Fuente: Examen Parcial de Econometría II 2011 (Soluciones Propuestas)

1. (40 puntos) Dada la ley de movimiento de la variable de estado ξ:

$$\xi_t = \downarrow \xi_{t-1} + u_t \tag{1}$$

y la ecuación que satisface la variable de control ψ:

$$\psi_t = \xi_t + E_t \pm \psi_{t+1} \tag{2}$$

tenemos:

- **(a) (5 puntos)** Dado que ξ es una variable de estado, ξ "causa" o determina a ψ desde un punto de vista fundamental.

- **(b) (10 puntos)** Para derivar la función de política de ψ tenemos que:

  $$\psi_t = E_t \sum_{\phi=0}^{\infty} \pm^{\phi} \xi_{t+\phi} \tag{3}$$

  A su vez:

  $$\xi_{t+\phi} = \downarrow^{\phi} \xi_t + \sum_{i=0}^{\phi} \downarrow^{\phi-i} u_{t+i} \tag{4}$$

  Combinando ambas expresiones llegamos a:

  $$\psi_t = \rightarrow \xi_t \tag{5}$$

  donde $\rightarrow = \frac{1}{1-\downarrow\pm}$.

- **(c) (10 puntos)** Dada la ley de movimiento de ξ tenemos:

  $$\xi_t = \zeta_t - v_t = \downarrow (\zeta_{t-1} - v_{t-1}) + u_t \tag{6}$$

  luego:

  $$\zeta_t = \downarrow \zeta_{t-1} + u_t + v_t - \downarrow v_{t-1} \tag{7}$$

  que corresponde a un proceso ARMA(1,1).

- **(d) (10 puntos)** Dada la ecuación derivada, los coeficientes asociados a la parte AR y la MA son los mismos, por lo que el estimador eficiente debe tomar en cuenta esta relación. La log-likelihood y el algoritmo de estimación son triviales si se asume normailidad de u y v.

- **(e) (5 puntos)** Dado que el parámetro de interés ($\rightarrow$) de ψ condicional a ζ no es libre de variación del parámetro de la marginal de ζ ($\downarrow$), se tiene que ζ no es WE al parámetro de interés. Por lo mismo, el error de la marginal está correlacionado con el de la condicional.