ENECO 630 - MACROECONOMÍA I

Inversión

CÁTEDRAS I2
TEORÍA q

Eduardo Engel

Magíster y Doctorado en Economía, FEN, U. de Chile.
Abril 4, 2025.

Sinopsis Modelo Estado estacionario y dinámica **Aplicaciones** Evidencia

Sinopsis

Modelo

Estado estacionario y dinámica

Aplicaciones

Evidencia

Sinopsis

SINOPSIS

Primera teoría de inversión propiamente tal (vis-a-vis una teoría de demanda por capital):

▶ Determina conjuntamente la producción e inversión óptmas.

Rol clave de q-marginal, definido como

$$q_t = \frac{\mathrm{d}V_t/\mathrm{d}K_t}{p_{K,t}},$$

donde V_t es el valor de la firma y $p_{K,t}$ el precio del capital.

Es decir, q_t es el cambio en el valor de la firma por peso que se gasta en capital.

Si no hay costos de ajustar el capital, parece intuitivamente razonable concluir que $q_t = 1$ en todo momento.

Idea central de la teoría-q:

 \blacktriangleright Introduce costos de ajustar el capital, de modo que q_t puede tomar valores distintos de uno.

Entonces:

- ▶ $q_t > 1$: incentivos para aumentar el capital.
- $ightharpoonup q_t < 1$: incentivos para disminuir el capital.

Se muestra que:

▶ I/K queda determinado por (y es creciente en) q.

Para llevar la teoría q a los datos:

- ▶ El q marginal no se observa.
- ▶ El q promedio, $\overline{q} \equiv V_t/K_t$, Brainard y Tobin (1968), sí se observa.
- ▶ Bajo cierta condiciones (Hayashi, 1982), $q = \overline{q}$ y se puede usar valores observados de \overline{q} para testear y estimar parámetros de la teoría q.

Sinopsis Modelo Estado estacionario y dinámica **Aplicaciones** Evidencia

Modelo

MODELO

Costos convexos de instalar (y desinstalar) capital, es decir, de ajustar capital.

- ► Captura el costo de reorganizar el espacio, trabajadores que no pueden trabajar mientras se instala los nuevos equipos, tiempo y esfuerzo para aprender a usar nuevos equipos.
- ▶ Se les llama costos internos porque los paga directamente la firma.
- ▶ No hay costos de ajustar otros insumos (v.g., trabajo).

Mercados de insumos competitivos: firma toma precios como dados.

▶ Si las inversiones de la firma afectaran el costo del capital tendríamos un costo externo.

No hay restricciones de crédito.

Función de producción con retornos constantes:

$$Y_t = F(K_t, L_t, z_t),$$

donde z_t denota shocks de productividad.

Por simplicidad, en lo que sigue suponemos z = 1 y F Cobb-Douglas:

$$F(K, L, z) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}.$$

Demanda isoelástica:

$$Y_t = p_{Y,t}^{-1/\eta}$$

de modo que la elasticidad

$$\epsilon_{Y,P}=1/\eta.$$

Caso particular $\eta = 0$ corresponde a competencia perfecta.

FUNCIÓN DE BENEFICIO CON EMPLEO OPTIMIZADO

Denotando $x_t = (w_t, z_t)$, definimos la función de beneficio que optimiza sobre L como

$$\pi(K_t, x_t) = \max_{L_t} p_{Y,t} F(K_t, L_t, z_t) - w_t L_t.$$
(1)

Entonces.

$$\pi(K_t, x_t) = C(x_t) K_t^{\alpha(1-\eta)/[\eta + \alpha(1-\eta)]}$$

donde $C(x_t)$ es una constante.

Luego, bajo competencia perfecta $(\eta=0)$, $\pi(K_t,x_t)=C(x_t)K_t$ y los retornos son constantes. En cambio, con poder de mercado $(\eta>0)$, $\pi(K_t,x_t)=C(x_t)K_t^\gamma$ con $\gamma=\alpha(1-\eta)/[\eta+\alpha(1-\eta)]<1$, y los retornos son decrecientes.

