- Series de tiempo: Estacionariedad -

- Modelos Macro: tenemos "n" inputs que son exogenos: Shocks

  tenemos "m" outputs que son endogenos

Usualmente $n \leq m$ para poder identificar los parametros del modelo, donde inputs causan outputs.

↳ • Innovación: Nuevo componente del Shock "t" no predecible.

- Cuál variable es endogena y cuál exogena depende de la pregunta.
- Datos Macro: x_t es la serie observada y que también denota la variable aleatorea correspondiente

Por tanto series de tiempo es sobre la distribución conjunta de: $[x_1, x_2, \dots, x_T]$

- Momentos de TS: de $x_1, x_2, x_3, \dots$: Primer Momento: $E[x_t]$

  Segundo Momento: $E[x_t x_s] \quad \forall t, s$

- TS Gaussiana: x_t es gaussiana si toda combinación lineal de x_t tiene una distribución normal. (La media y varianza puede depender de "t").

  ↳ Los momentos >2 están determinados por el promedio y varianza.

- Estacionariedad: Establece regularidad para estimar el proceso subyacente.

  ↳ Estacionariedad fuerte: x_t (discreto) será fuertemente estacionario si $\forall k > 0$ $t_1, \dots, t_k$ y h la distribución conjunta de

  $(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots x_{t_k})$ y $(x_{t_1+h}, x_{t_2+h}, \dots, x_{t_k+h})$ es la misma.

  - distribución de x_t no depende de "t"
  - distribución (x_t, x_s) y (x_{t+h}, x_{s+h}) son la misma
  - $E[x_t]$ no depende de "t".
  - $Cov(x_t, x_{t+h}) = E[x_t x_{t+h}] - E[x_t]E[x_{t+h}]$ solo depende de h.

  ↳ Estacionariedad débil: o estacionario en covarianza si

  - $E(x_t) < \infty$, $E(x_t^2) < \infty$, primeros 2 momentos finitos.
  - $E[x_t]$ no depende de "t", $E[x_t x_{t+h}]$ no depende de "t"

→ Est. fuerte + 2 momentos finitos $\Rightarrow$ Est débil

→ proceso Gaussiano + Est. débil $\Rightarrow$ Est. fuerte

- Series de tiempo : Modelos ARMA -

- Ruido blanco: ε_t es WN si ε_t iid $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ en donde que sea normal puede ser relajado.

  → Impredecible: $E(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t / \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = 0$

  $$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-j}) = Cov(\varepsilon_t \varepsilon_{t-j}) = 0$$

  • es general si es no correlacionado lo que es más débil.

  → Homocedasticidad Condicional: $Var(\varepsilon_t) = Var(\varepsilon_t / \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = \sigma_\varepsilon^2$

No es necesario normalidad. es necesario $E(\varepsilon_t / \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = 0$. la cuál es la propiedad de diferencia de Martingala.

- ARMA models: ARMA(p,q) = $X_t = \sum_{k=1}^{p} a_k X_{t-k} + \varepsilon_t + \sum_{k=1}^{q} b_k \varepsilon_{t-k}$

- X_t es la combinacion lineal de X's pasados y de shock actual y pasados
- ε exogeno, X endogeno.
- Todos tienen Esperanza Cero, pues están en desviaciones respecto a la media o de la tendencia deterministica.

  → Operador de rezago: $L^j X_t = X_{t-j}$ // $L^{-j} X_t = X_{t+j}$ transforma TS en TS.

  → Polinomio de rezago: $X_t = aX_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow X_t = aL X_t + \varepsilon_t = (1-aL)X_t = \varepsilon_t$

  $$a(L) = 1 - a_1 L - a_2 L^2 - \dots - a_p L^p \quad y \quad b(L) = 1 + b_1 L + b_2 L^2 + \dots + b_q L^q$$

  $$ARMA(p,q) : \quad a(L) X_t = b(L) \varepsilon_t$$

  → AR(1) como MA(∞): usando $\frac{1}{1-aL} = \sum_{k \geq 0} (aL)^k = \sum_{k \geq 0} a^k L^k$

  ↳ también sirve AR(p)

  si y solo si $|a| < 1$. Por tanto: $X_t = \sum_{k \geq 0} a^k \varepsilon_{t-k}$

  → Raices AR-Polinomio: son los z tq $a(z) = 1 - az = 0$ $z = 1/a$ por tanto las raices deben estar fuera del circulo unitario: $|z| > 1$

  → MA(q) como AR(∞) $X_t = b(t)\varepsilon_t \Rightarrow \varepsilon_t = \frac{1}{b(t)} X_t$

  → Estacionariedad en ARMA: Dado que MA(∞) tiene segundos Momentos finitos si $\sum_{k \geq 0} b_k^2 < \infty$, tenemos Est fuerte y débil.

  si $|z| < 1$ el proceso es explosivo, si $|z| = 1$ tenemos un proceso Integrado, si $|z| > 1$ AR(p) será estacionario.

- Series de tiempo : Modelos ARMA -

- ARMA generalizado: si ε_t es general WN, (i) no correlacionado, (ii) $E(\varepsilon_t)=0$ y (iii) $\sigma^2_\varepsilon = Var(\varepsilon_t)$

Es decir el pedimos pues basta no corr, no exigimos iid, pero se pierde intuición economica.

↳ la diferencia es que la innovación es WN generalizado, Cond Est. se mantienen igual al caso Gaussiano.

- Si no hay WN Gaussiano, X no será gaussiano.

- Teorema de descomposición de Wold: Si $\{y_t\}$ es estacionario, puede ser escrito como un MA(∞) con ε_t general WN.

  ↳ Si es Gaussiano listo.

- Series de tiempo : Proceso Integrado -

- X_t es $I(1)$ si X_t no es Est, pero $\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1-L)X_t$ lo es.
  - ↳ Test de raíz unitaria, para testear orden integración.
  - ↳ Test Cointegración, Si dada 2 series no es estacionaria, existe una combinación lineal no trivial estacionaria.

- Si X_t ARMA (p,q) no estacionario, X_t es ARIMA$(p,1,q)$ si ΔX_t Est.

- Random Walk : X_t sigue un Camino aleatorio si $\exists\ \varepsilon_t$ WN y una Constante g (tasa Crecimiento) tq:

$$X_t = g + X_{t-1} + \varepsilon_t$$

El cuál es un proceso $I(1)$: $\Delta X_t = g + \varepsilon_t$ $\quad X_t \sim ARIMA(0,1,0)$

- Series de tiempo : Forecasting -

Un candidato natural para predecir x_{t+k} con la info en "t"

$$\hat{x}_{t+k/t} = E[x_{t+k} / \mathcal{I}_t]$$

La precisión de la proyección

$$MSE_k = E[(x_{t+k} - \hat{x}_{t+k/t})^2 / \mathcal{I}_t]$$

tenemos que de todas las $g(x_t, x_{t-1}, \dots)$ es la que minimiza el MSE_k.

Si x Gaussiano, es suficiente con funciones lineales.

- Forecast AR(1) : $E(x_{t+k} / \mathcal{I}_t) = a E[x_{t+k-1} / \mathcal{I}_t] = a^k x_t$

  ↳ El error de proyección: $x_{t+k} - E[x_{t+k} / \mathcal{I}_t] = \varepsilon_{t+k} + a\varepsilon_{t+k-1} + \dots + a^{k-1}\varepsilon_{t+1}$

- $MSE_k = (1 + a^2 + a^{2(k-1)})\sigma_\varepsilon^2$

Ocupando suma geometrica $\lim\limits_{k \to \infty} E(x_{t+k} / \mathcal{I}_t) = 0$

donde $x_t = a x_{t-1} + \varepsilon_t$ $\qquad \lim\limits_{k \to \infty} MSE_k = \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{1-a^2} = \sigma_x^2$

$\sigma_x^2 = a^2 \sigma_x + \sigma_\varepsilon^2$

- Forecast MA(1) tenemos que $\mathcal{I}_t = \{x_t, x_{t-1}, \dots\}$ implica $\mathcal{I}_t = \{\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots\}$ por tanto

  - $E[x_{t+1} / \mathcal{I}_t] = E(\varepsilon_{t+1} + b\varepsilon_t / \mathcal{I}_t) = b\varepsilon_t$
  - $E[x_{t+k} / \mathcal{I}_t] = E(\varepsilon_{t+k} + b\varepsilon_{t+k-1}) = 0 \quad k = 2, 3, \dots$

$$MSE_1 = E[(\varepsilon_{t+1} + b\varepsilon_t - b\varepsilon_t)^2] = E[\varepsilon_{t+1}^2] = \sigma_\varepsilon^2$$

$$MSE_k = E[(\varepsilon_{t+k} + b\varepsilon_{t+k-1} - b\varepsilon_t)^2] = (1+b^2)\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_x^2$$

- Forecast Random Walk: Sea $x_t = g + x_{t-1} + \varepsilon_t$

$$x_{t+k} = g + x_{t+k-1} + \varepsilon_t$$

Haciendo un 1 conveniente de la forma $x_{t+k-1} - x_{t+k-1}$ tenemos

$$\hat{x}_{t+k/t} = E[x_t + \Delta x_{t+1} + \dots + \Delta x_{t+k} / \mathcal{I}_t] = x_t + kg$$

Por tanto $\quad Var(\hat{x}_{t+k/t}) = k\,\sigma_\varepsilon^2$

- Series de tiempo : IRF -

- IRF : es la respuesta de una Variabe a un Shock del Componente impredecible.

Para ARMA (p,q) con Innovation ε_t tenemos que:

$$IRF_k = \frac{\partial X_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} \quad , \; k = 0, 1, 2, \ldots$$

- IRF para MA(∞) : Si $X_t = \sum_{j \geq 0} b_j \varepsilon_{t-j} \Rightarrow IRF_k = b_k$
- IRF para AR(1) : Si $X_t = a X_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow IRF_k = a^k$
- IRF para AR(2) : Relevante pues establece Condiciones necesarias y suficientes para IRF con forma de joroba (hump shaped)

AR(2) : $(1 - a_1 L)(1 - a_2 L) X_t = \varepsilon_t$ con $0 < a_2 < a_1 < 1$

Será con forma de joroba si y solo si $a_1 + a_2 > 1$

- IRF para Random Walk : Si $X_t = g + X_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow IRF_k = 1$

- Descomposición en tendencia - Ciclo: Tendencia determinística -

Queremos separar una serie como:

$$X_t = X_t^{TR} + X_t^{C}$$

Basta con estimar 1, el otro sale por residuo.

- Supuesto: $X_t^{TR} = f(t; \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n)$ $\quad x_t$ se asume lineal o cúbica

  X_t^{C} es estacionario débil

- tendencia determinística lineal por OLS: $X_t = a_0 + a_1 t + e_t$

  Por tanto $\hat{X}_t^{tR} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t$ y $\hat{X}_t^{C} = \hat{e}_t = X_t - \hat{X}_t^{tR}$

- tendencia determinística cúbica por OLS: $X_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + e_t$

- Logaritmos: Soluciona el problema que -10% $\neq +10\%$, pero tiene problemas 0.

- Tendencia cúbica tiene componente cíclico con menor volatilidad.
  y permite cambios en la tasa de crecimiento subyacente.

- Forecast: Si tenemos $x_1, x_2, \dots, x_T$ observaciones con k lo suf. grande

$$\hat{X}_{T+k/T} \cong f(T+k; \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n) + \hat{\mu}(x^c)$$

Con $\hat{\mu}(x^c)$ la media de la tendencia cíclica. Por tanto

$$\lim_{k \to \infty} MSE_k \cong Var(X_t^c) < \infty$$

Por tanto un aumento de X_T tiene poco impacto en el forecast

- Descomposición en tendencia - Ciclo : Tendencia Estocastica -

El supuesto anterior fuerte sin fundamento economico.

- Supuesto : X^{TR} es $I(1)$ y X^{C} es $I(0)$

La tendencia es estocastica pues ΔX_t que es la tasa de Crecimiento es un proceso estacionario. por tanto la tasa promedio de crecimiento es Aleatoria

- Filtro Hodrick - Prescott : Dada una serie de datos, $X_1, \dots, X_T$ encontrar $x_1^{TR}, \dots, x_T^{TR}$ tal que se minimiza

$$\sum_{t=1}^{T} (x_t - x_t^{TR})^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta x_{t+1}^{TR} - \Delta x_t^{TR})^2$$

Se asume tendencia suave al penalizar con λ que captura la importancia relativa de tener una tendencia suave y ser igual a la serie observada.

- λ mayor tendencia más suave.
- Si $\lambda \to \infty$ tendencia lineal
- Si $\lambda \to 0$ tendencia acerca a la serie.

Se plantea $\lambda = 1.600$ para datos trimestrales, otros dicen $\lambda = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_{TR}^2}$

- ¿Cuál Mejor? Deterministica $Var(\hat{x}_{t+k|t}) = \sigma_\varepsilon^2$

  Estocastica $Var(\hat{x}_{t+k|t}) = k\,\sigma_c^2$

Comparar cuál se ajusta a la realidad $\Rightarrow$ Es mejor estocastico

- Costo de los ciclos económicos -

- ¿Cuanto aumenta bienestar si no hay ciclo?

