Profesor	: Eduardo Engel	Mayo , 2018
Ayudante	: Catalina Gómez	
Curso	: Macroeconomía I	
Semestre	: Otoño 2019	
Ejercicio	: 1	

Modelo de Calvo con tasa de descuento infinita

En este problema se le pide que, partiendo de los supuestos básicos del modelo que se indican a continuación, derive la dinámica de la inflación y el producto real en un modelo con precios traslapados e ingreso nominal exógenos bajo el supuesto de que las firmas (y sus dueños) tienen tasas de descuento *infinita* ($\beta = \gamma = 0$).

Un continuo de firmas bajo competencia monopolística a la Dixit-Stiglitz ajusta sus precios de acuerdo al modelo de Calvo. Denotamos por $\alpha \in [0, 1]$ la fracción de firmas que no ajusta su precio en un período dado.

Recuerde que P_t y Y_t denotan el nivel de precios y producto real y son tomados como dados por la firma; ξ_t denota shocks de productividad que son comunes a las firmas y p_t denota el precio sobre el cual la firma maximiza. Denote por $p_t^*(i)$ el precio que elige la firma i si se ajusta en el período t

En lo que sigue puede usar la siguiente aproximación para Π_1:

$$\Pi_1(p_t, P_t; Y_t, \xi_t) \simeq c[\log p_t - \log P_t - \zeta \log Y_t],$$

con $c < 0$ y $\zeta > 0$. También puede utilizar la siguiente aproximación para el Ìndice de precios:

$$\log P_t \simeq \int \log p_t(i) di.$$

El logaritmos del ingreso nominal, definido mediante $\log \mathcal{Y}_t \equiv \log P_t + \log Y_t$, sigue un camino aleatorio:

$$\log \mathcal{Y}_t = \log \mathcal{Y}_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde los ε_t son variables aleatorias i.i.d. con media nula.

(a) Escriba el problema de maximización de la firma y el índice agregado de precios en logaritmos. Explique la intuición (o supuestos) detrás de las dos ecuaciones.

Respuesta

Como suponemos que a las firmas sólo les preocupa su utilidad del período corriente, cuando una firma elige un nuevo precio en t lo hace maximizando $\Pi(p_t, P_t; Y_t, \xi_t)$

Por otro lado, el índice agregado es

$$\log P_t = \alpha \log P_{t-1} + (1 - \alpha) \log p_t^*$$

el supuesto detrás de esta ecuación es el supuesto de independencia de los shocks de ajuste y que una fracción α ajusta cada período.

(b) Explique por qué todas las firmas que se ajustan eligen el mismo valor de $p_t^*(i)$, determine el valor de $\log p_t^*$ y expréselo como una combinación lineal de $\log P_t$ y $\log \mathcal{Y}_t$.

Respuesta

El "reset price p^*" es el mismo para todas las firmas debido al supuesto de simetría (sobre la tecnología de las firmas) y el supuesto de que los shocks son comunes a todas las firmas (no hay shocks idiosincráticos)

De $\Pi_1 = 0$ sigue que

$$\log p_t^* = \log P_t + \zeta \log Y_t$$

y usando $\log \mathcal{Y}_t = \log P_t + \log Y_t$ para deshacernos de $\log Y_t$ obtenemos

$$\log p_t^* = (1-\zeta)\log P_t + \zeta \log \mathcal{Y}_t. \tag{1}$$

(c) Interprete el parámetro ζ si (i) $\zeta > 1$ y (ii) $\zeta < 1$. ¿Bajo qué condición serán mayores los efectos reales de shocks monetarios?

Respuesta

Como

$$\frac{\partial \log p_t^*}{\partial \log P_t} = 1 - \zeta$$

Si $\zeta > 1$ los precios son sustitutos estratégicos cuando las firmas quieren mover sus precios en la misma dirección que el resto. Si $\zeta < 1$ los precios son complementos estratégicos.