Intuición:

- ightharpoonup Competencia perfecta: si K se duplica entonces π se duplica. En este caso K_t no está determinado.
- \blacktriangleright Poder de mercado: si K se duplica, debo cobrar menos para vender más, luego π crece a menos del doble.

DEMOSTRACIÓN*

Comenzamos por determinar L^* como función de K (omitimos los t). Dado K y x, resolvemos

$$\max_{L} [K^{\alpha}L^{1-\alpha}]^{1-\eta} - wL.$$

De la CPO c.r. a L se obtiene:

$$L^* = C_0(x)K^{\alpha(1-\eta)/[\eta+\alpha(1-\eta)]}.$$

Sustituyendo esta expresión en (1):

$$\pi(K,x)C_1(x)K^{\alpha(1-\eta)}[L^*]^{(1-\alpha)(1-\eta)} - wL^* = C_2(x)K^{\alpha(1-\eta)}[K^{\alpha(1-\eta)/[\eta+\alpha(1-\eta)]}]^{(1-\alpha)(1-\eta)} - wC_0(x)K^{\alpha(1-\eta)/[\eta+\alpha(1-\eta)]}.$$

Notando que el exponente de K en la primera expresión se simplifica a $\alpha(1-\eta)/[\eta+\alpha(1-\eta)]$, concluimos que

$$\pi(K_t, x_t) = C(x_t) K_t^{\alpha(1-\eta)/[\eta + \alpha(1-\eta)]}$$

donde $C(x_t)$ es una constante.

COSTOS DE AIUSTE CONVEXOS

Cuando la firma invierte I paga un costo $p_K I$ más un costo de ajuste C(I,K) en unidades de capital, de modo que el costo de instalar/desinstalar capital es $p_K C(I,K)$.

La función de costo de ajuste satisface:

$$C(0,K) = 0,$$

$$C(I,K) > 0, \text{para } I \neq 0,$$

$$C_I(0,K) = 0,$$

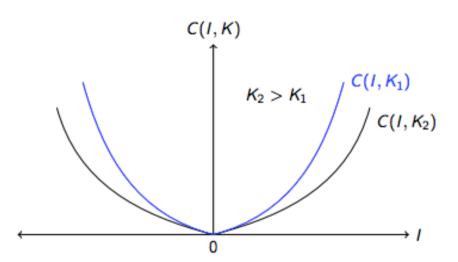
$$C_K(I,K) < 0, \text{para todo } I,$$

$$C_{II}(I,K) > 0, \text{para } I \neq 0.$$

La función más simple que cumple las condiciones anteriores es la de costos cuadráticos de ajuste:

$$C(I,K) = \frac{1}{2}b\frac{I^2}{K},$$

donde el parámetro b captura la magnitud de los costos de ajuste.



FUNCIÓN OBJETIVO

Valor presente descontado de flujos de caja futuros:

$$\begin{split} V(K_0) &= & \max_{\{I_t, t \geq 0\}} \int_0^\infty [\pi(K_t, x_t) - p_{K,t} I_t - p_{K,t} C(I_t, K_t)] e^{-rt} \, \mathrm{d}t \\ \text{s.a.} & \{x_t, t \geq 0\} \text{ y } K_0 \text{ dados} \\ & \dot{K}_t = I_t - \delta K_t. \end{split}$$

Comentarios:

- ▶ $-p_{K,t}I_t > 0$ cuando $I_t < 0$, ingresos de vender capital
- ► Tasa de interés *r* está fija y es la tasa libre de riesgo, no depende del signo de *I* o de *K*, no hay restricciones de liquidez.

SOLUCIÓN

Problema estándar de Control Optimo:

▶ Control: I_t . Estado K_t . Co-estado: λ_t .

 λ_t es el precio sombra de agregar una unidad de capital, es decir, $\mathrm{d}V_t/\mathrm{d}K_t$, de modo que $\lambda_t=p_{K,t}q_t$.