Supuesto: $\log C$ descomponible en la suma de una tendencia lineal (tasa de crecimiento g) y un componente cíclico normal con esperanza $-\frac{1}{2}\sigma_\delta^2$ y varianza σ_δ^2.

$$C_t = (1+\lambda)(1+g)^t e^{\varepsilon_t^\delta}$$

Con $E(e^{\varepsilon_t^\delta}) = 1$, donde si $\log x \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow E(x) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}$

Definimos: $W(\lambda, \beta, g, r, \sigma) = E_0\left[\sum_{t\geq 0} \beta^t U(C_t)\right]$ con $U(c) = \frac{c^{1-r}}{1-r}$

Lucas propone que hay que determinar λ tq:

$$W(\lambda, \beta, g, r, \sigma_\delta) = W(0, \beta, g, r, 0)$$

Cuál es la fracción que debe aumentar C en todos los periodos para compensar la existencia de volatilidad.

Tenemos $\lambda = e^{\frac{1}{2} r \sigma_\delta^2} - 1 \approx 0.068\%$ bajo!

- Consumo con tendencia estocastica: $C_t = (1+\lambda)(1+g)^t[\varepsilon_t \varepsilon_{t-1} \dots \varepsilon_0] C_0$ es decir sigue un camino aleatorio. Esto lleva a un mayor valor.
- Desastres en el consumo: Incluirlos aumenta mucho el "λ".
- Otras razones para la subestimación:
  - Mayor aversión al riesgo
  - Romper enlace aversión al riesg y suavización de consumo.
  - Mercados incompletos.
  - Cuestiones distributivas

- Expectativas Racionales -

Asume agentes conocen el modelo real:

Sea $q_t^s = c p_t^e + v_t$ la oferta depende del precio esperado en "t"
Donde v_t es iid. e indep de p_{t-1} y q_{t-1}.

Sea $q_t^D = 1 - p_t$

- Expectativas Naive:

- Asumimos que los productores forman expectativas $p_t^e = p_{t-1}$ esperan que el precio se mantenga.

En equilibrio $q_t^s = q_t^D \Rightarrow p_t = 1 - c p_{t-1} - v_t \sim AR(1)$

Problemas:
- Se asume que $p_t^e = p_{t-1}$ por tanto cuando se observa p_t. deberían ajustar la expectativa, lo cual no hacen.
  ↳ Expectativas no racionales pues no aprenden de los errores de su forecast.

- Expectativas Racionales:

- Asumimos que cuando forman expectativas en "t" usan toda la info disponible y conocen el modelo.

$$p_t^e = E_{t-1} p_t = E[p_t \mid \mathcal{I}_{t-1}] \qquad \mathcal{I} = \{p_{t-1}, q_{t-1}, p_{t-2}, q_{t-2} \dots\}$$

$q_t^D = q_t^s \Rightarrow c E_{t-1} + v_t = 1 - p_t$ // Aplicamos E_{t-1}

$$E_{t-1} p_t = \frac{1}{1+c} \Rightarrow p_t = \frac{1}{1+c} - v_t \qquad q_t = \frac{c}{1+c} + v_t$$

Productores asumen que $p_t = \frac{1}{1+c} - v_t \Rightarrow E_{t-1}(p_t) = \frac{1}{1+c}$ y no Arrepiente pues el proceso es el conocido.

- Expectativas Racionales: Caso $v_t \sim AR(1) \Rightarrow v_t = \phi v_{t-1} + e_t$ $|\phi| < 1$ e_t iid.

Del equilibrio: $c E_{t-1} p_t + v_t = 1 - p_t$ tomando expectativas y reordenando

$$E_{t-1} p_t = \frac{1}{1+c} - \frac{\phi}{1+c} v_{t-1} \Rightarrow \text{En la equilibrio}$$

$$p_t = \frac{1}{1+c} - v_t + \frac{\phi c}{1+c} v_{t-1}$$ //Aplicamos $(1 - \phi L)$ llegamos a:

$$(1-\phi L) p_t = \frac{1-\phi}{1+c} + \tilde{e}_t - \frac{\phi c}{1+c} \tilde{e}_{t-1} \sim ARMA(1,1)$$ } Productores expectativas consistentes

- Income Fluctuation problem -

Consumo es más volatil que el ingreso. Durables poca parte pero muy volatil.

- Supuestos: (i) Income (ing laboral y retorno de ahorros) exogeno.
  - ↳ Realista para Comportamiento del Consumidor
  - ↳ Genera intuición

(ii) No hay seguro contra Caidas del ingreso
  - ↳ Unico activo es el libre de riesgo.

- Setting:
  - Y_t exogeno
  - γ factor de descuento ; $\gamma = \frac{1}{1+\delta}$, δ tasa de descuento.
  - $u(c)$ separable aditivamente.
  - Activo libre de riesgo retorno θ.

Al principio del periodo decide Consumo / Ahorro.

- Limitaciones :
  - no produccion, Y_t exogeno
  - r (retorno al ahorro) exogeno.
  - no Activos riesgosos
  - no decisión ocio - Consumo
  - Mercado incompleto: no hay reparto de riesgo
  - No default prestamistas y no hay bancarota

$$\max_{C_t, A_{t+1}} E_0\left[\sum_{t=0}^{T-1} r^t u(C_t)\right] \text{s.a.} \quad A_{t+1} = (1+r)(A_t + Y_t - C_t)$$

$$A_0: \text{ dado}$$

- A_t activos al comienzo de t.
- $R = 1+r$

- Sin limitar la deuda, el problema no tiene solución. puesto que siempre se puede consumir más en un periodo sin incumplir la restricción

$$\bar{C}_0 = C_0^* + 1 \quad \Rightarrow \quad \bar{A}_1 = A_1^* - R$$

$$\bar{C}_t = \bar{C}_t \quad \forall t \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \bar{A}_t = A_t^* - R^t$$

- Income Fluctuation problem -

- Condición de no Ponzi: Si Y_t determinístico tenemos que $$A_0 = \frac{A_{T+1}}{R^{T+1}} + \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t - Y_t}{R^t}$$

por tanto $\lim_{T \to \infty} \frac{A_T}{R^T} = 0$ lo cuál implica que

$$A_0 = \sum_{t \geq 0} \frac{C_t - Y_t}{R^t}$$ los hogares pagan sus deudas.

- Con Y_t determinístico: Acreedores saben ingreso, nadie presta más
- Con Y_t estocastico: descartamos bancarota y default.
- Ecuación de Bellman: $V_t(A_t)$ Valor presente esperado de la utilidad como función de la riqueza en "t"

$V_t(A_t)$ depende de la distribución conjunta de $(Y_{t+1}, Y_{t+2}, \ldots)$ condicional en los valores ya observados en t: $(Y_t, Y_{t-1}, \ldots)$

$$V_t(A_t) = \max_{C_t} \quad u(C_t) + \gamma E_t\left[V_{t+1}\left((1+r)(A_t + Y_t - C_t)\right)\right]$$

Dos pasos de la CPO:

- CPO de euler: $u'(C_t) = \gamma(1+r) E_t\left[V'_{t+1}(A_{t+1})\right]$
- Teorema de la envolvente: $V'(A_t) = \gamma(1+r) \; V'(A_{t+1})$

juntandolas llegamos a que $u'(C_t) = V'_t(A_t)$ por tanto $u'(C_{t+1}) = V'(A_{t+1})$ y reemplazando en la CPO de euler:

$$u'(C_t) = \gamma(1+r) E_t\left[u'(C_{t+1})\right]$$

La cuál es la Ecuación de euler.

- Elasticidad de Sustitución instantanea: $\sigma(c) = \frac{-u'(c)}{c\,u''(c)}$
  - ↳ es la inversa del CRRA esto porque $u(c)$ separable aditivamente.
- Constant Intertemporal Elasticity of Substitution:

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} & \theta > 0 \text{ y } \theta \neq 1 \\ \log(c) & \theta = 1 \end{cases} \qquad \sigma(c) = \frac{1}{\theta}$$

- Perfect foresight -

No hay incertidumbre, podemos tener $r \neq \delta$

- Condición de euler: $u'(c_t) = \frac{1+r}{1+\delta} u'(c_{t+1})$, por tanto:

  - Si $\delta = r$ $\quad c_t$ Constante (Consumo suavizado)
  - Si $\delta > r$ $\quad c_t$ decreciente
  - Si $\delta < r$ $\quad c_t$ creciente

- Aplicación CES: $\frac{c_t^{-\theta}}{c_{t+1}^{-\theta}} = \gamma R \Rightarrow \frac{c_{t+1}}{c_t} = (\gamma R)^{\sigma}$

Por tanto la tasa de crecimiento porcentual del consumo es:

$$\Delta \log c_{t+1} = \sigma(r - \delta)$$

Entonces efectos de r en $\Delta\log c_{t+1}$ depende de σ y $(r-\delta)$.

- Si r crece aumenta la tasa de crecimiento del consumo: Efecto Sustitución

Para determinar el nivel de consumo usamos RPI.

de la CPO: $c_{t+s} = (\gamma R)^{\sigma \cdot s} c_t$ en la RPI

$$\Rightarrow W_t = \sum_{s\geq 0} R^{-s} c_{t+s} = \sum_{s\geq 0} R^{-s} (\gamma R)^{\sigma s} c_t$$

$$c_t = [1 - \gamma^{\sigma} R^{\sigma - 1}] W_t = \left[\frac{r}{R} + \frac{\sigma(\delta - r)}{R}\right] W_t \quad \text{si } r, \delta \text{ chicos}$$

Ocupando Ec euler nuevamente $c_t = (1 - \gamma^{\sigma} R^{\sigma-1})(\gamma R)^t W_0$

A mayor σ (menor θ) el hogar suaviza menos consumo.

- Efecto sustitución: $\uparrow \Delta r$ Consumo futuro sube (más barato)

  " presente cae $\Rightarrow$ sube el ahorro

- Efecto ingreso: Como r sube, consumo en todos los periodos más barato, subiendolos todos.

- Efecto Riqueza: Deudor riqueza cae, caen consumos, Acreedor lo contrario.

Si σ suficientemente grande, domina efecto sustitución $(\sigma > 1)$ $\quad \frac{\partial c_t}{\partial W_t} = 1 - \gamma^{\sigma} R^{\sigma - 1} = \frac{r}{R} + \frac{\sigma(\delta - r)}{R}$

- Certainty equivalence -

Util para analizar persistencia y volatilidad de shocks.

Muchos resultados explicables por deseo fundamental de suavizar consumo.

↳ Agentes desean maximizar C general. Por tanto:

$$W_0 = \sum_{t \geq 0} R^{-t} C \Rightarrow C_0 = C_t = \frac{r}{R} W_0$$

Los agentes se consumen el interes de la riqueza generada por siempre. Esto implica que

- Shock transitorio de innovacion: se consume el interes de la Riq extra
- Shock permanente (como en random walk): en cada "t" se consume la Riq extra.

Plantea que agentes son forward looking y reaccionan a Δ del ingreso futuro esperado.

- Derivación formal: $U(c) = c - \frac{b}{2} c^2$
  - U mg c es lineal. ⇒ Simplifica la mate.
  - $U'(0) < \infty$ ⇒ por tanto, consumo neg. puede ser óptimo
  - Aversión al riesgo absoluta crece con la riqueza
- Sup: $r = \delta \Rightarrow \beta = \gamma$
- Sup: Horizonte infinito.
  - Halls Random Walk: de la eq. de euler $C_t = E_t C_{t+1}$ por tanto por LEI

$$C_t = E_t C_{t+1} = E[E_{t+1} C_{t+2}] = E_t C_{t+2} = E_t C_{t+k}$$

Por tanto si: $\varepsilon_t = C_{t+1} - E_t C_{t+1}$ llegamos a:

$$C_{t+1} = C_t + \varepsilon_{t+1} \quad \text{con } E_t \varepsilon_{t+1} = 0$$

Sigue RW o Martingala, ya que si $I \subset J$ entonces

$$E[E(Y|J)|I] = E(Y|I)$$

Manda el subespacio más chico.

- Certainty equivalence -

Tenemos que la RPI es:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \beta^t C_t = A_0 + \sum_{t=0}^{T-1} \beta^t Y_t$$

Como Y_t Incierto en $t \geq 1$, tenemos que:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \beta^t E_0 C_t = A_0 + \sum_{t=0}^{T-1} \beta^t E_0 Y_t$$

Por Hall Consumo sigue Camino Aleatorio $E_0 C_t = C_0$

$$C_0 = \frac{r}{R}\left[A_0 + \sum_{s\geq 0}^{T} \beta^t E(Y_s) \right]$$

Por tanto de manera general

$$C_t = \frac{r}{R}\left[A_t + \sum_{s\geq 0} \beta^s E_t Y_{t+s} \right]$$

Tenemos que Consumo es lineal en la Riqueza total. Donde

- $\frac{r}{R}$ Constante de proporción
- A_t es la Riqueza financiera.
- $\sum \beta^s E_t[Y_{t+s}]$ es la riqueza humana.
- Ingreso permanente de Friedman: $\frac{r}{R}\left[\sum_{s\geq 0} \beta^s E_t [Y_{t+s}] \right]$
- Por otro lado: $\Delta C_t = \frac{r}{1+r}\left[\sum_{s\geq 0} \beta^s [E_t Y_{t+s} - E_{t-1} Y_{t+s}] \right]$

ΔC_t es una proporcion del Δ en la riqueza esperada.

- Si asumimos $Y_t = \mu + \varepsilon_t$ con ε_t iid $E(\varepsilon_t) = 0$ tenemos

$$\Delta C_t = \frac{r}{R} \varepsilon_t \Rightarrow \frac{\partial \Delta C_t}{\partial \varepsilon_t} = \frac{r}{R} << 1$$

Ante shock transitorio, Consumo se ajusta poco.

