Profesor	: Eduardo Engel	Mayo , 2018
Ayudante	: Catalina Gómez	
Curso	: Macroeconomía I	
Semestre	: Otoño 2019	
Guía	: 2	

1 Curva de Phillips Neo-Clásica

En este problema derivamos una curva de Phillips en el espíritu de Lucas (1972).
Una fracción $1-\alpha$ de las firma tiene precios flexibles mientras que la fracción restante α debe fijar sus precios con un período de anticipación (a estos precios se les llama "predeterminados").
Los otros supuestos y aproximaciones son los mismas que en el modelo NK. Así, todas las firmas con precios flexibles van a fijar el mismo precio, denotado por $p_{1,t}$ y todas las firmas con precios predeterminados van a tener el mismo precio común, denotado por $p_{2,t}$.

1. Exprese $\log P_t$ en función de $\log p_{1,t}$ y $\log p_{2,t}$.
   Respuesta: *Nota*: En la pauta, Y_t hace alusión a $\hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n$.

   Tenemos que:
   $$\log P_t = (1-\alpha)\log p_{1,t} + \alpha \log p_{2,t}.$$

2. Resuelva el problema de fijación de precios para una firma con precios flexibles, y encuentre una expresión para $\log p_{1,t}$ en función del nivel de precios y la brecha del producto (en logaritmo).

   Respuesta: Las firmas con precios flexibles ajustan $p_{1,t}$ resolviendo:
   $$\max_{p_{1,t}} \Pi(p_{1,t}, P_t; Y_t, \xi_t)$$
   Usando la aproximación de Taylor estándar se llega a:
   $$\log p_{1,t} \quad = \quad \log P_t + \zeta \log Y_t$$

3. Plantee el problema a resolver por una firma con precios determinados cuando fija su precio para el período t, en el período $t-1$, y encuentre una expresión para el valor óptimo de $\log p_{2,t}$ en función del nivel de precios, la brecha del producto y las expectativas en $t-1$ (en logaritmo). Concluya que:
   $$\log p_{2,t} = \mathrm{E}_{t-1} \log p_{1,t}. \tag{1}$$

   Respuesta: Las firmas con precios predeterminados eligen $p_{2,t}$ resolviendo
   $$\max_{p_{2,t}} \mathrm{E}_{t-1}[\Pi(p_{2,t}, P_t; Y_t, \xi_t)].$$
   La aproximación de Taylor lleva a:
   $$\log p_{2,t} \quad = \quad \mathrm{E}_{t-1}[\log P_t + \zeta \log Y_t].$$
   Los resultados de (1) siguen directamente de la parte (2)

4. Utilice los resultados de arriba para mostrar que:
   $$\pi_t = \kappa(\widehat{Y}_t - \widehat{Y}_y^n) + \mathrm{E}_{t-1}\pi_t \tag{2}$$

donde $\kappa \equiv \zeta(1-\alpha)/\alpha$.[1] **Hint**: Note que $\pi_t - \mathrm{E}_{t-1}\pi_t = \log P_t - \mathrm{E}_{t-1}\log P_t$ y utilice el resultado que obtuvo más arriba.

Respuesta: Tenemos

$$\begin{aligned}
\pi_t - \mathrm{E}_{t-1}\pi_t &= \log P_t - \mathrm{E}_{t-1}\log P_t \\
&= (1-\alpha)\log p_{1,t} + \alpha \log p_{2,t} - (1-\alpha)\mathrm{E}_{t-1}\log p_{1,t} - \alpha \mathrm{E}_{t-1}\log p_{2,t} \\
&= (1-\alpha)[\log p_{1,t} - \mathrm{E}_{t-1}\log p_{1,t}] \\
&= (1-\alpha)[\log p_{1,t} - \log p_{2,t}] \\
&= (1-\alpha)\left[\log p_{1,t} - \frac{\log P_t - (1-\alpha)\log p_{1,t}}{\alpha}\right] \\
&= \frac{1-\alpha}{\alpha}[\log p_{1,t} - \log P_t]. \\
&= \frac{1-\alpha}{\alpha}\zeta \log Y_t.
\end{aligned}$$

5. Concluya que (2) es una curva de Phillips restrospectiva (que mira hacia atrás).

   Respuesta: La NCPC es backward looking, porque lo que es relevante es la inflación esperada en el momento en que los precios se ajustan (precios son predeterminados para una fracción de las firmas)

6. Muestre que (2) implica que $\mathrm{E}_{t-1}\log Y_t = \mathrm{E}_{t-1}\log Y_t^n$. Argumente que esto a su vez implica que los efectos reales de shocks monetarios perduran por sólo un período y que la brecha producto no puede ser predecida (el mejor pronóstico es cero).

