Solemne

ENECO 610

P2

a) Directo de la definició de Homogeneidad

b) Directo de la definició de ley de Walras

c) WARP

Sea $p' = p + \epsilon$ con $\epsilon \in \mathbb{R}^2$, El nuevo ingreso debe ser

$$w' = p' x(p,w) = w + \epsilon_1 x_1(p,w) + \epsilon_2 x_2(p,w)$$

$$x_1(p',w') = \frac{w' + 24p_2'}{p_1' - p_2'} = \frac{w + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 - 24p_2 - 24\epsilon_2}{(p_1 - \epsilon_1) - (p_2 - \epsilon_2)}$$

$$= \frac{w - 24p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{p_1 - p_2}{(p_1 - p_2) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)} + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)x_1 + \epsilon_2(x_2 + x_1) - \cancel{24p_2} - 24\epsilon_2}{(p_1 - \epsilon_1) - (p_2 - \epsilon_2)}$$

$$= x_1(p,w) \cdot \frac{p_1 - p_2}{(p_1 - p_2) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)} + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)x_1 + \epsilon_2 \cancel{\frac{24(p_1 - p_2)}{p_1 - p_2}} - \cancel{24\epsilon_2}}{(p_1 - \epsilon_1) - (p_2 - \epsilon_2)}$$

$$x_1(p',w') = x_1(p,w)$$

Lo mismo para $x_2(p',w')$, entonces

$$(p' - p)(x(p',w') - x(p,w)) = 0$$ WARP ✓

b) $D\,x(p,w)$

$$D_p\,x(p,w) = \frac{1}{p_1 - p_2}\begin{pmatrix} -x_1(p,w) & -x_2(p,w) \\ x_1(p,w) & x_2(p,w) \end{pmatrix}$$

$$D_w\,x(p,w) = \frac{1}{p_1 - p_2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Entonces

$$D\,x(p,w) = \frac{1}{p_1 - p_2}\begin{pmatrix} -x_1(p,w) & -x_2(p,w) & 1 \\ x_1(p,w) & x_2(p,w) & -1 \end{pmatrix}$$

c) De lo anterior x_1 es
- normal
- No es Giffen

d) De b) x_2 es
- inferior
- Giffen

e) Matriz de Slutsky

$$S(p,w) = D_p\,x(p,w) + D_w\,x(p,w)\;x^T(p,w)$$

$$= \frac{1}{p_1 - p_2}\begin{pmatrix} -x_1(p,w) & -x_2(p,w) \\ x_1(p,w) & x_2(p,w) \end{pmatrix} + \frac{1}{p_1 - p_2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(p,w) & x_2(p,w) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{p_1 - p_2}\begin{pmatrix} -x_1(p,w) + x_1(p,w) & -x_2(p,w) + x_2(p,w) \\ x_1(p,w) - x_1(p,w) & x_2(p,w) - x_2(p,w) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ $y^T S(p,w)\,y = 0 \quad \forall y \in \mathbb{R}^2$, i.e., es semidef negativa

$S(p,w)$ es simétrica.

f) Ecuación de Slutsky para $x_2(p,w)$

$$S_{22}(p,w) = \frac{\partial x_2}{\partial p_2}(p,w) + \frac{\partial x_2}{\partial w}(p,w)\, x_2(p,w)$$

$$0 = \frac{x_2(p,w)}{p_1 - p_2} + \frac{-1}{p_1 - p_2}\, x_2(p,w)$$

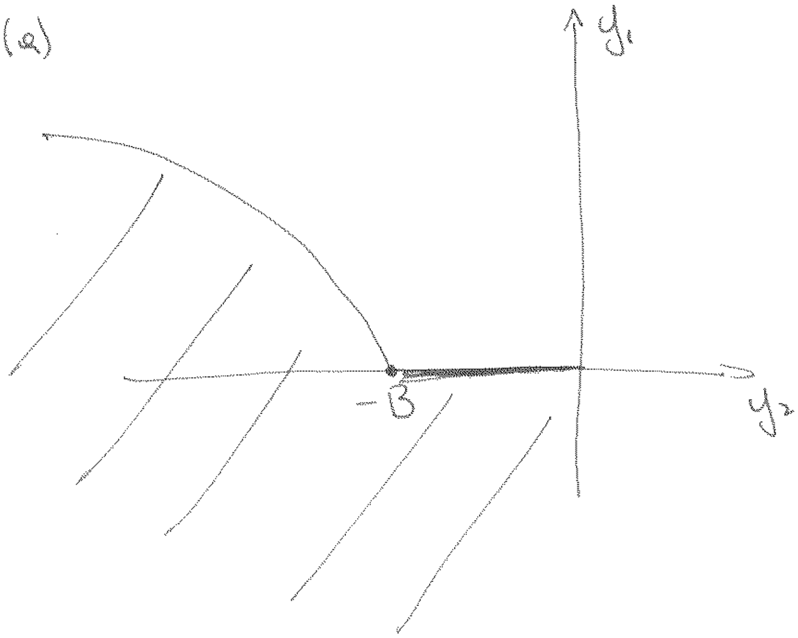
B

Solemne

ENECO 660

P3

(a)