- Certainty equivalence -

- Si asumimos $Y_t \sim AR(1)$ tq $Y_t - \mu = \varphi(Y_{t-1} - \mu) + e_t$
  φ captura persistencia del shock
  - $\hookrightarrow$ $\varphi = 1$ estamos con RW, todos los shocks permanentes
  - $\hookrightarrow$ $\varphi = 0$ estamos con WN, todos los shocks transitorios.
- Para $i \geq 0$ $\quad E_t[Y_{t+i}] = \mu + \varphi^i (Y_t - \mu)$ por tanto

$$\Delta C_t = \frac{r}{1+r-\varphi} e_t \Rightarrow \frac{\partial \Delta C_t}{\partial e_t} = \frac{r}{1+r-\varphi} \in \left[\frac{r}{R}, 1\right]$$

Consumo reacciona más a shocks más permanentes. Corresponde a motivaciones de suavización de consumo estocásticos.

- Activos: Sea Y_t^P el Ingreso permanente en t tq:

$$Y_t^P = \frac{r}{R} \sum_{j \geq 0} R^{-j} E_t Y_{t+j}$$

Tenemos que $\Delta A_{t+1} = Y_t - E_t Y_{t+1}^P$ // A_t es $I(1)$ e Y_t es $I(0)$

Si Y_t es iid con $E(Y_t) = \bar{Y}$ y $Var(Y_t) = \sigma^2$ $\quad E_t Y_{t+1}^P = \frac{R}{r} \bar{Y}$ por tanto:

$$\Delta A_t = Y_t - \bar{Y} \qquad A_t \text{ sigue camino aleatoreo.}$$

- Si $\sigma > 0$ A_t diverge
- Si $\sigma = 0$ no cambia A_t
- $A_t \sim ARIMA(0,1,0)$ cuando $Y_t \sim AR(1)$
- Ejemplo Ingreso permanente: $Y_t = P_t + u_t$ y $P_t = P_{t-1} + \varepsilon_t$ donde u y ε iid con P_t componente permanente del ingreso y u parte transitoria.

Si Y_t^P Ingreso permanente $\Rightarrow E_{t-1} Y_t^P = \frac{r}{R} \sum_{j \geq 0} R^{-j} E_{t-1} Y_{t+j} = P_{t-1}$

$$\Rightarrow Y_t^P = \frac{r}{R} Y_t + \frac{r}{R} \sum_{j \geq 1} R^{-j} E_t P_{t+j} = \frac{r}{R} Y_t + \frac{1}{R} P_t$$

Esto lleva a que $\Delta C_t = \varepsilon_t + \frac{r}{R} u_t \Rightarrow \frac{\partial \Delta C_t}{\partial \varepsilon_t} = 1$ y $\frac{\partial \Delta C_t}{\partial u_t} = \frac{r}{R}$

Mientras que $\Delta A_{t+1} = u_t$ los activos solo reaccionan a shocks transitorios.

- Certainty equivalence -

- Consumo más Volatil que Ingreso ¿ Consistente con EC?

Si $Y_t \sim RW \Rightarrow \Delta C_t = e_t = \Delta Y_t$ iguales si R.W. es decir si el Ingreso es no estacionario o $I(1)$

Si Crecimiento ingreso persistente e Ingreso $I(1)$ ΔC_t reacciona más

$$\Delta Y_t = \phi \Delta Y_{t-1} + e_t \Rightarrow E_t Y_{t+u} = E_t \left[\sum_{k=1}^{u} \Delta Y_{t+k} + Y_t \right] = Y_t + \frac{\phi}{1-\phi}(1-\phi^u)\Delta Y_t$$

Por tanto: $\Delta C_t = \frac{1}{1-\beta\phi} e_t$ si $e_t > 0$ Ingreso futuro y presente varia, por tanto C_t reacciona más.

- Life Cycle Theory -

Enfasis en el retiro y ejemplo de agregación no trivial

Plantea que Riqueza de la nación se pasa entre generaciones sin Crecimiento

- Supongamos: Economía Crece: (población e ingreso)
  - ↳ Más Ahorro que desahorro, son más y ganan más.

tasa de ahorro positiva con Crecimiento. ⇒ no por nivel, Δ en tasa.

↳ Países pobres Crecen más ⇒ Ahorran más.

Riqueza total de la economía depende:
- tasa Crecimiento población
- tasa Crecim. del Ing. individual
- Largo del período de retiro.

- Formalización: $r = \delta = 0$, 2 periodos y utilidad concava.
  - Cohorte de t: Son N_t, $\bar{Y}_t$ (Ing per capita) en t y 0 en t+1.
    - N_t ↳ Crece n; $\bar{Y}_t$ ↳ Crece g.

Suavización del Consumo: $C_t^Y = \frac{1}{2}\bar{Y}_t$ y $C_t^O = \frac{1}{2}\bar{Y}_{t-1}$

- Si $Y_t = N_t \bar{Y}_t$ $\quad C_t = \frac{1}{2}\bar{Y}_t N_t + \frac{1}{2}\bar{Y}_{t-1}N_{t-1} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{(1+g)(1+n)}\right]N_t\bar{Y}_t$

Por tanto: $s = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{(1+g)(1+n)}\right]$ depende $s = s(n,g)$ aunque de cada uno no dependa

tasa ahorro no depende del nivel de ingreso. $s \cong \frac{1}{2}(n+g)$

- Precautionary Saving: rol $u''' > 0$ -

- Bajo EC. más incertidumbre de ingreso no afecta el ahorro. pero es la principal razón de ahorro
- Dos periodos: $r = \delta = 0$, $A_0 = 0$ resuelven:

$$\max_{C_0, C_1} u(C_0) + V(C_1) \quad s.t. \quad C_0 = Y_0 - A_1$$
$$C_1 = Y_1 + A_1$$

Tenemos Y_1 estocastico y $A_1 = R(A_0 + Y_0 - C_0)$ $\quad A_2 = R(A_1 + Y_1 - C_1) = 0$

Por tanto el problema $\max_{A_1} u(C_0 - A_1) + E\, v(Y_1 + A_1)$

y la condición de primer orden: $\underbrace{u'(Y_0 - A_1)}_{\text{creciente en } A_1} = E\underbrace{v'(Y_1 + A_1)}_{\text{decreciente en } A_1}$ $\quad u'' < 0$ y $v'' < 0$

- Inada Conditions: $u'(0^+) = \infty$, $u'(\infty) = 0$ y $v'(0^+) = \infty$, $v'(\infty) = 0$ lleva a solución única.
- Mean preserving spread: Con f convexa estricta $Z = X + Y$ con Y indep de X

$$E(f(Z)) > E(f(X))$$

$\Rightarrow$ V' lineal = no cambio en el ahorro (Eq. Cierta)

V' convexa = Hay un aumento del ahorro $\Rightarrow$ parece ser más realista, se genera un ahorro por precaución

V' concava = Hay una caida del ahorro

Sea Y_t iid, $R_t = R$ (no activo riesgoso), $T = \infty$ tenemos que:

$$BE: \quad V(A_t, Y_t) = \max_{C_t} \{ u(C_t) + \gamma E_t[v(R(A_t + Y_t - C_t), Y_{t+1})] \}$$

- Truco: Cash-on-hand: Sea $X_t \equiv A_t + Y_t$ por tanto

$$BE: \quad v(x) = \max_c \{ u(c) + \gamma E\, v(R(x - c) + y') \}$$

Por simplicidad es más fácil con activos del prox periodo $a' = R(x - c)$:

$$u'\left(x - \frac{a'}{R}\right) = \gamma R E\, v'(a' + y')$$

Si $v''' > 0$ ante un MPS de y' hay ahorro por precaución

Si $u''' > 0$, $v''' > 0$. Pero no hay razones teoricas de $u''' > 0$.

- Precautionary Saving : NBL y CARA -

Por Condición de No Ponzi:

$$A_t \geq \sum_{j\geq 0} R^{-j}(C_{t+j} - Y_{t+j})$$

y con consumo no negativo $C_t \geq 0$ (E.C. no lo imponía) tenemos:

$$A_t \geq -\sum_{j\geq 0} R^{-j} Y_{t+j}$$

Por tanto sea y_{min} el menor ingreso que se puede tener:

$$A_t \geq -\frac{R}{r} y_{min} \Rightarrow A_t \geq -NBL$$

Por lo cuál No ponzi plantea que el problema a resolver:

$$v(x) = \max_{a' \geq -NBL} \left\{ u\left(x - \frac{a'}{R}\right) + \gamma R E\, v'(a' + y') \right\}$$

Al imponer INADA plantea que los hogares siempre $a' > NBL$ sin imponer la restricción, es decir

No ponzi + INADA: Hogares actuan como si tuvieran una restricción de liquidez, incluso si no la tienen. Dado que evitan la posibilidad de no tener Cash-on-hand

- CARA utility: $u(c) = \frac{-e^{-\alpha c}}{\alpha}$ α aversión al riesgo absoluta. tiene $u''' > 0$ por lo que aversión relativa crece con ing. (contrario a la evidencia).

- Supuesto: $r = \delta = 0$, $A_0 = 0$ el ingreso $Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$ RW con ϵ_t iid normal, media cero y varianza σ^2.

individuos viven $t = 0, \dots, T-1$

De la condición de euler y la restricción presupuestaria

$$C_0 = \frac{A_0}{T} + Y_0 - \frac{\alpha(T-1)\sigma^2}{4} \qquad C_t = \frac{A_t}{T-t} + Y_t - \frac{\alpha(T-t-1)\sigma^2}{4}$$

- Ahorro por precaución: diferencia C_t^{Prec} y C_t^{EC}, como $C_t = \frac{A_t}{T-t} + Y_t$

$$S_t^{Prec} = \frac{\alpha(T-t-1)\sigma^2}{4}$$

Creciente en av. abs. riesgo, varianza en innovación y tiempo que queda para vivir.

- Long run behavior of assets: $\Delta A_{t+1} = Y_t - \bar{Y} + RP$ A_t RW con drift $RP > 0$
$A_t \to \infty$ con pbb 1 Ahorro muy atractivo. Con $r = \delta$

- Precautionary Saving : Buffer Stock Saving -

Motivo: Utilidad CES.

- Consumidor Impaciente: en ausencia de incertidumbre Consumo crece menos que Ing.

Un proceso particular del Ingreso:
- Componente permanente y transitorio a la Friedman.
- pbb de tener ingreso 0: Importante para motivo precautorio.
- No estacionario ARIMA(0,1,1)

$$Y_t = P_t \varepsilon_t \quad \text{y} \quad P_t = G P_{t-1} N_t \quad \text{con}$$

- P_t el Ingreso permanente
- G Constante, crecimiento promedio de P_t
- N_t iid es un shock permanente
- $\log P_t$ random walk con drift $\log G$.
- ε_t Shock transitorio al ingreso
- $\varepsilon \equiv 0$ con pbb ρ (desempleo)
- ε valor esperado 1 con pbb $1-\rho$.

- Impaciente: Si bajo previsión perfecta: $(R\gamma)^{1/\theta} < G$
- Modelo: Dos Variables de estado:
  - Cash-on-hand: $X_t \equiv A_t + Y_t$ toda la info sobre activos actuales
  - Ingreso Permanente: P_t toda la info con ing futuro.

$$X_{t+1} = R(X_t - C_t) + Y_{t+1} = R(X_t - C_t) + G N_{t+1} P_t \varepsilon_{t+1}$$

BE:
$$V(X,P) = \max_{c} \left\{ \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta} + \gamma E V\left(R(X-C) + GPN'\varepsilon', GN'P\right) \right\}$$

Expectativa con respecto a valores futuros de N y ε.

- Truco: Sea $x_t = \frac{X_t}{P_t}$ y $c_t = \frac{C_t}{P_t} \Rightarrow V_t(X_t, P_t) = P_t^{1-\theta} v_t(X_t, P_t)$ por tanto:

$$v_t(x_t) = \max_{c_t} \left\{ \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \gamma E_t\left[(G N_{t+1})^{1-\theta} v_{t+1}(x_{t+1}) \right] \right\}$$

Si dividimos por P_{t+1} la restricción: $x_{t+1} = \frac{R}{G N_{t+1}} (x_t - c_t) + \varepsilon_{t+1}$

- Resultados: Cuando $T \to \infty$ Consumo Converge a una trayectoria por debajo $c^{PF}(x)$. buena aprox individuos antes 50.

$c^{PF}(x) - c(x)$ es el ahorro por precaución. $x \to \infty$ Iguales. por más cash-on-hand. $c(x) \leq x$. Rico gasta una menor fracción de un shock transitorio a su ing que el pobre. Pmg c decreciente en x.

- Precautionary Saving : Buffer Stock Saving -

Sea x^* el target de cash-on hand como fracción del Ingreso permanente.

$$E_t[\Delta x_{t+1} / x_t = x^*] = 0 \Rightarrow E_t[x_{t+1} / x_t = x^*] = x^*$$

- Para $x_t < x^*$

Motivo precautorio más fuerte que Impaciencia, se adueña de activos.

- Para $x_t > x^*$

Impaciencia sobre Motivo precautorio, gasta activos

Para algún $\alpha \in (0,1)$ $\quad x_{t+1} - x^* \simeq \alpha(x_t - x^*) + e_t$

$$x_{t+1} \simeq (1-\alpha)x^* + \alpha x_t + e_t$$

Tomando Valor esperado $E_t(x_{t+1} - x^*) \simeq \alpha(x_t - x^*)$

Modelo de ajuste parcial del cash-on-hand como fracción del Ing. permanente. donde se ajusta una fracción $1-\alpha$, en promedio.

↳ Explica bien el hecho que el Consumo sigue al ingreso de cerca en los trabajadores lejos de jubilación.

- Alrededor 50's empiezan a acumular activos. y cerca a E.C.

- Cuando x_t es bajo tenemos que $C_t \approx x_t$, a mayor x_t baja la pmgc.

