Guía 5

Nombre: Alberto Belmar
Rut: 19.801.271-8

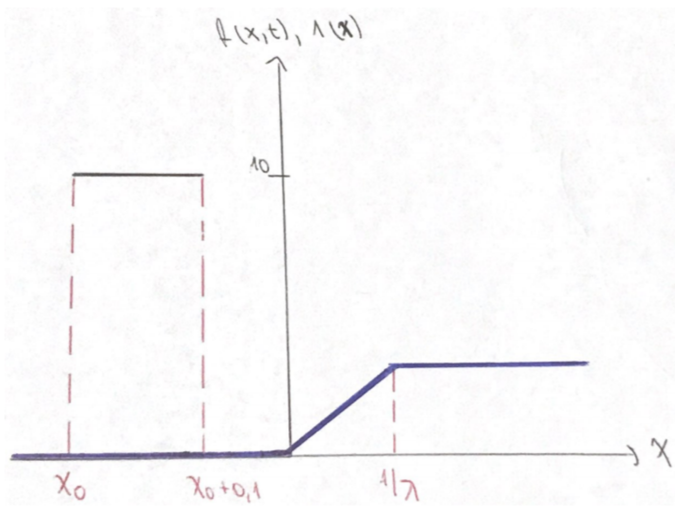
1. Función respuesta al impulso unitario (IRF) que varía en el tiempo

(a)

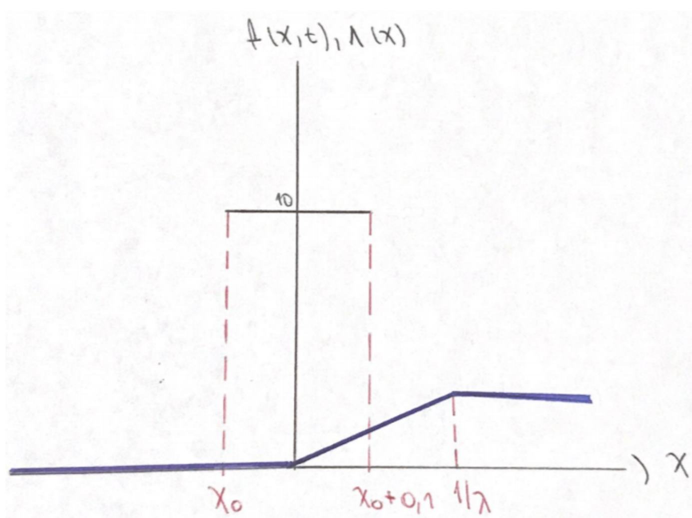
Respuesta

A continuación, se presentan los tres gráficos con las funciones $\Lambda(x)$ en color azul y $f(x,t)$ en negro:

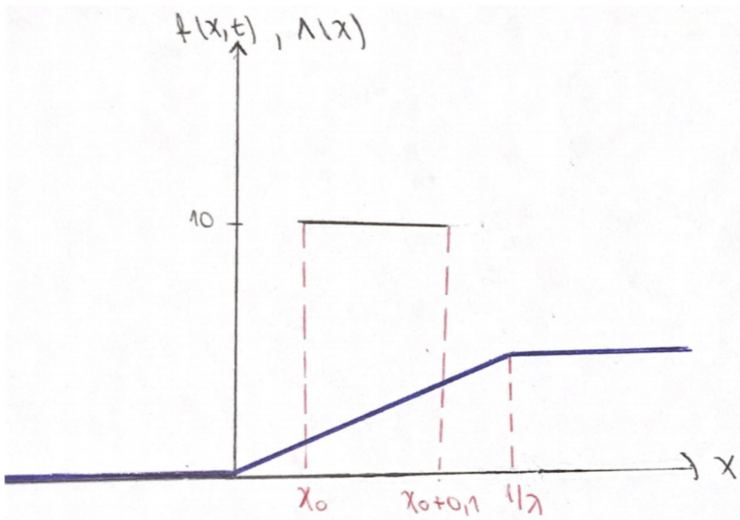
Para $x_0 < -0{,}1$



Para $x_0 \in [-0{,}1; 0]$



Para $x_0 > 0$



(b)

