ENECO 630 – Macroeconomía I

Inversión

Cátedras I4
Fricciones financieras

Eduardo Engel
Magíster y Doctorado en Economía, FEN, U. de Chile.
Abril 9, 2025.

Imperfecciones de mercados crediticios

El éxito empírico de variables de escala (v.g., ventas o flujo de caja) en "explicar" la inversión apunta a fricciones financieras.

- Agregar flujo de caja a una regresión de I/K vs. q mejora mucho el ajuste.
- Lo cual no debiera ser si q es suficiente para explicar la inversión (teoría q).

El punto de partida de esta literatura es el siguiente:

- El Teorema de Modigliani-Miller no se cumple por asimetrías de información: las finanzas corporativas adquieren importancia.
- Entonces el financiamiento externo es más caro que el interno y reducir las asimetrías contribuye a aumentar la inversión.

Principales teorías de restricciones crediticias endógenas:

- Selección adversa.
- Riesgo moral.

Teorías de restricciones crediticias endógenas

Selección adversa:

- Deudores varían en el riesgo de sus proyectos.
- Quienes están más interesados en crédito externo probablemente tienen proyectos más malos.
- Resultado típico: racionamiento del crédito y rentas informacionales.

Riesgo moral:

- Deudor subdeclara ingresos del proyecto para evitar repagar el crédito; se racionaliza mediante verificación costosa de ingresos.
- Beneficios privados de los emprendedores: contrato de deuda los incentiva a temer la bancarrota.
- Responsabilidad limitada ('limited commitment'): el deudor puede decidir no pagar su deuda y quedarse con ingresos corrientes y parte de los activos ("arrancar con el dinero" o "run with the money"); exigencias de colateral son una solución parcial, pero dan origen a racionamiento del crédito y lleva a desembolsar los créditos más lento de lo deseable para que el deudor no arranque.

Acelerador financiero

En todas estas teorías el financiamiento externo es más caro que el financiamiento con fondos propios.

Los modelos de esta literatura en general dan origen al **Acelerador Financiero** (un mejor nombre: amplificador o multiplicador financiero):

Se contrae el tamaño de la firma

$\nearrow$ $\searrow$

Cae la oferta de crédito

Se activan las restricciones de crédito

$\nwarrow$ $\swarrow$

Cae la inversión

Más sobre tests empíricos de restricciones de crédito

El trabajo precursor en esta linea es el de Fazzari, Hubbard y Petersen (1988, BPEA).

Estiman una ecuación del tipo:

$$\frac{I_{it}}{K_{it}} = \text{cte.} + \beta q_{it} + \eta \mathrm{FC}_{it} + e_{it}$$

donde FC denota flujo de caja y la proxy para q es $\overline{q}$.

Bajo la teoría q se tiene $\eta = 0$, porque la inversión solo depende de q (es un estadístico suficiente para la inversión).

Obtienen $\hat{\eta} >> 0$, con valores más grandes cuando solo consideran firmas pequeñas (y, uno supone, con peor acceso a crédito).

Una posible explicación:

- Sesgo de variable omitida: rentabilidad futura de la inversión puede no estar bien medida por $\overline{q}$ (no se cumplen las condiciones de Hayashi) de modo que un shock positivo a esta variable (nuevos y buenos proyectos de inversion en el futuro cercano) lleva a mayor flujo de caja y mayor inversión aun si no hay restricciones financieras.
- Kaplan y Zingales, en varios papers, cuestionaron a FHP usando el argumento anterior y complementando con un buen trabajo empírico.

Gertler y Gilchrist (1994):

- Luego de shocks monetarios negativos (identificación de Romer y Romer que vemos en Macro II), empresas que probablemente están financieramente restringidas (pequeñas, cuocientes deuda/capital bajos) sufren más.

Modelo con Verificación de Estado Costosa

Townsend (1979) en un problema de contrato de seguros.

Gale y Hellwig (1985) en un problema de crédito.

Estudiamos un ejemplo de este último siguiendo el texto de Romer. A diferencia de Romer, derivamos el contrato óptimo.