Dos opciones equivalentes:

► Trabajar con el Hamiltoniano corriente

$$H(K_t, I_t) = \pi(K_t, x_t) - p_{K,t}[I_t + C(I_t, K_t)] + \lambda_t(I_t - \delta K_t)$$

► Trabajar con el Hamiltoniano en valor presente

$$\mathcal{H}(K_t, I_t) = e^{-rt} H(K_t, I_t),$$

en cuyo caso la variable de co-estado es $\mu_t = \lambda_t e^{-rt}$.

Trabajamos con el Hamiltoniano corriente.

1. MAXIMIZANDO H RESPECTO DE LOS CONTROLES

Analizamos a continuación, una a una, las tres condiciones necesarias para un máximo. Notar que estas son distintas si trabajamos con el Hamiltoniano en valor presente.

$$H_I = 0$$
.

Esto implica:

$$1 + C_I(I_t, K_t) = \frac{\lambda_t}{p_{K,t}} \equiv q_t.$$
 (2)

Define I_t implícitamente en función de q_t .

Como C es convexa en I, tenemos $C_{II} > 0$ y se satisface la condición de segundo orden, por lo cual (Teorema de la Función Implícita) podemos obtener $I_t = \phi(q_t, K_t)$ con $\phi_q = 1/C_{II} > 0$.

Notar que I = 0 si y solo si

$$q_t = 1 + C_I(0, K_t) = 1.$$

2. ECUACIONES DE EULER PARA LOS CO-ESTADOS

$$-H_K = \dot{\lambda}_t - r\lambda_t.$$

de donde

$$-\pi_K(K_t, x_t) + p_{K,t}C_K(I_t, K_t) + \lambda_t \delta = \dot{\lambda}_t - r\lambda_t$$

Reordenando términos:

$$(r+\delta)\lambda_t = \dot{\lambda}_t + \pi_K(K_t, x_t) - p_{K,t}C_K(I_t, K_t).$$
(3)

Recuperamos el resultado del Modelo Neoclásico de Jorgenson considerando el caso particular en que C(I,K)=0 en cuyo caso (2) implica que $q_t=1$ y $\lambda_t=p_{K,t}$, de modo que la condición de optimalidad que obtuvimos la clase anterior es un caso particular de (3).

Notar que (3) se puede interpretar como condición de arbitraje, al igual que lo que hicimos para el caso particular visto la clase anterior. Ahora se trata de comprar (y luego vender) una unidad de capital instalado en la firma.

3. CONDICIONES DE TRANSVERSALIDAD

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_t e^{-rt}K_t=0.$$

DERIVACIÓN ALTERNATIVA*

La mayoría de los textos trabajan con el Hamiltoniano en valor presente, $\mathcal{H}(K_t, I_t) = e^{-rt}H(K_t, I_t)$, con precio sombra también en valor presente, $\mu_t = \lambda_t e^{-rt}$, de modo que

$$\mathcal{H}(K_t,I_t) = \left\{\pi(K_t,x_t) - p_{K,t}[I_t + C(I_t,K_t)]\right\} + \mu_t(I_t - \delta K_t).$$

Entonces la Condición 1 equivale a

$$\mathcal{H}_I = 0$$
.

Y la Condición 2 equivale a

$$-\mathcal{H}_K = \dot{\mu}_t$$
.

Finalmente, la Condición 3 equivale a

$$\lim_{t\to\infty}\mu_t K_t = 0.$$

Obviamente, tanto el hamiltoniano corriente como el hamiltoniano en valor presente llevan a (2) y (3).

VERIFICANDO LA INTILICIÓN*

Multiplicando los dos lados de (3) por $e^{-(r+\delta)(s-t)}$ e integrando por partes entre s=t a $s=\infty$ se obtiene

$$p_{K,t}q_t = \lambda_t = \int_t^{\infty} e^{-(r+\delta)(s-t)} \left\{ \pi_K(K_s, x_s) + p_{K,s}[-C_K(I_s, K_s)] \right\} ds + \lim_{T \to \infty} \lambda_T e^{-(r+\delta)T}.$$

Más adelante veremos que, aplicando la condición de transversalidad, la trayectoria óptima de λ_t ya sea es constante (competencia perfecta) o converge a un valor de estado estacionario (poder de mercado), de modo que el límite del último término del lado derecho es cero, lo cual suponemos a continuacion.

