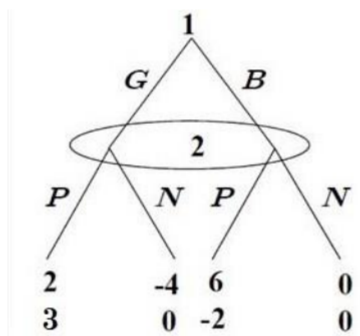
Microeconomía I
Ayudantía 9

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Jorge Arenas, Kevin Sepúlveda, Alberto Undurraga

Pregunta 1

Considere una firma (jugador 1) que produce un único tipo de medicamento que es usado por un consumidor (jugador 2). Este medicamento es regulado por el gobierno, por ende el precio está fijo en $p = 6$. La calidad del medicamento puede ser buena (G), lo cual representa para la firma un costo de producción de 4, y para el consumidor un beneficio de 9; o mala (B), con costo de producción 0, y beneficio 4 para el consumidor.

El consumidor puede decidir comprar o no el medicamento a precio 6, pero solo conoce la calidad una vez hecha la compra. Este juego queda representado en la siguiente figura:



1. Suponga que el juego es repetido 2 veces, y que cada jugador maximiza la suma (no descontada) de sus pagos en cada etapa. Encuentre todos los EPS.
2. Suponga que ahora el juego se repite infinitamente, y que los pagos futuros se descuentan a un factor $\delta \in [0, 1]$. ¿Cuál es el rango de factores de descuento para que se utilice la producción buena como parte de un EPS?
3. Los consumidores están protestando por un precio más bajo del medicamento, digamos 5. La empresa quiere acercarse a la Comisión Federal de Comercio y argumentar que si el precio regulado baja a 5, esto puede tener consecuencias nefastas tanto para los consumidores como para la empresa. ¿Puede presentar un argumento formal utilizando los parámetros anteriores para respaldar a la empresa? ¿Qué ocurre con los consumidores?

Pregunta 2

Esta pregunta es sobre un lechero y un cliente. En un día cualquiera, el *timing* es el siguiente:

- El lechero escoge $m \in [0, 1]$ de leche que, junto a $1 - m$ de agua, mezcla y vende, incurriendo en costos $c \cdot m$, para algún $c > 0$.
- El cliente, sin saber la cantidad de leche, decide entre comprar o no la mezcla a un precio p. Si la compra sabe la cantidad m de leche, como recompensa recibe $v \cdot m - p$, y el lechero recibe $p - c \cdot m$. Si no la compra, recibe 0, y el lechero recibe $-c \cdot m$.

1. Suponga que esto se repite durante 100 días, y que cada jugador trata de maximizar la suma de sus ganancias de cada etapa. Encuentre todos los EPS.

2. Considere ahora que el juego se repite infinitas veces, y el factor de descuento relevante es $\delta \in [0, 1]$. Encuentre el rango de precios para que exista un EPS tal que, cada día, el lechero elige $m = 1$, y el cliente compra en esta trayectoria de equilibrio.

Pregunta 3: Negociación Secuencial

Dos agentes $\{A, B\}$ deben repartirse un trozo de pizza. El juego consiste en que el agente A parte proponiendo un reparto $(x, 1-x)$, donde x es una fracción de pizza que recibe este agente, y por tanto el otro recibe $1-x$. El otro agente puede aceptar o rechazar este reparto. Si lo acepta se termina el juego, y si rechaza le toca a el proponer otro reparto $(y, 1-y)$. Y así para los períodos $t = 0, 1, 2, 3, ...$ Ambos agentes quieren obtener una fracción mayor del trozo, y además no les gusta el retraso en resolver la negociación: sus factores de descuento son $(\delta_A, \delta_B) \in [0, 1]^2$.

(i) Suponiendo que en el juego solo se aceptan como máximo 2 propuestas (hasta $t = 1$), ¿Cuál es el único EPS?

Respuesta: Se resuelve por inducción hacia atrás. En $t = 1$ el agente B puede proponer el reparto que maximiza su recompensa: $(y, 1-y) = (0, 1)$, se termina el juego, y recibe en valor presente $1 \cdot \delta_B$. Por lo tanto, en $t = 0$ el agente A le ofrecerá un reparto que lo deje indiferente, es decir, ofrece $(x, 1-x) = (1-\delta_B, \delta_B)$, y así el jugador B acepta y la negociación se termina en $t = 0$.