- Liquidity Constraints -

2 periodos con certidumbre: $\Delta C = \Delta Y$. Con más periodos, la posibilidad de RL futura lleva más ahorro.

Modelo anterior es uno con restricciones de liquidez.

- Ingreso determinístico: $\{y_t\}_{t=0}^{T}$ con $T \le \infty$. evolución del Cash-on-hand

$$x_{t+1} = (1+r)(x_t - c_t) + y_{t+1}$$

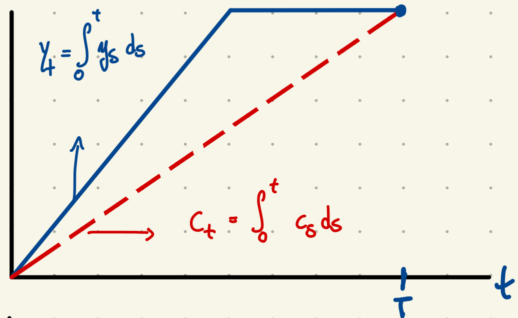
restricción liquidez: no puede recibir préstamo $c_t \le x_t$, no se requiere No Ponzi

Forma equivalente: $x_t \ge y_t$ restricción más fuerte que NBL.

Este es el self-insurance problem.

Con la restricción de liquidez: $u'(c_t) \ge \gamma R\, u'(c_{t+1})$
con igualdad si $x_{t+1} > y_{t+1}$ o $c_t < x_t$.

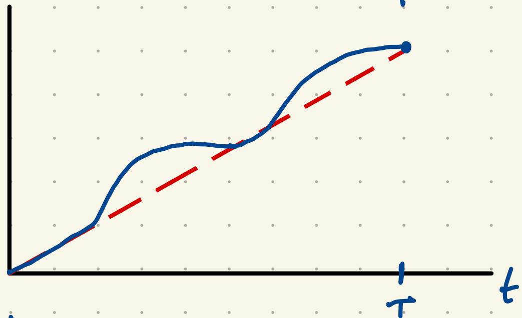
- Solo cuando $x_{t+1} = y_{t+1}$ entonces $u'(c_t) > \gamma R\, u'(c_{t+1})$
- Si $\gamma R \ge 1$ tenemos $c_t \le c_{t+1}$ creciente.



- Caso particular 1: Sea $r = \delta$ ($\gamma R = 1$) y $T = \infty$

$$s_t = \frac{r}{R} \sum_{j=t}^{\infty} R^{t-j} y_j \quad y \quad \bar{s} = \max_{t \ge 0} s_t < \infty$$

Por tanto $c_t \le c_{t+1}$ y $\lim_{t \to \infty} c_t = \bar{s}$

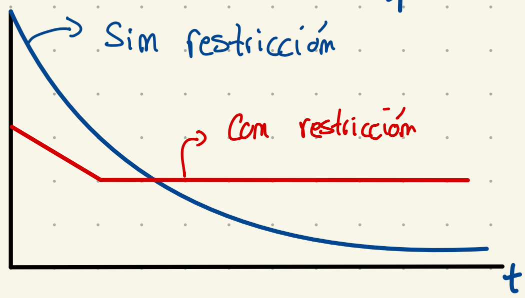


- Caso particular 2: u CES con EIS σ, $y_t = y$ $\delta > r$

$$c_t = \begin{cases} \gamma^{\sigma t} c_0 & \text{si } t \le t^* \\ y & \text{si } t \ge t^* + 1 \end{cases}$$

Con t^* definido como el último periodo con $c_t > y$,

Consumo inicial determinado por: $x_0 - y = \sum_{t=0}^{t^*} (c_t - y)$



- Pmg C fuera de cash-on-hand.

$c_t + \Delta c_t \Rightarrow \Delta c_t = \gamma^{\sigma t} \Delta c_0$, Combinando con

$$\Delta x = \sum_{t=0}^{t^*} \Delta c_t \Rightarrow c'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta c_0}{\Delta x} = \frac{1 - \gamma^{\sigma}}{1 - \gamma^{\sigma(t^*+1)}}$$

Cuando x cerca de y $c'(x) = 1$ y débil decreciente en x.

- Liquidity Constraints -

- Ingreso estocastico: Sea $u(C)$ CES, $g=0$, $r<\delta$, $A_t \geq 0$ y no acceso al crédito.

Consumo optimo depende de X_t : $A_t \geq 0 \Rightarrow C_t \leq X_t \Rightarrow u'(C_t) \geq u'(X_t)$

La ecuación de euler: $u'(C_t) = \text{máx}\left\{ U'(C_t) \,,\, \frac{1+r}{1+\delta} E_t[u'(C_{t+1})]\right\}$

De forma computacional la politica óptima por cada Y_t proceso

- Y_t iid : Si $X_t \leq x^*$ se consume todo cash on hand $PmgC = 1$

  Si $X_t > x^*$ PmgC converge a una constante cuando X crece.

- $Y_t \sim AR(1)$: tenemos $Y_t = \psi(Y_{t-1} - \mu) + e_t$ con e_t iid $N(0,\sigma^2)$

  ↳ Dos variables de estado: X_t, Y_t.

  → Alto Y_t corr positivo con valores mayores de ing futuro

  → x^* crece con Y_t.

- Y_t random walk: $Y_t = Y_{t-1} + e_t$ con e_t iid $N(0,\sigma^2)$ Si $A_0 \Rightarrow A_t = 0$ $\forall t$.

  es mejor ajustarse completamente a shocks.

  Mismo modelo de Carroll.

- Insurance -

Hasta el momento solo podían ahorrar para protegerse a riesgo de Ing. es decir Self insurance.

Nueva literatura sobre Compartición de riesgo. Modelo Towsend.

- El Modelo: hay $i = I$ hogares, en el momento "t", la realización de la economía S_t, determina el output de todos.

Tenemos que para el hogar i en "t" se debe cumplir

$$c_t^i = a^i \bar{c}_t + b^i$$

Por lo cuál testeamos $c_t^i = a^i \bar{c}_t + b^i + \alpha y_t^i$, en donde si hay Compartición perfecta de riesgo $\alpha = 0$.

Por lo cuál se resuelve

$$\max_{c_t^i(s^t)} \sum_{i \in I} \lambda^i \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t \in S^t} r^t P_r(s^t)\, u[c_t^i(s^t)]$$

$$\text{s.a.} \quad Y(s_t) = \sum_{i \in I} y^i(s_t) = \sum_{i \in I} c_t^i(s^t)$$

Tenemos que λ^i es el peso asignado por el planificador al hogar "i".

y s^t es la historia de shocks desde $t=0$ a t $s^t = (s_0, \dots, s_t)$

Supuesto: no hay tecnología de Almacenaje. Por tanto, Shocks anteriores a t son irrelevantes. quedando el problema

$$\max_{c_t^i(s^t)} \sum_i \lambda^i P_r(s^t)\, u(c_t^i(s^t))$$

$$\text{s.a.} \quad Y(s_t) = \sum_i c_t^i(s^t)$$

La Solución es sin Suavizamiento del Consumo.

- Insurance -

- Perfect Risk-Sharing: CARA utility: Sea $u^i(c) = -\frac{1}{A^i} e^{-A^i c^i}$

La condición de primer orden w.r.t. $c_t^1(s_t), \dots c_t^I(s_t)$ para un s_t dado:

$$\lambda^i e^{-A^i c^i} = \lambda^1 e^{-A^1 c^1}$$

$$A^1 c^1 - A^i c^i = \log(\lambda^1/\lambda^i) \equiv B^{1,i}$$

$$c^i = (A^1 c^1 - B^{1,i}) / A^i \quad \Rightarrow Y = \sum_i c^i = \left(A^1 \sum_i 1/A^i\right) c^1 - \sum_i \frac{B^{1,i}}{A^i}$$

$$c^1 = \left(A^1 \sum_{i \in I} 1/A^i\right)^{-1} \left(Y + \sum_i B^{1,i}/A^i\right)$$

Si hacemos $\tilde{w}_i = 1/A^i$ y $w_i = \tilde{w}_i / \sum_k \tilde{w}_k$ como los pesos según aversión al riesgo

$$c^i = w^i Y + \tilde{B}^i$$

Dada la CARA el peso solo esta asociado al termino de la constante.

$$\frac{\partial \tilde{B}^i}{\partial \log \lambda^i} = 1 - w_i > 0$$

- Evidencia empirica: α cercano a cero pero positivo, hay compartición de riesgo no perfecta.

- Hyperbolic Discounting -

- Motivación al modelo:
  - Presunción que se resuelve un problema dinamico
  - Falta de auto control.
  - Algunas situaciones llevan a ahorrar más que otras.
- ¿Porqué comportamiento Maximizador?
  - Importan las predicciones
  - Comportan como si resolvieran max
  - Poder predictivo.
  - La regla optima a veces es simple.
  - Sabor Darwiniano.
  - Aplicaciones normativas.
  - Costoso no ser óptimo.
- Intuición del modelo: trade off cercanos más impacientes que lejanos
  ↳ Se genera problema de auto control. Pues desde hoy quiero ser paciente en el futuro, pero en ese futuro quiero gratificación instantanea.
- El factor de descuento: Hemos asumido es r^t por tanto la indif. no depende del punto de comparación.

Psicología plantea: $f(t) = (1+at)^{-\delta/a}$ Con desc. Instantaneo decreciente en "t"

El usual tiene descuento instantaneo constante.

- Factor de descuento cuasi-hiperbolico:

$$u_t = u(c_t) + \eta \sum_{i=1}^{\infty} r^i u(c_{t+i})$$

En donde exponencial $\eta = 1$ pero hiperbolico $\eta < 1$, lo cuál genera un sesgo al presente. Implicando que la solución del problema es dinamicamente inconsistente. Pues lo que hoy es óptimo, en el futuro no lo es.

- Procastinación: dos tipos de consumidores.
  - Naif: Inconsciente del problema de inconsistencia dinamica, no hace nada al respecto.
  - Sofisticado: Conoce el juego que juega con su yo futuro. y escoge lo óptimo.

- Hyperbolic Discounting -

• Ejemplo Matt Rabin: $u_1 = 3$, $u_2 = 5$, $u_3 = 8$ y $u_4 = 13$

$$U^t(u_1, \dots, u_4) = u_1 + \eta\,(u_2 + u_3 + u_4)$$

Si $\eta = 1$ $\quad U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$, trabaja día 1.

Si $\eta = 1/2$ Naive en $t=1$
(1) $U_1 = \frac{1}{2}(5+8+13) = 13$
(2) $U_1 = 3 + \frac{1}{2}(8+13) = 13.5$ •
(3) $U_1 = 3 + \frac{1}{2}(5+13) = 12$
(4) $U_1 = 3 + \frac{1}{2}(5+8) = 9.5$

En $t=1$ decide trabajar en $t=2$
$U_2 = \frac{1}{2}(8+13) = 10.5$
$U_2 = 5 + \frac{1}{2}13 = 11.5$ •
$U_2 = 5 + \frac{1}{2}8 = 9$

En $t=2$ decide trabajar en $t=3$
$U_3 = \frac{13}{2} = 6.5$ •
$U_3 = 8$

En $t=3$ decide hacerlo en $t=4$ ⇒ Se pierde su función favorita.

Si $\eta = 1/2$ Sofisticado: si hace en $t=4$ $U_4 = 0$, sino $U_4 = 13$

En $t=3$ $\quad U_3 = \frac{13}{2}$ ⇒ hacerla en $t=3$

$U_3 = 8$ ⇒ hacerla en $t=4$

decide hacerla en $t=3$

En $t=2$ $\quad U_2 = \frac{8+13}{2} = \frac{21}{2}$ ⇒ hacerla en 2

$U_2 = 5 + \frac{13}{2} = \frac{23}{2}$ ⇒ hacerla en 3

Clave: Self 1 Considera la mejor respuesta de los su futuros al establecer su consumo.

- Consumo y finanzas: Activos riesgosos -

Sea z_t retorno activo riesgoso con z_t iid. no conocido en t. Por tanto hogar enfrenta decisión de portafolio. ω libre riesgo y $\bar{\omega}$ riesgoso.

$$\max_{c_0, \omega_0} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} r^t u(c_t)$$

$$\text{s.a.} \quad A_{t+1} = (A_t + Y_t - c_t)\left[\omega_t (1+r_t) + \bar{\omega}_t (1+z_t)\right]$$

Ahora la RP es dinamica. Con r_t varia y es conocido en t.

- Ec. Bellman: $V_t(A_t)$ depende distribución conjunta de $(Y_{t+1}, Y_{t+2}, \ldots)$ y $(z_t, z_{t+1}, \ldots)$

Tendremos las ecuaciones de euler:

$$u'(c_t) = r(1+r_t)\, E_t\, u'(c_{t+1})$$

$$u'(c_t) = r\, E_t (1+z_t)\, u'(c_{t+1})$$

- Consumo y finanzas: CAPM - Consumo -

- La idea, ecuaciones de euler una eq. entre demanda y precio de Activos. dar vuelta interpretación Macro: Consumo exógeno y cond. euler determina los precios.

- Tendremos para n activos riesgosos: $u'(c_t) = \gamma E_t (1+z_{i,t}) u'(c_{t+1})$

Donde $z_{0,t} = r_t$ pues es libre de riesgo, ya que es conocido al tomar decisiones en "t".

$z_{i,t}$ $i = 1, \dots, n$ retorno riesgoso no conocido.

- Factor de descuento estocástico ó Kernel de precios:

$$M_{t+1} = \gamma \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$$

Podemos escribir ec. de euler como: $1 = E_t (1+z_{i,t}) M_{t+1}$

¿Por qué Kernel de precios?: M_{t+1} usable para poner precio en "t" a un portafolio que da derecho a consumir 1 unidad del bien en t+1.

