CONTROL I – MICROECONOMÍA II

PROFESOR: JUAN PABLO TORRES-MARTÍNEZ
AYUDANTES: AMANDA LOYOLA - FELIPE JORDÁN

Duración del Control: 150 minutos

PREGUNTA 1 (10 PUNTOS)

Considere una economía con m individuos, n mercancias y riqueza agregada $W \in \mathbb{R}^n_{++}$. Decimos que $F : (\mathbb{R}^n_+)^m \to \mathbb{R}$ es una función de bienestar social si $F(x_1, \ldots, x_m) = G(u^1(x_1), \ldots, u^m(x_m))$, donde $G : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ es estrictamente creciente y u^i es la utilidad del individuo $i \in \{1, \ldots, m\}$. Un óptimo social es una distribución de recursos $(x_1, \ldots, x_m) \in (\mathbb{R}^n_+)^m$ que maximiza una función de bienestar social en el conjunto $\{(y_1, \ldots, y_m) \in (\mathbb{R}^n_+)^m : \sum_i y_i \leq W\}$.
Demuestre que todo óptimo social es Pareto eficiente.

PREGUNTA 2 (10 + 20 PUNTOS)

(i) Considere una economía con tres individuos $\{A, B, C\}$ y dos mercancias. Todos tienen las mismas preferencias, $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Las asignaciones iniciales son $(w^A; w^B; w^C) = ((1,0); (0,1); (1,2))$. Demuestre que existe un único equilibrio competitivo. Faltan datos.

(ii) Suponga que los individuos A y B forman una familia, de tal forma que la economía ahora tiene dos agentes AB y C. La familia AB busca maximizar la suma de las utilidades de sus miembros y tiene como recursos iniciales $w^{AB} = (1, 1)$.

x^A: κ A; $1-\kappa$ A y B.

Permitiremos que parte de las mercancias demandas por la familia se transformen en un bien común para los individuos A y B (por ejemplo, el usufructo de la iluminación o de la sala de estar dentro de un departamento). Así, suponga que a precios $p \in \mathbb{R}^2_+$ la familia AB puede demandar en el mercado cualquier canasta $y \in \mathbb{R}^2_+$ que cumpla $p \cdot y \leq p \cdot w^{AB}$, permitiendole a sus miembros implementar consumos privados $(x^A, x^B) \in \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}^2_+$ tales que,

x^B: κ B; $1-\kappa$ A y B.

$$x^i \leq y,\ \forall i \in \{A, B\}, \qquad x^A_l + x^B_l \leq \kappa_l y_l,\ \forall l \in \{1, 2\},$$

donde $(\kappa_1, \kappa_2) \in [1, 2] \times [1, 2]$ son los grados de usufructo familiar. puede empeorar.

(a) Dados grados de usufructo (κ_1, κ_2), encuentre el equilibrio competitivo $(\overline{p}, (\overline{y}, \overline{x}^A, \overline{x}^B, \overline{x}^C))$.[1]
(b) Pruebe que sin usufructo ($\kappa_1 = \kappa_2 = 1$), el individuo A empeora su situación al formar la familia.
(c) Demuestre que, independiente de los grados de usufructo familiar, el individuo C es indiferente a la formación de la familia AB.

[1] Para simplificar enormemente los cálculos, dado $(i, l) \in \{A, B\} \times \{1, 2\}$, le recomendamos hacer el cambio de variables $x^i_l \to \gamma^i_l y_l$, donde $\gamma^i_l \in [0, 1]$.

x_0^A: κ A; $1-\kappa$

(d) Encuentre los valores de (κ_1, κ_2) para los cuales la formación de la familia AB genera una distribución de recursos de equilibrio Pareto superior a la que se obtiene en el equilibrio sin familias.

PREGUNTA 3 (20 PUNTOS)

Considere una economia estática con m consumidores y n mercancías. Cada consumidor i tiene asignaciones iniciales $w^i \in \mathbb{R}^n_{++}$. Además, las preferencias de cada consumidor son representables por funciones de utilidad continuas, estrictamente cuasicóncavas y estrictamente crecientes.

Los individuos pagan un *impuesto al consumo*, el cual es dado por tasas *exógenas* $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n) \geq 0$ de tal forma que, dados precios $p = (p_1, \ldots, p_n) \in \mathbb{R}^n_+$ para las mercancías, cada agente $i \in \{1, \ldots, m\}$ solamente puede demandar las canastas $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n_+$ tales que

$$\sum_{l=1}^{n}(1 + \lambda_l)p_l x_l \leq p \cdot w^i + \frac{s}{m},$$

donde $s \geq 0$ representa la recaudación fiscal, la cual se divide *equitativamente* entre los agentes. Note que, además de tomar los precios como dados, los consumidores adelantan perfectamente la recaudación fiscal (parte de la cual se agrega a su renta monetaria).

(a) Pruebe la existencia de equilibrio.

(b) Demuestre que todo equilibrio competitivo genera una asignación que es Pareto eficiente entre las distribuciones de recursos que implementan la recaudación fiscal de equilibrio.