(ii) Consideremos ahora un período mayor de repeticiones, pero finito. Demuestre la siguiente proposición:

Existe un único EPS que se describe a continuación. Cuando el agente A propone, siempre ofrece el reparto $(x^*, 1-x^*)$, con $x^* = (1-\delta_B)/(1-\delta_A\delta_B)$, y el agente B acepta cualquier reparto que le entrega como mínimo $1-x^*$. Mientras que cuando B propone, siempre ofrece $(y^*, 1-y^*)$, con $y^* = \delta_A(1-\delta_B)/(1-\delta_A\delta_B)$, y el agente A acepta cualquier reparto que le entrega como mínimo y^*. Así, la negociación termina inmediatamente con un reparto $(x^*, 1-x^*)$.

Respuesta: Para demostrar que la situación descrita es un EPS usamos la condición de desviación en una etapa. Supongamos una ronda de negociación en la cual el agente A está proponiendo. Primero se verifica que este agente no tiene incentivos a desviarse de su estrategia x^*: si ofrece un reparto tal que $x_1 > x^*$, entonces el agente B lo rechaza, y por tanto recibe en el próximo período y^*. Entonces, al comparar lo que recibe cuando se desvía (en valor presente) $\delta_A y^*$, con lo que recibe cuando no se desvía: x^*, considerando que $y^* = \delta_A x^*$, se tiene que:

$$\delta_A y^* < x^*$$

$$\delta_A^2 x^* < x^*$$

Por lo tanto, A no tiene incentivos a desviarse. Veámos ahora que B tampoco tiene incentivos a desviar. Si B desvía, es decir, si rechaza el reparto $1-x^*$, en el próximo período el ganaría $1-y^*$, descontado por δ_B. Entonces, se compara $1-x^*$ con $\delta_B(1-y^*)$. Se verfica que no tiene incentivos a desviar, ya que

$$1 - x^* > \delta_B(1-y^*)$$

$$1 - x^* > \delta_B(1-\delta_A x^*)$$

$$1 - \delta_B > x^*(1-\delta_B\delta_A)$$

$$1 \cdot (1 - \delta_B \cdot 1) > x^*(1-\delta_B\delta_A)$$

Para finalizar esta demostración, basta con hacer lo mismo pero en un período en el cual B propone (el procedimiento es exactamente el mismo).

Ahora para demostrar que este equilibrio es único, partamos definiendo lo máximo ($\overline{v}_A$) y mínimo ($\underline{v}_A$) que el agente A podría recibir en algún EPS en el cual el parte proponiendo. La demostración consiste en verificar que $\overline{v}_A = \underline{v}_A = x^*$.
Primero consideremos una situación en la cual el agente B propone. Por parte de A, este aceptará cualquier oferta que le entregue más de $\delta_A \overline{v}_A$, y rechazará cualquier oferta que le entregue menos de $\delta_A \underline{v}_A$. Entonces, por el lado de B, este sabe con certeza que recibe como mínimo $1 - \delta_A \overline{v}_A$ si propone $(\delta_A \overline{v}_A, 1 - \delta_A \overline{v}_A)$; en caso contrario recibe como máximo $1 - \delta_A \underline{v}_A$. Esto se realiza para conocer los pagos máximo y mínimos que B podría recibir con certeza.

Ahora al considerar un período en el cual A propone, para que esta propuesta sea aceptada por B, le debe ofrecer como mínimo $\delta_B(1 - \delta_A \overline{v}_A)$. Por tanto, $\overline{v}_A$ tiene una cota por arriba:

$$\overline{v}_A \leq \delta_B(1 - \delta_A \overline{v}_A)$$

Al mimso tiempo, B aceptará cualquier oferta que le entregue más de $\delta_B(1 - \delta_A \underline{v}_A)$. Así la cota inferior de $\underline{v}_A$ es

$$\underline{v}_A \geq \delta_B(1 - \delta_A \underline{v}_A)$$

Juntando las dos inecuaciones anteriores se concluye que

$$\underline{v}_A = \overline{v}_A = \frac{1 - \delta_B}{1 - \delta_A \delta_B} = x^*$$

(iii) Con respecto al EPS anterior, ¿Es mejor ser paciente o impaciente en este juego? ¿Cuál agente posee la ventaja en cuanto al turno en que propone?