La expresión anterior confirma la intuición tras la definición de q:

- ▶ Si $\delta = 0$, es igual a lo que se obtiene aplicando el Teorema de la Envolvente con la definición de valor de la firma de la lámina 15, mostrando que $\lambda_t = dV_t/dK_t$.
- ► Si $\delta > 0$, la interpretación es similar pero se requiere calcular dV_t/dK_t incorporando la depreciación al descontar flujos futuros para obtener $\lambda_t = dV_t/dK_t$.

COSTOS CUADRÁTICOS

Consideramos la siguiente familia de funciones que cumple con las condiciones de la lámina 13:

$$C(I,K) = \frac{1}{2}b\frac{I^2}{K}.$$

Este caso es útil cuando estudiemos la dinámica del modelo y para trabajo empírico. Se puede justificar como una aproximación obtenida de un desarrollo de Taylor de C(I,K) de segundo orden en I, en torno a I=0.

Con costos de ajuste cuadráticos, las condiciones 1 y 2 llevan a:

$$\begin{split} \frac{I}{K} &= \frac{q-1}{b}, \\ \dot{q} &= (r+\delta)q - \frac{\pi_K(K)}{p_K} - \frac{1}{2}b\left(\frac{I}{K}\right)^2 = (r+\delta)q - \frac{\pi_K(K)}{p_K} - \frac{(q-1)^2}{2b}. \end{split}$$

Donde usamos que $\lambda_t = q_t p_{K,t}$ y, en la segunda expresión, reemplazamos I/K por lo obtenido en la primera expresión.

Sinopsis Modelo Estado estacionario y dinámica **Aplicaciones** Evidencia

Estado estacionario y dinámica

DINÁMICA

Supuestos para simplificar el análisis:

$$p_{K,t} \equiv 1, \qquad \delta = 0, \qquad C(I,K) = \frac{1}{2}b\frac{I^2}{K}, \qquad x_t \equiv x.$$
 (4)

Entonces $\dot{p}_{K,t} = 0$, $I_t = \dot{K}_t$, $\lambda = q$ y π_K solo depende de K_t , de modo que (2) y (3) equivalen a

$$\dot{K} = \frac{q-1}{b}K,\tag{5}$$

$$\dot{q} = rq - \pi_K(K_t) - \frac{(q-1)^2}{2b}.$$
 (6)

Las ecuaciones (5) y (6) definen la dinámica del modelo.

El estado estacionario, que estudiamos a continuación, se define mediante

$$\dot{K}_t = 0, \qquad \dot{q}_t = 0. \tag{7}$$

ESTADO ESTACIONARIO: COMPETENCIA PERFECTA

En este caso, por lo visto en la lámina 11, tenemos que π_K = cte de modo que (5)–(6) junto a (7) llevan a

$$q=1$$
, $r=\pi_K=$ cte.

Salvo en el caso muy improbable en que el único valor que toma π_K resulta ser r, no tendremos un estado estacionario.

Abel (1980) fue el primer modelo en esta linea, pero trabajó con retornos constantes y no se dio cuenta que no había estado estacionario.

ESTADO ESTACIONARIO: PODER DE MERCADO

Ahora, por lo visto en la lámina 11, tenemos que $\pi_{KK}(K,x) < 0$, por lo cual el estado estacionario será

$$q = 1$$
, $K = \pi_K^{-1}(r)$.

El supuesto clave para el análisis dinámico de este tipo de modelos (análisis de diagrama de fase) es que K evoluciona lentamente (variable continua) mientras que q, al ser un precio, puede saltar ante cambio en el entorno económico (q es la "variable que salta" o "jump variable" en inglés).

