

**1. (55 puntos)** Considere el proceso:

$$y_t = \varphi y_{t-1} + u_t,$$

donde  $\varphi = 1/2$  y  $u_t \sim N(0, \sigma^2)$ .

- **a) (5 puntos)** Derive la distribución asintótica del estimador MLE condicional de  $\varphi$ .
- **b) (15 puntos)** Derive el test LRT y su distribución asintótica para evaluar  $H_0 : \varphi = 1/2$ , contra la alternativa  $H_1 : \varphi \neq 1/2$ .
- **c) (15 puntos)** Usted está interesado en elegir el mejor modelo AR(p). Para ello, decide minimizar el siguiente criterio de selección:  
 $A = e^{2p/T} b \sigma^2$ .
- **d) (20 puntos)** Considere ahora la siguiente representación del proceso anterior:  
 $y_t - \frac{1}{2}y_{t-1} = (\varphi - \frac{1}{2})y_{t-1} + u_t$ .  
Defina  $z_t$  como  $y_t - \frac{1}{2}y_{t-1}$  y  $\beta = (\varphi - \frac{1}{2})$ . Derive la distribución asintótica del estimador de  $\beta$  y derive el test LRT para evaluar  $H_0 : \beta = 0$ , contra la alternativa  $H_1 : \beta \neq 0$ .

““