Fricción fundamental: el deudor puede sufrir shocks que hacen imposible que repague su deuda, pero el acreedor no puede verificar sin costo si el deudor está mintiendo.

Principal resultado: contrato óptimo es un contrato estándar de deuda con bancarrota.

- Si deudor puede pagar la deuda más interés lo hace y se queda con el resto.
- En caso contrario declara bancarrota y el acreedor se adueña de lo que esté disponible.

Modelo: agentes y tecnología

Emprendedores: neutros al riesgo, dueños de una oportunidad de inversión que requiere invertir 1 y que produce $y \sim \mathrm{U}[0, 2\gamma]$, de modo que el retorno esperado es γ.

El parámetro γ varía a través de emprendedores.

Emprendedores tienen riqueza limitada $W < 1$, pero pueden endeudarse en $1 - W$.

Responsabilidad limitada: la riqueza se hunde al invertir, luego no pueden repagar más que y.

Inversionistas-acreedores: totalmente diversificados, luego neutros al riesgo.

Inversionistas compiten y hay libre entrada de modo que la ganancia esperada de prestar dinero es siempre la tasa libre de riesgo, r. Se sigue que un proyecto es socialmente rentable si $\gamma > 1 + r$.

Consideramos solo contratos de deuda de un período.

Contrato: estructura informacional

Emprendedor: invierte 1 y observa el ingreso y que resulta de su inversión.

Acreedor puede observar y solo a un costo $c \in (0, \gamma)$.

Ambos observan el tipo γ del emprendedor.

Equilibrio simétrico ($c = 0$)

Costo de oportunidad de invertir: retorno r de un activo alternativo.

Emprendedor (con riqueza $W < 1$) invierte solo si su retorno esperado de invertir en el proyecto es mayor que el de invertir en el activo libre de riesgo:

$$\gamma - (1 - W)(1 + r) > (1 + r)W \Longleftrightarrow \gamma > 1 + r.$$

La condición anterior también es la socialmente óptima para decidir si se hace un proyecto o no.

Hay muchos contratos que los inversionistas (acreedores) estarán dispuestos a firmar con el emprendedor para recibir, en valor esperado, $(1 - W)(1 + r)$.

Por ejemplo, un contrato en que los inversionistas reciben una fracción $(1-W)(1+r)/\gamma < 1$ de y.

- Como y es observable por las partes, el contrato se cumple tal cual y el inversionista recibe $(1-W)(1+r)$ en valor esperado.

El ingreso esperado del emprendedor será

$$\gamma - (1-W)(1+r) = W(1+r) + [\gamma - (1+r)] > W(1+r),$$

de modo que el emprendedor se beneficia de invertir.

Caso asimétrico ($c > 0$): Secuencia de eventos (Timeline)

Emprendedor y acreedor firman contrato (Q, ϕ, P): verificable y "enforceable" (exigible):

- Q: Determina pagos al acreedor si este no monitorea.
- P: Determina pagos al acreedor si este monitorea.

1. Emprendedor conoce realización de y.

2. Emprendedor anuncia que observó y' (no tiene por qué anunciar y).

3. Acreedor monitorea con probabilidad $\phi(y')$ restringida a $\{0,1\}$ (dos valores posible, no hay estrategias mixtas):

- Si monitorea conocerá el valor de y y recibe $P(y) - c$, la emprendedora recibe $y - P(y)$.
- Si no monitorea acreedor recibe $Q(y')$, emprendedora $y - Q(y')$.

Caso asimétrico ($c > 0$): Contrato Optimo

El contrato óptimo es un contrato de deuda estándar, definido por un umbral D de modo que:

- Si $y \geq D$, la emprendedora paga D al inversionista y este no monitorea.
- Si $y < D$, la emprendedora declara bancarrota, el acreedor monitorea, concluye que efectivamente se produjo y y recibe y.

Es decir, el contrato óptimo, que es propuesto por los inversionistas, satisface:

- $\phi(y') = 1$ si $y' < D$ y cero si no,
- $P(y) = \text{mín}(D, y)$,
- $Q(y') = \text{mín}(D, y')$.