Respuesta

La función $y(x_0)$ es discontinua producto de $\Lambda(x)$. De esta forma, tendremos los siguientes casos:

(i) $x_0 < -0{,}1$

$$\begin{aligned} y(x_0) &= \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x\Lambda(x)f(x,t)dx \\ &= \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x \cdot 0 \cdot f(x,t)dx = 0 \end{aligned}$$

(ii) $x_0 \in [-0{,}1; 0]$

$$\begin{aligned} y(x_0) &= \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x\Lambda(x)f(x,t)dx \\ &= \int_{x_0}^{0} x \cdot 0 \cdot f(x,t)dx + \int_{0}^{x_0+0{,}1} x \cdot \lambda x \cdot f(x,t)dx \\ &= 10\lambda \int_{0}^{x_0+0{,}1} x^2 dx \\ &= 10\lambda \frac{(x_0+0{,}1)^3}{3} \end{aligned}$$

(iii) $x_0 \in (0; 1/\lambda)$

$$\begin{aligned} y(x_0) &= \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x\Lambda(x)f(x,t)dx \\ &= 10\lambda \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x^2 dx \\ &= 10\lambda \frac{[(x_0+0{,}1)^3 - x_0^3]}{3} \end{aligned}$$

(iv) $x_0 > 1/\lambda$

$$\begin{aligned} y(x_0) &= \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x\Lambda(x)f(x,t)dx \\ &= \int_{x_0}^{x_0+0{,}1} x\cdot 1\cdot 0\cdot dx = 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la función queda definida como:

$$y(x_0) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_0 < -0{,}1 \\ 10\lambda\dfrac{(x_0+0{,}1)^3}{3} & \text{si } x_0 \in [-0{,}1;0] \\ 10\lambda\dfrac{[(x_0+0{,}1)^3 - x_0^3]}{3} & \text{si } x_0 \in (0;1/\lambda) \\ 0 & \text{si } x_0 > 1/\lambda \end{cases}$$

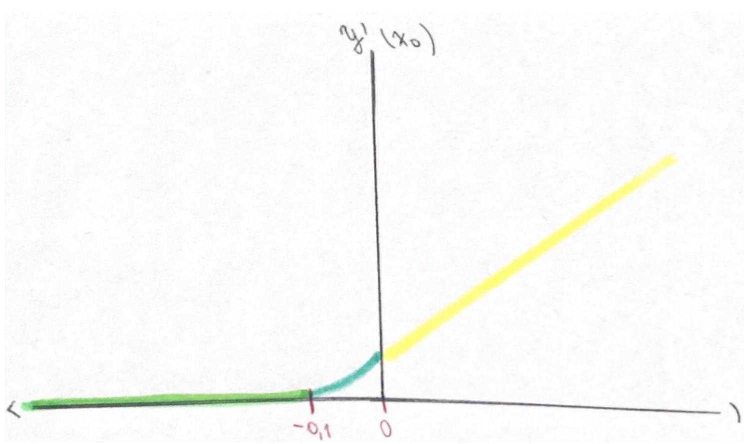
(c)

Respuesta

Si derivamos la función $y(x_0)$ obtenida en la letra anterior con respecto a x_0, nos quedaría:

$$y'(x_0) = \begin{cases} 0 & \text{si } x_0 < -0{,}1 \\ 10\lambda(x_0+0{,}1)^2 & \text{si } x_0 \in [-0{,}1,0) \\ \lambda[2x_0+0{,}1] & \text{si } x_0 \in (0;1/\lambda) \\ 0 & \text{si } x_0 > 1/\lambda \end{cases}$$

Gráficamente, si omitimos el último caso donde $x_0 > 1/\lambda$ (principalmente porque la derivada es 0), nos queda:



Entonces, si la economía es descrita por la densidad $f(x,t)$, y sabiendo que la $IRF_{0,t}$ muestra la variación de la economía ante un shock en x_0, tenemos que $y(x_0)$ muestra la tasa de crecimiento de la economía, mientras que $y'(x_0)$ las variaciones de la tasa de crecimiento respecto a cambios en el ciclo económico. Por lo tanto, $y'(x_0)$ es la $IRF_{0,t}$.

