Profesor	: Eduardo Engel	Mayo , 2018
Ayudante	: Catalina Gómez	
Curso	: Macroeconomía I	
Semestre	: Otoño 2019	
Guía	: 1	

1. Mercados agrícolas y expectativas de precios

La oferta y demanda por un bien agrícola vienen dadas por:

$$
\begin{aligned}
q_t^s &= cp_t^e + v_t, \\
q_t^d &= 1 - p_t + u_t,
\end{aligned}
$$

donde p_t^e denota el precio esperado por los productores al decidir cuánto producir y v_t y u_t denotan shocks de oferta y demanda, respectivamente. Suponemos que u_t y v_t son ruidos blancos independientes entre sí y de valores pasados de q_t y p_t.

(a) Suponga que no hay rezagos entre el momento en que se toman las decisiones de producción y cuándo se lleva el bien producido al mercado, de modo que $p_t^e = p_t$. Determine los precios y cantidades de equilibrio. ? Qué proceso siguen p_t y q_t? ? Cómo responden p_t y q_t a los shocks de oferta y de demanda?

Respuesta

$$cp_t + v_t = 1 - p_t + u_t \tag{1}$$

$$p_t = \frac{1}{1+c} + \frac{u_t}{1+c} - \frac{v_t}{1+c} \tag{2}$$

$$q_t = \frac{c}{1+c} + \frac{cu_t}{1+c} + \frac{v_t}{1+c} \tag{3}$$

donde ambos procesos serán ruidos blancos con constante ya que

$$
\begin{aligned}
E(p_t) &= \frac{1}{1+c} \\
V(p_t) &= (\frac{1}{1+c})^2(\sigma_u^2 + \sigma_v^2) \\
E(q_t) &= \frac{c}{1+c} \\
V(q_t) &= (\frac{1}{1+c})^2(c^2\sigma_u^2 + \sigma_v^2)
\end{aligned}
$$

Las respuestas a los shocks de oferta y demanda son solo contemporáneas, debido a la naturaleza del ruido blanco (proceso sin persistencia):

$$IRF_j^{q,u} = \begin{cases} \frac{c}{1+c} & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

$$IRF_j^{q,v} = \begin{cases} \frac{1}{1+c} & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

$$IRF_j^{p,u} = \begin{cases} \frac{1}{1+c} & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

$$IRF_j^{p,v} = \begin{cases} \frac{-1}{1+c} & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

(b) Suponga ahora que las decisiones de producción de toman con un período de anticipación y que las expectativas son racionales. Vuelva a responder las preguntas de la parte anterior. Explique las diferencias que encuentre entre las respuestas de precios y cantidades a los shocks de oferta y demanda.

Respuesta

En equilibrio

$$\begin{aligned} cE_{t-1}p_t + v_t = 1 - p_t + u_t \ /E_{t-1} \\ cE_{t-1}p_t = 1 - E_{t-1}p_t \\ E_{t-1}p_t = \frac{1}{1+c} \end{aligned}$$

Luego en q_t

$$\begin{aligned} q_t = \frac{c}{1+c} + v_t \\ p_t = \frac{1}{1+c} + u_t - v_t \end{aligned}$$

Ambos son ruidos blanco con constante por lo mismo que en la parte anterior

$$IRF_j^{q,u} = 0 \, \forall j$$

$$IRF_j^{q,v} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

$$IRF_j^{p,u} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

$$IRF_j^{p,v} = \begin{cases} -1 & \text{si } j = 0 \\ 0 & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

Las diferencias están en las magnitudes de respuesta contemporánea y en que el shock de demanda no afecta a la producción. Esto ya que las decisiones de producción se toman con un período de anticipación, con lo que no pueden verse afectadas por un shock contemporáneo.

(c) Suponga ahora que:

$$p_t^e = p_{t-1}^e + \lambda(p_{t-1} - p_{t-1}^e).$$

Explique por qué el supuesto anterior se conoce como expectativas adaptativas, determine las cantidades y precios de equilibrio y determine bajo qué condiciones el equilibrio es estable (es decir, no se tiene un proceso explosivo).