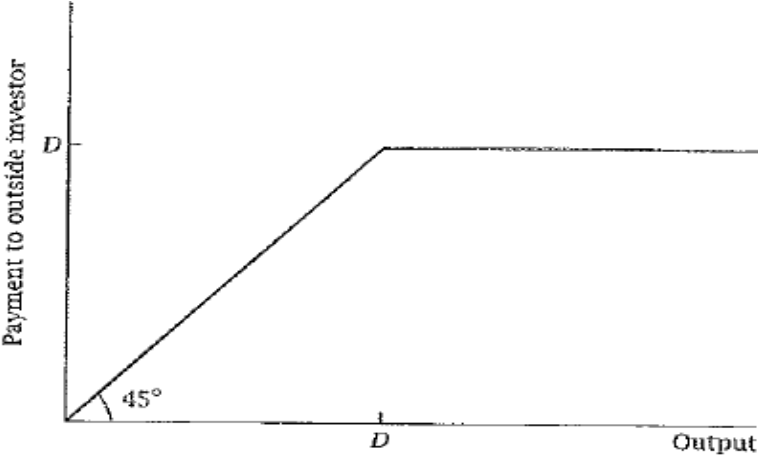


FIGURE 9.15 The form of the optimal payment function

Demostración

Los emprendedores tienen todo el poder de negociación, los financistas les ofrecen un contrato óptimo, por libre entrada la ganancia ex ante de dicho contrato es cero.

Los inversionistas-acreedores eligen tres funciones:

- $Q(y')$: pago si no monitorea, como función del ingreso reportado por el inversionista, y'
- $\phi(y')$: probabilidad de monitorear como función del valor reportado, se restringe a valores en $\{0,1\}$
- $P(y)$: pago si monitorea, este depende del ingreso efectivo del inversionista

Por el Principio de Revelación, podemos suponer, sin pérdida de generalidad, que la emprendedora elegirá reportar su ingreso. De modo que el problema que resolvemos incluye las restricciones de compatibilidad de incentivos correspondientes.

El inversionista resuelve:

$$
\begin{aligned}
\text{máx}_{Q,P,\phi}\ & \mathrm{E}_y[(1-\phi(y))Q(y)+\phi(y)(P(y)-c)] \\
\text{s.a. } & \phi(y)=0 \Longrightarrow y-Q(y) \geq \phi(y')[y-P(y)]+(1-\phi(y'))[y-Q(y')], \\
& \phi(y)=1 \Longrightarrow y-P(y) \geq \phi(y')[y-P(y)]+(1-\phi(y'))[y-Q(y')], \\
& Q(y) \leq y, \\
& P(y) \leq y.
\end{aligned}
$$

Las dos primeras restricciones son de compatibilidad de incentivos: es óptimo reportar $y' = y$ si se cumplen.

Las dos últimas restricciones son consecuencia de responsabilidad limitada.

Al nivel máximo de ingreso del proyecto, $y = 2\gamma$, no tiene sentido monitorear. Luego $\phi(2\gamma) = 0$.

Denotamos $D \equiv Q(2\gamma)$.

A continuación argumentamos que podemos suponer que cuando no monitorea, el acreedor recibe un ingreso plano (que necesariamente será igual a D).

- En efecto, si $\phi(y_1) = \phi(y_2) = 0$ y $Q(y_1) > Q(y_2)$ entonces la emprendedora nunca va a reportar y_1 y podemos reemplazar $Q(y_1)$ por $Q(y_2)$. En general, para $y \in \{y : \phi(y) = 0\}$, la emprendedora reportará el valor de y que minimiza $Q(y)$, de modo que podemos suponer $Q(y) = D$ cuando $\phi(y) = 0$.