(d)

Respuesta

Una serie de shocks agregados positivos y grandes, provocarán un aumento de x_0, por tanto $f(x,t)$ se traslada hacia la derecha. De esta forma, podemos decir que la densidad corresponderá a valores grandes de x_0.

Luego, el valor exacto que toma x_0 dependerá del valor inicial de x_0, no obstante, lo más probable es que x_0 sea positivo.

(e)

Respuesta

Una serie de shocks agregados negativos, provocarán una disminución de x_0 y la densidad se trasladará a la izquierda, correspondiendo a valores más pequeños de x_0.

El valor exacto de x_0 dependerá de su valor inicial y de qué tan grandes sean los shocks adversos. Si los shocks no son lo suficientemente grandes y la posición inicial de x_0 es positiva, el traslado de la función de densidad de la economía (hacia la izquierda) podría seguir resultando en valores positivos de x_0. En cambio, shocks grandes probablemente trasladarán la densidad lo suficiente como para obtener valores negativos y pequeños de x_0.

(f)

Respuesta

Cuando más se necesita inversión se refiere a períodos de recesión, es decir, a valores pequeños de x_0. Para valores pequeños (o negativos de x_0) sabemos que la economía reacciona muy poco a shocks positivos de la inversión, mientras que en etapas expansivas (valores grandes de x_0), la economía reacciona más a shocks positivos.

2. Un enfoque simple para modelar costos de agencia: *limited pledgeability*

(a)

Respuesta

El emprendedor/a podrá optar a financiamiento sólo si el retorno esperado creíble de invertir es mayor al costo de endeudarse:

$$\begin{aligned} E(y \cdot f) &\geq (1+r)(1-W) \\ \gamma f &\geq (1+r)(1-W) \end{aligned}$$

(b)

Respuesta

Tal como indica el enunciado, si suponemos que:

$$\gamma f > (1+r)(1-W)$$

Entonces, el contrato no está determinado de una única manera, ya que podría tomar más de una forma. Por ejemplo:

i. Un contrato en que $\gamma f > (1+r)(1-W)$, y dado que la fracción f del producto no se puede esconder, lleva a que el inversionista reciba, en valor esperado, $(1+r)(1-W)$.

ii. El emprendedor va a pagar su deuda completa D si $y \cdot f > D$, mientras que si $y \cdot f < D$, pagaría $y \cdot f$, lo que lleva a que el inversionista pierda.

De esta forma, hemos probado que el contrato no se define de una sola forma, principalmente porque no existen costos de verificación ($c = 0$) de la fracción que no se puede esconder del producto $(y \cdot f)$.

(c) i.

Respuesta

Hemos visto que los proyectos se ejecutan si:

$$\gamma f > (1+r)(1-W)$$

Por lo tanto, si $\uparrow W$, crece el lado derecho de la ecuación y podría ocurrir que aumente más que el lado izquierdo si la caída de W es grande, quedado $\gamma f < (1+r)(1-W')$ y no llevándose a cabo el proyecto en este caso. Notar que $W' < W$.

ii.

Respuesta

Si la fracción de producto que el emprendedor/a promete es menor, entonces, podría ocurrir que el retorno creíble esperado del proyecto sea menor que el pago esperado a los inversionistas, es decir: $\gamma f' < (1+r)(1-W)$, no llevándose a cabo el proyecto. Notar que $f' < f$.

iii.