1 unidad del Activo k al comienzo de "t", cuyo precio es $p_{k,t}$ entonces

$$p_{k,t} = E_t M_{t+1} p_{k,t} (1+z_{k,t}) = E_t M_{t+1} P_{k,t+1}$$

Para un portafolio con n_k activos, el precio en "t" será:

$$P_t = E_t M_{t+1} P_{t+1}$$

Sabiendo que $E(XY) = E(X)E(Y) + Cov(X,Y)$ de euler tenemos

$$1 + E_t[z_{i,t}] = \frac{1 - Cov(z_{i,t}, M_{t+1})}{E_t(M_{t+1})}$$

Activos con retorno esperado bajo, por covarianza alta con M_{t+1}, es decir con la Umg C_{t+1}. Por tanto la gente los tiene a pesar de ser bajo porque su retorno en términos de Umg es alto, es decir, cuando el Ing que proveen se aprecia, lo que sucede con consumo bajo.

Lo relevante para valorar activos no es $Var(z_{i,t})$ sino su Corr con la Umg del consumo.

- Consumo y finanzas: Puzzle del Riesgo Accionario -

Para activo libre de riesgo:

$$1 + r_t = \frac{1}{E_t[M_{t+1}]}$$

Reemplazando en lo anterior tenemos:

$$E_t[z_{it}] - r_t = -\,Cov(z_{it}, M_{t+1})(1 + r_t)$$

En particular para la CES con tasa crecimiento del consumo $g_{c,t+1}$

$$\underbrace{E_t[z_{it}] - r_t}_{\text{Premio por riesgo accionario.}} \cong \theta\, Cov(z_{it}, g_{c,t+1})$$

- Evidencia: Valores de aversión al riesgo consistente con datos muy altos. $\theta > 20$ cuando estimaciones micro plantean $\theta \in (1, 3)$

- Puzzle de la tasa libre de riesgo:

$$\rho \cong r_t - \theta E[g_{c,t+1}] + \frac{1}{2}\theta^2 Var(g_{c,t+1})$$

Necesitamos tasas de descuento ¡negativas! y grande.

Resultado para derivar lo anterior: $E[g(X)] \cong g(\mu_x) + g''(\mu_x)\,\sigma_x^2$

Intuición: Dado consumo creciente, para matchear θ grande se requiere mucha paciencia para no subir consumo presente por aversión al riesgo

- Soluciones propuestas:
    - Colas pesadas en la distribución de shocks.
    - Utilidad más generales.
    - Agentes heterogeneos.
    - Ajustes diferidos
    - Formación de habitos
    - Aversión a la perdida.

- Deficits: Equivalencia Ricardiana -

- Argumento Keynesiano: Financiar por deuda sube demanda agregada que por impuesto. pues Consumo sube con ingreso disponible.

  Una sofisticación es que Consumo depende de la Riqueza y no del Ing. disponible. si la deuda es riqueza neta afecta Consumo, si no, no lo hace.

- Intuición ER: Subir la deuda, individuos saben que a futuro se paga más T para financiarla. por tanto sube el ahorro y Consumo no Cambia.
  ↳ Deuda no es riqueza neta.

- Derivación informal: $D(t)$ deuda real en "t". Pagarse $D(t)(1+r)^{t'-t}$ en t' con impuestos.

Riqueza privada: En t sube por privados tienen $D(t)$
En t' baja por impuesto $T(t')$

En Valor presente: $\frac{1}{(1+r)^{t'-t}} \cdot T(t') = D(t)$ Cancelandose ambos efectos.

- Derivación formal: Ramsey-Cass-Koopmans. Con Impuesto de Suma-Alzada
  ↳ RP. gobierno: deficits del gobierno cumple $\frac{dD}{dt}(t) = \underbrace{G(t) - T(t)}_{\text{Deficit primario}} + rD(t)$

  Imponiendo no ponzi $\lim_{t\to\infty} D(t)e^{-rt} = 0$ $D(t)$ Crece menos que r.

$$D(0) = \int_0^\infty [T(t) - G(t)]e^{-rt}\,dt$$

↳ RP privados: $\int_0^\infty c(t)\,e^{-rt}\,dt = [D(0) + F(0)] + \int_0^\infty [Y(t) - T(t)]e^{-rt}\,dt$

Si el Consumidor Internaliza la RP del gobierno. Este resuelve:

$$\max_{c(t)} \int_0^\infty u(c(t))\,e^{-rt}\,dt \quad \text{s.a} \quad \int_0^\infty c(t)\,dt = F(0) + \int_0^\infty [Y(t) - G(t)]e^{-rt}\,dt$$

nivel de deuda o T no afecta la decisión de Consumo. Por tanto:

- deuda Publica no es riqueza neta.
- Financiar via T o D no afecta Consumo
- PF Contraciclica irrelevante.

- Deficits: Equivalencia Ricardiana -

- Critica Vida finita: Los que compran bonos ahora no necesariamente son los que pagan impuesto para financiarlo.

Replica: preocupación por descendencia y viven lo suficiente.

- Critica restricciones de liquidez: Subir deuda es prestamo, subiendo consumo

Replica: Subir deuda aumenta la deuda futura, cancelando efecto.

- Impuestos distorsionadores y ahorro por precaución:

Impuestos crecen con ingreso. Con ahorro por precaución $u''' > 0$
Con Ag. heterogeneos. shocks persistente y el ingreso crece más para unos que otros

En $t=0$ $\quad Y_i = \bar{Y}_0$ para todo "i". En $t=1$ $\quad Y_i \sim N(\bar{Y}_1, \sigma^2)$

1. Impuesto en $t=0$. lo mencionado

2. Impuesto en $t=1$ $\quad \tau Y_i \sim N(\tau \bar{Y}_1, \tau^2 \sigma^2)$ la varianza baja. encogiendose la distribución de ingreso.

   ↳ Incertidumbre respecto futuro menor, baja ahorro por precaución, sube C_0.

- Different preferences.

- Deficits : Tax Smoothing -

Con Impuesto distorsionador, la elección deuda Impuesto relevante. Por tanto asumiremos planificador que minimiza las distorsiones de impuesto.

↳ distorsiones Crecen más que proporcional que Img. Impuesto

↳ Lo optimo es Suavizar Impuesto.

- $V(T, Y)$ Valor monetario de recaudar T en economí de tamaño Y.

Supuesto: $V(T, Y) = Y f(T/Y)$ $\quad f(0)=0 \quad f' > \quad f'' > 0$

- Bajo Certidumbre: Resuelve:

$$\min_{T_0, T_1, \dots} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t Y_t f(T_t / Y_t)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t Y_t = b_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t G_t$$

Este es el problema Isomorfo del Consumidor por tanto óptimo:

$$\frac{\partial}{\partial T} Y_t f(T_t / Y_t) = \text{Constante.}$$

$$\text{↳} \quad \frac{T_t}{Y_t} = \text{Constante.}$$

Es óptimo Suavizar Consumo.

- Bajo Incertidumbre: G es Incierto. $f(x) = kx^2 \Rightarrow V = kT^2/Y$ buena aprox. función Cuadratica es buena.

Tendremos resultado de Hall Camino Aleatoreo:

$$\frac{T_t}{Y_t} = E_t \left[\frac{T_{t+s}}{Y_{t+s}} \right]$$

Por tanto $\Delta T_t / Y_t = \Delta G_t / Y_t$ Si G/Y Sigue random Walk.

Si en algun periodo $T = G$ se cumplirá para Siempre. Cuando se espera $\Delta G/Y$ entonces hay deficits

- Historia -

- Capital: Insumo durable usado en la producción de otros bienes.
  ↳ Inversión: proceso mediante el cual el stock de Capital se ajusta a su nivel deseado.

- K_t : Capital al final de t.
  ↳ I_t : Inversión durante "t"

Por tanto tenemos que: $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$

- Modelo: Sea $\pi(K, x_1, \dots, x_n) - cK$ por tanto la CPO:

$$\pi_K(K, x_1, \dots, x_n) = c$$

La firma arrienda hasta que el Img es igual al precio del capital (arriendo que paga).

- Asumimos capital se arriendo, poco realista y sin quiebra.

Por otro lado tenemos que $\dfrac{\partial K}{\partial c} = \dfrac{1}{\pi_{KK}(K, x_1, \dots, x_n)}$

Por lo cual si $\pi_{KK} < 0$ tiene retornos decrecientes la demanda por arriendo de capital es decreciente en su precio.

- Teoría del Acelerador: Sea tecnología de proporciones fijas que det K^*.

$$Y_t = \min\{L_t, K_t/a\}$$

El producto exógeno, no afectado por las decisiones de Inversión. Sabemos por CPO

$$K_t = aY_t \Rightarrow \Delta K_t = I_t = a\Delta Y_t$$

Si se acelera la tasa que crece el producto, la Inversión es mayor.
El problema: no se ajusta a los datos.

- Acelerador flexible: Aporta noción de fricciones de manera Ad-hoc:

$$I_t = \sum_{j\geq 0} \gamma_j (K^*_{t-j} - K^*_{t-j-1})$$, Con depreciación: $$I_t = a\sum_{j\geq 0} \gamma_j \Delta Y_{t-j} + \delta K_{t-1} + \varepsilon_t$$

La Inversión toma tiempo en Ajustarse al Capital deseado sin fricciones K_t^*. Ajusta bien

- Problemas: En realidad I, Y son endógenos, no hay rol de precios, no hay costo de ajuste, expectativas de rentabilidad.

- Modelo Neo Clasico -

- Firma optimiza: Valor presente de utilidades, Neutralidad al riesgo, no hay emision de deuda. Ignora decisión de fima

Firma tomadora de precios, mercados perfectos. $\Rightarrow$ fin. Interno = externo.

- Costo del usuario de Capital: la Condición de óptimo es:

$$\pi_k(K_t, X_t) = (\delta + r_t)\, p_{K,t} - \dot{p}_{K,t} = c_t$$

tenemos que c_t es el Costo de arriendo implícito del Capital. Calculable con precio Compra Venta de Capital, depreciación y tasa de interes.

Cuando solo hay mercado de arriendo, no es obvio Como medir c_t.

c_t es Creciente en $p_{K,t}$, r_t, δ y decreciente en $\dot{p}_{K,t}$.

- Caso Cobb - douglas: para ilustrar que π_k es derivada parcial respecto a k.

Sea $Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$, L_t insumo variable y $p_{Y,t}$ precio del bien.

$$\pi(K_t, W_t, p_{Y,t}) = p_{Y,t} \cdot K_t^{\alpha} [L_t^*(K_t)]^{1-\alpha} - W_t L_t^*(K_t)$$

La derivada total es

$$\frac{d\pi}{dK} = \alpha p_{Y,t} \cdot \frac{Y_t}{K_t} + \frac{1}{L_t^*(K_t)} \cdot \underbrace{\left[(1-\alpha) p_{Y,t} Y_t - W_t L_t^*(K_t)\right]}_{0} (L_t^*)'(K_t)$$

$$= \alpha p_{Y,t} \cdot \frac{Y_t}{K_t}$$

Por lo cuál, con la Condición de optimo:

$$\alpha p_{Y,t} \cdot \frac{Y_t}{K_t} = c_t \Rightarrow K_t^* = \frac{\alpha p_{Y,t} Y_t}{c_t}$$

Tenemos que la elasticidad de K_t^* respecto Y_t y c_t son uno. De manera Ad hoc con rezago distribuido la Inversión es:

$$I_t = \sum_{j \geq 0} r_j \, \Delta K_{t-j}^* + \delta K_{t-1}$$

Por lo cual el % ΔK_t es

$$\frac{I_t}{K_{t-1}} = \sum_{j \geq 0} r_j \left[\Delta \log (p_{Y,t-j} Y_{t-j}) - \Delta \log c_{t-j}\right] + \delta$$

Daban $r_j > 0$ Interpretando que los precios son relevantes para la Inversión pero en realidad era producto solo del tipo acelerador $\Delta \log p_{Y,t} Y_t$, el Costo de usuario no era determinante, Mal ajuste empirico.

- Aplicación: Rol Impuesto a Utilidades -

- Primer resultado: Impuesto Corporativo simple no afecta K óptimo

$$(1-\tau)\int_0^{a}\left[F(K_t,L_t)-wL_t-p_{K,t}I_t\right]e^{-rt}dt$$

- Novedad:
  - los pagos de intereses por deuda se descuenta de la base imponible. lo que incentiva inversión con deuda. $\Rightarrow b\in[0,1]$ de I con deuda, Bancos
  - depreciación contable reduce la base imponible.

Sea z el ahorro en impuesto por depreciación $z\in[0,1]$ y $z=1$ con dep instant.

Condición de óptimo anterior $b=0$ y $z=1$. El nuevo óptimo será:

$$\pi_K(K_t, L_t(K_t)) = \frac{1-\tau(b+z)}{1-\tau}\cdot\left[(\delta+r_t)p_{K,t}-\dot{p}_{K,t}\right]$$

Tenemos tres casos posibles:

Si $b+z<1 \Rightarrow$ si $\tau\uparrow$ ocurre que $K\downarrow$

Si $b+z=1 \Rightarrow$ si $\tau\uparrow$ ocurre que $\Delta K=0$

Si $b+z>1 \Rightarrow$ si $\tau\uparrow$ ocurre que $K\uparrow$

Si los incentivos para invertir son grandes, un aumento del impuesto corporativo genera un mayor nivel de demanda por capital

- Los datos: $b+z$ cercanos a 1 para Chile.

