Tarea 3
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Valeria Ulloa, Benjamín Peña, Marcelo Gómez

Otoño 2022

1. Juego *piedra-papel-tijera-lagarto-Spock*

    a) Describa el juego *piedra-papel-tijera-lagarto-Spock* para 2 jugadores. Especifique estrategias y matriz de pagos.

    b) ¿Existen equilibrios de Nash en estrategias puras?

    c) Encuentre un equilibrio de Nash en estrategias mixtas, donde todas las estrategias puras tengan probabilidad positiva.

    d) ¿Hay algún equilibrio de Nash donde el Jugador 1 nunca juegue Spock y asigne probabilidad positiva a las otras 4 estrategias?

    e) ¿Hay algún equilibrio de Nash donde el Jugador 1 nunca juegue las estrategias lagarto y Spock y asigne probabilidad positiva a las otras 3 estrategias?

    f) ¿Qué puede decir del número de equilibrios de Nash del juego? (Nota: Aproveche que este juego tiene muchas simetrías para reducir el número de casos a estudiar.)

2. Considere las siguientes dos versiones finitas del modelo de duopolio de Cournot.

    a) Suponga que cada empresa debe elegir entre la mitad de la cantidad de monopolio, $q_m/2 = (a-c)/4$, o la cantidad de equilibrio de Cournot, $q_c = (a-c)/3$. Ninguna otra cantidad es factible. Demuestre que este juego de dos acciones es equivalente al dilema de los prisioneros: cada empresa tiene una estrategia estrictamente dominada y ambas están peor en equilibrio de lo que estarían si cooperaran.

    b) Suponga que cada empresa puede elegir $q_m/2$, o q_c, o una tercera cantidad, q'. Encuentre un valor para q' tal que (q_c, q_c) sea el único equilibrio de Nash y ambas empresas están peor en equilibrio de lo que podrían estar si cooperaran, pero ninguna de las empresas tiene una estrategia estrictamente dominada.

3. **Juego de localización de Hotelling**.

    Hay dos candidatas/os, cada uno de los cuales elige una posición del conjunto $S_i := \{1, 2, ..., 10\}$. Las y los votantes se distribuyen equitativamente entre estas diez posiciones. Las y los votantes votan por el candidato cuya posición es más cercana a la de ellos. Si lxs dos candidatxs son equidistantes desde una posición dada, las y los votantes en esa posición dividen sus votos por igual. El objetivo de lxs candidatxs es maximizar su porcentaje del voto total. Así, por ejemplo, $u_1(8, 8) = 50$ y $u_1(7, 8) = 70$. [Sugerencia: al responder esta pregunta, no necesita escribir las matrices de pago completas.]

    a) Muestre que la estrategia 2, domina estrictamente a la estrategia 1.

    b) Encuentre todas las estrategias que dominan estrictamente a la estrategia 1. Explique su respuesta. [Sugerencia: pruebe algunas conjeturas y vea si funcionan.]

    Suponga ahora que hay tres candidatas/os. Así, por ejemplo, $u_1(8, 8, 8) = 33,3$ y $u_1(7, 9, 9) = 73,3$.

c) ¿La estrategia 1 está dominada, estricta o débilmente, por la estrategia 2? ¿La estrategia 1 está dominada, estricta o débilmente, por la estrategia 3? Explique.

d) Supongamos que eliminamos las estrategias 1 y 10. Es decir, descartamos la posibilidad de que ningún candidata o candidato elija 1 o 10, aunque siguen habiendo votantes en esos puestos. ¿La estrategia 2 está dominada, estricta o débilmente, por cualquier otra estrategia pura s_i en el juego reducido? Explique.

4. Supongamos que el *smartphone* del jugador 1 no funciona correctamente. El jugador 1 no sabe si necesita una reparación fácil (por ejemplo, una limpieza) o una revisión importante (por ejemplo, una nueva pantalla). La probabilidad de que necesite una nueva pantalla es ρ. En su tienda de reparación local, averigua que una nueva pantalla cuesta P, mientras que una limpieza cuesta L ($P > L$). Él sabe que la experta en la tienda, la jugadora 2, obtiene el mismo beneficio π, si ella le cobra por una nueva pantalla y, de hecho, cambia la pantalla, o si ella le cobra por una limpieza y, de hecho, simplemente lo limpia. Pero ella puede obtener más ganancias, $\Pi > \pi$, si le cobra por una nueva pantalla, pero de hecho (en secreto) simplemente lo limpia.

   Si solo necesitaba una limpieza, entonces la jugadora 2 se saldrá con la suya, pero sabe que la enviarán a la cárcel si solo lo limpia cuando necesita una nueva pantalla. La experta es muy buena en su trabajo, por lo que sabe cuál se necesita.

   a) Explique por qué 1 siempre debería creerle a 2 cuando dice que solo necesita una limpieza, pero por qué podría mostrarse escéptico si ella dice que necesita una nueva pantalla.

   El jugador 1, puede rechazar el consejo de la experta y obtener una segunda opinión de una consultora que *nunca* miente. Sin embargo, suponga que si hace esto, debe aceptar el consejo de la segunda experta y aceptar nuevos costos de reparación, $P' > P$ o $L' > L$. Aquí está el juego entre el jugador 1 (fila) y la jugadora 2 (columna).

	Honestidad	Deshonestidad
Siempre aceptar consejo	$-\rho P - (1-\rho)L, \pi$	$-P, \rho\pi + (1-\rho)\Pi$
Rechazar si aconseja *pantalla*	$-\rho P' - (1-\rho)L, (1-\rho)\pi$	$-\rho P' - (1-\rho)L', 0$

   b) Explique por qué cada entrada es como es, en esta matriz de pagos.

   c) Suponga que $P > \rho P' + (1-\rho)L'$. Explique por qué no hay un equilibrio de Nash en estrategias puras. Dé una intuición para esta condición.

   d) Encuentre el único equilibrio de Nash en estrategias mixtas en términos de los parámetros.

   e) A medida que aumentamos el costo de un cambio de pantalla con la primera experta (P) (manteniendo todos los demás parámetros fijos), ¿qué sucede con la probabilidad de equilibrio de que la experta elija la estrategia "honesta"? ¿Qué sucede con la probabilidad de equilibrio de que el jugador 1 elija la estrategia "rechazar si aconseja pantalla"? Dé una intuición para esta observación.

   f) A medida que aumentamos el beneficio de mentir Π (manteniendo todos los demás parámetros fijos), ¿qué sucede con la probabilidad de equilibrio de que el experto elija la estrategia "honesta"? ¿Qué sucede con la probabilidad de equilibrio de que el jugador 1 elija la estrategia "rechazar si aconseja pantalla"? Dé una intuición para esta observación.