PAUTA CONTROL II (RECUPERATIVO) - MICROECONOMÍA II

PROFESOR: JUAN PABLO TORRES MARTÍNEZ
SEMESTRE PRIMAVERA - 2024

[1] En el contexto de una economía con tres individuos y dos alternativas sociales, siguiendo la notación usual, considere las reglas de elección social $f, g : \{-1, 0, 1\}^3 \to \{-1, 0, 1\}$ caracterizadas por

$$\begin{aligned} f(\theta_1, \theta_2, \theta_3) &= \min\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}, \\ g(\theta_1, \theta_2, \theta_3) &= \text{signo}\left(\frac{1}{6}\theta_1 + \frac{3}{6}\theta_2 + \frac{5}{6}\theta_3\right). \end{aligned}$$

Para cada una de esas reglas determine si se cumplen las siguientes propiedades (demuestre o dé un contraejemplo): *simetría*, *neutralidad*, *responsividad*.

Análisis de la regla f. Dada una función bijectiva $\sigma : \{1, 2, 3\} \to \{1, 2, 3\}$,

$$f(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \min\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\} = \min\{\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}, \theta_{\sigma(3)}\} = f(\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}, \theta_{\sigma(3)}).$$

Por lo tanto, f es simétrica. Como $f(1, -1, 0) = -1 = f(-1, 1, 0)$, no es verdad que $f(\theta) = -f(-\theta)$ para todo $\theta \in \{-1, 0, -1\}^3$. Luego, f no cumple la propiedad de neutralidad. Finalmente, como $(0, 0, 1) < (0, 1, 1)$ y $f(0, 0, 1) = 0 = f(0, 1, 1)$, no es verdad que dados $\theta, \theta' \in \{-1, 0, -1\}^3$ tales que $f(\theta) \geq 0$ y $\theta' > \theta$, se tenga que $f(\theta') = 1$. Por lo tanto, f no cumple la propiedad de responsividad.

Análisis de la regla g. Como $g(-1, 0, 1) = \text{signo}(4/6) = 1$ y $g(1, 0, -1) = \text{signo}(-4/6) = -1$, no es verdad que para toda función bijectiva $\sigma : \{1, 2, 3\} \to \{1, 2, 3\}$ se cumpla que $g(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = g(\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}, \theta_{\sigma(3)})$. Por lo tanto, g no es simétrica. Como

$$g(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \text{signo}\left(\frac{1}{6}\theta_1 + \frac{3}{6}\theta_2 + \frac{5}{6}\theta_3\right) = -\text{signo}\left(-\left(\frac{1}{6}\theta_1 + \frac{3}{6}\theta_2 + \frac{5}{6}\theta_3\right)\right) = -g(-\theta_1, -\theta_2, -\theta_3),$$

la regla de elección social g cumple la propiedad de neutralidad.

Finalmente, como la función $(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \to \frac{1}{6}\theta_1 + \frac{3}{6}\theta_2 + \frac{5}{6}\theta_3$ es estrictamente creciente en $\mathbb{R}^3$, para cada par de vectores $\theta, \theta' \in \{-1, 0, -1\}^3$ tales que $g(\theta) \geq 0$ y $\theta' > \theta$ tendremos que $g(\theta') = 1$. Por lo tanto, g cumple la propiedad de responsividad. $\square$

[2] Considere una economía en la cual hay un conjunto finito $N = \{1, \ldots, n\}$ de individuos, los cuales tienen preferencias por las alternativas sociales en $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Denote por $\mathcal{P}$ a la colección de perfiles preferencia $P = (\succ_i)_{i \in N}$ tales que cada $\succ_i$ está definida sobre A y es completa, transitiva y estricta.

Sea $f : \mathcal{P} \to A$ una regla de elección social que es *strategy-proof*. Demuestre o dé un contraejemplo: f es Condorcet monótona y Maskin mónotona.

La afirmación es verdadera. La demostración de que *strategy-proofness* implica en monotonía Maskin la puede encontrar en el Ejercicio Resuelto 18.4 de Elección Social y Diseño de Mecanismos. A partir de ese resultado, se puede asegurar la monotonía Condorcet siguiendo las ideas del Ejercicio Resuelto 18.1 (ver micro-jptm.info). $\square$

[3] Considere una subasta de Vickrey-Clarke-Groves en la cual se venden dos objetos, a y b. Asuma que en la subasta participan tres potenciales compradores, $i \in \{1, 2, 3\}$, cuyas valoraciones vienen dadas por:

i	$\{a\}$	$\{b\}$	$\{a, b\}$
1	α	3	6
2	3	2	8
3	2	4	7

donde $\alpha > 3$ es un parámetro cuyo valor es diferente de cuatro. Explicando detalladamente sus argumentos:

(i) Determine la distribución de los objetos y el precio que paga cada comprador.

Adjudicando ambos objetos a un mismo comprador, el bienestar social máximo es igual a 8, mientras que distribuyendo los objetos entre dos individuos diferentes se obtiene un bienestar social máximo de $\max\{7, \alpha+4\} = \alpha+4$, pues $\alpha > 3$. Como $\alpha \neq 4$, existen dos casos relevantes para analizar:

- Si $\alpha + 4 > 8$, el vendedor le adjudicará el objeto a al individuo 1 y el objeto b al individuo 3. Cuando el individuo 1 no está en el mercado, el bienestar social máximo es 8, mientras que el bienestar de los individuos $\{2,3\}$ cuando 1 está en el mercado es igual a 4. Luego, el individuo 1 debe pagar un precio igual a $8-4=4$ por el objeto a. Por otro lado, cuando 3 no está en el mercado, el bienestar social máximo es $\max\{\alpha+2, 8\}$, mientras que el bienestar de los individuos $\{1,2\}$ cuando 3 está en el mercado es igual a α. Luego, el individuo 3 debe pagar un precio igual a $\max\{\alpha+2, 8\} - \alpha = \max\{2, 8-\alpha\}$ por el objeto b. Note que los ingresos del vendedor son iguales a $4 + \max\{2, 8-\alpha\} = \max\{6, 12-\alpha\}$.
- Si $\alpha + 4 < 8$, el vendedor le adjudicará ambos objetos al individuo 2. Cuando el individuo 2 no está en el mercado, el bienestar social máximo es igual a $\alpha+4$, pues $\alpha+4 > 7$, mientras que el bienestar de los individuos $\{1,3\}$ cuando 2 está en el mercado es igual a cero. Luego, el individuo 2 debe pagar un precio igual $\alpha+4$ por los objetos.

(ii) Determine para que valores de α el vendedor podría aumentar su recaudación empaquetando los objetos antes de subastarlos.

Sigue de los argumentos previos que, cuando el vendedor NO empaqueta los objetos antes de venderlos, sus ingresos en la subasta VCG vienen dados por:

$$\pi = \begin{cases} \alpha+4 & \text{cuando } \alpha \in (3,4); \\ \max\{6, 12-\alpha\} & \text{cuando } \alpha \in (4, +\infty). \end{cases}$$

Alternativamente, si se empaquetan los objetos antes de venderlos, la subasta VCG coincide con una subasta a sobre cerrado de segundo mayor precio. Luego, los ingresos del vendedor son siempre iguales a 7 (la segunda mayor valoración). Concluimos que el vendedor aumenta su recaudación empaquetando los objetos antes de subastarlos si y solamente si α es mayor que 5. □