Respuesta: La recompensa x^* es creciente en el factor de descuento δ_A: es mejor tener paciencia, de esta forma puedes esperar hasta tener el poder de negociación (hacer una propuesta). Además, quien hace la primera propuesta tiene la ventaja (mueve primero). Incluso con factores de descuento idénticos, los pagos son a favor de quien parte proponiendo: $(1/(1+\delta), \delta/(1+\delta))$.

Pregunta 3: Empleo y Salario de Eficiencia

En un modelo simple de empleo hay una empresa y un trabajador. La empresa hace una oferta salarial w al trabajador, el cual la puede rechazar (R) o aceptar. Si la acepta, decide si trabajar (T) o "flojear" (F). Entonces, el espacio de estrategías de la empresa es $[0, \infty[$, y el del trabajador $\{R, T, F\}$. Las recompensas son las siguientes: cuando el trabajador no está empleado recibe $u > 0$. Si está empleado y trabaja recibe $w - c$ (c es la desutilidad del esfuerzo). Si está empleado y "flojea" recibe w. Por el lado de la empresa, esta no obtiene nada cuando el trabajador rechaza la oferta. En caso de aceptar la oferta y trabajar, la empresa recibe $v - w$. Y en caso de que el trabajador acepte la oferta y decida "flojear", la empresa recibe $-w$.

Al suponer $v > u + c$, es eficiente para la empresa contratar al trabajador y que este efectivamente trabaje. Sin embargo, una vez contratado el trabajador tiene incentivos a "flojear". En el juego de una etapa, si la empresa ofrece $w \geq u$, el trabajador la acepta y "flojea". Si ofrece $w \leq u$, la firma recibe $-w$ si el trabajador la acepta, y 0 en caso contrario. Entonces, la empresa ofrecerá $w \leq u$ y no habrá empleo. ¿Hay alguna forma en que las partes lleguen a un acuerdo eficiente?

Conocida es la solución de contrato contingente al esfuerzo. En este ejercicio analizamos otra solución: contratos repetidos en el tiempo.

Considerando que el juego estático se repite infinitas veces, y que el factor de descuento del trabajador es δ, demuestre la siguiente proposición:

Si $v \geq u + c/\delta$, existe un EPS en el que la empresa ofrece un salario $w \in [u + c/\delta, v]$, y el trabajador trabaja en cada período.

Respuesta: Se verifica que el valor presente de "cooperar" es no inferior al valor presente de desviarse en una etapa cualquiera, y luego seguir con el equilibrio no eficiente. Si el trabajador se desvía, la firma ofrecerá siempre $w = 0$, y se vuelve al equilibrio no eficiente. Si la firma se desvía ofreciendo otro w (fuera del rango de la proposición), el trabajador lo rechaza si $w \leq u$, o lo acepta y "flojea". Luego, se repite el equilibrio no eficiente.
Quien posee incentivos a desviarse y ganar algo positivo al hacerlo, es el trabajador. Así, el trabajador no tiene incentivos a rechazar una oferta w si: $w \geq u + c$. Además, para que no tenga incentivos a "flojear" por sobre trabajar, se debe cumplir que:

$$\frac{1}{1-\delta}(w-c) > w + \frac{\delta}{1-\delta}u$$

Trabajando esta inecuación se tiene que

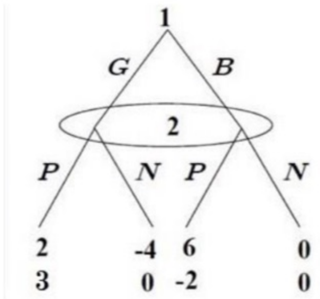
$$w \geq u + \frac{c}{\delta}$$

la cual cumple la condición para que el trabajador acepte la oferta. Luego, para que a la firma le sea conveniente contratar al trabajador, se debe cumplir que $v \geq w$. Entonces, el rango de salarios que permite el equilibrio eficiente es $w \in [u + c/\delta, v]$.

Pregunta 1

Considere una firma (jugador 1) que produce un único tipo de medicamento que es usado por un consumidor (jugador 2). Este medicamento es regulado por el gobierno, por ende el precio está fijo en $p = 6$. La calidad del medicamento puede ser buena (G), lo cual representa para la firma un costo de producción de 4, y para el consumidor un beneficio de 9; o mala (B), con costo de producción 0, y beneficio 4 para el consumidor.