Dado lo que vimos en la lámina anterior, en el problema del inversionista podemos reemplazar $Q(y)$ por D cada vez que va multiplicado por $(1-\phi(y))$, ya que sabemos que

$$(1-\phi(y))Q(y) = \begin{cases} (1-\phi(y))D, & \text{si } \phi(y)=0, \\ \\ 0, & \text{si } \phi(y)=1. \end{cases}$$

Luego el problema del inversionista equivale a:

$$\begin{aligned} &\text{máx}_{Q,P,\phi}\ \mathrm{E}_y[D+\phi(y)(P(y)-D)-\phi(y)c] \\ &\qquad \text{s.a.}\ \ \phi(y)=0 \Longrightarrow y-D \geq \phi(y')[y-P(y)]+(1-\phi(y'))[y-D] \Longleftrightarrow \phi(y')[P(y)-D] \geq 0, \\ &\qquad\qquad \phi(y)=1 \Longrightarrow y-P(y) \geq \phi(y')[y-P(y)]+(1-\phi(y'))[y-D] \Longleftrightarrow (1-\phi(y'))[D-P(y)] \geq \\ &\qquad\qquad Q(y) \leq y, \\ &\qquad\qquad P(y) \leq y. \end{aligned}$$

La interpretación de las restricciones de compatibilidad de incentivos de la lámina anterior es la siguiente:

- Para realizaciones de y donde el contrato óptimo establece que no hay monitoreo $(\phi(y) = 0)$, la emprendedora debe estar mejor reportando y que reportando $y' \neq y$. Esto significa que si y' involucra monitoreo $(\phi(y') = 1)$, el pago de la emprendedora al inversionista debe ser mayor que D, luego $P(y) \geq D$.
- Para realizaciones de y donde el contrato óptimo establece monitoreo $(\phi(y) = 1)$, la emprendedora debe estar mejor que si reporta $y' \neq y$. Esto significa que si y' no involucra monitoreo $(\phi(y') = 0)$, el pago de la emprendedora al inversionista, D, debe ser mayor que $P(y)$, luego $D \geq P(y)$.

Si $y < D$, no podemos tener $\phi(y) = 0$:

- Lo que sigue es un argumento por contrarecíproca o reducción al absurdo.
- Si tenemos $y < D$ y $\phi(y) = 0$, entonces $Q(y) = D > y$. Lo cual contradice el supuesto de responsabilidad limitada.

Luego para $y < D$ tendremos $\phi(y) = 1$ y $P(y) \leq y < D$.

Podemos reescribir la última versión del problema del inversionista como

$$
\begin{aligned}
\text{máx}_{Q,P,\phi}\ & \mathrm{E}_y[D-\phi(y)\underbrace{(c+D-P(y))}_{>0}] \\
\text{s.a. } & \phi(y)=0 \Longrightarrow \phi(y')[P(y)-D]\geq 0, \\
& \phi(y)=1 \Longrightarrow (1-\phi(y')[D-P(y)]\geq 0, \\
& Q(y)\leq y, \\
& P(y)\leq y.
\end{aligned}
$$

Es decir, condicional en el valor de D, el inversionista busca minimizar los costos de monitoreo, $\phi(y)(c+D-P(y))$, sujeto a mantener compatibilidad de incentivos para la emprendedora.

Para concluir la demostración, mostramos a continuación que la solución al problema de la lámina anterior es que el inversionista se quede con todo el ingreso si monitorea, es decir, que $P(y) = y$ cuando $y \leq D$. También mostramos que $\phi(y) = 0$ cuando $y > D$.

- Cuando $y \leq D$ vimos que $\phi(y) = 1$, en cuyo caso los costos de monitoreo se minimizan si se elige el mayor valor posible de $P(y)$ en $c + D - P(y)$. Dicho valor es y debido al supuesto de responsabilidad limitada.
- Suponga ahora que $y > D$. Si se elige $\phi(y) = 1$, por la restricción de incentivos relevante (la segunda) se tendrá $D - P(y) \geq 0$, de modo que $\phi(y)(c + D - P(y)) \geq c > 0$. En cambio, si se elige $\phi(y) = 0$, se cumple la restricción de incentivos relevante (la primera) porque $P(y) = D$ y los costos de monitoreo son iguales a cero (porque $\phi(y) = 0$). Se concluye que el contrato óptimo tendrá $\phi(y) = 0$ cundo $y > D$.

