Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Departamento de Economía

Macroeconomía I
ENECO 630
Semestre Otoño 2019

Profesor: Eduardo Engel
Ayudante: Catalina Gómez

Guías de ejercicios No. 5

Entrega: Miércoles 26 de Junio, en ayudantía

1 Búsqueda Monetaria con Especialización Endógena

Considere la siguiente extensión del modelo Kiyotaki-Wright cubierto en clases. Como en el modelo estándar, la fracción de bienes que un comerciante consume está dado por x. En la extensión que sigue, sin embargo, esta fracción es endógena.

Al producir una nueva unidad de producto, el productor puede elegir el grado de especialización del producto. Mientras menos especializado, será más fácil de venderlo, pero esto tiene un costo, porque la unidad se debe personalizar y esto cuesta γx con $\gamma > 0$.

La utilidad de un comerciante de commodities, denotado por V_g, satisface

$$rV_g = \max_{x,\pi}[(1-M)Xx(U-\gamma x) + Mx\pi(V_m - V_g - \gamma x)], \tag{1}$$

donde $r > 0$ es la tasa de descuento, $M \in (0,1)$ es la fracción de comerciantes que tienen dinero, y $U > 0$ es el pago de consumir una unidad de producto. Aqui X es el grado de especialización (medido inversamente: un X mayor significa menor especialización) que el productor supone es escogido por otros comerciantes, es decir, se trata de un elemento del equilibrio. Los comerciantes de commodities escogen el grado de especialización x. Ellos determinan también sus probabilidades de comerciar con un comerciante de dinero, π, que es igual a 1 cuando $V_m > V_g + \gamma x$, igual a cero cuando $V_m < V_g + \gamma x$, e igual a cualquier numero en $[0,1]$ cuando $V_m = V_g + \gamma x$.

La utilidad de un comerciante de dinero se denota por V_m y satisface

$$rV_m = (1-M)\Pi X(U + V_g - V_m), \tag{2}$$

donde Π es la probabilidad que los comerciantes de commodities acepten dinero, lo que también es un elemento del equilibrio. En lo que sigue sólo consideraramos equilibrios simétricos en donde $\pi = \Pi$ y $x = X$.

(a) Explique por qué la ecuación (1) corresponde al problema de optimización de la firma, explicando la lógica detrás de cada término en el lado derecho de la expresión que se debe maximizar. ¿Cuál es la tecnología implícita de matching entre comerciantes en esta ecuación?

Respuesta

Esto es bastante estándar. La única parte no trivial es que se está asumiendo que las oportunidades de comercio llegan de acuerdo a un proceso Poisson con tasa de llegada igual a 1.

(b) Considere primero el equilibrio no monetario, esto es, el equilibrio donde $\pi = \Pi = 0$. Obtenga la condición de primer orden para x y resuelva para el grado de especialización óptimo.

Respuesta
De (1) y $\pi = 0$ se tiene que x maximiza

$$(1-M)Xx(U-\gamma x)$$

lo que implica que $x = U/2\gamma$ donde, estrictamente hablando, se asume que la expresión para x es menor que uno.

A continuación pasamos al equilibrio monetario puro, esto es, el equilibrio donde $\pi = \Pi = 1$.

(c) Obtenga la condición de primer orden para x y úsela para mostrar que para el valor óptimo de x y usando que $X = x$, uno puede escribir

$$rV_g = \frac{1}{2}(1-M)x^2U + \frac{1}{2}Mx(V_m - V_g). \tag{3}$$

Respuesta
De (1) y $\pi = 1$ se tiene que x maximiza

$$[(1-M)Xx(U-\gamma x) + Mx(V_m - V_g - \gamma x)].$$

La condición de primer orden correspondiente es:

$$(1-M)x(U-2\gamma x) + M(V_m - V_g - \gamma x) - \gamma Mx = 0$$

lo que implica

$$(1-M)xU + M(V_m - V_g) = 2\gamma x[(1-M)x + M]. \tag{4}$$

Por lo tanto, de (1) se tiene que:

$$\begin{aligned}
rV_g &= x\{(1-M)xU + M(V_m - V_g)\} - \frac{x}{2}2\gamma x\{(1-M)x + M\} \\
&= \frac{x}{2}\{(1-M)xU + M(V_m - V_g)\} \\
&= \frac{1}{2}(1-M)x^2U + \frac{1}{2}Mx(V_m - V_g).
\end{aligned}$$