La condición de transversalidad se cumple solo si estamos en el brazo estable (ver lámina siguiente), de modo que dado un valor inicial K_0 , el precio correspondiente, q_0 , se ajusta al valor en el brazo estable, para luego converger al estado estacionario.

DINÁMICA CON PODER DE MERCADO

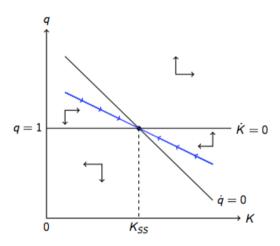


DIAGRAMA DE FASE Y DECISIÓN DE LA FIRMA

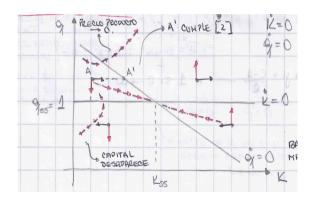
Dado $K = K_0$, existe un único valor de q, aquel sobre el brazo estable (linea con múltiples flechas) de modo que la firma (o la economía si suponemos que la firma representa toda la economía) converge al estado estacionario.

Como tenemos una variable (q) que puede saltar y otra (K) que no, q se puede ajustar de modo que la economía esté en el brazo estable.

Es posible mostrar que si q toma un valor distinto al valor del brazo estable correspondiente a K_0 , la dinámica viola la condición de transversalidad $(K \longrightarrow \infty)$ o la firma desaparece $(K \longrightarrow 0)$. Por lo tanto, que q salte de modo que (K_0, q_0) esté sobre el brazo estable es óptimo para la firma. [Ver lámina siguiente.]

Aplicando lo anterior tenemos que, por ejemplo, si partimos en un valor de K inferior a aquel de estado estacionario (v.g., estábamos en estado estacionario y un terremoto destruye parte del stock de capital), en la trayectoria al estado estacionario q tomará valores mayores que uno, decrecientes, mientras que K crecerá monotónicamente.

DINÁMICA: DESCARTANDO TRAYECTORIAS FUERA DEL BRAZO ESTABLE



DINÁMICA CERCA DEL ESTADO ESTACIONARIO*

Se linealiza las ecuaciones para $\overset{\bullet}{K}$ y $\overset{\bullet}{q}$, mediante desarrollo de Taylor en torno al estado estacionario, y se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{k}_t \\ \dot{q}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_t - K^* \\ q_t - 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

La solución será de la forma

$$K_t - K^* = c_1 e^{-\gamma_1 t} + c_2 e^{-\gamma_2 t},$$

 $q_t - 1 = c_3 e^{-\gamma_3 t} + c_4 e^{-\gamma_4 t}.$

Sinopsis Modelo Estado estacionario y dinámica **Aplicaciones** Evidencia

Aplicaciones

APLICACIÓN 1: SHOCK DE PRODUCTIVIDAD

La economía parte en estado estacionario, cuando sucede un shock positivo de productividad:

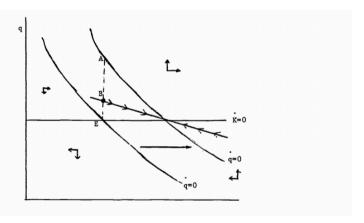
$$\pi_K(K) \longleftarrow z\pi_K(K),$$

con z > 1.

El shock es no anticipado y sucederá una sola vez.

Revise las derivaciones que hicimos y concluya, formalmente, que:

- ▶ q = 1 y $(1+z)\pi_K = r$ caracterizan el nuevo estado estacionario, luego K será mayor que en el estado estacionario anterior al shock
- ▶ El lugar geométrico K = 0 no cambia
- ▶ El lugar geométrico $\dot{q} = 0$ se desplaza hacia la derecha.



La dinámica hacia el nuevo estado estacionario será la siguiente (ver la figura de la lámina anterior):

- ▶ Inmediatamente después del shock, la economía salta de E a B. El valor de *q* sube, porque el incremento de productividad significa que el capital instalado vale más.
- A continuación, el stock de capital comienza a crecer y q va cayendo, camino al nuevo estado estacionario, donde q = 1 y donde K alcanza su nuevo valor.