El consumidor puede decidir comprar o no el medicamento a precio 6, pero solo conoce la calidad una vez hecha la compra. Este juego queda representado en la siguiente figura:



1. Suponga que el juego es repetido 2 veces, y que cada jugador maximiza la suma (no descontada) de sus pagos en cada etapa. Encuentre todos los EPS.
2. Suponga que ahora el juego se repite infinitamente, y que los pagos futuros se descuentan a un factor $\delta \in [0, 1]$. ¿Cuál es el rango de factores de descuento para que se utilice la producción buena como parte de un EPS?
3. Los consumidores están protestando por un precio más bajo del medicamento, digamos 5. La empresa quiere acercarse a la Comisión Federal de Comercio y argumentar que si el precio regulado baja a 5, esto puede tener consecuencias nefastas tanto para los consumidores como para la empresa. ¿Puede presentar un argumento formal utilizando los parámetros anteriores para respaldar a la empresa? ¿Qué ocurre con los consumidores?

1) En el segundo período el consumidor ya conoce la calidad del medicamento.

$t = 2$

1 \ 2	P	N
G	2, 3	-4, 0
B	6, -2	0, 0

} estrategia dominante para la firma

como para la firma será mejor producir B, el/la consumidora elige no comprar en $t=2$.

como es juego finito, hacemos inducción hacia atrás y tendremos el mismo resultado en $t=1$.

- como este equilibrio se da en las 2 etapas, en los dos juegos y como solo tiene 1 subjuego c/juego, (0,0) es el único ENPS.
- porque es finito.

2) $t \to \infty$ } queremos inducir (G, P)

① Valor presente cooperar (V^c)

$$\text{firma } V^c = 2 + 2\delta + 2\delta^2 + \dots = \frac{2}{1-\delta}$$

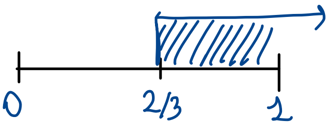
} vemos el de la firma, porque ella tiene incentivos a desviarse a B.

② $$\text{firma } V^d = 6 + \underbrace{0\delta + 0\delta^2 + \dots}_{\text{juego de que se desvía el/la consumidora no quiere comprar}} = 6$$

$$V^c \geq V^d \iff \frac{2}{1-\delta} \geq 6 \Rightarrow 2 \geq 6 - 6\delta$$

$$6\delta \geq 4$$

$$\boxed{\delta \geq 2/3}$$



mientras $\delta \geq 2/3$ se mantiene el acuerdo colusivo, cuando el juego se repite ∞ veces.

3)

		2: P	2: N
1	G	1, 4	-4, 0
	B	5, -1	0, 0

$$\downarrow V^c = 1 + 1\delta + \dots = \frac{1}{1-\delta}$$

$$V^d = 5 + 0\delta + \dots = 0$$

} $\frac{1}{1-\delta} \geq 5$

$1 \geq 5 - 5\delta$

$5\delta \geq 4$

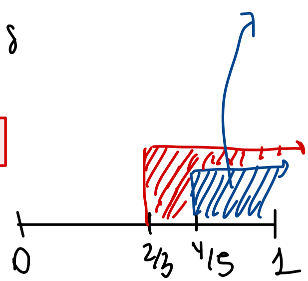
$\boxed{\delta \geq 4/5}$

δ podría Δ ↑

pero V^c cae en el tiempo

{ el incentivo a desviarse que tiene la empresa no cambia. Entonces a simple vista para un período, sí es beneficioso para los/las consumidoras

se puede ver como la prob de que haya cooperación el rango para cooperar se achica, y será como un argumento para la empresa de que no es bueno ↓ P a 5.



Pregunta 2

Esta pregunta es sobre un lechero y un cliente. En un día cualquiera, el *timing* es el siguiente:

- El lechero escoge $m \in [0,1]$ de leche que, junto a $1-m$ de agua, mezcla y vende, incurriendo en costos $c \cdot m$, para algún $c > 0$.

  vegetal

- El cliente, sin saber la cantidad de leche, decide entre comprar o no la mezcla a un precio p. Si la compra sabe la cantidad m de leche, como recompensa recibe $v \cdot m - p$, y el lechero recibe $p - c \cdot m$. Si no la compra, recibe 0, y el lechero recibe $-c \cdot m$.

1. Suponga que esto se repite durante 100 días, y que cada jugador trata de maximizar la suma de sus ganancias de cada etapa. Encuentre todos los EPS.

