Tarea 2
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Ignacio Fuentes y Hriday Karnani

Otoño 2024

Entrega en grupos de máximo 2 estudiantes

1. Considere una consumidora que consume el bien X_1 y el bien compuesto Y. Su renta es $w = 40$, el precio del bien compuesto es $p_y = 1$ (como siempre). El consumo del bien X_1 está subsidiado, hasta $\hat{x} = 10$. Existen 3 esquemas de subsidio posibles:

   (i) El precio del bien es $p_1 = 1$ si el consumo es $x_1 < \hat{x}$. Si $x_1 \geq \hat{x}$, el subsidio se pierde y todo el consumo se paga a precio $p_1' = 2$.

   (ii) El precio del bien es $p_1 = 1$ si el consumo es $x_1 \leq \hat{x}$. Si $x_1 > \hat{x}$, el subsidio se pierde y todo el consumo se paga a precio $p_1' = 2$.

   (iii) Las primeras $\hat{x}$ unidades se pagan a precio $p_1 = 1$ y todo el consumo estrictamente por encima de ese nivel se paga a precio $p_1' = 2$.

   a) Grafique el conjunto presupuestario para cada uno de los 3 subsidios.

   b) Si sabe que la preferencia de la consumidora es continua y monótona, ¿qué puede decir de la existencia de solución al problema de la consumidora en cada caso?

   c) Si sabe que la preferencia de la consumidora es continua, monótona y convexa ¿qué puede decir de la unicidad de solución al problema de la consumidora en cada caso?

2. Demuestra la siguiente proposición:

   Si las preferencias son l.n.s. y la demanda Marshaliana es una función derivable con respecto a precios y riqueza:

   a) $\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial p_j} + \omega \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial \omega} = 0 \quad \forall i = 1, ..., n \quad \forall p, \omega$ (Fórmula de Euler)

   b) $\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p,\omega)}{\partial p_i} + x_i(p,\omega) = 0 \quad \forall i = 1, ..., n \quad \forall p, \omega$ (Agregación de Cournot)

   c) $\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial \omega} = 1 \quad \forall p, \omega$ (Agregación de Engel)

3. A partir de la proposición anterior, demostrar:

   a) $\sum_{k=1}^{L} \epsilon_{\ell,k}(p,\omega) + \epsilon_{\ell,\omega}(p,\omega) = 0$ para $\ell = 1, ..L$

   b) $\sum_{\ell=1}^{L} b_\ell(p,\omega)\epsilon_{\ell,k}(p,\omega) + b_k(p,\omega) = 0$

   c) $\sum_{\ell=1}^{L} b_\ell(p,\omega)\epsilon_{\ell,w}(p,\omega) = 1$

   donde

   - $\epsilon_{\ell k}$ es la elasticidad-precio del bien ℓ (respecto al precio p_k).
   - $\epsilon_{\ell\omega}$ es la elasticidad-renta del bien ℓ.
   - $b_\ell(p,w) = p_\ell x_\ell(p,w)/w$ es la fracción del presupuesto asignada al consumo del bien ℓ dados precios p y renta w.

4. Suponga que un consumidor tiene la función de gasto:

$$e(p_1, p_2, u,) = \left(\frac{p_1}{3} + 2\frac{p_2}{3} + (p_1 p_2)^{\frac{1}{2}}\right) u.$$

   Encuentre las funciones de demanda compensadas (o Hicksianas) y Marshallianas y la función de utilidad indirecta.

5. Calcule la matriz de sustitución de Slutsky para el caso de 3 bienes y preferencias cuasilineales, cuando la función de utilidad es de la forma $u(x_1, x_2, x_3) = x_1 + \ln(x_2 x_3)$. (Resuelva en el rango en que la renta w y el precio del bien 1 cumplen la condición $w > 2p_1$).

   Verifique que los términos de la diagonal son negativos y que la matriz es semi-definida negativa y simétrica. Identifique si existen bienes complementarios y sustitutos.

6. Un consumidor que maximiza utilidades, tiene preferencias estrictamente convexas y estrictamente monótonas en $X = \mathbb{R}^2_+$. Asuma que $p = (1,1)$. El consumidor tiene una renta anual de w que consume enteramente cada año. Su consumo actual es $(x_1^*, x_2^*) \gg 0$. Le ofrecen una beca de monto g_1 para el año que viene (adicional a su renta w) con la condición de que la beca debe ser gastada únicamente en el bien 1. Sabemos además que $g_1 \leq x_1^*$ y que el consumidor puede decidir no aceptar la beca.

   a) Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa (y proporcione una demostración que justifique su respuesta): "si el bien 1 es normal, entonces el efecto de la beca en el consumo del año que viene debe ser el mismo que el efecto que tendría una beca sin condiciones de igual monto." ¿Le conviene aceptar la beca?

   b) Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa (y proporcione una demostración que justifique su respuesta): "si el bien 1 es inferior para todos los niveles de ingreso $w > x_1^* + x_2^*$, entonces el efecto de la beca en el consumo debe ser el mismo que el efecto que tendría una beca sin condiciones de igual monto." ¿Le conviene aceptar la beca?

   c) Suponga que el consumidor tiene preferencias homotéticas y su consumo sin beca es $x^* = (12, 36)$. Grafique el consumo del bien 1 (x_1^*) como función del monto de la beca g_1. ¿Para qué valor de g_1 la gráfica tiene un punto de no diferenciabilidad?