Profesor	: Eduardo Engel	Mayo 5, 2023
Ayudantes	: Miguel Del Valle y Benjamín Peña	
Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	
Semestre	: Otoño 2023	
Guía	: No. 5	
Entrega	: Viernes 12 de mayo, antes de las 8am	

1. **Bonos de Garantía en el modelo de Shapiro-Stiglitz**

   Los supuestos y notación son los mismos del modelo de Shapiro-Stiglitz visto en clases, con la excepción de que al momento de ser contratados, los trabajadores deben dejar en manos de la empresa un bono de garantía por un monto k, el cual es cobrado por la empresa en caso de que el trabajador sea sorprendido "flojeando". Nos centramos en estados estacionarios.

   (a) En el modelo visto en clases, el sistema de ecuaciones para V_E, V_S y V_U es:[1]

   $$\begin{aligned} rV_E &= (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) \\ rV_S &= w - (b + q)(V_S - V_U) \\ rV_U &= a(V_E - V_U). \end{aligned}$$

   Determine cómo varía este sistema con el bono de garantía. Basta con que de la intuición correcta, no es necesaria una derivación rigurosa.

   (b) En el modelo resuelto en clases se supuso que la firma paga el menor salario necesario para que $V_E \geq V_S$. ¿Para qué rango de valores de k sigue siendo válido este supuesto en el caso con bono de garantía? Justifique. En lo que sigue suponga que k toma valores en este rango.

   (c) Determine el (menor) salario que pueden pagar las empresas para inducir a los trabajadores a no flojear. Se trata de una expresión para w como función de a, b, q, $\bar{e}$, r y k. La expresión correspondiente derivada en clases para el caso $k = 0$ es

   $$w = \bar{e} + (a + b + r)\frac{\bar{e}}{q}.$$

   (d) Determine la Condición de No Flojeo (NSC en inglés). La condición correspondiente para el caso visto en clases es

   $$w = \bar{e} + \left(r + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL}b\right)\frac{\bar{e}}{q}.$$

   (e) ¿Existe un valor de k que permita recrear la situación que existiría si no hubiera problema de monitoreo? Justifique.

   (f) En el modelo sin bonos de garantía, la firma no tiene incentivos para despedir a un trabajador que no está flojeando. ¿Sucede lo mismo en el caso con garantía? ¿Podría esto explicar por qué no observamos bonos de garantía en la práctica? Justifique.

[1] Romer denota por ρ lo que nosotros denotamos por r.

Solucíon

(a) Dado que el enunciado dejaba espacio para la interpretación respecto a si el bono se entregaba en un comienzo (y por tanto se debe agregar el costo de oportunidad de tener esos recursos inutilizados) o más bien era un pagaré (es decir, un compromiso a pagar en el caso de ser sorprendido flojeando), a continuación se plantea una parametrización del problema que permite ambas interpretaciones.

$$\begin{aligned} rV_E &= (w-\bar{e}) - b(V_E - V_U) - \gamma k && (1)\\ rV_S &= w - (b+q)(V_S - V_U) - (\gamma+q)k && (2)\\ rV_U &= a(V_E - V_U). && (3) \end{aligned}$$

Para $\gamma = 0$ la interpretación es la de un pagaré. Lo único que cambia respecto al escenario clásico es que en el valor de flojear deberá pagar con probabilidad q el bono k. Por otro lado, con $\gamma = r$, tenemos la interpretación del bono de garantía que se entrega. En este escenario, además de incorporar el hecho que si lo sorprenden flojeando cobran el bono k, debemos considerar que mientras trabaja (independiente de si flojea o no) pierde el costo de oportunidad de esos recursos.

(b) Restemos 2 a 1 para obtener:

$$r(V_E - V_S) = -\bar{e} - b(V_E - V_U) + (b+q)(V_S - V_U) + qk$$

Luego imponemos el supuesto sugerido ($V_E = V_S$), obteniendo:

$$(V_E - V_U) = \frac{\bar{e}}{q} - k \qquad (4)$$

La diferencia anterior debe ser positiva, pues en caso contrario la decisión económica que se toma como dada en el modelo (que los individuos prefieren trabajar a estar desempleados) no se cumple. Por tanto, en adelante se asume que $k \leq \frac{\bar{e}}{q}$. Note que esta condición es independiente de la interpretación del modelo.

