse). Explique intuitivamente cuál podría ser la política óptima por parte del gobierno en este caso. No es necesario hacer ninguna derivación matemática.