Clave: La variable de salto no puede dar saltos anticipados, porque esto significa que habrían oportunidades de arbitraje y las condiciones necesarias que derivamos descartan esa posibilidad.

LOS MIT SHOCKS

El shock de productividad de la aplicación anterior fue "no anticipado y de una sola vez".

- ▶ No anticipado: Si la firma lo anticipara, comienza a aumentar su capital antes, para pagar menos en costos de ajuste.
- ▶ De una sola vez: Si se repitieran (digamos que hay una probabilidad positiva de estos shocks en cada período), las firmas actuarían distinto para ahorrar en costos de ajuste. Cómo exactamente dependerá de la distribucíon de estos shocks (¿solo positivos?, ¿también negativos?).

Es decir, son shocks que requieren de fuertes supuestos para protegerse de la crítica de Lucas.

La crítica anterior ha llevado a macroeconomistas de "aguas dulces" (Chicago, Minesotta) a describir estos shocks, de manera despectiva, como "MIT-shocks", haciendo referencia a que fueron popularizados por académicos de esa universidad.

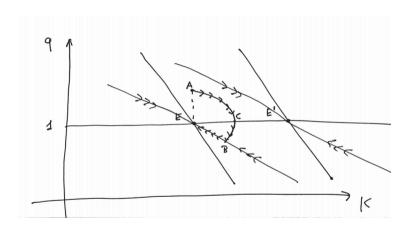
En la aplicación anterior y la que sigue, vemos que el uso criterioso de estos shocks permite obtener insights cualitativos útiles, por lo cual este tipo de análisis debiera ser parte del "maletín de herramientas" de toda macroeconomista.

SHOCK TRANSITORIO DE PRODUCTIVIDAD

En t=0 ocurre el mismo shock de productividad anterior, pero ahora se sabe que durará solo hasta t=T.

Elemento clave del análisis que sigue:

- ▶ No pueden haber saltos anticipados de *q*.
- ▶ En cada momento manda la dinámica del estado estacionario que está activo.



COMENTARIOS A LA FIGURA ANTERIOR

En el largo plazo, la economía regresa al estado estacionario inicial E

 \downarrow

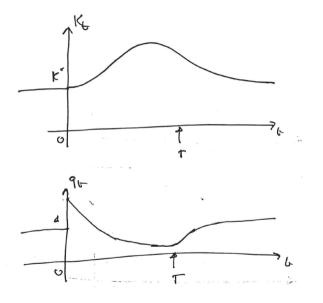
Para lo cual debe estar en el brazo estable que corresponde a E en t = T.

1

Para lo cual q debe dar el salto justo en t = 0 que lleva a la economía al brazo estable asociado a E en t = T.

Comentarios

- ightharpoonup La trayectoria anterior es la única forma de llegar a E en el largo plazo sin que q de un salto no anticipado.
- ▶ Usamos que entre t = 0 y t = T manda la dinámica asociada al estado estacionario E' y que después de t = T manda la dinámica asociada a E.
- El salto de q en t = 0 será menor que con un shock permanente, más pequeño mientras menos dure el shock.



Sinopsis Modelo Estado estacionario y dinámica **Aplicaciones** Evidencia

Evidencia

q-MEDIO Y q-MARGINAL

Tenemos dos versiones de q:

q-marginal:

$$q_t \equiv \frac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}K_t}.$$

▶ Es el concepto relevante en los modelos que vimos. Nada de obvio como se mide.

q-medio:

$$\bar{q}_t \equiv \frac{V_t}{K_t}.$$

► Usando el valor accionario de una firma, este concepto se puede medir. Nada de obvio que tenga que ver con el concepto de la teoría q.

RESULTADO DE HAYASHI (1982, ECMA)

Suponga que $\pi(K, x)$ y C(I, K) tienen retornos constantes.

Entonces:

$$q_t = \bar{q}_t = \frac{V_t}{K_t}.$$

Demostración: Sin pérdida de generalidad suponemos $\delta = 0$ y $p_{K,t} \equiv 1$.