Respuesta

Como los inversionistas son neutros al riesgo y solo se preocupan del retorno creíble esperado, un incremento en el riesgo idiosincrático del producto del proyecto no tendrá repercusiones. Luego, el proyecto se sigue ejecutando.

3. q-marginal y costos no convexos de ajuste

(a)

Respuesta

Si nos ajustamos, el problema a maximizar es:

$$\max_{K_1} \quad 2\theta\sqrt{K_1} - K_1 - f$$

La CPO:

$$\frac{\partial}{\partial K_1} = \frac{2\theta}{2\sqrt{K_1}} - 1 = 0 \Longrightarrow K_1^* = \theta^2$$

Luego, el valor óptimo considerando el costo fijo de ajustarse es: $\theta^2 - f$. Si lo comparamos con: $2\theta\sqrt{1} - 1 = 2\theta - 1$ que es el beneficio de no ajustar, tenemos que la firma ajustará si:

$$\theta^2 - f \geq 2\theta - 1$$
$$\theta^2 - 2\theta + (f-1) \geq 0$$

Ocupando la fórmula general para calcular los dos posibles valores de θ:

$$\theta = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (1-f)}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{f}}{2} = 1 \pm \sqrt{f}$$

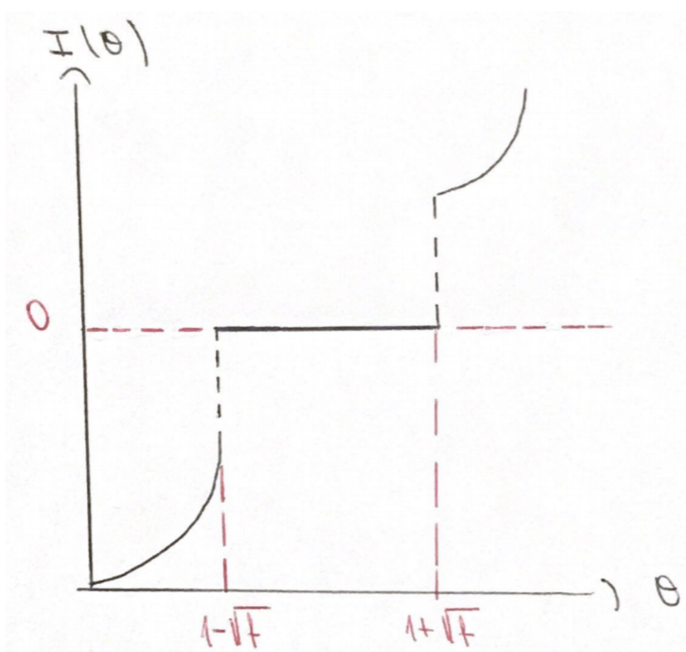
Así, la firma va a ajustar su nivel de capital en los casos en que $\theta > 1 + \sqrt{f}$ o $\theta < 1 - \sqrt{f}$ y el conjunto A quedaría definido como:

$$A = \{\theta : \theta < 1 - \sqrt{f} \quad \wedge \quad \theta > 1 + \sqrt{f}\}$$

Por lo tanto, la política de inversión de la firma es (se le resta 1 porque una vez cancelado el costo fijo f de ajustar, se paga arriendo de 1 por unidad de capital):

$$I(\theta) = \begin{cases} \theta^2 - 1 & si \quad \theta < 1 - \sqrt{f} \ \vee \ \theta > 1 + \sqrt{f} \\ \\ 0 & si\ no \end{cases}$$

Luego, el gráfico de inversión quedaría:



(b)

Respuesta

Como vimos en la letra anterior, cuando $\theta < 1 - \sqrt{f}$ o $\theta > 1 + \sqrt{f}$, se ajusta el nivel de capital a $K_1^* = \theta^2$. Por lo tanto, en los dos casos mencionados, el nivel de beneficio luego de ajustar el capital es: $V(K_0 = 1, \theta) = \theta^2 - f$.