Respuesta

Bajo expectativas adaptativas (ajuste se realiza de forma rezagada).

$$\begin{aligned} p_t^e &= p_{t-1}^e + \lambda(p_{t-1} - p_{t-1}^e) \\ p_t^e(1-(1-\lambda)L) &= \lambda p_{t-1} \end{aligned}$$

Igualando oferta y demanda, aplicando $(1-(1-\lambda)L)$ a ambos lados, u denotando $u_t - v_t = w_t$, se obtiene

$$\begin{aligned} p_t[1-(1-\lambda)L] &= (1+w_t)[1-(1-\lambda)L] - c\lambda p_{t-1} \\ p_t[1-(1-\lambda(1+c))L] &= w_t[1-(1-\lambda)L] + \lambda \end{aligned}$$

Para el producto, reempleazamos el precio en la cantidad demandada

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{w_t[(1-(1-\lambda)L)] + \lambda}{[1-(1-\lambda(1+c))L]} \\ q_t &= 1 + u_t - \frac{w_t[(1-(1-\lambda)L)] + \lambda}{[1-(1-\lambda(1+c))L]} \\ q_t[1-(1-\lambda(1+c))L] &= c\lambda + u_t[[1-(1-\lambda(1+c))L] - w_t[1-(1-\lambda)L] \end{aligned}$$

La condición de estabilidad, como $c > 0$ y $\lambda > 0$ es que $\lambda(1+c) < 1$

2. Costo de inflación en el modelo Baumol-Tobin

Un individuo recibe un ingreso Y el cual consume a una tasa constante sobre un periodo de largo uno. Asumimos que el individuo gasta todo su dinero en el periodo.

El ingreso, el cual es recibido al inicio del periodo, es depositado directamente en una cuenta en el banco que genera intereses. El individuo puede mantener su riqueza en la cuenta que genera intereses o en la forma de dinero. Los intereses de la cuenta del banco son pagados al final del periodo sobre el saldo promedio en el banco durante el periodo. Sin embargo, el dinero es necesario para las transacciones. Para obtener el dinero, el individuo debe ir al banco para retirar su dinero de la cuenta, incurriendo en un costo fijo de b por cada ida al banco.

El individuo elige el número de viajes al banco tal que maximice su pago de intereses menos el costo de las ida al banco.

(a) Asuma por simplicidad que cada viaje al banco estan igualmente espaciados ¿Cuál es el promedio de las tenencias de dinero[1] de un individuo que va al banco N veces ? (*Nota*: tiene que ir al banco al principio si quiere consumir) ¿Cuál es el saldo promedio en su cuenta que genera intereses?

[1] Dinero en efectivo en su bolsillo

Respuesta

Si un individuo va al banco N veces, entonces retira Y/N cada vez, que gasta por la siguiente $1/N$ unidad de tiempo. La tasa a la que consume es siempre Y (dinero gastado en el periodo/largo total del periodo), y por tanto el saldo en este intervalo es $Y/N - Yt$ donde t es el tiempo desde el último retiro. En consecuencia el saldo de dinero promedio que tiene el individo sobre el periodo de largo $1/N$ es dado por

$$\int_0^{1/N} \left(\frac{Y}{N} - Yt\right) dt = \frac{Y}{N^2} - \frac{Y}{2N^2} = \frac{Y}{2N^2}.$$

Hay N retiros, entonces el saldo promedio en de las tenencias de dinero en todo el periodo es $N\frac{Y}{2N^2} = \frac{Y}{2N}$. Esto significa que el saldo promedio en la cuenta es $Y\left(\frac{N-1}{2N}\right)$, notando que cada persona tiene en promedio $Y/2$ en total.

(b) Escribe el problema de maximización que enfrenta el individuo. Resuelve para el número óptimos de retiros

Respuesta

El problema es

$$\max_N \left\{ rY\left(\frac{N-1}{2N}\right) - bN \right\}$$

que tiene una CPO igual a

$$rY\left(\frac{1}{2N^2}\right) - b = 0.$$

resolviendo para N,

$$N = \left(\frac{rY}{2b}\right)^{1/2}.$$

(c) Usando a) y b), derive las tenencias de dinero promedio del individuo. Calcule la elasticidad de la demanda por dinero.

Respuesta

el saldo promedio en el bolsillo esta dado por $M = \frac{Y}{2N}$. Here, $N = \left(\frac{rY}{2b}\right)^{1/2}$, entonces

$$M = \left(\frac{bY}{2r}\right)^{1/2}.$$

Entonces

$$\frac{\partial \ln M}{\partial \ln r} = -\frac{1}{2}.$$

(d) Asumiendo que la mayoría de los individuos son pagados mensualmente, podríamos pensar en el periodo como si fuera un mes. Usando tu mejor conjetura de los valores numéricos para los parámetros relevantes, deriva el número óptimo de retiros para un individuo representativo. Deriva el promedio de las tenencias de dinero agregadas ¿Cómo se compara con lo real?

