Fuente: Control 4 de Econometría II 2023

3. (24 puntos) Si M_1 es correcto, tendremos:

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \psi_{t-1}^2 & \sum \psi_{t-1} \psi_{t-2} \\ \sum \psi_{t-1} \psi_{t-2} & \sum \psi_{t-2}^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum \psi_{t-1} \psi_t \\ \sum \psi_{t-2} \psi_t \end{pmatrix}.$$
(1)

Asumiendo que el proceso es débilmente estacionario y recordando que, en este caso, $\sigma_i = \beta_i^{-1} \sigma_0$; tendremos:

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \sigma_0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \sigma_0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$