Por otro lado, el log de costo usuario es:

$$\log c_t = \log\left[\frac{1-\tau(b+z)}{1-\tau}\right]+\log p_{K,t}\ \log\left(r_t+\delta-\frac{\dot{p}_{K,t}}{p_{K,t}}\right)$$

Cambios de τ explican poco de la fluctuación del costo del usuario del capital

En Chile lo relevante son Δ precio relativo de los bienes de capital y de la tasa de interés.

- Teoría q : Sinopsis -

determina producción e inversión óptimas conjuntamente y el impacto dinamico.

La clave: q es el cociente del valor marginal de una unidad de capital adicional (VPB de benef. futuros) y su costo de reemplazo.

tenemos que I/K es determinado por q y es creciente en q. En el fondo, q es un estadistico suficiente para medir los beneficios futuros descontados de invertir hoy.

Tambien se incorpora el costo de ajustar capital. ya que el valor de una unidad instalada puede ser distinto del valor al comprarla.

$$q_t = \frac{dV_t / dK_t}{P_{K,t}}$$

Corresponde al cambio del valor de una firma por peso que se gasta en K.
en donde:

$q_t > 1$: incentivo a subir capital

$q_t < 1$: incentivo a disminuir capital.

- Teoría q : Modelo -

Costos internos de ajustar el capital, no para otros insumos. Por otro lado, son convexos. para instalar y desinstalar.

Firma formadora de precios y no hay restricciones de crédito.

Sea $Y_t = F(K_t, L_t, Z_t)$ con Z_t un shock de productividad.

Por otro, $Y_t = P_t^{-1/\eta}$ en donde la esticidad es $\eta_{Y,P} = 1/\eta$, si $\eta = 0$ estamos con competencia perfecta

- Poder de Mercado y Retornos decrecientes a escala:

Primer paso: obtener $L^*(K)$, llegamos a que:

$$\pi(K_t, x_t) = c(x_t) K_t^{\alpha(1-\eta)/[\eta + \alpha(1-\eta)]}$$

Si comp. perfecta $\pi(K_t, x_t) = C(x_t) \cdot K_t$. Si hay poder de mercado, entonces π tiene retornos decrecientes. Por lo cual:

Comp. Perfecta: $\pi_{KK} = 0 \Rightarrow$ si K duplica, π duplica $\Rightarrow K_t$ no det.

Poder de Mercado: $\pi_{KK} < 0 \Rightarrow$ si K duplica, se cobra menos para ganar más, π crece menos.

- Costos de Ajuste Convexos: al invertir I se paga $p_K I + p_K C(I, K)$

Se satisface:

- $C(0, K) = 0$
- $C(I, K) > 0$
- $C_I(0, K) = 0$
- $C_K(I, K) < 0$
- $C_{II}(I, K) > 0$

Función que cumple

$$C(I, K) = \frac{1}{2} b \frac{I^2}{K}$$

Con b magnitud del costo de ajuste.

- El problema:

$$V(K_0) = \max_{I_t} \int_0^\infty \left[\pi(K_t, x_t) - p_{K,t} I - p_{K,t} C(I_t, K_t) \right] e^{-rt} dt$$

s.a. $\{x_t, t \geq 0\}$ y K_0 dado $\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$

Control óptimo: Control : I_t el Estado: K_t y el Co-estado: λ_t.

Hamiltoniano: $H(K_t, I_t) = \pi(K_t, x_t) - p_{K,t}\left[I_t + C(I_t, K_t) \right] + \lambda_t (I_t - \delta K_t)$

- $H_I = 0 \Rightarrow 1 + C_I(I_t, K_t) = \dfrac{\lambda_t}{p_{K,t}} \equiv q_t \Rightarrow I_t$ función de q_t. $I = 0$ si $q_t = 1$.
- $-H_K = \dot{\lambda}_t - r\lambda_t \Rightarrow (r+\delta)\lambda_t = \dot{\lambda}_t + \pi_K(K_t, x_t) - p_{K,t} C_K(I_t, K_t)$ en donde si no hay costo de ajuste, tenemos lo neoclásico. $\hookrightarrow$ Condición de Arbitraje.
- $\lim_{t\to\infty} \lambda_t e^{-rt} K_t = 0$ Cond. Transvers.

- Teoría q : EE y dinamica -

Supongamos $P_{K,t} = 1$ $\delta = 0$ $C(I,k) = \frac{1}{2} b \frac{I^2}{k}$ $X_t \equiv X$ por lo cuál:

$\dot{P}_{Kt} = 0$, $I_t = \dot{K}_t$, $\lambda = q$ y π_k solo depende de K_t , por tanto:

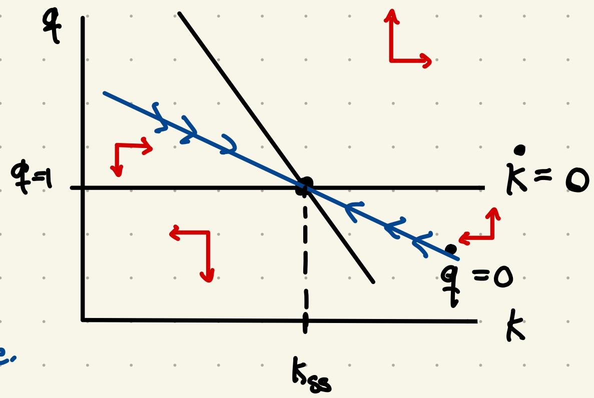
$$\dot{k} = \frac{q-1}{b} k \quad \text{y} \quad \dot{q} = rq - \pi_k(K_t) - \frac{(q-1)^2}{2b}$$

En donde el Estado Estacionario se define Como:

$$\dot{k}_t = 0 \, , \quad \dot{q}_t = 0$$

- Competencia perfecta: Como π_K = cte tenemos $q=1$ y $r = \pi_k$
  En donde la pbb de tener estado estacionario es baja.
- Poder de Mercado: tendremos que $q=1$ y $K = \pi_k^{-1}(r)$
  ↳ Supuesto clave: k evoluciona lentamente y q puede saltar por cambios en el entorno económico.

Condición de transversalidad solo se cumple en el brazo estable por tanto dado k_0 inicial , q_0 se ajusta al valor en el brazo estable para luego converger al EE.



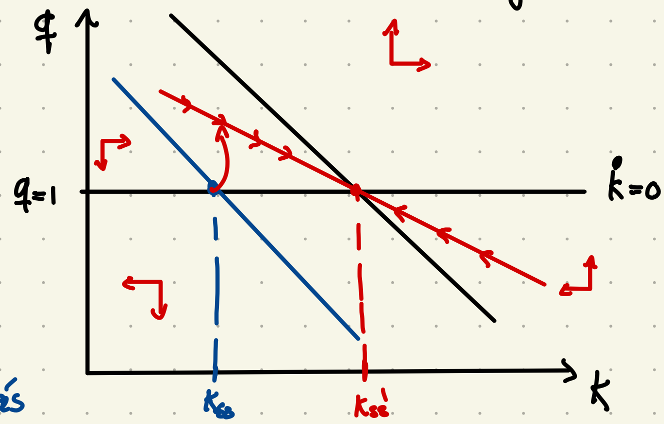
Dado un k_0 existe un unico q en el brazo estable tal que se converge al EE

q se ajusta para estar en el brazo estable.

Si no lo está ocurre $K \to \infty$ o $K \to 0$ lo que viola la Cond. de transerversalidad.

- Teoría q: Aplicaciones -

- Shock de productividad: $\pi_k(K) \rightarrow z\,\pi_k(K)$ es no anticipado y 1 vez.



tenemos que $q=1$ y $(1+z)\pi_k = r$ son lo que caracteriza el nuevo EE.

$\dot{K}$ no cambia, $\dot{q}$ se desplaza hacia la derecha.

- El shock es permanente

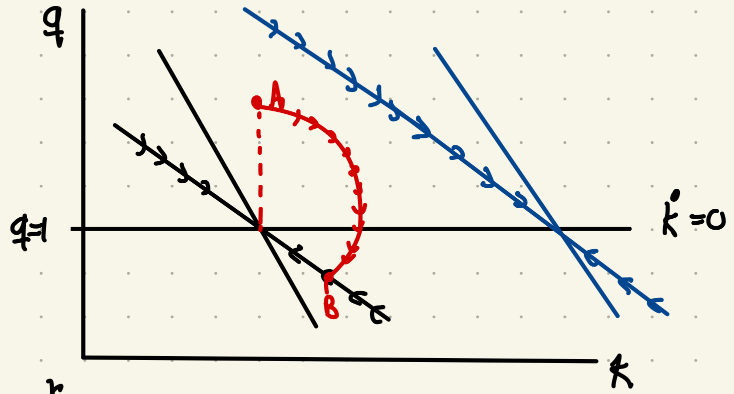
Por el shock, el capital instalado vale más por aumento de productividad.

Como stock K crece, q cae, llegando a EE. Clave: q no hace saltos anticipados por condiciones de arbitraje.

- MIT shocks: No anticipado, para que no acumule capital antes
  De una vez, porque si se repite, aprenden a anticiparlo

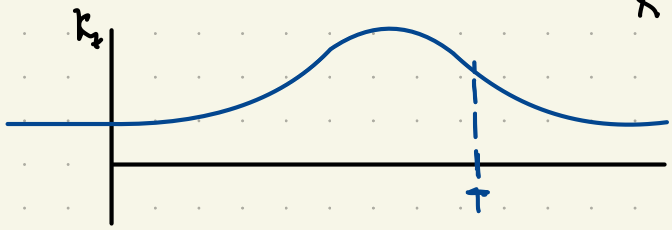
Razón de uso: evitar la crítica de Lucas usando supuestos fuertes.

- Shocks transitorios: dura T periodos



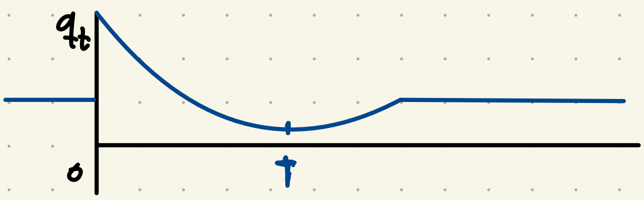
No hay salto anticipado y manda dinámica del EE activo

Cuando $t=T$, se debe estar en el brazo estable.



Salto q menor que uno perm. y a menos duración, será menor el salto.

- Antes que termine el shock se empiezan a ajustar el capital pues tienen exceso. y ajustar el capital es costoso



- Teoría q : Evidencia -

Se usa q - Medio : $\bar{q}_t = \frac{V_t}{K}$ pues observable.

Hayashi: si hay Comp. perfecta y $C(I, K)$ retornos constantes $q_t = \bar{q}_t$

Summers: para $I/K = 20\%$ $C(I, K) = 65\%$ no realista

↳ no cumple Hayashi, error medición, endogeneidad.

Correcciones del error de medición resultado 4%, más realista.

- Costos No Convexos de Ajuste: Evidencia -

Hay varios tipos de ajuste: teoria q explica algo mantención y graduales

¿Que pasa con grandes e infrecuentes?

Hay evidencia que este último es relevante. de hecho

$$I_t \cong N_t \mathcal{J}_t$$

N_t: nº de spikes en t, que corresponde al margen Extensivo, la fracción que ajusta

$\mathcal{J}_t$: la inversion promedio de las spike, es el margen Intensivo.

Es el extensivo el que explica mejor la inversión agregada.

- La dinamica de inversión lleva da por los spikes.

- Resumen: evidencia de ajuste abultado no suave, que es lo que ocurre con costos convexos de ajuste.

  Pocos periodos de grandes ajustes. lo que explica mayor parte de los ajustes del stock de capital.

- Costos No Convexos de Ajuste: Modelo Calvo -

Agentes economicos ajustan con una pbb exogena fija entre agentes en el tiempo. y el ajuste indep. en agentes y t.

llegaremos a que relación shocks e Inversion agregada lineal, Calvo no basta.

- Costo Cuadratico de Ajuste: buscan minimizar el valor esperado descontado de estar fuera del óptimo y el costo de ajuste.

El óptimo: $y_{i,t} - y_{i,t-1} = (1-\alpha)\left(y^*_{i,t} - y_{i,t-1}\right)$

$$y^*_{i,t} = (1-\alpha)\sum \delta^k E_t[\hat{y}_{i,t+k}]$$

donde y^* target dinamico y $\hat{y}$ el estatico. Concluimos que es un modelo de ajuste parcial con y^* un promedio ponderado de target estaticos futuros

- Agregación: Shocks comunes entre agentes por tanto ajuste parcial se mantiene en el agregado, justificando usar agente representativo.

Si $\hat{y}_t = g + \hat{y}_{t-1} + v_t$ entonces $y^*_t = \hat{y}_t + \dfrac{\delta}{1-\delta}\cdot g$

Por otro lado $\Delta y_t = \alpha\,\Delta y_{t-1} + \dfrac{(1-\alpha)}{1-\delta}\,g + (1-\alpha)v_t$ $\quad$ $\Delta y \sim AR(1)$ con α función del costo de ajuste

- Modelo Calvo: π pbb de ajustar en algún periodo. Como sabe que puede no volver a ajustar resuelve:

$$\min_{y_{i,t}} E_t\left[\sum_{k\geq 0}\left(\rho(1-\pi)\right)^k\left(y_{i,t} - \hat{y}_{i,t+k}\right)^2\right]$$

ya que la pbb de que $y_{i,t}$ siga siendo relevante en $t+j$ es $(1-\pi)^j$

La solución es: $y^*_{i,t} = [1-\rho(1-\pi)]\sum_{k\geq 0}(\rho(1-\pi))^k E_t[\hat{y}_{i,t+k}]$

- Sea N grande $\Rightarrow$ $1-\pi$ no ajusta, π ajusta. llegamos a que en el agregado

$$y_t = (1-\pi)\,y_{t-1} + \pi y^*_t \;\Rightarrow\; y_t - y_{t-1} = \pi\left(y^*_t - y_{t-1}\right)$$

- Basados en datos agregados Quadratic $\Leftrightarrow$ Calvo. Ajuste continuo igual al Abultado.