Respuesta

Para EEUU: Asume $Y = \$2400$, $r = (1{,}04)^{1/12} - 1 \approx 0{,}003$, $b = \$5$. Entonces $M = 1414{,}21$. $1414/2400 = 0{,}589$. Esto es razonable si M2 corresponden a las tenencias de dinero, pero M1 es mucho menor.

3. Precios predeterminados

La economía consta de un continuo de firmas indexadas por $i \in [0,1]$ que compiten monopolísticamente y tienen la misma función de beneficio

$$\Pi(p_t(i), P_t; Y_t, \xi_t),$$

donde $p_t(i)$ denota el precio de la firma i, P_t el nivel de precios, Y_t el producto real y ξ_t shocks que son comunes a las firmas, todos en el período t. La función Π satisface las propiedades vistas en clases.

El nivel de precios en t satisface:

$$\log P_t = \int_0^1 \log p_t(i) i.$$

La tecnología de ajuste de precios es la siguiente: Las firmas deben fijar sus precios con un periodo de antelación (por eso se dice que los precios están predeterminados) y deben producir de modo de satisfacer la demanda de mercado. Es decir, en $t-1$ la firma elige p_t de modo de maximizar

$$E_{t-1}[\beta \Pi(p_t, P_t; Y_t, \xi_t)],$$

donde β es el factor de descuento de los consumidores.

Puede usar la aproximación de Taylor vista en clases:

$$\Pi_1(p_t, P_t; Y_t, \xi_t) \simeq c[(\log p_t - \log P_t) - \zeta(\log Y_t - \log Y_t^n)],$$

donde Y_t^n es la tasa natural del producto vista en clases.

En las partes que siguen no hacemos ningún supuesto sobre cómo cerramos el modelo, es perfectamente posible que tengamos política monetaria más sofisticada que la vista en clases hasta ahora.

(a) Explique en qué consiste $\log Y_t^n$ ¿Puede esta variable depender de la política monetaria? Justifique.

Respuesta

Y_t^n es el producto en la economía descrita arriba cuando los precios son totalmente flexibles. Se le conoce como *producto natural* y es igual a la única solución de:

$$\Pi_1(1, 1; Y_t^n, \xi_t) = 0.$$

Como los shocks ξ_t no incluyen shocks monetarios, Y_t^n no depende de dichos shocks.

Dicho de otra forma, el modelo con que trabajamos en esta parte del curso *supone* que la política monetaria no tiene efectos reales cuando los precios son flexibles (ver primer modelo en la Cátedra 2 y el modelo de precios flexibles visto al comienzo de la Cátedra 3).

(b) Explique por qué todas las firmas cobran el mismo precio y muestre que $p_t(i) = P_t$ para todo $i \in [0,1]$. .

Respuesta

Cuando la firma decide cuál será su precio en t, resuelve

$$\mathrm{E}_{t-1}[\beta\Pi(p_t, P_t; Y_t, \xi_t)],$$

Como los shocks son los mismos para todas las firmas y la función beneficio también es la misma, la solución de este problema será la misma para todas las firmas. Luego $p_t(i)$ no depende de i y tendremos $p_t(i) = p_t$ para todo $i \in [0, 1]$.

Para probar que este $p_t = P_t$, basta con mirar la siguiente integral

$$\log P_t = \int_0^1 \log p_t(i) di$$
$$\Leftrightarrow \log P_t = \int_0^1 \log p_t di$$
$$\Leftrightarrow \log P_t = \log p_t$$

Lo que implica que $p_t = P_t$. La situación sería distinta si hubiera shocks idiosincráticos, es decir, si en lugar de ξ_t tuviéramos ξ_{it}.

(c) A partir de la CPO de las firmas muestre que

$$\mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t] = \mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t^n].$$

Indicación: Use la expansión de Taylor.