   Respuesta: Tomando E_{t-1} en ambos lados de (2) sigue que $\mathrm{E}_{t-1}\log Y_t = \mathrm{E}_{t-1}\log Y_t^n$

7. ¿Provee la NCPC una buena explicación para la evidencia VAR de los efectos reales de shocks monetarios?

   Respuesta: La respuesta del producto a shocks monetarios bajo la NCPC es demasiado corta como para ser consistente con la evidencia VAR

2 Planes de precio óptimos y modelos de información pegajosa

El entorno económico es el mismo que en el modelo NK visto en clases, excepto por la tecnología de ajuste de precios: Cada período, una fracción $1-\alpha$ de firmas puede elegir una trayectoria de precios futuros para sus respectivos bienes (es decir, cada una de estas firmas elige un "plan de precios"), mientras que la fracción restante α mantiene su plan actual de precios. Al igual que en el modelo de Calvo, todas las firmas las firmas que ajustan su plan de precios son elegidos de forma aleatoria.
Denote por $p^*_{t,t+k}$ al precio elegido para el período $t+k$ por una firma que ajusta su plan de precios en el período t.

1. Usando la aproximación estándar para $\log P_t$ en función de los precios de las firmas, muestre que el nivel de precios satisface:

$$\log P_t = \sum_{j=0}^{\infty} w_j \log p^*_{t-j,t}.$$

[1] Note que κ difiere de su valor en la NKPC.

Encuentre expresiones para los ponderadores w_j. Note que, a diferencia del modelo de Calvo, no hay valores rezagados de P en la expresión anterior.

Respuesta: Un argumento directo muestra que

$$\log P_t = (1-\alpha)\sum_{j\geq 0} \alpha^j \log p^*_{t-j,t}. \tag{3}$$

2. Escriba el problema de optimización que enfrenta la firma cuando tiene la posibilidad de elegir su plan de precios en el período t, como función de la función de utilidad $\Pi(p,P;Y,\xi)$ y α.

   Respuesta: Cuando se elige un plan de precios la firma resuelve:

$$\max_{\{p^*_{t,t},p^*_{t,t+1},p^*_{t,t+2},\cdots\}} \sum_{j\geq 0} (\alpha\beta)^j \mathrm{E}_t \left[\Pi(p^*_{t,t+j},P_{t+j};Y_{t+j},\xi_{t+j})\right]$$

3. Resuelva la versión log-lineal del problema de optimización que obtuvo en la parte (b) y muestre que el logaritmo del nivel de precios satisface

$$\log P_t = \sum_{j=0}^{\infty} \tilde{w}_j \mathrm{E}_{t-j}[\log P_t + \zeta \log Y_t].$$

   Encuentre expresiones para los ponderadores $\tilde{w}_j$.

   Respuesta: La CPO c.r.a. $p^*_{t,t+j}$ es:

$$(\alpha\beta)^j \mathrm{E}_t[\Pi_1(p^*_{t,t+j},P_{t+j};Y_{t+j},\xi_{t+j})] = 0.$$

   Log-linealizando:

$$\mathrm{E}_t[\log(p^*_{t,t+j}/P_{t+j}) + \zeta \log Y_{t+j}] = 0.$$

   It follows that:

$$\log p^*_{t,t+j} = \mathrm{E}_t[\log P_{t+j} + \zeta \log Y_{t+j}],$$

   which we substitute into (3) to obtain:

$$\log P_t = (1-\alpha)\sum_{j\geq 0} \alpha^j \mathrm{E}_{t-j}[\log P_t + \zeta \log Y_t]. \tag{4}$$

4. Explique (no necesita realizar cálculos formales) por qué este modelo puede ser interpretado como un modelo de "información pegajosa" (como se hizo en una serie de *papers* de Mankiw y Reis).

   Respuesta: Si se interpreta la oportunidad de modificar el plan de precios de la firma (shock) como la llegada de nueva información, entonces se racionaliza el comportamiento de la firma en este modelo. Notar que las firmas no reciben información entre shocks, es decir, la información es sticky/pegajosa

5. ¿Los supuestos de este modelo sobre el comportamiento de precios a nivel micro son consistentes con la evidencia empírica? Explique.

   Respuesta: Este modelo implica que todas las firmas ajustan sus precios cada periodo (debido a que el plan de precios considera cambios en cada t), lo que contradice la evidencia micro discutida en clases.