Cuando una fracción $1-\alpha$ de las firmas no ajustan, si los precios son complementos la fracción α firmas que sí ajustan, ajustarán menos. Por tanto los efectos reales de shocks monetarios serán mayores.

(d) Muestre que la inflación es igual a

$$\pi_t = \bar{\alpha}\pi_{t-1} + (1-\bar{\alpha})\varepsilon_t$$

Con $\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha+\zeta(1-\alpha)}$. Encuentra la función de respuesta al impulso unitario a los shocks nominales ε, tanto para la inflación agregada como para el logaritmos del producto real.

Respuesta

De (1) y la aproximación loglineal del índice de precios:

$$\log P_t = \alpha \log P_{t-1} + (1-\alpha)[(1-\zeta)\log P_t + \zeta \log \mathcal{Y}_t].$$

Con un poco de álgebra, y definiendo $\tilde{\alpha} \equiv \alpha/[\alpha + \zeta(1-\alpha)]$ obtenemos

$$\log P_t = \tilde{\alpha}\log P_{t-1} + (1-\tilde{\alpha})\log \mathcal{Y}_t. \tag{2}$$

Tomando primeras diferencias llegamos a una expresión para la dinámica de la inflación agregada, sustituyendo $\log \mathcal{Y}_t - \log Y_t$ por $\log P_t$ encontramos una expresión para $\log Y$:

$$\begin{aligned} \pi_t &= \tilde{\alpha}\pi_{t-1} + (1-\tilde{\alpha})\varepsilon_t, \\ \log Y_t &= \tilde{\alpha}\log Y_{t-1} + \tilde{\alpha}\varepsilon_t. \end{aligned}$$

En ambos casos usamos que $\Delta \log \mathcal{Y}_t = \varepsilon_t$

Las FIR son:

$$\begin{aligned} \mathsf{IRF}_k^{\pi} &= (1-\tilde{\alpha})\tilde{\alpha}^k, k = 0, 1, 2, ... \\ \mathsf{IRF}_k^{\log \mathcal{Y}} &= \tilde{\alpha}^{k+1}, k = 0, 1, 2, ... \end{aligned}$$

(e) Calcule el Indice de no neutralidad $\mathcal{M}$, que corresponde a una medida del tiempo de respuesta esperado de $\log Y_t$ frente a shocks monetarios.

Muestre que este indice es decreciente en ζ ¿Cómo se relaciona con su respuesta en c)?

Recuerde:

$$\mathcal{M} = \frac{\sum_{k\geq 0} kI_k}{\sum_{k\geq 0} I_k}$$

Donde, con $\log Y$ la serie de tiempo de interés y ε un shock, definimos:

$$I_k = E_t(\frac{\partial \log Y_{t+k}}{\partial \varepsilon_t})$$

Puede usar que

$$\sum_{k\geq 0} k\beta^k = \frac{\beta}{(1-\beta)^2} \tag{3}$$

$$\sum_{k\geq 0} \beta^k = \frac{1}{1-\beta} \tag{4}$$

Respuesta

Usando las indicaciones es fácil llegar a:

$$\begin{aligned} \sum_{k\geq 0} kI_k &= \bar{\alpha}^2/(1-\bar{\alpha})^2 \\ \sum_{k\geq 0} I_k &= \bar{\alpha}/(1-\bar{\alpha}) \end{aligned}$$

Ahora el índice queda:

$$\mathcal{M} = \frac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} = \frac{\alpha}{\zeta(1-\alpha)}$$

Es claro que $\mathcal{M}$ es decreciente en ζ

Intuición: un ζ más chico significa que el grado en que los precios son complementos estratégicos aumenta, lo que significa que las firmas que ajustan ponen un mayor peso en mantener su precio cerca del precio de las que no ajusta, lo que genera mayor inercia de precios, lo que se traduce en un mayor $\mathcal{M}$