Respuesta

La firma i elige $p_t(i)$ de forma de maximizar:

$$\mathrm{E}_{t-1}[\beta\Pi(p_t(i), P_t; Y_t, \xi_t)].$$

Luego la CPO del problema será:

$$\mathrm{E}_{t-1}[\Pi_1(p_t(i), P_t; Y_t, \xi_t)] = 0.$$

Usando la aproximación de Taylor tendremos que la CPO equivale a:

$$\mathrm{E}_{t-1}[\log p_t(i) - \log P_t - \zeta(\log Y_t - \log Y_t^n)] = 0.$$

Como los precios son predeterminados, serán conocidos en $t-1$ y $\mathrm{E}_{t-1}[\log p_t(i)] = \log p_t(i)$, $\mathrm{E}_{t-1}[\log P_t] = \log P_t$, de modo que

$$\log p_t(i) = \log P_t + \zeta \mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t - \log Y_t^n].$$

Y, como mostramos en la parte 2, $p_t(i) = P_t$, de modo que $\log p_t(i) = \log P_t$ y la expresión anterior lleva a

$$\mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t - \log Y_t^n] = 0$$

y concluimos que

$$\mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t] = \mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t^n].$$

Suponga ahora que cerramos el modelo suponiendo que $\log \mathcal{Y}_t \equiv \log P_t + \log Y_t$ sigue un camino aleatorio con innovaciones ε_t de media nula y varianza σ^2.

4. Muestre que
$$\log Y_t - \mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t] = \varepsilon_t.$$
Este resultado se interpreta (lo que sigue es para su ilustración) diciendo que en el modelo con precios predeterminados, la política monetaria tendrá efectos reales solo si afecta las innovaciones del producto nominal.

Respuesta

Usando la definición de $\mathcal{Y}_t$ y que $\mathrm{E}_{t-1}[\log P_t] = \log P_t$ porque los precios son predeterminados, tendremos:

$$\begin{aligned}
\log Y_t - \mathrm{E}_{t-1}[\log Y_t] &= \log \mathcal{Y}_t - \log P_t - \mathrm{E}_{t-1}[\log \mathcal{Y}_t - \log P_t] \\
&= \log \mathcal{Y}_t - \log P_t - \mathrm{E}_{t-1}[\log \mathcal{Y}_t] + \log P_t \\
&= \log \mathcal{Y}_t - \mathrm{E}_{t-1}[\log \mathcal{Y}_t] \\
&= \varepsilon_t.
\end{aligned}$$

4. Dinamica del Producto e Inflacion en el modelo de fijacion de precios de Taylor

El contexto es el mismo que en el modelo de Calvo discutido en clases, excepto por el ajuste de precios. Cada periodo una fracción $1/N$ de firmas reajustan sus precios, cuyos cambios se mantienen efectivos por N periodos. Denote por p_t^* el precio fijado por la firma que ajusta su precio en el periodo t.

(a) Exprese el índice de precios como función de los valores presentes y pasados de p^*.

Respuesta

Tenemos:

$$\log P_t = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log p_{t-k}^* \tag{4}$$

(b) Derive la condición de primer orden del problema de maximización que enfrenta la firma que reajusta sus precios en el periodo t.

Respuesta

Una firma que reajusta sus precios en el periodo t escoge p_t^* maximizando:

$$\sum_{k=0}^{N-1} \beta^k \mathrm{E}_t \Pi(p_t^*,\ P_{t+k;} Y_{t+k},\ \xi_{t+k}) \ .$$

Utilizando la aproximación de Taylor estándar se obtiene la siguiente condición de primer orden:

$$\sum_{k=0}^{N-1} \beta^j E_t \Pi_1(p_t^*,\ P_{t+k;} Y_{t+k},\ \xi_{t+k})\ = 0$$

(c) Usando la expansión de Taylor estándar, muestre que

$$\log p_t^* = \sum_{k=0}^{N-1} \gamma_k \mathrm{E}_t[\log P_{t+k} + \zeta \log Y_{t+k}]$$

con pesos $\gamma_k = \beta^k(1-\beta)/(1-\beta^N)$, que suman 1. Muestre que γ_k converge a $1/N$ cuando β tiende a uno.

Respuesta

De la condición de primer orden y una aproximación estándar, se obtiene:

$$\log p_t^* = \frac{1-\beta}{1-\beta^N} \sum_{k=0}^{N-1} \beta^k \mathrm{E}_t[\log P_{t+k} + \zeta \log Y_{t+k}] \tag{5}$$

De esto, resulta que

$$\gamma_k = \frac{1-\beta}{1-\beta^N}\beta^k$$

y usando la regla de L'Hopital se puede mostrar que γ_k tiende a $1/N$ cuando β tiende a 1.