Por el contrario, cuando $1 - \sqrt{f} < \theta < 1 + \sqrt{f}$ nos encontramos en el rango de inacción y $V(K_0 = 1, \theta) = 2\theta - 1$, que es el nivel de beneficio sin ajustar el nivel de capital.

Finalmente, nos quedaría:

$$V(K_0 = 1, \theta) = \begin{cases} \theta^2 - f & si \quad \theta < 1 - \sqrt{f} \\ 2\theta - 1 & si \quad 1 - \sqrt{f} < \theta < 1 + \sqrt{f} \\ \theta^2 - f & si \quad \theta > 1 + \sqrt{f} \end{cases}$$

(c)

Respuesta

En los valores de θ para los cuales la firma se ajusta, como $V(K_0 = 1, \theta) = \theta^2 - f$ no depende de K_0, tendremos que $q = 0$.

Por otra parte, para los valores restantes de θ, tendremos que $V(K_0 = 1, \theta) = 2\theta\sqrt{K_0} - K_0$. Luego, al derivar con respecto K_0 y evaluar $K_0 = 1$, tenemos que $q = \theta - 1$.

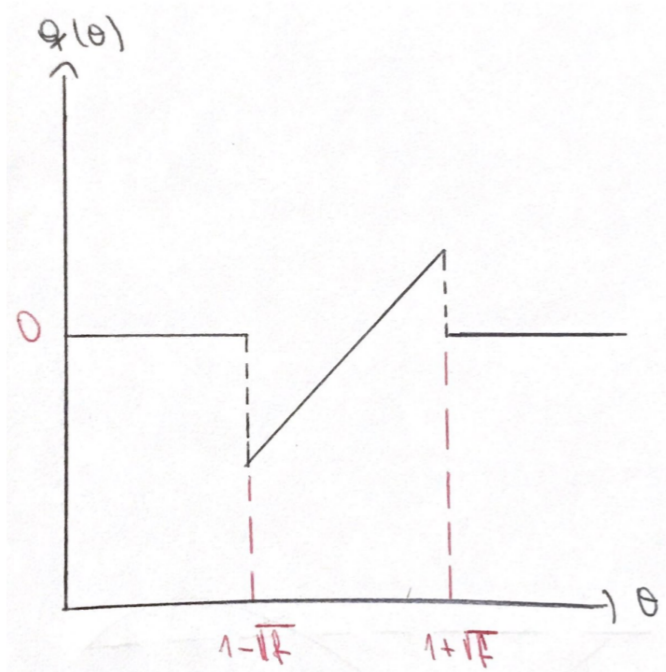
Por lo tanto, nos quedaría:

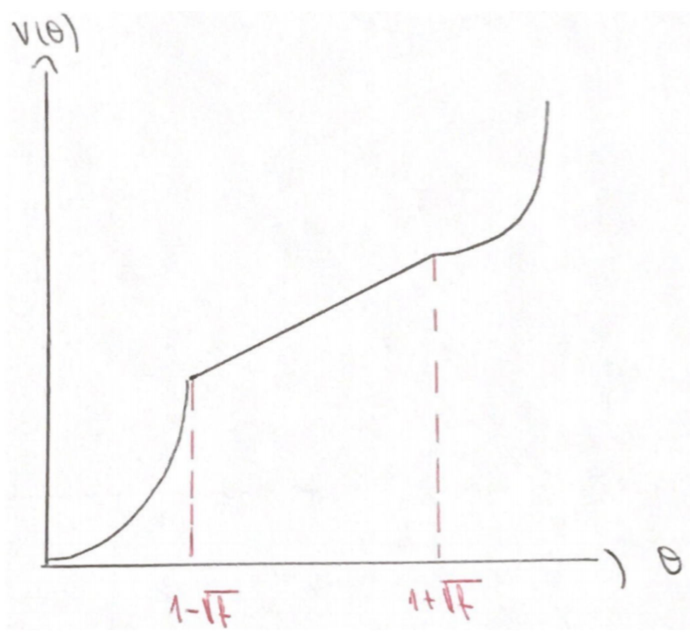
$$q(\theta) = \begin{cases} 0 & si \quad \theta < 1 - \sqrt{f} \\ \theta - 1 & si \quad 1 - \sqrt{f} < \theta < 1 + \sqrt{f} \\ 0 & si \quad \theta > 1 + \sqrt{f} \end{cases}$$

