

## Pregunta 1: Learning by Doing

Suponga que tiene muchas firmas que operan bajo competencia perfecta. El producto de la firma  $i$  viene dado por  $Y_i(t) = K_i(t)^\alpha [A(t)L_i(t)]^{1-\alpha}$ , donde  $A(t) = BK(t)$ .  $K_i$  y  $L_i$  son las cantidades de capital y trabajo utilizadas por la firma  $i$ , y  $K$  corresponde al stock de capital agregado. Tanto el capital como el trabajo obtienen sus productos marginales privados. La utilidad del hogar representativo viene dada por una función CRRA. No hay crecimiento de la población, el capital se deprecia a tasa  $\delta$  y el tiempo es continuo.

- (a.)
  - (i.) ¿Cuáles son los productos marginales privados del capital y trabajo de la firma  $i$ , como funciones de  $K_i(t)$ ,  $L_i(t)$ ,  $K(t)$  y los parámetros del modelo?
  - (ii.) Explique por qué el ratio capital-trabajo debe ser el mismo para todas las firmas. Es decir  $\frac{K_i(t)}{L_i(t)} = \frac{K(t)}{L(t)}$  para todo  $i$ .
  - (iii.) Encuentre la tasa de interés  $r(t)$  y el salario  $w(t)$  como funciones de  $K(t)$ ,  $L$  y los parámetros del modelo.
- (b.)
  - (i.) Considerando la función de utilidad del enunciado, derive la tasa de crecimiento del consumo en equilibrio. Hint: Debe llegar a la siguiente expresión ya conocida  $\frac{c'(t)}{c(t)} = \frac{r(t) - \rho}{\theta}$ , donde  $\rho$  es el factor de descuento subjetivo y  $c(t)$  es el consumo per cápita.
  - (ii.) Explique por qué la tasa de crecimiento del producto es igual a la del consumo.
- (c.) Describa cómo el crecimiento de largo plazo puede verse afectado por:
  - (i.) Un aumento en  $B$ .
  - (ii.) Un aumento en  $\rho$ .
  - (iii.) Un aumento en  $L$ .
- (d.) ¿La tasa de crecimiento de equilibrio es mayor, menor o igual a la socialmente óptima? ¿O no es posible distinguir?

## Pregunta 2: Modelo AK

Considere el siguiente modelo de crecimiento en tiempo continuo:

$$U(0) = \int_0^\infty \exp(-\rho t) \frac{(c(t))^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$$

Con la función de producción agregada

$$Y(t) = AK(t) + BL(t)$$

Donde  $A, B > 0$

- (a) Defina equilibrio competitivo en esta economía
- (b) Plantee el Hamiltoniano en valor presente para un individuo y obtenga las condiciones de optimalidad del consumidor. Combinelas con las condiciones de equilibrio del mercado de factores, y encuentre las ecuaciones que caracterizan la senda estable. ¿qué tienen de especial?
- (c) Determine la evolución del share del trabajo en el ingreso nacional en el tiempo.
- (d) Muestre que el equilibrio es pareto eficiente.