- Hay irreversibilidad de Capital: venderlo se pierde mucho, precios distintos, esto aumenta precaución al invertir, esperar es más valioso a mayor brecha de precios.

- Costos No Convexos de Ajuste: Modelos Ss -

Sea K dado $\quad C(I,K) = F$ si $I \neq 0$ y 0 si no. Costo fijo de ajuste.

diferencia entre ajustarse o no más relevante $\Rightarrow$ no ajuste pequeño pues en varios periodos es óptimo no ajustarse. Cuando invierta, será grande.

F puede depender de K. relevante: Costo ajuste crece con tamaño firma pues siempre es importante aunque crezca mucho.

discontinuidad en $I=0$, $\therefore$ no convexa.

$$C(I,K) = F \cdot \{I \neq 0\} + C_0(I,K)$$ con lo último alguna función convexa.

El modelo: $\quad \pi(K,\theta) = K^{\beta}\theta - (r+\delta)K$

$0 < \beta < 1$ y θ shocks demanda, productividad, salarios.

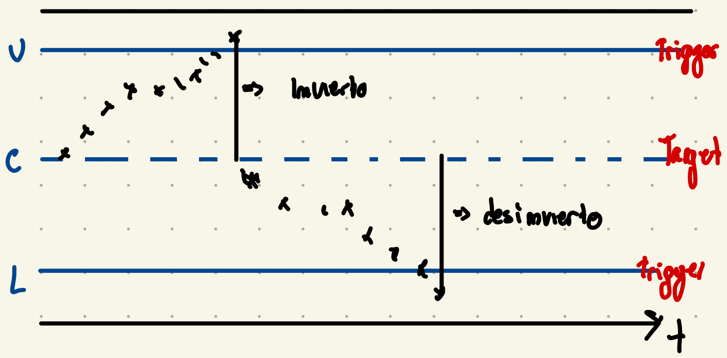
El óptimo estatico sin costo ajuste: $\quad K^* = \left(\dfrac{\beta\theta}{r+\delta}\right)^{1/1-\beta}$

Si $\log\theta$ sigue camino aleatoreo, $\log K$ tambien siendo $\Delta \log K$ iid

Al incluir costo de ajuste: suponemos que al ajustar, pierde w de los ingresos del periodo. Costo Ajuste: $w K^{\beta}\theta$

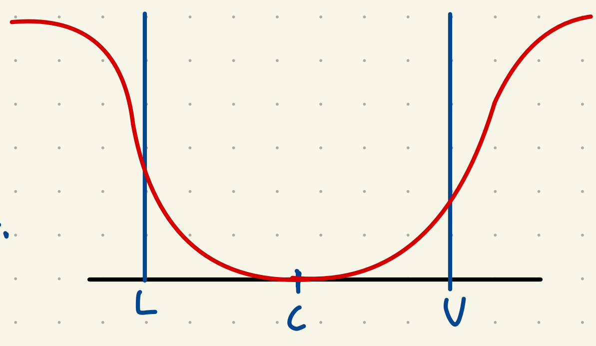
Politica óptima: del tipo (L, C, U) en la variable $z = \log(K^*/K) = k^* - k$

- Si $z_t > U$ Invierto tal que z_t cae a C
- Si $z_t < L$ desinvierto tal que z_t sube a C
- Si: $L \leq z_t \leq U$ no hago nada



Las reglas (L, C, U) caso particular de las reglas Ss. Hay bandas de inacción, donde se eligue K tq $k^* - k = C$ por aumento de stock o reducción.

- Limitación (L,C,U): cuando sube capital siempre mismo %. $U-C$ y baja igual $C-L$. lo cual no es realista. lo esencial es capturar la pbb de ajustarse es creciente en la brecha de la firma, su variable de desequilibrio.



Sea $\Lambda(x)$ la pbb de ajuste 0 o 1 con x llega a L o U.

Valores L y U dependen de x, mayor $|x|$, rango inacción sube.

L decreciente en $|x|$ y U creciente.

- Inversión fricciones financieras -

¿Porqué flujos de escala tienen éxito empírico? ⇒ Por las fricciones financieras.

↳ Mejora mucho el Ajuste, que no debería ocurrir si q ~ tobin es suficiente para explicar la inversión.

Problemas en el financiamiento: interno ≠ Externo. por asimetrías de info. por tanto, reducir estas asimetrías contribuye a aumentar la inversión.

- Restricciones Crediticias endógenas:
  - Selección Adversa:
    - Deudores varían en el riesgo de sus proyectos
    - Interesados en crédito externo ⇒ pbb malos proyectos.
  - Riesgo Moral:
    - Deudor subdeclara ingresos para evitar repagar crédito. Verificación Costosa.
    - Contrato de deuda los incentiva a temer la bancarrota.
    - Responsabilidad limitada: Deudor decide no pagar su deuda y quedarse con ingresos corrientes y parte de los activos.
- Acelerador financiero: financiamiento externo más caro que el interno. Esto genera el amplificador financiero.

Contrae tamaño firma → Activan Restricc. Crédito → Cae la inversión → Cae la oferta de crédito → Contrae tamaño firma

- Modelo con Verificación de Estado Costosa
  - Fricción fundamental: Deudor puede sufrir shocks que hacen Imposible repagar la deuda, pero acreedor no puede verificar sin costo si el deudor miente.

Contrato óptimo es un Contrato estándar de deuda con bancarrota.

↳ Deudor si puede pagar deuda + intereses lo hace y se queda con el resto. Caso Contrario, declara bancarrota y el acreedor se adueña de lo que esté disponible.

- Inversión fricciones financieras -

- Agentes y tecnología: Emprendedores: Neutros al riesgo, dueños oportunidad de inversión que requiere invertir 1 y produce $y \sim U[0, 2r]$ con r retorno esperado

Tienen riqueza limitada $W < 1$, pueden endeudarse $1-W$. hay responsabilidad limitada, la riqueza se hunde al invertir, luego no puede repagar más que r.

Inversionistas: Diversificados y Neutros al riesgo. Competencia, libre entrada por lo cual ganancia esperada es "r" un proyecto es socialmente rentable si $r > 1+r$. observa y a un costo $c \in (0, r)$

- Equilibrio Simetrico ($c=0$): Costo oportunidad: "r". Emprendedor invierte solo si

$$r - (1-W)(1+r) > (1+r)W \Rightarrow r > 1+r$$

Lo cuál también es socialmente óptimo. Infinitos Contratos en que Inversionistas dispues a recibir Valor esperado $(1-W)(1+r)$.

- Caso asimétrico ($c>0$): El timeline es:

Firman Contrato (Q, ϕ, P) verificable y exigible.

Q pagos al acreedor si no monitorea

P pagos " " Si monitorea.

1.- Emprendedor Conoce realización de y.

2.- Anuncia que observó y'

3.- Acreedor monitorea con pbb $\phi(y')$ 1 o 0.

↳ Si monitorea, Conoce "y" y recibe $P(y)-c$, emprendedor $y - P(y)$

→ Si no monitorea recibe $Q(y')$, emprendedora $y - Q(y')$

- Por el Principio de Revelación emprendedora decide reportar su Ingreso. por las restricciones de Compatibilidad de incentivos.

Emprendedora debe estar mejor reportando y que y'

- Contrato óptimo: definido por un Umbral D

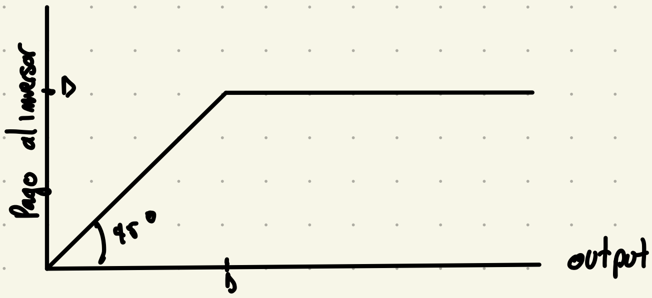
- Si $y \geq D$ emprendedora paga D al inversionista y no monitorea

- Si $y < D$ Declara bancarrota, se monitorea y concluye que ocurre y, recibe y.

Se Satisface:

$\phi(y') = 1$ si $y' < D$

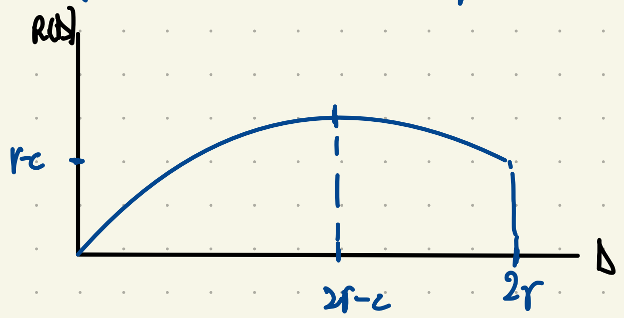
$P(y) = \min(D, y)$, $Q(y') = \min(D, y')$



- Inversión fricciones financieras -

- Oferta de Contrato: Tenemos que el retorno esperado del inversionista es:

$$R(\Delta) = \Delta - \frac{\Delta^2}{4r} - c\frac{\Delta}{2r}$$



Por tanto, Alcanza su máx en $\bar{\Delta} = 2r - c$

Como hay libre entrada se satisface

$R(\Delta) = (1+r)(1-W)$ Con Δ el Contrato. Si $(1+r)(1-W) < R^{MAX}$ se ofrece el Δ más chico pues le entrega más valor a la emprendedora.

$(1+r)(1-W) = R^{MAX}$ ofrece $\bar{\Delta}$, si: $(1+r)(1-W) > R^{MAX}$ no hay inv. interesado.

El spread en tasa de interes $\text{Spread} = \frac{\Delta^*}{1-W} - (1+r)$

El Contrato tiene deuda $\Delta^* = 2r - c - \sqrt{(2r-c)^2 - 4r(1+r)(1-W)}$

- Demanda por el Contrato. Como se disipan las rentas de los financistas externos El pago esperado es el Costo de oportunidad $(1+r)(1-W)$ más los Costos de Agencia que son:

$$A = \frac{\Delta^*}{2r}c$$

Podemos notar que

$A_c > 0$ Si el Costo monitoreo mayor, costos de Agencia suben a pesar de que se reduzca la pbb de monitoreo

$A_r > 0$ Como r sube se demandan mayores retornos, Δ^* subirá y A sube porque debe monitorear más.

$A_W < 0$ Al mayor W, se demandan menos fondos externos Δ^* cae y por tanto, menos monitoreo.

$A_\gamma < 0$ Un mayor long esperado, menos pbb default, por tanto, menos monitoreo.

Finalmente, la demanda será tq invierte solo si:

$$\gamma - (1+r)(1-W) - A(c, r, W, \gamma) > (1+r)W$$

$$\gamma > 1+r + A(c, r, W, \gamma)$$

Como $A_\gamma < 0$, la inversión es Creciente en γ

- Inversión fricciones financieras -

Se debe cumplir : $R^{MAX} \geq (1+r)(1-W)$

$$\gamma > 1+r + A(C, n, W, r)$$

Cuando un proyecto socialmente rentable puede ser por oferta o demanda.

1) W pequeño, hacer proyecto muy llamativo aunque inv. obtengan R^{MAX}. Aquí lo que determina si se realiza o no un proyecto es la disposición a prestar.

2) W grande, γ poco mayor a $1+r$, puede que no se compensen los costos de agencia

- Acelerador financiero: Imperfecciones en Mercado financiero amplifican Shocks en la economía.

Aquí a través de efectos de una reducción de W. Lo que hace menos Inversion, cayendo umbral que un proyecto encuentra financiamiento

- Salarios de eficiencia: Shapiro - Stiglitz -

Desempleo Involuntario: trabajadores sin trabajo, igualmente productivos que están dispuestos a trabajar por un salario inferior.

Modelo plantea que empresas no los contratan porque no quieren, ya que bajar salario reduce productividad.

- Salarios de eficiencia: superiores a la pmg de los trabajadores.
  - ↳ supuesto Central: hay un beneficio de pagar salario Mayor.

1.- Mejor alimentación que resulta en más productividad.

2.- Soluciona problema de costo monitoreo

3.- Atraer trabajadores productivos.

4.- Promueve la lealtad (desincentiva rabia) y mejora el ambiente laboral.

- Modelo Shapiro - Stiglitz: Monitoreo imperfecto.

Supuestos: $\bar{L}$ trabajadores que max UP de $u(t) = \begin{cases} w(t) - e(t) & \text{empleado} \\ 0 & \text{sino.} \end{cases}$

Con $\bar{e}(t)$ dos valores. N firmas identicas máx

Firmas: $L(t)$ trabajadores se esfuerzan y "$S(t)$ flojean

$$\pi(t) = F(\bar{e}\, L(t)) - w(t)\,[L(t) + S(t)]$$

Suponemos que $\bar{e}\, F'(\bar{e}\,\bar{L}/N) \geq \bar{e} \Rightarrow F'(\bar{e}\,\bar{L}/N) > 1$. Es decir, si c contrata $\bar{L}/N$ trabajadores y todos se esfuerzan. pmg mayor al costo $\bar{e}$ y ∴ pleno empleo.