Contrato óptimo

Hemos demostrado que un **contrato simple de deuda** es óptimo.

Si los ingresos de la emprendedora son $y < D$ y reporta y, declara la bancarrota, el inversionista monitorea y se adueña de todo el producto. En cambio, si $y \geq D$, el emprenedor repaga la deuda y el inversionista no necesita monitorear.

Habiendo derivado la forma que tendrá el contrato que ofrece el inversionista a la emprendedora, a continuación determinamos bajo qué condiciones:

- El financista externo prefiere financiar a la emprendedora que invertir en el activo alternativo. Además, cuando este sea el caso, determinamos el valor de D en el contrato que ofrece a la emprendedora para prestarle los $1 - W$ que necesita para llevar a cabo el proyecto. Esto resulta en una **oferta** de contrato con un valor de D particular: $D = D^*$.
- La emprendedora estará interesada en el contrato que le ofrece el financista externo. Esta es la **demanda** por el contrato anterior.

Retorno esperado del inversionista-acreedor

Como la f.d.p. de una uniforme en $[0,2\gamma]$ es $f(y) = 1/2\gamma$ para $0 \le y \le 2\gamma$, usando el Teorema del Estadístico Inconsciente, el ingreso esperado del inversionista es:

$$\text{Ing. Esp. Inv.} = \int_0^{2\gamma} \text{mín}(y,D)\, f(y)\, \mathrm{d}y = \frac{1}{2\gamma}\int_0^{2\gamma} \text{mín}(y,D)\, \mathrm{d}y = \frac{1}{2\gamma}\left[\int_0^D y\, \mathrm{d}y + \int_D^{2\gamma} D\, \mathrm{d}y\right] = \frac{1}{2\gamma}$$

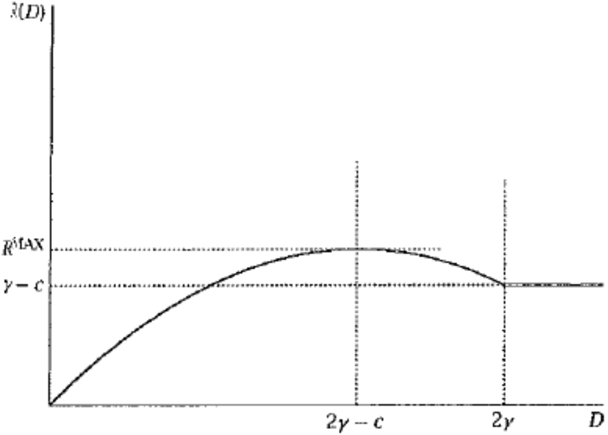
Luego el retorno esperado del inversionista, neto de costos de agencia, será cuadrático en D:

$$R(D) = D - \frac{D^2}{4\gamma} - c\,\frac{D}{2\gamma}$$

donde usamos que la probabilidad de monitorear $\Pr(y \le D) = \int_0^D f(y)\, \mathrm{d}y = D/2\gamma$.

Luego $R(D)$ alcanza su valor máximo, R^{MAX}, en $\overline{D} = 2\gamma - c$.

RETORNO NETO DE INVERSIONISTA EXTERNO Y D



Libre entrada, oferta de fondos y spread de equilibrio

Libre entrada en el mercado de financistas significa que el valor de D del contrato que el inversionista ofrece a la emprendedora satisface