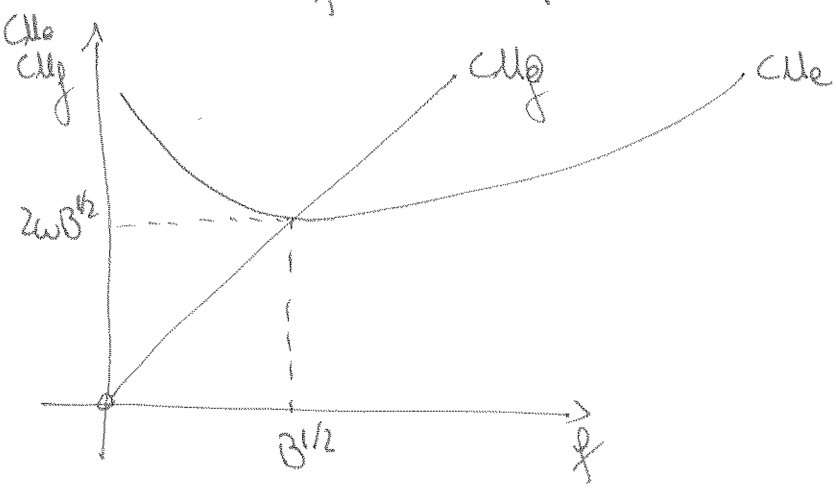


- No es convexo
- No posee ningún tipo de retornos a escala
- B es un costo fijo que se puede evitar

(b) Notación $f = y_2$, $w = p_1$

$$C(f,w) = \begin{cases} wB + wf^2 & \text{si } f > 0 \\ 0 & \text{si } f = 0 \end{cases}$$

$CMe = wB/f + w \quad f > 0$ $\qquad$ $CMg = 2wf \quad f > 0$



$$\frac{d\,CMe}{df} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -wBf^{-2} + w = 0$$

$$f^* = B^{1/2}$$

$$CMg(f^*) = 2w\,B^{1/2}$$

c) Como $0 \in Y$, la firma no tiene pérdidas

Si $p_2 < 2p_1B^{1/2}$, entonces la firma escoge $(y_1, y_2) = (0,0)$ con $\pi(p_1, p_2) = 0$.

$\pi = 0$ también si $p_2 = 2p_1B^{1/2}$, $\therefore$ la firma está indiferente entre $(0,0)$ y $(-2B, B^{1/2})$.

Para $p_2 > 2p_1B^{1/2}$, la firma posee un único valor que maximiza beneficio, que viene Precio = CMg

$$p_2 = 2p_1y_2 \Rightarrow y_2 = (1/2)\, p_2/p_1$$

$$-y_1 = B + y_2^2$$

$$y(p) = (y_1(p), y_2(p)) = \cancel{(-B}$$
$$= \left(-B - (1/2\, p_2/p_1)^2,\ 1/2\, p_2/p_1\right)$$

con beneficio $\pi(p) = -Bp_1 + 1/4\, p_1^{-1} p_2^2$

$$\pi(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p_2 \leq 2p_1B^{1/2} \\ -Bp_1 + 1/4\, p_2^2/p_1 & \text{si } p_2 > 2p_1B^{1/2} \end{cases}$$

continúa

P3

- Sea $(p,w) \in \mathbb{R}^3_{++}$ tal que la solución al problema del consumidor es interior, i.e., todas las demandas WALRASIANAS son positivas.
- De las C.P.O. (interior)

$$-e^{-r^i x^i_j} = \lambda p_j \qquad j = 1,2,3 \qquad i \in I$$

o $$e^{-r^i x^i_1} / e^{-r^i x^i_3} = p_1/p_3 \longrightarrow x^i_1 = \frac{\ln(p_3/p_1)}{r^i} + x^i_3$$

$$e^{-r^i x^i_2} / e^{-r^i x^i_3} = p_2/p_3 \longrightarrow x^i_2 = \frac{\ln(p_3/p_2)}{r^i} + x^i_3$$

Reemplazando en $B(p,w)$.

$$p_1\left(\frac{\ln(p_3/p_1)}{r^i} + x^i_3\right) + p_2\left(\frac{\ln(p_3/p_2)}{r^i} + x^i_3\right) + p_3 x^i_3 = w^i$$

$\therefore$ x^i_3 es de la forma $x^i_3 = a_i + b w^i$ con $b = \dfrac{1}{p_1+p_2+p_3}$

$$\therefore \quad x(p,w) = \sum_{i=1}^{I} x_i(p,w) = \tilde{x}\left(p, \sum w^i\right)$$

estamos ok!