Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
ENECO 630
Semestre Otoño 2019

Profesor: Eduardo Engel
Ayudante: Catalina Gómez

Ejercicio sobre Guía No. 2

Martes 4 de Junio

1. **Demanda por un bien en el Modelo de Dixit-Stiglitz**

   Con la notación vista en clases, el agregador de consumo del hogar representativo y el nivel de precios vienen dados por

$$C_t = \left[\int_0^1 c_t(i)^{(\theta-1)/\theta}\,\mathrm{d}i\right]^{\theta/(\theta-1)}, \qquad P_t = P_t = \left[\int_0^1 p_t(i)^{1-\theta}\,\mathrm{d}i\right]^{1/(1-\theta)}.$$

   Dado un presupuesto Y y precios $p_t(i)$, $i \in [0,1]$, el hogar representativo elige la canasta de consumo $c_t(i), i \in [0,1]$ que maximiza su bienestar.

   (a) **(1 pto)** Explique por qué, en el modelo de Dixit-Stliglitz, el hogar maximizará C_t sujeto a cumplir la restricción presupuestaria.
   Sol.: El modelo supone que la (única) relación entre la función de utilidad y el consumo del bien i en el periodo t es a través del agregador del consumo.

   (b) **(4 ptos)**Use (a) para demostrar que la canasta óptima de consumo del hogar satisface:

$$c_t(i) = C_t\left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\theta}.$$

   Sol.: En la diapositiva 16 de la cátedra 6.
   Se maximiza:

$$\left[\int_0^1 c_t(i)^{(\theta-1)/\theta}\,\mathrm{d}i\right] - \lambda[\int_0^1 p_t(i)c_t(i)\,\mathrm{d}i]$$

   La CPO:

$$\begin{aligned}\frac{(\theta-1)}{\theta}\int_0^1 c_t(i)^{-1/\theta}\,\mathrm{d}i - \lambda\int_0^1 p_t(i) = 0\\ c_t(i)^{-1/\theta} = kp_t(i)\\ c_t(i)^{=}k'p_t(i)^{-\theta}\end{aligned}$$

   Con $k = \frac{\lambda\theta}{\theta-1}$

Ver continuación en la cátedra.

(c) **(1 pto)** Interprete el resultado de la parte (b)
Sol.: $-\theta$ es la elasticidad precio-demanda

2. **Precio de un activo: Caso con solución única**

Considere un inversionista neutro al riesgo que puede invertir en un activo libre de riesgo con retorno neto $r > 0$ y en un activo riesgoso con precio p_t que paga dividendo d_t en el período t. Suponemos $r > 0$ y que no varía en el tiempo. También suponemos que el proceso d_t es exógenos y de conocimiento común.

(a) Use un argumento de arbitraje (los inversionistas deben estar indiferentes entre invertir en el activo fijo y el riesgoso) para explicar por qué se cumple

$$\frac{\mathrm{E}_t p_{t+1} - p_t}{p_t} + \frac{d_t}{p_t} = r,$$

de modo que, denotando $R = 1 + r$,

$$p_t = R^{-1}\mathrm{E}_t p_{t+1} + R^{-1} d_t. \tag{1}$$

Sol.: La inversionista debe estar indiferente entre invertir un peso en el activo riesgoso y invertir el mismo peso en el activo libre de riesgo. El lado izquierdo y lado derecho corresponden, respectivamente, al retorno esperado para el activo riesgoso y para el activo libre de riesgo. Donde usamos que la inversionista es neutra al riesgo.

(b) Suponga que se cumple

$$\lim_{T\to\infty} R^{-T}\mathrm{E}_t p_{t+T} = 0. \tag{2}$$

Muestre que entonces (1) tiene una única solución dada por

$$p_t^s = \sum_{k\geq 0} R^{-k-1}\mathrm{E}_t d_{t+k}. \tag{3}$$

Sol.: Partimos de (1), reemplazamos p_{t+1} por la expresión que resulta de sustituir $t+1$ por t en (1) y usamos la LIE para obtener:

$$\begin{aligned} p_t &= R^{-1}\mathrm{E}_t p_{t+1} + R^{-1} d_t \\ &= R^{-1}\mathrm{E}_t[R^{-1}\mathrm{E}_{t+1} p_{t+2} + R^{-1} d_{t+1}] + R^{-1} d_t \\ &= R^{-2}\mathrm{E}_t p_{t+2} + R^{-1} d_t + R^{-2}\mathrm{E}_t d_{t+1}. \end{aligned}$$

Y procediendo de la misma manera varias veces se llega a

$$p_t = R^{-T}\mathrm{E}_t p_{t+T} + \sum_{k=0}^{T-1} R^{-k-1}\mathrm{E}_t d_{t+k}.$$

Tomando límite cuando T tiende a infinito y usando (2) concluye la demostración.