2. Considere ahora que el juego se repite infinitas veces, y el factor de descuento relevante es $\delta \in [0,1]$. Encuentre el rango de precios para que exista un EPS tal que, cada día, el lechero elige $m = 1$, y el cliente compra en esta trayectoria de equilibrio.

1) veamos el juego estático.

- Lechero = L
- C : comprar
- NC : no comprar

consumidor/a

L : m	C	N. C
0	$p, -p$	$0, 0$
$\vdots$	$p-cm, vm-p$	$-cm, 0$
1	$p-c, v-p$	$-c, 0$

E.N. juego estático.

lechero tiene estrategia dominante producir $m=0$

- como se hace por inducción hacia atrás y es finito. En el día 100 el/la consumidora se da cuenta y no le comprará más y así hacia atrás.
- como se repite en los otros días $(0,0)$ será ENPS.

2) Encontrar el rango de precios que induce aquel equilibrio eficiente. Ese equilibrio sería $m=1$ y comprar : $(p-c, v-p)$

- Lechero tiene incentivos a desviarse

$$V^c = p-c + \delta(p-c) + \delta^2(p-c) + \ldots = \frac{p-c}{1-\delta}$$

$$V^d = p + 0\delta + 0\delta^2 + \ldots = p$$

en estos casos da lo mismo en qué período parto

$\rightarrow \quad V^c \geq V^d \iff \dfrac{p-c}{1-\delta} \geq p$

$$p - c \geq p - \delta p$$

$$\delta p \geq c$$

$$\boxed{p \geq c/\delta}$$

- hay que ver que al/a la consumidora le convenga comprar todos los días

$$\underbrace{vm}_{1} - p \geq 0 \Big\} \text{ para que sea rentable y quiera comprar la leche}$$

$$v - p \geq 0$$

$$\boxed{p \leq v}$$

- rango para precios: $p \in [c/\delta, v]$

↳ para inducir aquel ENPS que es eficiente

Preguta 3: Negociación Secuencial

Dos agentes $\{A, B\}$ deben repartirse un trozo de pizza. El juego consiste en que el agente A parte proponiendo un reparto $(x, 1-x)$, donde x es una fracción de pizza que recibe este agente, y por tanto el otro recibe $1-x$. El otro agente puede aceptar o rechazar este reparto. Si lo acepta se termina el juego, y si rechaza le toca a el proponer otro reparto $(y, 1-y)$. Y así para los períodos $t = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Ambos agentes quieren obtener una fracción mayor del trozo, y además no les gusta el retraso en resolver la negociación: sus factores de descuento son $(\delta_A, \delta_B) \in [0, 1]^2$.

(i) Suponiendo que en el juego solo se aceptan como máximo 2 propuestas (hasta $t = 1$), ¿Cuál es el único EPS?

- Individuo A parte proponiendo

$t=1$ } lo que pasa aquí es lo que tiene que ocurrir.

↳ Aquí le toca a B, entonces él propone: $(\underset{\text{nada para A}}{0}, \underset{\text{todo para él}}{1})$ } beneficio para él: $\delta_B \cdot 1$

$t=0$

↳ A va a proponer un reparto ofreciéndole como mínimo esa cantidad δ_B

$(1-\delta_B, \delta_B)$ } esos son los π.

Entonces $(1-\delta_B, \delta_B)$ son los ENPS

- Mientras + impaciente es B + pizza se lleva (en este caso)

(ii) Consideremos ahora un período mayor de repeticiones, pero finito. Demuestre la siguiente proposición:

Existe un único EPS que se describe a continuación. Cuando el agente A propone, siempre ofrece el reparto $(x^*, 1-x^*)$, con $x^* = (1-\delta_B)/(1-\delta_A\delta_B)$, y el agente B acepta cualquier reparto que le entrega como mínimo $1-x^*$. Mientras que cuando B propone, siempre ofrece $(y^*, 1-y^*)$, con $y^* = \delta_A(1-\delta_B)/(1-\delta_A\delta_B)$, y el agente A acepta cualquier reparto que le entrega como mínimo y^*. Así, la negociación termina inmediatamente con un reparto $(x^*, 1-x^*)$.

- Usamos el principio de desvío en 1 etapa: si tenemos un equilibrio y queremos verificar que sea ENPS, si eso ocurre, basta con demostrar que en ningún subjuego/etapa/período, ninguno de los dos individuos tiene incentivos a desviarse, entonces eso será válido para todos los períodos y como no van a tener incentivos a desviarse, será un ENPS.