Recordamos que las condiciones necesarias que derivamos fueron:

$$\pi_K = C_k + rq - \dot{q},$$

$$q = 1 + C_I.$$

Usando que C y Π tienen retornos constantes (Teorema de Euler para C, resultado de la lámina 11 para K):

$$(qK) = qK + qK = (C_K + rq - \pi_K)K + (1 + C_I)I = (C_K K + C_I I) - \pi_K K + rqK + I = C - \pi + rqK + I.$$

Multiplicamos los dos lados de la identidad anterior por $e^{-r(s-t)}$ e integramos de s=t a $s=\infty$. Usando integración por partes y la condición de transversalidad, el lado izquierdo queda:

$$\int_t^\infty (qK)_s e^{-r(s-t)} ds = -q_t K_t + r \int_t^\infty (qK)_s e^{-r(s-t)} ds.$$

Haciendo lo mismo con el lado derecho da:

$$-\int_{t}^{\infty} [\pi(K_{s},x)-I_{s}-C(I_{s},K_{s})]e^{-r(s-t)} dt + r\int_{t}^{\infty} (q_{t}K_{t})e^{-r(s-t)} ds = -V_{t} + r\int_{t}^{\infty} (q_{t}K_{t})e^{-r(s-t)} ds.$$

Comparando las dos expresiones, hemos demostrado que $q_t = V_t/K_t$.

Notar donde usamos que C(I,K) y $\Pi(K)$ tienen retornos constantes.

COMENTARIOS: SUPUSTOS DE RETORNOS CONSTANTES

- ▶ En el caso de π significa competencia perfecta en el mercado de bienes $(\pi(K, x) = \pi_K K)$.
- ▶ En el caso de C(I,K) significa que C(tI,tK) = tC(I,K) para todo t > 0.
- ▶ Explica por qué dividimos por *K* en nuestra formulación de costos de ajuste cuadráticos.
- ► Esta aparente contradicción se puede resolver extendiendo el modelo q incorporando capital productivo que beneficia a todas las firmas de un sector (tal vez lo vemos en una guía).

EVIDENCIA

Summers (1981 BPEA).

Datos anuales EE.UU. 1931-1978 para estimar la relación anterior con MCO.

Usa la identidad de Hayashi y estima:

$$\frac{I_t}{K_{t-1}} = \alpha + \beta \bar{q}_t + e_t.$$

Es decir, corresponde a costos de ajuste cuadráticos con $b = 1/\beta$.

Obtiene \hat{b} muy grande: Para I/K = 20% se tiene C(I,K) = 65%. Aunque cabe notar que toma 10 años en acumular la mitad de la inversión correspondiente a un shock de esta magnitud.

Posibles explicaciones:

- ▶ No se cumplen las condiciones de Hayashi: ¿Competencia perfecta? ¿Burbujas accionarias?
- ▶ Error de medición en q: $\hat{\beta}$ sesgado hacia cero $\Longrightarrow \hat{b}$ sobreestimado.
- ▶ Endogeneidad: $\frac{I}{K}$ y q son endógenos, ¿cuál debiera ir al lado derecho y cuál al lado izquierdo?

Cummins, Hassett y Hubbard (1994)

Usan las grandes reformas impositivas en EE.UU. (1962, 1971, 1982, 1986) para reducir el error de medición en q (trabajan solo con datos en torno a las reformas) y comparan el impacto de q sobre I/K a través de sectores.

Obtienen costos de ajuste mucho más razonables: los costos asociados a I/K = 20% ahora son de solo un 4%.

Al trabajar con efectos sectoriales, ignora el impacto agregado que pueden tener estas reformas (un estímulo a la inversión puede subir el precio de todos los bienes de capital, como documenta Goolsbee, 1998).

Veremos críticas adicionales a la teoría q en la cátedra siguiente.

EVIDENCIA DE RESTRICCIONES DE CRÉDITO

El trabajo precursor en esta linea es el de Fazzari, Hubbard y Petersen (1988, BPEA).

