

Fuente: Examen de Econometría II 2021

3. (40 puntos) Considere el siguiente proceso que genera los datos de y :

$$\begin{aligned}y_t &= u_t + u_{t-1}, \\ u_t &\sim N(0, 1).\end{aligned}$$

Se postulan los siguientes modelos (mal especificados) para describir el DGP de la serie y :
 M_1 :

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + v_t,$$

M_2 :

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + v_t,$$

donde $v_t \sim N(0, \sigma^2)$. a) **(20 puntos)** Derive la esperanza, varianza incondicional y las primeras dos autocovarianzas, autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales de y . b) **(10 puntos)** Encuentre $\text{plim}(\hat{\alpha}_1)$, $\text{plim}(\hat{\beta}_1)$, $\text{plim}(\hat{\beta}_2)$, $\text{plim}(\hat{\sigma}_1^2)$, $\text{plim}(\hat{\sigma}_2^2)$, donde $\hat{\sigma}_i^2$ es el estimador de la varianza de los residuos del modelo i ($i = 1, 2$). c) **(10 puntos)** Utilizando el criterio de información BIC entre M_1 y M_2 , ¿qué modelo será elegido asintóticamente?. Intuitivamente, ¿cuál sería el modelo elegido entre un modelo $\text{AR}(j)$ y $\text{AR}(k)$, con $k > j$? Explique.