(d) Muestre que independiente del valor de x, se debe cumplir que en equilibrio $V_m - V_g < U$. ¿Cuál es la intuición de este resultado? **Ayuda**: Evalúe la ecuación (2) en $\Pi = 1$ y reste la ecuación (3).

Respuesta
Siguiendo la ayuda y resolviendo para $V_m - V_g$ arroja

$$V_m - V_g = \frac{(1-M)x - \frac{1}{2}(1-M)x^2}{r + (1-M)x + \frac{1}{2}Mx}U < U$$

donde la desigualdad resulta del hecho que el numerador y denominador son positivos y el último es trivialmente mayor que el primero.

(e) Reconsidere la condición de primer orden de la parte (c). Use el resultado de la parte (d) para concluir si habrá mayor o menor especialización en el equilibrio monetario puro que en el equilibrio no monetario. Explique la intuición de su respuesta.

Respuesta

De (4) resulta que

$$x = \frac{(1-M)xU + M(V_m - V_g)}{2\gamma[(1-M)x+M]} < \frac{(1-M)xU + MU}{2\gamma[(1-M)x+M]} = \frac{U}{2\gamma}$$

donde la desigualdad resulta de la parte (d). Por lo tanto, el grado de especialización es mayor en el equilibrio monetario, dado la desventaja de especializarse. Esta desventaja ocurre debido a que existe una menor probabilidad de encontrar a alguien que quiera comprar el producto de uno que es contrarrestada por tener una mayor probabilidad de encontrar un socio comercial (gracias al dinero) combinado con el ahorro en costos de personalización que conlleva la especialización.

2 Equilibrio Monetario con Fricciones en la Búsqueda

La economía está habitada por una masa unitaria de agentes, quienes aleatoriamente se emparejan a una tasa Poisson $2\gamma > 0$, donde posiblemente comercian para luego separarse inmediatamente. Los agentes no esperan volver a encontrarse por lo que no pueden transar a crédito. Hay una masa unitaria de bienes o servicios especializados y no almacenables, que puede ser producido por un agente a un costo $c > 0$ por unidad. Cada bien es indivisible, por lo que cada agente sólo puede producir cero o una unidad del bien cuando se encuentra con otro agente. A los agentes no les gusta el bien que ellos mismos producen, así que sólo pueden consumir bienes producidos por otros agentes.

Cuando dos agentes se encuentran uno de ellos obtiene utilidad por $u > c$ por una unidad del otro agente, pero no viceversa. Por lo tanto no hay doble coincidencia de preferencias por los bienes, pero siempre hay potenciales ganancias de intercambio monetario. En cada encuentro, el agente que le gusa el bien del otro agente es elegido de manera aleatoria (50-50 de posibilidades). Los agentes son neutrales al riesgo y descuentan los pagos a una tasa $r > 0$.
El dinero fiduciario no posee valor, e sun objeto almacenable e indivisible: cada agente puede tener cero o una unidad de dinero $m \in \{0,1\}$. La oferta agregada de dinero está fija por $M < 1$, por lo que no todos los agentes pueden tener dinero. Dado el emparejamiento aleatorio e indivisibilidad, la probabilidad de que un agente encuentre a otro con dinero es M. Estudiaremos el equilibrio de estado estacionario.
Sea σ la probabilidad de que el agente (vendedor) que produce el bien que al socio comercial (comprador) le gusta acepte el dinero condicional en que se encuentren y en que al comprador le guste el bien producido por el vendedor. σ es una estrategia comercial. Si $\sigma = 0$, el dinero nunca es aceptado. Si $\sigma = 1$, el dinero siempre es aceptado. Sea $V_{m,m=\{0,1\}}$ la función valor de un agente no emparejado quien lleva m unidades de dinero (cero o uno).