$$R(D) = (1+r)(1-W). \tag{1}$$

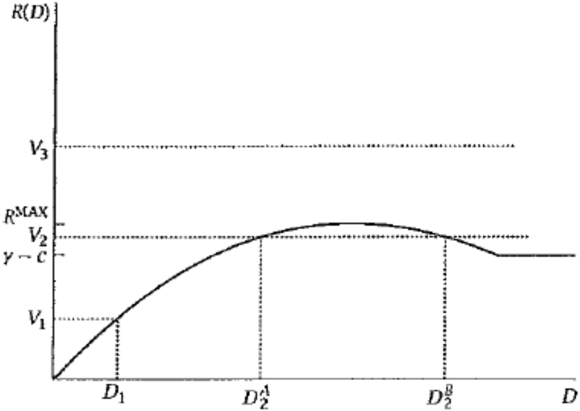
Valores de D con $R(D) > (1+r)(1-W)$ no se ofrecen, porque dejan rentas para el inversionista. Y valores de D con $R(D) < (1+r)(1-W)$ no se ofrecen porque el inversionista prefiere invertir en el activo alternativo.

Luego, si $(1+r)(1-W) > R^{\mathrm{MAX}}$, no existirá ningún inversionista dispuesto a financiar el proyecto.

Y si $(1+r)(1-W) = R^{\mathrm{MAX}}$, se ofrecerá a la emprendedora un contrato de deuda con $D = \overline{D}$.

Si $(1+r)(1-W) < R^{\mathrm{MAX}}$, hay dos soluciones para (1) (ver gráfica de la lámina que sigue). Como el inversionista es indiferente entre las dos opciones y el valor menor de D conviene más a la emprendedora (pues el crédito le sale más barato), este será el contrato que se ofrece a la emprendedora en equilibrio.

DETERMINACIÓN DE D^*



Libre entrada, oferta de fondos y spread de equilibrio (cont.)

Luego, si la emprendedora decide hacer el proyecto, el contrato que contrata tendrá deuda

$$D^* = 2\gamma - c - \sqrt{(2\gamma - c)^2 - 4\gamma(1+r)(1-W)}.$$

El spread en tasa de interés será

$$\text{Spread} = \frac{D^*}{1-W} - (1+r).$$

A continuación determinamos bajo qué condiciones la emprendedora está interesado en el contrato de deuda anterior. Para ello, comenzamos por estudiar los costos de agencia asociados a dicho contrato.

Costos de agencia

Como se disipan las rentas de los financistas externos, el pago esperado de la emprendedora será igual a la suma del costo de oportunidad, $(1+r)(1-W)$, y los costos de agencia.

Los costos externos vienen dados por:

$$A = \frac{D^*}{2\gamma}c = \left[1 - \frac{c}{2\gamma} - \sqrt{\left(1 - \frac{c}{2\gamma}\right)^2 - \frac{(1+r)(1-W)}{\gamma}}\right] c.$$

Calculando las derivadas parciales (ver ejemplo en la lámina que sigue):

- $A_c > 0$: un incremento del costo de monitoreo aumentan los costos de agencia, aun cuando reduce la probabilidad de monitoreo.
- $A_r > 0$: financistas externos demandan retornos más altos cuando r sube, luego D^* sube y A sube porque deben monitorear más.
- $A_W < 0$: si sube W la emprendedora demanda menos fondos externos, luego D^* es menor y hay menos monitoreo.
- $A_\gamma < 0$: una mayor ingreso esperado significa una menor probabilidad de default, luego menos monitoreo.

Por ejemplo, para determinar el signo de A_γ:

$$\begin{aligned} A_\gamma &= \left[\frac{c}{2\gamma^2} - \frac{2\left(1-\frac{c}{2\gamma}\right)\frac{c}{2\gamma^2} + \frac{(1+r)(1-W)}{\gamma^2}}{2\sqrt{\left(1-\frac{c}{2\gamma}\right)^2 - \frac{(1+r)(1-W)}{\gamma}}}\right] c \\ &= \frac{c^2}{2\gamma}\left[1 - \frac{1-\frac{c}{2\gamma} + \frac{(1+r)(1-W)}{c}}{\sqrt{\left(1-\frac{c}{2\gamma}\right)^2 - \frac{(1+r)(1-W)}{\gamma}}}\right] \\ &< 0, \end{aligned}$$

donde el signo es negativo porque el último término entre paréntesis cuadrados tiene un numerador mayor y un denominador menor que $1-\frac{c}{2\gamma}$.

