

Macroeconomía I

Ayudantía 1

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Marcelo Gómez, Alberto Undurraga

Matemático I

Considere una economía que está en la senda de crecimiento balanceado, donde no existe progreso tecnológico. Asuma ahora que la tasa de crecimiento de la población disminuye.

- (a) Describa qué pasa con los valores del capital por trabajador, el producto por trabajador y el consumo por trabajador en la nueva senda balanceada de crecimiento. Además, grafique como se mueven las variables en la transición a este nuevo punto.
- (b) Describa qué pasa con el producto total en la nueva senda de crecimiento y en la transición a esta

Presentaremos el modelo de Solow en tiempo continuo, donde $y = f(k)$ es la función de producción que satisface las propiedades usuales. Otros parámetros de interés son el crecimiento del trabajo n , la tasa de depreciación δ , la tasa de ahorro constante s y el crecimiento de la productividad g .

Matemático II

- (i) Muestre cómo un aumento de s afecta los valores de estado estacionario c^*, y^*, k^* . Use el teorema de la función implícita. ¿Este cambio en s aumenta o disminuye el producto de largo plazo y el consumo por trabajador? Explique.

Desde ahora tenemos $f(k) = k^\alpha$.

- (ii) Encuentre expresiones para las elasticidades de capital y producto respecto a la tasa de ahorro:

$$\frac{d \log k^*}{d \log s}, \quad \frac{d \log y^*}{d \log s}$$

Explique cómo dependen de la curvatura de la función de producción α .

- (iii) Derive una expresión analítica exacta para la trayectoria en el tiempo del capital por trabajador efectivo $k(t)$.

Tomando los siguientes valores para los parámetros $\alpha = 0.3, s = 0.2, \delta = 0.05, g = 0.02, n = 0.03$

- (iv) Calcule y grafique $k(t), y(t), c(t)$ en el tiempo, empezando en la condición inicial $k(0) = k^*/2$. ¿Cuánto es la vida media de la convergencia?
- (v) Ahora considere que $k(0) = k^*$ cuando la tasa de interés súbitamente sube a $s = 0.22$. Calcule y grafique $k(t), y(t), c(t)$ en el tiempo, como respuesta a este cambio. Explique las dinámicas de corto y largo plazo para las tres series. Repita para $s = 0.3$. ¿Estos efectos sobre el producto pueden considerarse como *grandes*? Explique.

Matemático III

Assume that both labor and capital are paid their marginal products. Let w denote $\partial F(K, AL)/\partial L$ and r denote $[\partial F(K, AL)/\partial K] - \delta$.

- (a) Show that the marginal product of labor, w , is $A[f(k) - kf'(k)]$.
- (b) Show that if both capital and labor are paid their marginal products, constant returns to scale imply that the total amount paid to the factors of production equals total net output. That is, show that under constant returns, $wL + rK = F(K, AL) - \delta K$.
- (c) The return to capital (r) is roughly constant over time, as are the shares of output going to capital and to labor. Does a Solow economy on a balanced growth path exhibit these properties? What are the growth rates of w and r on a balanced growth path?
- (d) Suppose the economy begins with a level of k less than k^* . As k moves toward k^* , is w growing at a rate greater than, less than, or equal to its growth rate on the balanced growth path? What about r ?

Matemático IV

En esta pregunta, agregaremos el capital humano al modelo de Solow-Swan. Para esto, asuma que la función de producción es:

$$Y = K^\alpha H^\lambda (AL)^{1-\alpha-\lambda}$$

Donde Y es el producto, K es el capital físico, H es el capital humano, A es el nivel de tecnología y L es el trabajo. Los parámetros α y λ son positivos, y $\alpha + \lambda < 1$. L y A crecen a tasas constantes n y x respectivamente. El producto puede ser usado, uno a uno, en consumo o inversión en cualquiera de los dos tipos de capital. Los dos tipos de capital se deprecian a tasa δ . Asuma que la inversión bruta en capital físico es una fracción s_k del producto y que la inversión bruta en capital humano es una fracción s_h .

- (a) Obtenga las leyes de movimiento para el capital físico y capital humano por unidad de trabajo efectivo
- (b) ¿Cuáles son los valores de estado estacionario del capital físico, capital humano, y producto, todo por unidad de trabajo efectivo?
- (c) Esta variación del modelo de Solow-Swan puede ser testeado empíricamente con data cross-country si se asume que todos los países están en su estado estacionario. Derive una regresión log-lineal para el producto por trabajador. ¿Qué problemas pueden surgir al intentar estimar esta ecuación por MCO?
- (d) Derive una ecuación para la tasa de crecimiento del producto por unidad de trabajo efectivo. ¿Cómo se ve esta ecuación cuando se expresa como una aproximación lineal en un vecindario del estado estacionario? Si $\alpha = 0.3$, $\lambda = 0.5$, $\delta = 0.05$, $n = 0.01$, y $x = 0.02$, entonces ¿Cuál es la tasa de convergencia cerca del estado estacionario? Compare la tasa de convergencia en esta variación del modelo Solow-Swan con el modelo estándar de Solow-Swan.
- (e) Use el resultado de la parte (d) para derivar una regresión para la tasa promedio de crecimiento del producto por trabajador, $(1/T) \log[y(t+T)/y(t)]$, donde T es el largo del intervalo observado. ¿Qué problemas pueden surgir en la estimación econométrica de la tasa de convergencia, por ejemplo, si los niveles de tecnología difieren entre países?