## 1. Identificando el proceso ARIMA

Tenemos  $Y_t = C_t + I_t$ , donde  $Y_t$ ,  $C_t$  y  $I_t$  denotan (las componentes cíclicas de) el ingreso, consumo e inversión en t, respectivamente.

También tenemos que

$$C_t = aC_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$I_t = bI_{t-1} + k\varepsilon_t$$

donde 0 < a < b < 1, k > 0 y donde  $\varepsilon_t$  denota un ruido blanco (innovaciones) tanto para  $C_t$  como para  $I_t$ . Nótese que el ruido a la derecha de las dos expresiones es el mismo proceso.

Determine el proceso ARIMA que sigue  $Y_t$  y exprese el ruido blanco correspondiente en función de  $\varepsilon_t$ . Muestre las raíces de los polinomios AR y MA correspondientes, testeando su módulo mayor que uno.

## 2. Expectativas racionales con camino aleatorio

La demanda por un bien perecible viene dada por

$$Q_t^D = -\beta P_t$$

donde  $P_t$  es el precio en t.

La oferta en t depende de decisiones que las firmas toman un período antes, basadas en sus expectativas del precio en t,  $P_t^e$ , y de un shock de oferta en t,  $u_t$ :

$$Q_t^S = \gamma P_t^e + u_t.$$

Donde oferta y demanda están expresadas en desviación de su media y  $\gamma$  y  $\beta$  son constantes positivas. El precio y la cantidad producida en t se obtienen igualando oferta con demanda.

(a) Sin hacer ningún supuesto sobre cómo se forman las expectativas o sobre el proceso  $u_t$ , exprese  $P_t$  en función de  $P_t^e$  y  $u_t$ .

En lo que sigue, suponga que las expectativas son racionales.

- (b) Use (a) para expresar  $P_t^e$  en función de  $\mathbb{E}_{t-1}u_t$ .
- (c) Al supuesto de expectativas racionales agréguese el supuesto de que  $u_t$  sigue un camino aleatorio sin drift, con innovaciones  $\varepsilon_t$ :

$$u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t.$$

(d) Use las partes anteriores para mostrar que  $P_t$  sigue un proceso ARIMA(p, d, q). Identifique el proceso de innovación y los valores de p, d y q. Luego haga lo mismo para la cantidad producida,  $Q_t$ .