1. La ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman de un agente que no lleva dinero (potencial vendedor, valor V_0) es

$$rV_0 = \max_{\sigma\in[0,1]} \gamma M\sigma(V_1 - c - V_0) \tag{5}$$

Explique cuidadosamente con palabras cada término de la ecuación

Respuesta

El vendedor se encuentra con algún agente a tasa 2γ el cual con probabilidad M va a tener dinero (y por ende, existirá un potencial intercambio), y además con probabilidad 0.5 al comprador le gustará el bien que el vendedor tiene. Juntando todo, con probabilidad γM el vendedor realizará una transacción.
Luego, condicional a la probabilidad de realizar un intercambio, el vendedor maximiza los pagos esperados de la vente, que consisten en la probabilidad de aceptar el dinero por las potenciales ganancias de la transacción. Dichas ganancias consisten en la ganancia esperada de pasar de ser un agente vendedor a uno poseedor de dinero, considerando el costo de producción del bien.

2. Escriba la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman de un agente que lleva dinero (potencial comprador, valor V_1) y explique con palabras cada término.

   Respuesta La ecuación viene descrita por

$$rV_1 = \gamma(1-M)\sigma(V_0 + u - V_1) \tag{6}$$

   El término $\gamma(1-M)$ representa la probabilidad de realizar una transacción (la probabilidad de encontrar algún agente, que tenga un bien que me guste). Esa probabilidad pondera las ganancias de la transacción, que consisten en el cambio de mi condición de comprador a vendedor, sumado a la utilidad que me otorgará el consumo del bien, ponderado por la probabilidad de que me acepten el dinero.

3. Muestre que siempre existe un equilibrio no monetario donde $\sigma = 0$

   Respuesta:

   Si $\sigma = 0$, se tiene que $V_1 = 0$. Luego de (5) se tiene que

$$rV_0 = \max_{\sigma\in[0,1]} \gamma M\sigma(-c - V_0) \tag{7}$$

4. Muestre que un equilibrio monetario donde $\sigma = 1$ existe si y solo si la siguiente condición sobre los parámetros es satisfecha:

$$\gamma(1-M)\left(\frac{u}{c} - 1\right) > r \tag{8}$$

   [Hint: Piende que $\sigma = 1$ es un equilibrio, calcule V_0 y V_1 y encuentre una condición sobre estos valores que hace $\sigma = 1$ óptimo para el vendedor] Interprete cuidadosamente (8) en palabras

   Respuesta

De (5), tendremos que $\sigma = 1$ es óptimo si y solo si

$$V_1 - c - V_0 > 0 \tag{9}$$

Además de (1) y (2), se tiene que con $\sigma = 1$

$$\begin{aligned} rV_0 &= \gamma M(V_1 - c - V_0) \\ rV_1 &= \gamma(1 - M)(V_0 + u - V_1) \end{aligned}$$

Restando ambas ecuaciones, tenemos que

$$r(V_0 - V_1) = \gamma M(-c) - \gamma(1 - M)u + \gamma(V_1 - V_0)(M + 1 - M)$$

Así resolviendo para $(V_1 - V_0)$ tenemos que

$$(V_1 - V_0)(r + \gamma) = \gamma[Mc + (1 - M)u]$$

Finalmente, reemplazando en (**??**), tenemos que

$$\gamma[Mc + (1 - M)u] > c(r + \gamma)$$

Dividiendo por c

$$\gamma[M + (1 - M)u/c] > r + \gamma$$

reordenándo términos se llega a la condición.