Trabajadores: Tres estados

q: tecnologia de monitoreo.

E empleado y esfuerza $\bar{e}$

S Empleado y flojea $e = 0$

tasa "a"

Proc. pois tasa "b"

U desempleado

Proc. pois. tasa "b+q"

a: Dado para firmas.

$V_E(t)$, $V_S(t)$ y $V_U(t)$ el Valor de la utilidad de un trabajo en el estado respectivo. En EE

$E:\ rV_E = (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U)$

$S:\ rV_S = w - (b+q)(V_S - V_U)$

$U:\ rV_U = a(V_E - V_U)$

- Indiferente entre ser "dueño" de un trabajador empleado que se esfuerza, que flojea o desempleado e invertir en un bono libre de riesgo.

- Salarios de eficiencia : Shapiro - Stiglitz -

Condición de no flojeo. Firmas buscan asegurar que $V_E > V_S$ aunque sea marginalmente pequeña, en el límite $V_E = V_S$.

Por tanto, llegamos a que $V_E - V_U = \frac{\bar{e}}{q}$ trabajadores empleados se esfuerzan, ganan y prefiere empleo a desempleo.

En modelo Walrasiano estándar indif trabajar y no trabajar: $V_E = V_U$. ocurre con q=∞.

Otras condiciones son: $w = \bar{e} + \frac{a+b+r}{q}\bar{e} = w(\bar{e}, a, b, r, q)$

$\frac{\partial w}{\partial a} > 0$ a mayor, más fácil encontrar empleo, costo flojear cae y crece salario necesario para que no flojee.

$\frac{\partial w}{\partial b} > 0$ a mayor pbb exógena de separación, incentivo a esforzarse cae, pues pbb de quedar sin trabajo flojee o no sube, por tanto, se requiere mayor salario para inducir esfuerzo.

$\frac{\partial w}{\partial r} > 0$ Como r crece importa menos el futuro ∴ el costo de quedar desempleado en un futuro cae, se requiere más salario para inducir esfuerzo.

$\frac{\partial w}{\partial q} < 0$ Mejor tecnología monitoreo, se reducen incentivos para flojear, requiero menos w

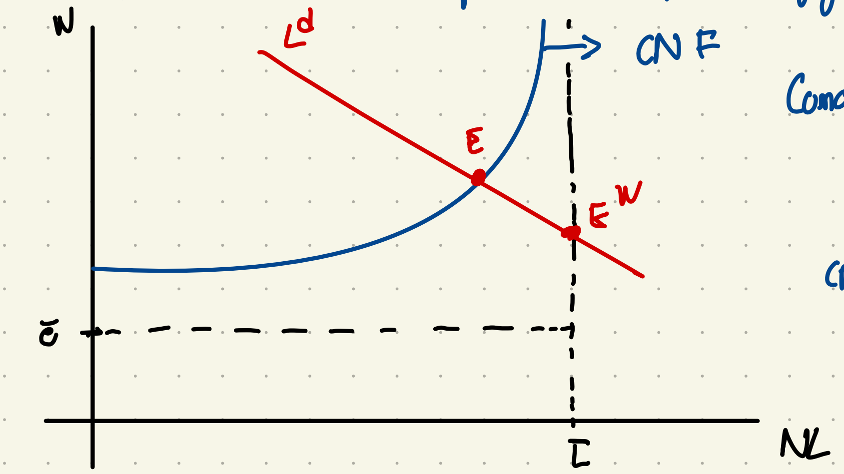
• Equilibrio: n° trabajadores empleados pierde empleo = n° desempleados encuentran empleo.

$$bNL = a(\bar{L} - NL) \Rightarrow a + b = \frac{b\bar{L}}{\bar{L} - NL}$$

Por tanto, la condición de no flojeo es:

$$w = \bar{e} + \left(\frac{b\bar{L}}{\bar{L} - NL} + r\right)\frac{\bar{e}}{q}$$

Tenemos en plano (NL, w), salario que induce no flojeo, creciente en NL, pues más fácil encontrar empleo si me pillan flojeando, sube w para inducir esfuerzo:



Como en eq. se esfuerzan, se resuelve:

$$\max F(\bar{e}L) - wL$$

CPO: $L^D = L^D(w)$

• Hay desempleo involuntario pues salario menor dejan de esforzarse

Eq. Ineficiente

- Salarios de eficiencia: Shapiro - Stiglitz -

Sabemos eq con fricciones, pero que el de econ. sin fricciones. debemos analizar el equilibrio eficiente sin fricciones. el eq. resulta es una asignación Pareto.

↳ Eq del Modelo no es eficiente dadas las restricciones. pues hay políticas que con tecnología dada, pueden mejorar el bienestar.

-> Subsidio al empleo vía impuesto suma alzada.

- Equilibrio parte plana, shock demanda grandes cambios en L_{eq} y peq. W_{eq}.
  ↳ Consistente con la evidencia

- Modelo Diamond - Mortensen - Pissarides -

• Enfoque de flujo: Δneto Empleo $= \underbrace{\text{Contrataciones} - \text{Separaciones}}_{\text{Flujo trabajadores}} = \underbrace{\text{Creación} - \text{destrucción}}_{\text{Flujo Empleo}}$

Nos centramos en el primero.

• Modelo DMP: Intercambio costoso para firmas y trabajadores, por heterogeneidad en habilidad, fricciones e info imperfecta.
  ↳ Función Matching: nº trabajos formados como función del nº de trabajadores que buscan empleo y nº de firmas que buscan trabajadores.

Intercambio y producción actividades separadas.

• L trabajadores en fuerza de trabajo.
  ↳ U nº de trabajadores desempleados $\quad u = U/L$ tasa desempleo
  V " de trabajos vacantes $\quad v = V/L$ tasa vacantes

Una firma, un trabajo. $\quad m_t = m(U, V) = m(uL, vL) \Rightarrow$ sigue Poisson.

$N_{t,t+\Delta t}$ el nº de matches, tendremos que: $\Pr(N_{t,t+\Delta t} = 0) = 1 - m_t \Delta t$

$$\Pr(N_{t,t+\Delta t} = 1) \simeq m_t \Delta t$$

Donde m_t es el nº de nuevos trabajos matcheados por unidad de tiempo.

$m(U,V)$ creciente y cóncavo en cada argumento. Retornos constantes a escala.

$m(tu, tv) = t\, m(u,v)$ y por tanto: $m(u,v) = m_1(u,v)\,u + m_2(u,v)\,v$

Apretamiento del M Laboral: $\theta = \dfrac{v}{u}$ Valores grandes θ, mucha vacante poco buscador

Por otro lado, la tasa a la que vacantes se llenan: $q(\theta) = \dfrac{m(uL, vL)}{vL} = m\left(\dfrac{1}{\theta}, 1\right)$

Tasa desempleados se vuelven empleados $\quad \theta q(\theta)$

A mayor apretamiento, se vuelve difícil llenar vacante y fácil encontrar trabajo.

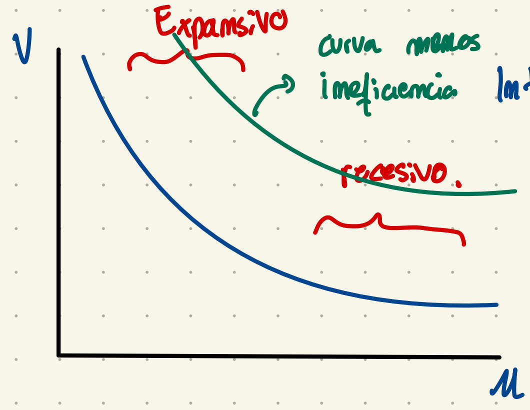
$\eta(\theta) = -\theta \dfrac{q'(\theta)}{q(\theta)} \in (0,1) \Rightarrow$ elasticidad de job filling rate.

- Modelo Diamond - Mortensen - Pissarides -

La Curva de Beveridge. Shocks idiosincráticos exógenos que separan trabajos, llegan a Pois(λ) y separan los match.

Evolución tasa desempleo: $\frac{du}{dt} = \dot{u}_t = \lambda(1-u_t) - \theta_t q(\theta_t) u_t \Rightarrow \theta q(\theta) u = \lambda(1-u)$

En estado estacionario tenemos que $u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}$ define relación u, v, θ.



Intuición: partimos de un punto (u_0, v_0) en donde la creación de trabajo igual a la destrucción.

Supongamos que $v \uparrow \Rightarrow$ más creación de trabajos y debería aumentar destrucción de empleos, bajando u.

- Contrato solo establece regla salario.

- Valor de output del trabajo, es alguna constante $p > 0$
- Cuando trabajo es vacante, fluye costo fijo pc
- Trabajador desempleado, disfruta pago z.

Libre entrada de firmas y mismos supuestos de agentes.

EB: firmas V_t valor vacante, J_t valor trabajo ocupado

$\hookrightarrow$ $rV_t = -pc + \dot{V}_t + q(\theta_t)\max\{J_t - V_t, 0\}$ $\Rightarrow$ firmas aceptan o rechazan Match.

$rJ_t = p - w_t + \dot{J}_t + \lambda(V_t - J_t)$ $\rightarrow$ Cuando hay separación, no hay elección

Interpretación de Arbitraje: trabajo activo de las firmas.

EB trabajadores: trabajador empleado tiene riqueza $\max\{W_t, U_t\}$ y desempleado U_t.

$$rW_t = \dot{W}_t + w_t + \lambda(U_t - W_t)$$

$$rU_t = \dot{U}_t + z + \theta_t q(\theta_t)\max\{W_t - U_t, 0\}$$

- $S_t = (W_t - U_t) + (J_t - V_t)$

Supuesto: Generalized Nash Bargaing solution tq

$$w_t = \arg\max (W_t - U_t)^{\beta}(J_t - V_t)^{1-\beta}$$ β = poder negociación trabajadores.

W, U, J, V dependen de w.

$$\dot{W}_t - \dot{U}_t = \frac{\beta}{1-\beta}(\dot{J}_t - \dot{V}_t)$$

$V_t = 0$ Cond. libre entrada.

- Modelo Diamond - Mortensen - Pissarides -

Tenemos que la ecuación de salarios será:

$$W_t = \underbrace{(1-\beta)z + \beta p}_{} + \beta p c \theta_t$$

Suma salario reserva y renta obtenida al compartir la renta que genera una fuente de trabajo ocupada.

$pc\theta = \frac{pcv}{u}$ es el costo promedio de contratación por trabajo desempleado. Por tanto, $\beta pc\theta$ es que el trabajador se lleva fracción β del ahorro de la firma en costos de contratación cuando se llena una vacante.

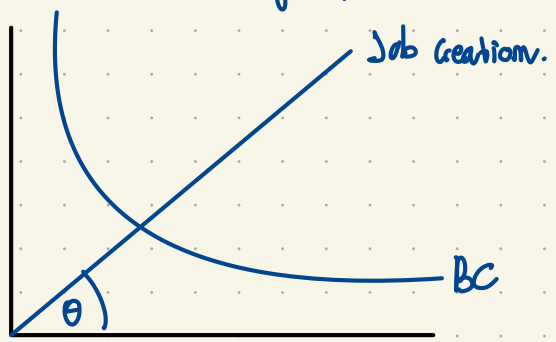
De modo que: $J_t = \frac{p - W_t}{r+\lambda}$ Con $p \approx 1$ $J_t < 0$, en equilibrio

tenemos 3 ecuaciones de EE

$$u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)} \quad ; \quad W = (1-\beta)z + \beta p(1 - c\theta) ; \quad \frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p - W}{r+\lambda}$$

Las últimas 2 ecuaciones se resumen en: $\frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p - (1-\beta)z - \beta p(1+c\theta)}{r+\lambda}$

resolvida por θ^* y podemos recuperar u^*, w^* y v^*



- Estática Comparativa:

  p - Shock: JC crece con aumento p. BC no cambia. Igual con z, c, r, β.
  Explican dinámica de corto plazo, a lo largo BC

  λ - shock: se modifica JC y BC (contrae) ⇒ u^* cae y efecto en v^* ambiguo
  ↳ tasa separación. Más mediano plazo.

- Eficiencia en DMP: No se sabe si óptimo desempleo es 0. Pues tasa desempleo baja se requiere gran n° vacantes, consume mucho recurso

Desempleados tienen costo social, pues no producen.

- Modelo Diamond - Mortensen - Pissarides -

- Externalidad de Congestión: Incremento busqueda induce una ext. positiva en el otro lado del mercado

↳ más desempleados reduce la duración de las vacantes.

⇒ Más vacantes reduce la duración del desempleo.

Como $m(uL, vL)$ homogenea de grado uno. ↑ busqueda induce una externalidad negativa.

⇒ Más desempleo $m(uL, vL)/uL = \theta q(\theta)$ decreciente en u.

⇒ Más vacantes aumenta el tiempo esperado para llenar vacante $m(uL, vL)/vL = q(\theta)$ es decr. en v.

- Problema Apropiabilidad: firma paga todo el costo de postear una vacancia, pero se apropia de solo una parte del beneficio de llenarla.

↳ incentivos para postear menores a los óptimos. Eq. pagar todo el costo de buscar trabajo.

problema del planificador: max sobre las variables del EE que están en BC

$$\max \quad p(1-u) + z\, u - pcv \qquad \text{s.a.} \quad u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}$$

Condición necesaria para eq. descentralizado social óptimo $\beta = \eta(\theta)$

Si $\beta > \eta(\theta)$ trabajadores pagados mucho, θ^* bajo y desempleo muy alto

Si $\beta < \eta(\theta)$ " " poco, θ^* alto, muchas vacantes, desempleo muy bajo.