Estiman una ecuación del tipo:

$$\frac{I_{it}}{K_{i,t-1}} = \text{cte.} + \beta q_{it} + \eta FC_{it} + e_{it}$$

donde FC denota flujo de caja v la proxy para a es \overline{a} .

Bajo la teoría q se tiene $\eta = 0$, porque la inversión solo depende de q (es un estadístico suficiente para la inversión).

Obtienen $\hat{\eta} >> 0$, con valores más grandes cuando solo consideran firmas pequeñas (y, uno supone, con peor acceso a crédito).

Una posible explicación:

- Sesgo de variable omitida: rentabilidad futura de la inversión puede no estar bien medida por \overline{q} (no se cumplen las condiciones de Hayashi) de modo que un shock positivo a esta variable (nuevos y buenos proyectos de inversion en el futuro cercano) lleva a mayor flujo de caja y mayor inversión aun si no hay restricciones financieras.
- Kaplan y Zingales, en varios papers, cuestionaron a FHP usando el argumento anterior y complementando con un buen trabajo empírico.
- ▶ FHP (QJE,2006) les responden de manera convincente.

Gertler y Gilchrist (1994):

► Luego de shocks monetarios negativos (identificación de Romer y Romer que vemos en Macro II), empresas que probablemente están financieramente restringidas (pequeñas, cuocientes deuda/capital bajos) sufren más.

IMPERFECCIONES DE MERCADOS CREDITICIOS

El éxito empírico de variables de escala (v.g., ventas o flujo de caja) en "explicar" la inversión apunta a fricciones financieras:

- ightharpoonup Agregar flujo de caja a una regresión de I/K vs. q mejora mucho el ajuste.
- Lo cual no debiera ser si q es suficiente para explicar la inversión (teoría q).

Este es el punto de partida de teorías de inversión que incoporan imperfecciones de mercado:

- ► El Teorema de Modigliani-Miller no se cumple por asimetrías de información: las finanzas corporativas adquieren importancia.
- ► Entonces el financiamiento externo es más caro que el interno y reducir las asimetrías contribuye a aumentar la inversión.

Principales teorías de restricciones crediticias endógenas:

- Selección adversa.
- ▶ Riesgo moral.

Teoría q: Resumen

TEORÍA q: RESUMEN

Primera teoría de inversión propiamente tal (vis-a-vis una teoría de demanda por capital):

▶ Determina conjuntamente la producción e inversión óptmas.

Rol clave de q-marginal, definido como

$$q_t = \frac{\mathrm{d}V_t/\mathrm{d}K_t}{p_{K,t}},$$

donde V_t es el valor de la firma y $p_{K,t}$ el precio del capital.

Es decir, q_t es el cambio en el valor de la firma por peso que se gasta en capital.

Si no hay costos de ajustar el capital, parece intuitivamente razonable concluir que $q_t = 1$ en todo momento.

Idea central de la teoría-q:

 \blacktriangleright Introduce costos de ajustar el capital, de modo que q_t puede tomar valores distintos de uno.

Entonces:

- ▶ $q_t > 1$: incentivos para aumentar el capital.
- $ightharpoonup q_t < 1$: incentivos para disminuir el capital.

Se muestra que:

▶ I/K queda determinado por (y es creciente en) q.

Para llevar la teoría q a los datos:

- ▶ El q marginal no se observa.
- ▶ El q promedio, $\overline{q} \equiv V_t/K_t$, Brainard y Tobin (1968), sí se observa.
- ▶ Bajo cierta condiciones (Hayashi, 1982), $q = \overline{q}$ y se puede usar valores observados de \overline{q} para testear y estimar parámetros de la teoría q.

ENECO 630 - MACROECONOMÍA I

INVERSIÓN

CÁTEDRAS I2
TEORÍA q

Eduardo Engel

ENECO 670. Macroeconomía I Magíster y Doctorado en Economía, FEN, U. de Chile. Abril 4, 2025.