(d)

Respuesta

El gráfico para la inversión queda igual que en la letra (a), mientras que los otros:





(e)

Respuesta

La teoría q implica que la inversión es monótona en q, pero en este caso no puede ser, puesto que la inversión es monótona en θ (no en q). Además, el flujo de caja también es monótono en θ, por lo que una regresión de la inversión contra el flujo de caja va a dar un coeficiente positivo, aún sin imperfecciones en el mercado.

(f)

Respuesta

En este caso, aplicando directamente la indicación que nos dan, queda:

$$\begin{aligned} I_A(\theta) &= \int_0^{(\theta-1)^2} (\theta^2 - 1)df \\ &= (\theta-1)^2(\theta^2-1) \\ &= (\theta+1)(\theta-1)^3 \end{aligned}$$

Notar que la integral llega hasta $(\theta-1)^2$ porque para que haya inversión, debe cumplirse que el beneficio de ajustarse sea mayor al de no ajustar, lo que lleva a: $\theta^2 - f \geq 2\theta - 1 \Longrightarrow \theta^2 - 2\theta + 1 \geq f \Longrightarrow (\theta-1)^2 \geq f$. Por lo tanto, al imponer esta restricción sobre los valores de f, la integral queda definida entre 0 y $(\theta-1)^2$.

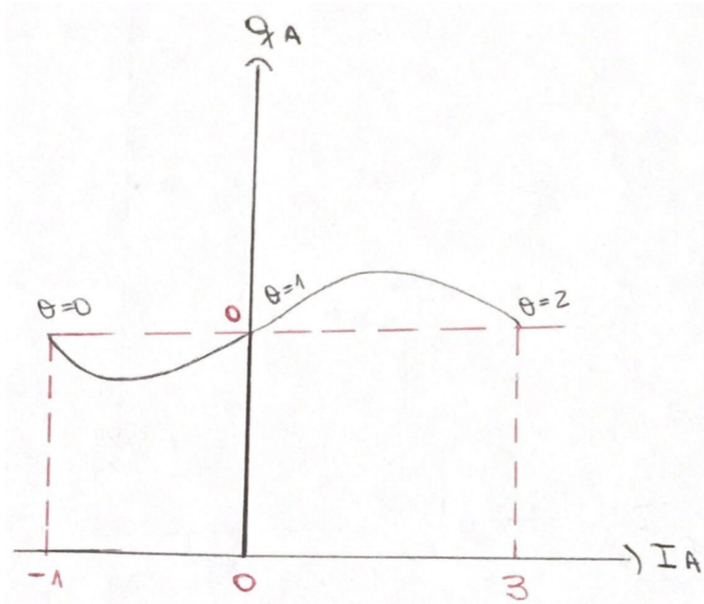
(g)

Respuesta

Los valores para q_A e I_A vienen dados por:

- **Si** $\theta = 0$**:** $q_A = 0$ y $I_A = -1$
- **Si** $\theta = 0{,}5$**:** $q_A = -0{,}375$ y $I_A = -0{,}1875$
- **Si** $\theta = 1$**:** $q_A = 0$ y $I_A = 0$
- **Si** $\theta = 1{,}5$**:** $q_A = 0{,}375$ y $I_A = 0{,}3125$
- **Si** $\theta = 2$**:** $q_A = 0$ y $I_A = 3$

Gráficamente, quedaría:



Se observa que, en este caso, q_A no determina la inversión agregada, pues q_A es cero en tres diferentes valores de θ (cuando $\theta = 0, 1, 2$), y en cada caso hay un nivel de inversión agregada distinto.