Demanda por crédito

Supongamos que existe una oferta de financiamiento externo para la emprendedora $(D = D^*)$,ï¿½ es decir, que

$$R^{\mathrm{MAX}} \geq (1+r)(1-W), \tag{2}$$

Entonces la emprendedora invierte sólo si el retorno esperado excede el costo de oportunidad:

$$\gamma - (1+r)(1-W) - A(c,r,W,\gamma) > (1+r)W.$$

Lo que equivale a:

$$\gamma > 1 + r + A(c,r,W,\gamma). \tag{3}$$

Contrastar con el caso simétrico, donde la condición para invertir es

$$\gamma > 1 + r.$$

Como $A_\gamma < 0$, la inversión es creciente en γ.

Un incremento de r reduce la inversión por dos motivos: directo $(r\uparrow)$ e indirecto $(A_r > 0)$.

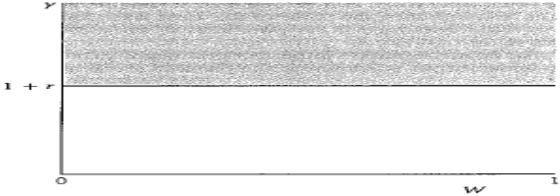
Equilibrio

Si se cumplen las condiciones (2) y (3) el proyecto se financia en equilibrio mediante un contrato puro de deuda D^*.

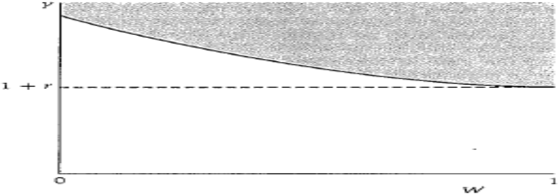
Cuando un proyecto socialmente rentable no se realiza, esto puede suceder tanto porque no hubo oferta de financiamiento externo como porque habiendo oferta no hubo demanda:

- Si W es pequeño, llevar a cabo el proyecto puede ser atractivo para la emprendedora aun si los financistas externos obtienen el mayor valor posible de ingresos (R^{MAX}). En este caso el factor que determina si se realiza el proyecto es la disposición a prestar de los financistas externos.
- Si W es grande y γ solo es un poco mayor que $1+r$, habrá un valor de D que compense el costo de oportunidad de los financistas externos, $(1+r)(1-W)$, pero los costos de agencia envueltos, $A(c,r,W,\gamma)$, pueden exceder $\gamma-(1+r)$. En este caso el factor que determina si se realiza el proyecto es la disposición de la emprendedora a realizarlo.

REALIZADOS (GRIS). INFORMACIÓN SIMÉTRICA (A) VS. ASIMÉTRICA (B)



(a)



(b)

Acelerador financiero

Idea general: imperfecciones de los mercados financieros amplifican los efectos de shocks en la economía.

Bernanke y Gertler (1989).

Luego, los mercados financieros son un canal de transmisión que magnifica los ciclos económicos.

Dentro del modelo este fenómeno se manifiesta al estudiar las consecuencias de una reducción de la riqueza sobre la inversión: menor W significa menos inversión. El umbral W a partir del cual un proyecto encuentra financiamiento crece.

La lámina anterior muestra los proyectos que se hacen (aquellos sobre la linea gruesa) cuando la información es simétrica (panel superior) y cuando es asimétrica (panel inferior).

En general y más allá del modelo, los recursos que las firmas pueden utilizar para realizar inversiones dependen de su flujo de caja corriente y los recursos de que disponen los hogares para comprar viviendas y durables dependen de su ingreso corriente.

Cuando un shock reduce el producto, los recursos anteriores disminuyen y los costos de agencia asociados a un nivel de inversión dado crecen.

Esto trae consigo que cae la inversión, para una cartera de proyectos dada, lo cual magnifica la caída inicial del producto.

ENECO 630 – Macroeconomía I

Inversión

Cátedras I4
Fricciones financieras

Eduardo Engel
Magíster en Economía, FEN, U. de Chile.
Abril 9, 2025.