Profesor	: Eduardo Engel	28 de mayo
Aydante	: Marco Rojas y Damián Vergara	
Curso	: Macroeconomía I	
Semestre	: Otoño 2014	
Guía	: No. 5	
Entrega	: Martes 3 de junio, al comienzo de la cátedra	

1. **Hyperbolic discounting and procrastination**

   Your utility as of time t of a stream of instantaneous rewards $u_t, u_{t+1}, ..., u_T$ is given by:

   $$U^t(u_t, u_{t+1}, ..., u_T) = u_t + \eta \sum_{s=t+1}^{T} u_s.$$

   Suppose you usually go to the movies on Saturdays, and the schedule at the local cinema consists of a mediocre movie this week, a good movie next week, a great movie in two weeks, and (best of all) a Johnny Depp movie in three weeks. More precisely, the valuation of the mediocre, good, great and Johnny Depp movies are 3, 5, 8 and 13.

   Now suppose you must complete a report for work within four weeks, and to do so you must skip the movie on one of the next four Saturdays. Determine when do you complete the report in each of the following cases, carefully deriving and justifying your answer.

   (a) $\eta = 1$.

   (b) $\eta = 1/2$ and you are a naif hyperbolic discounter, i.e, you do not play games with your future selves.

   (c) $\eta = 1/2$ and you are a sophisticated hyperbolic discounter (you do play games with your future selves).

2. **Hyperbolic discounting and saving**

   An individual with lifetime wealth $\mathcal{W}$ lives three periods. Her utility in the first period is $\log C_1 + \eta(\log C_2 + \log C_3)$, her utility in the second period is $\log C_2 + \eta \log C_3$ and her utility in the last period is $\log C_3$, where C_i denotes consumption in period i, $i = 1, 2, 3$ and $\eta < 1$ captures the dynamic inconsistency of optimal plans (an inconsistency the individual is aware of).

   The individual can borrow/save at zero interest rate. She can also buy an asset at time $t = 0$ that pays negative return ρ if sold in period 2 and zero return if sold in period 3.[1] This second asset is referred to as an *illiquid asset*.[2] Also, the individual cannot borrow in period 2 against income that she may have in period 3 (including that from the illiquid asset).

   (a) Find the consumption path when the illiquid asset is unavailable.

[1] That is, if you buy x in period 1, in period 2 you choose between receiving $(1-\rho)x$ in period 2 and x in period 3.
[2] 401 (K) plans are an example.

(b) Find the consumption path when the illiquid asset is available. Also determine how much is invested in the illiquid asset. Does your answer depend on the value of ρ? Explain.

(c) Argue that, as seen from period $t = 1$, if ρ is sufficiently large, introducing the illiquid asset is welfare improving, despite the fact that its return is dominated by that of the usual liquid asset. What explains this apparent contradiction?

3. **Evidencia sobre compartición de riesgo**

Un hogar que vive indefinidamente tiene ingresos que siguen un caminio aleatorio:

$$Y_t = Y_{t-1} + v_t$$

donde v_t son innovaciones i.i.d., de media nula.

(a) Muestre que bajo equivalencia cierta tendremos

$$\Delta C_t = v_t. \tag{1}$$

Un investigador usa datos agregados de consumo y v_t para estimar la regresión

$$\Delta C_t = \phi v_t + \text{error}_t \tag{2}$$

y obtiene un valor de ϕ significativamente (en términos estadísticos y económicos) menor que uno. La investigadora concluye que los hogares tienen acceso a mecanismos que les permiten compartir riesgos más allá de lo que suponen los modelos estándar de consumo (equivalencia cierta, ahorro por precaución, etc.).

En este problema exploramos una interpretación alternativa. Suponemos que los consumidores prestan atención a sus decisiones de consumo sólo esporádicamente (en inglés se habla de *inattentive consumers*). Concretamente, en cada período hay una probabilidad $1-\pi$ que un hogar simplemente repita su consumo del período anterior; con probabilidad $1-\pi$ puede cambiar su nivel de consumo.

Los shocks que determinan si un consumidor ajustará su consumo en un período dado son i.i.d. entre consumidores y para un consumidor a lo largo del tiempo.

Si un consumidor ajusta su consumo en t elige su nuevo nivel de consumo, C_t, resolviendo:

$$\min_{C_t} \mathrm{E}_t\left[\sum_{k=0}^{\infty}\{\gamma(1-\pi)\}^k (C_t - C^*_{t+k})^2\right] \tag{3}$$

donde γ denote la tasa subjetiva de descuento y C^*_t lo que sería el consumo óptimo bajo equivalencia cierta.

(b) De la intuición tras la función objetivo en (3), en particular, para los términos $(C_t - C^*_{t+k})^2$ y $\{\gamma(1-\pi)\}^k$.

(c) Resuelva (3) y concluya que en períodos donde el consumidor ajusta su consumo elige $C_t = C^*_t$.

(d) Ahora considere un gran número, n, de consumidores como aquel de las partes (b) y (c), y denote el consumo del i-ésimo consumidor mediante C_{it} y el consumo agregado mediante $C_t \equiv \sum_{i=1}^{n} C_{it}$. Asuma que las innovaciones v_t son las mismas para todos los consumidores[3]. Encuentre una expresión para C_t in términos de C_{t-1} y C_t^*.

(e) Tome la primera diferencia de la expresión que obtuvo en (d) y note que (1) aplica a C^* para expresar ΔC_t en términos de ΔC_{t-1} y v_t. A continuación utilice este resultado para expresar ΔC_t en términos de v_t y sus rezagos (la idea es deshacerse de ΔC_{t-1}).

(f) Concluya que bajo los supuestos del modelo desarrollado en las partes (b)–(e), la investigadora obtendrá un valor de ϕ approximadamente igual a π al estimar (2). Concluya que valores estimados de ϕ menores que uno no necesariamente implican compartición de riesgo más allá del sugerido por los modelos estándar de consumo.

4. **Premio accionario y concentración de shocks agregados**

Considere una economía que puede estar en dos estados, cada uno con probabilidad 1/2. El consumo de cada individuo en el estado bueno es 1. En cambio, en el estado malo una fracción λ de la población consume $1 - (\phi/\lambda)$ mientras que el resto consume 1, donde $0 < \phi \leq \lambda \leq 1$. El parámetro ϕ mide la reducción promedio del consumo en el estado malo mientras que λ la fracción mide de la población afectada.

Considere dos activos. El primero paga 1 en el estado bueno (y nada en el estado malo), el segundo paga 1 en el estado malo (y nada en el estado bueno). Denote por p el precio del segundo activo relativo al precio del primero.

(a) Considere un individuo que inicialmente no tiene ninguno de los dos activos. Considere el experimento en que el individuo marginalmente reduce lo que tiene del activo de estado bueno (es decir, lo vende corto) y usa lo que recauda para incrementar sus pertenencias del activo de estado malo. Derive la condición que resulta de suponer que este cambio marginal no afecta la utilidad esperada del individuo.

(b) Como el consumo en los dos estados es exógeno y los indivduos son ex-ante idénticos, p se debe ajustar de modo que los individuos tienen cantidades iguales a cero de ambos activos. Usando (a) obtenga una expresión para p en función de ϕ, λ, $u'(1)$ y $u'(1 - (\phi/\lambda))$,

(c) Determine $\partial p/\partial\lambda$.

(d) Muestre que cuando la utilidad es cuadrática, $\partial p/\partial\lambda = 0$.

(e) Muestre que si $u''' > 0$ se tiene que $\partial p/\partial\lambda < 0$. Inteprete este resultado.

[3] Este supuesto no es escencial.