6. Asuma que el logaritmo del gasto nominal, $\log \mathcal{Y}_t \equiv \log P_t + \log Y_t$, sigue un proceso exógeno descrito por un paseo aleatorio con deriva $\bar{\pi}$:
$$\log \mathcal{Y}_t = \bar{\pi} + \log \mathcal{Y}_{t-1} + \varepsilon_t,$$
con ε_t i.i.d. con media cero y varianza σ_ε^2. Determine la función impulso respuesta de la inflación frente a *shocks* de ε . Por simplicidad, en lo que sigue asuma que $\zeta = 1$.

   Respuesta: De (3):
$$\log P_t = (1-\alpha) \sum_{j \geq 0} \alpha^j \mathrm{E}_{t-j} \log \mathcal{Y}_t. \tag{5}$$
Debido a que $\log \mathcal{Y}_t$ sigue un camino aleatorio con drift $\bar{\pi}$ tenemos:
$$\mathrm{E}_{t-j} \log \mathcal{Y}_t = \log \mathcal{Y}_{t-j} + j\bar{\pi}$$
y sustituyendo la expresión en (5) obtenemos
$$\log P_t = (1-\alpha) \sum_{j \geq 0} \alpha^j \left(\log \mathcal{Y}_{t-j} + j\bar{\pi}\right).$$
Tomando primeras diferencias:
$$\pi_t = (1-\alpha) \sum_{j \geq 0} \alpha^j \left(\varepsilon_{t-j} + \bar{\pi}\right).$$
$$\pi_t = \bar{\pi} + (1-\alpha) \sum_{j \geq 0} \alpha^j \varepsilon_{t-j}.$$
Sigue que la FIR de la inflación c.r.a ε es
$$\mathrm{E}_t \left[\frac{\partial \pi_{t+k}}{\partial \varepsilon_t}\right] = (1-\alpha)\alpha^k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

7. Bajo los mismos supuestos que en la parte (f), asuma que el banco central desea reducir $\bar{\pi}$ de un valor positivo a cero, y que tiene la credibilidad para hacerlo. Sin hacer nada de matemática, argumente si habría más inercia inflacionaria (es decir, tomaría un mayor tiempo reducir la inflación) en el modelo de información pegajosa o en el modelo de precios pegajosos (Calvo) visto en clases (asuma que α toma el mismo valor en ambos casos).

   Respuesta:

   En el modelo de precios rígidos todos los cambios de precios reflejarán las nuevas expectativas sobre el futuro, debido a quelas firmas que ajustan son forward looking. Esto no es el caso en el modelo de sticky information, ya que una fracción grande de firmas que ajustan hicieron su plan de precios antes de que el banco central decidiera deflacionar. Esto implica que la inercia inflacionaria es mayor, y por tanto, es más costoso bajar la inflación en el modelo de sticky information.

3 A Wicksellian Monetary Policy Regime

En 1898 Knut Wicksell declaró lo que sería el principio precursor de una regla de política monetaria moderna basada en la tasa de interés (Woodford reconoce a Wicksell como la mayor influencia en su trabajo)

> "Mientras los precios se mantengan inalterados, la tasa de interés del Banco Central permanecerá inalterada. Si los precios suben, la tasa debe ser aumentada, si los precios bajan, la tasa debe decrecer"

Para capturar este principio asuma que:

$$i_t = \phi \log P_t + v_t$$

con v_t exógeno y estacionario. También suponga que el modelo subyacente es el modelo de la clase 7 con total separación entre las variables reales y nominales.
Determina condiciones sobre ϕ que aseguren una solución única para $\log P$ (y por tanto aseguren una única solución para la inflación). Derive la expresión para $\log P_t$ y π_t. Compare con una regla tipo Taylor,

Respuesta: Dado que $\pi_t = \log P_t - \log P_{t-1}$, se puede reemplazar esa expresión y $i_t = \phi \log P_t + v_t$ en $i_t = r_t + E_t \pi_{t+1}$ para llegar a:

$$\begin{aligned}
(1+\phi)\log P_t &= E_t \log P_{t+1} + r_t - v_t \\
\log P_t &= \sum_{j=0}^{\infty} (1+\phi)^{-(j+1)} E_t [r_{t+j} - v_{t+j}] \\
\pi_t &= \sum_{j=0}^{\infty} (1+\phi)^{-(j+1)} E_t [\Delta r_{t+j} - \Delta v_{t+j}]
\end{aligned}$$

Por lo tanto, para que exista solución única para el precio óptimo, se requiere que $\phi > 0$.