(d) ¿En qué difiere la regla de fijación de precios anterior de aquella del modelo de Calvo?

Respuesta

Difiere en cómo se ponderan las expectativas de precios y brecha de producto futuros. Para Calvo estos precios caen a una tasa geométrica, en este problema caen linealmente. Calvo da más peso a valores distantes en el futuro, Taylor a valores cercanos.

(e) Asuma que el logaritmo del producto nominal sigue un camino aleatorio exógeno cuyas innovaciones, ϵ, pueden ser interpretadas como perturbaciones monetarias. Encuentre las funciones de impulso respuesta de $\log P_t, \pi_t$ y $\log\ Y_t$ de estas perturbaciones monetarias. Compare sus resultados con las funciones de impulso respuesta que se obtienen del modelo de Calvo estándar. Por simplicidad, asuma que $\zeta = 1$.

Respuesta

Con el supuesto que $\log Y$ sigue un camino aleatorio y $\zeta = 1$, se encuentra que a partir de (5), $\log p_t^* = \log \mathcal{Y}_t$ y que:

$$\log P_t = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log \mathcal{Y}_{t-k}.$$

Se sigue que

$$\mathsf{IRF}_k^{\log P} = \begin{cases} \frac{k+1}{N}, & k = 0,\ 1, \ldots\ N-1 \\ 1 & k \geq N \end{cases}$$

Dado que

$$\mathsf{IRF}_k^{\pi} = \mathsf{IRF}_k^{\log P} - \mathsf{IRF}_{k-1}^{\log P}$$

tenemos entonces

$$\mathsf{IRF}_k^{\pi} = \begin{cases} \frac{1}{N}, & k = 0, 1, \ldots, N-1 \\ 0 & k \geq N \end{cases}$$

Además, de

$$\mathsf{IRF}_k^{\log Y} = 1 - \mathsf{IRF}_k^{\log P}$$

tenemos que

$$\mathsf{IRF}_k^{\log Y} = \begin{cases} \frac{N-k-1}{N}, & k = 0,\ 1, \ldots, N-1 \\ 0 & k \geq N \end{cases}$$

(f) Utilice la expresión obtenida en la parte anterior para calcular el índice de no neutralidad monetaria, $\mathcal{M}$, visto en clases. Obtendrá una expresión que es función de N. Transfórmela en una expresión que es función de la fracción de firmas que no ajusta su precio en un periodo dado, α, y compare con la expresión correspondiente para un modelo de Calvo. ¿Cuál es la intuición para la diferencia?

Respuesta

Por definición de $\mathcal{M}$ y el resultado de la parte anterior tenemos que:

$$\mathcal{M} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k \mathsf{IRF}_k^{\log Y}}{\sum_{k=0}^{\infty} \mathsf{IRF}_k^{\log Y}}$$

$$\mathcal{M} = \frac{(\sum_{k=0}^{N-1} k \frac{N-1-k}{N})}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{N-1-k}{N}}$$

Usando que

$$\sum_{k=0}^{N-1} k = (N-1)N/2$$

y $\sum_{k=0}^{N-1} k^2 = (N-1)N(2N-1)/6$, y desarrollando la ecuación llegamos a:

$$\Leftrightarrow \mathcal{M} = \frac{N-2}{3}$$

Dado que por definición $\alpha = 1 - \dfrac{1}{N}$, tenemos que $N = \dfrac{1}{1-\alpha}$ y por lo tanto obtenemos:

$$\mathcal{M} = \frac{\alpha}{1-\alpha} - \frac{2}{3(1-\alpha)}$$

Comparado con el modelo de Calvo, el indice de no neutralidad monetaria es menor. De hecho, se puede mostrar que el hazard que minimiza este indice $\mathcal{M}$ es el hazard de fijación de precios de Taylor de este ejercicio. Esto se debe a que el hazard es creciente y por tanto los efectos reales de perturbaciones monetarias son menores que en el modelo de Calvo puesto que en este caso al aumentar la fracción de firmas que ajustan sus precios, se acercan más a sus valores deseados de precios y así las perturbaciones monetarias tienen menor impacto. De acuerdo a Vavra (2010), este modelo de fijación de precios no se ajustaría a la evidencia de USA, donde se observa que el hazard es decreciente.