Tarea 1
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Jorge Arenas, Kevin Sepúlveda, Alberto Undurraga

Otoño 2021

1. Para cada una de las siguientes preferencias en $X = I\!R^L_+$, determinar si éstas son: completas, transitivas, l.n.s. y/o convexas:
   a) $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \Leftrightarrow \sum_l x_l \leq \sum_l y_l$
   b) $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \Leftrightarrow \max\{x_l\} \geq \max\{y_l\}$
   c) $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \Leftrightarrow \min\{x_l\} \geq \min\{y_l\}$
   d) $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \Leftrightarrow \max\{x_l\} \geq \min\{y_l\}$

2. Considere las preferencias definidas en $I\!R^2_+$ por
$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 \leq y_1 + y_2,$$
¿es representada por la función de utilidad $u : I\!R^2 \to I\!R$, $u(x_1, x_2) = -(x_1^2 + x_2^2)$? Demuestre o de un contraejemplo.

3. Demuestra la siguiente proposición vista en clases:

   Si las preferencias son l.n.s. y la demanda Marshaliana es una <u>función</u> derivable con respecto a precios y riqueza:
   a) $\sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial p_j} + \omega \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial \omega} = 0 \quad \forall i = 1, ..., n \quad \forall p, \omega$ (Fórmula de Euler)
   b) $\sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_j(p,\omega)}{\partial p_i} + x_i(p,\omega) = 0 \quad \forall i = 1, ..., n \quad \forall p, \omega$ (Agregación de Cournot)
   c) $\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial \omega} = 1 \quad \forall p, \omega$ (Agregación de Engel)

4. A partir de la proposición anterior, demostrar:
   a) $\sum_{k=1}^L \epsilon_{\ell,k}(p,\omega) + \epsilon_{\ell,\omega}(p,\omega) = 0$ para $\ell = 1, ..L$
   b) $\sum_{\ell=1}^L b_\ell(p,\omega)\epsilon_{\ell,k}(p,\omega) + b_k(p,\omega) = 0$
   c) $\sum_{\ell=1}^L b_\ell(p,\omega)\epsilon_{\ell,w}(p,\omega) = 1$

   donde
   - $\epsilon_{\ell k}$ es la elasticidad-precio del bien ℓ (respecto al precio p_k).
   - $\epsilon_{\ell \omega}$ es la elasticidad-renta del bien ℓ.
   - $b_\ell(p, w) = p_\ell x_\ell(p, w)/w$ es la fracción del presupuesto asignada al consumo del bien ℓ dados precios p y renta w.

5. Ejercicio 2.F.3 de MWG

6. Demuestre Proposición 2.F.3 de MWG.

7. Calcule la matriz de sustitución de Slutsky para el caso de 2 tipos de bienes y función de utilidad Cobb-Douglas. Verifique que los términos de la diagonal son negativos, que la matriz es semi-definida negativa y que la matriz es simétrica.

8. Ejercicio 2.F.16 de MWG