Fuente: Examen Final de Econometría II (2013)

2. (35 puntos) Tenemos la misma economía de la pregunta anterior, pero ahora con $u(c_\tau) = c_\tau$. Esta economía corresponde a la que se vió en clases al presentar causalidad a la Granger.

- **a) (5 puntos)** En este caso tenemos que $\mu_\tau = \beta$, por lo que:

$$\pi_\tau = \beta \mathbb{E}_\tau(\pi_{\tau+1} + \delta_{\tau+1}). \tag{1}$$

  Sustituyendo hacia adelante e imponiendo la condición de inexistencia de burbujas (que indica que el valor presente del precio de un activo cuando no tiene entrega dividendos debe ser 0) se tiene:

$$\pi_\tau = \mathbb{E}_\tau \sum_{\phi=1}^{\infty} \beta^\phi \delta_{\tau+\phi}. \tag{2}$$

  Por lo que el precio de la acción (hoy) debe ser igual al valor esperado descontado de dividendos futuros.

- **b) (15 puntos)** Sumando y restando $\frac{\beta}{1-\beta}\delta_\tau$ a la expresión anterior tenemos:

$$\pi_\tau - \frac{\beta}{1-\beta}\delta_\tau = \mathbb{E}_\tau \sum_{\phi=1}^{\infty} \beta^\phi (\delta_{\tau+\phi} - \delta_\tau). \tag{3}$$

  Dado que δ_τ es estacionario en diferencia, es claro que $\delta_{\tau+\phi} - \delta_\tau$ es estacionario para cualquier ϕ. Esto quiere decir que el lado derecho de la ecuación es estacionario, por lo que el lado izquierdo también debe serlo. Para que ello ocurra $\pi_\tau - \frac{\beta}{1-\beta}\delta_\tau$ debe ser estacionario. Como δ es I(1), π también debe serlo. A su vez, π y δ cointegran y el vector de cointegración es $[1; -\frac{\beta}{1-\beta}]$.

- **c) (15 puntos)** Asumiendo ahora que $\ln \delta_\tau$ es estacionario en diferencia, considere dividir ambos lados de la ecuación de determinación de π por δ_τ para obtener:

$$\frac{\pi_\tau}{\delta_\tau} = \mathbb{E}_\tau \sum_{\phi=1}^{\infty} \beta^\phi \frac{\delta_{\tau+\phi}}{\delta_\tau}. \tag{4}$$

  Dado que $\ln \delta_\tau$ es estacionario en diferencia, es claro que el lado derecho de la ecuación es estacionario, por lo que el lado izquierdo también debe serlo. Aplicando ln al lado izquierdo tenemos que $\ln \pi_\tau - \ln \delta_\tau$ debe ser estacionario. Como $\ln \delta$ es I(1), $\ln \pi$ también debe serlo. A su vez, $\ln \pi$ y $\ln \delta$ cointegran y el vector de cointegración es $[1; -1]$.