① A no tiene incentivos a desviarse

- A ofrece $x_1 > x^* \to$ se rechaza por el individuo B

$\downarrow$

le llega $y^*\delta_A$

$\Rightarrow$ si $x^* > y^*\delta_A$ no tendría incentivos a desviarse

- como $x^* = \dfrac{(1-\delta_B)}{(1-\delta_A\delta_B)}$ e $y^* = \dfrac{\delta_A(1-\delta_B)}{(1-\delta_A\delta_B)} \Rightarrow x^* = \delta_A y^*$

$\Rightarrow$ si $x^* > \underbrace{\delta_A^2}_{\text{como } \delta_A < 1 \text{ se cumple lo anterior}} x^*$ ✓

$\therefore$ A no tiene incentivos a desviar de x^*.

② B no tiene incentivos a desviarse

$\underbrace{(1-x^*)}_{\text{lo que le ofrecen}} \geq \underbrace{\delta_B}_{\text{en el sgnte período}} \cdot \underbrace{(1-y^*)}_{\text{lo que el podría proponer}}$

- cuando B ofrece $(1-y^*)$ y rechaza $(1-x^*)$.

$$\Rightarrow (1-x^*) \geq \delta_B \cdot (1-x^*\delta_A)$$

$$\Rightarrow (1-x^*) \geq \delta_B - x^*\delta_A\delta_B$$

$$\Rightarrow (1-\delta_B) \geq x^* - x^*\delta_A\delta_B$$

$$\Rightarrow \underbrace{(1-\delta_B)}_{\text{mayor a } (1-\delta_A\delta_B)} \geq \underbrace{x^*}_{\in(0,1)}(1-\underbrace{\delta_A\delta_B}_{\delta_B>\delta_A\delta_B})$$

$\therefore$ se cumple y B no tiene incentivos a desviarse

- Ver cuando B propone y estamos listos con la demostración de esa parte.
- Demostración de que es único el E^+.

- Definimos $\overline{V_A}$ $\underline{V_A}$ como valores max y min de recompensa para A en algún subjuego respectivamente.

PDQ $\overline{V_A} = \underline{V_A} = x^*$ (abajo lo llamamos V_1)

→ consideremos un t tq B hace la propuesta:

A acepta cualquiera que le entregue más de $[\delta_A\overline{V_1}]$

A rechaza cualquier oferta de menos de $[\delta_A\underline{V_1}]$

→ consideremos un t tq A propone:

B, recibe con certeza $(P=1)$ como mínimo $[1-\delta_A\overline{V_1}]$

B recibe como máximo: $[1-\delta_A\underline{V_1}]$

A propone $(\delta_A\overline{V_1}, 1-\delta_A\overline{V_1})$

- Tenemos que encontrar aquel reparto que A propone (o B propone) que hace que B lo acepte con prob 1 (A lo acepte) y eso distinguirlo en el caso de proponer $\overline{V_1}$ ó $\underline{V_1}$
- Lo que A debería proponerle a B (cota inferior) sería:

$\delta_B \cdot (1-\delta_A \bar{V}_1)$ } valor mínimo que A debe ofrecerle a B para que B acepte

↳ A se quedaría con $1-\delta_B(1-\delta_A \bar{V}_1)$ } lo max que ganaría A si B acepte

$\therefore \; \bar{V}_1 \leq 1-\delta_B(1-\delta_A \bar{V}_1)$ (1)

→ B acepta con certeza a $\delta_B(1-\delta_A \underline{V}_1)$ } lo máximo para B

lo mínimo que aceptaría A sería $1-\delta_B(1-\delta_A \underline{V}_1) \leq \underline{V}_1$ (2)

(1) $\Rightarrow \bar{V}_A \leq 1-\delta_B+\delta_B\delta_A \bar{V}_A$

$\Rightarrow \bar{V}_A(1-\delta_B\delta_A) \leq 1-\delta_B$

(2) $1-\delta_B(1-\delta_A \underline{V}_1) \leq \underline{V}_1$

$1-\delta_B+\delta_B\delta_A \underline{V}_1 \leq \underline{V}_1$

$1-\delta_B \leq \underline{V}_1(1-\delta_B\delta_A)$

$\Rightarrow \bar{V}_A = \underline{V}_1$

$\underbrace{\bar{V}_A = \underline{V}_A}_{\text{es igual a } x^*}$ //