(c) Restando 3 a 1 obtenemos:

$$V_E - V_U = \frac{w - \bar{e} - \gamma k}{r + a + b}$$

Usando 4 y la ecuación anterior llegamos a:

$$w = \bar{e} + \gamma K + (r+a+b)\left(\frac{\bar{e}}{q} - k\right) \qquad (5)$$

(d) En un momento dado, encuentran trabajo $a(\bar{L} - NL)$ trabajadores y pierden su trabajo (recordar que en equilibrio no existe flojeo) bNL[2]. En estado estacionario, ambas cantidades deben ser iguales, luego:

$$a = \frac{bN\bar{L}}{\bar{L} - NL}$$

[2] En la notación de Romer $\bar{L}$ es la cantidad total de trabajadores, N el número de firmas y $\bar{L}$ los empleados por firma

Sumando a ambos lados b llegamos a:

$$a + b = \frac{\bar{L}b}{\bar{L} - NL}$$

Remplazando en 5 obtenemos:

$$w = \bar{e} + \gamma k + \left(r + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL} b \right) \left(\frac{\bar{e}}{q} - k \right).$$

(e) De la condición de no flojeo se desprende que solo para la interpretación del pagaré ($\gamma = 0$) se puede solucionar el problema de monitoreo (es decir, tener $w = e$ y empleo completo) con $k = \frac{e}{q}$. En la interpretación del bono ($\gamma = r$), ello no es posible.

(f) En la realidad no existen maneras objetivas de determinar si un trabajador está realizando esfuerzo, por lo que esta solución se podría prestar para un abuso por parte de las empresas y los trabajadores, adelantando ello, no aceptarían el contrato.

2. **Derivación express del modelo DMP**

A continuación derivamos las condiciones de equilibrio del modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides (DMP) en el estado estacionario.

Una fuente de trabajo vacante se llena a tasa $q(\theta)$ y un trabajador desempleado encuentra trabajo a tasa $\theta q(\theta)$, donde $\theta = v/u$, v denota la fracción de trabajos vacantes, u la fracción de trabajadores desempleados y $q(\theta) = m(1/\theta, 1)$, donde m denota la función de pareo que tiene retornos constantes de escala.

Un trabajo pareado con un trabajador produce p, el costo de postear una vacante es pc, los ingresos de un trabajador desempleado son z y el salario de un trabajador empleado es w, donde las cuatro cantidades/precios anteriores son por unidad de tiempo. La tasa de descuento es r y la tasa exógena de separación es λ.

Denotamos por J y V el valor presente descontado esperado de los ingresos de un trabajo pareado y vacante, respectivamente, y por W y U el valor presente descontado esperado de los ingresos de un trabajador empleado y desempleado, respectivamente. Los agentes económicos son neutros al riesgo y el análisis es en tiempo continuo.

Las rentas que genera un pareo se reparten entre trabajador y empleador en una negociación a la Nash, donde el poder negociado del trabajador es $\beta \in (0, 1)$, de modo que (puede usar la expresión que sigue sin demostrarla):

$$W - U = \frac{\beta}{1 - \beta}(J - V). \tag{6}$$

Todas las preguntas que siguen se remiten al estado estacionario. También suponemos que los parámetros son tales que el pareo de un trabajador y vacante crean valor, lo cual combinado con (6) implica que $J > V$ y $W > U$.

(a) Escriba las ecuaciones de Bellman para J y V.

Respuesta:

$$rV_t = -pc + \dot{V}_t + q(\theta_t)\max\left(J_t - V_t, 0\right) \tag{7}$$

$$rJ_t = p - w_t + \dot{J}_t + \lambda(V_t - J_t) \tag{8}$$

En lo que sigue suponemos que hay libre entrada para crear vacantes, de modo que $V = 0$.

(b) Use (a) y $V = 0$ para obtener dos expresiones para J. A continuación utilice estas expresiones para despejar w en función de parámetros y θ.

Respuesta:

Imponiendo estado estacionario y la condición de libre entrada, $V_t = 0$, en (7) se obtiene $J = \frac{pc}{q(\theta)}$. Imponiendo lo mismo en (8) se obtiene $\frac{p-w}{r+\lambda}$. Igualando ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p-w}{r+\lambda} \tag{9}$$

(c) Escriba las ecuaciones de Bellman para W y U y combínelas con (6) y las partes anteriores para obtener una segunda expresión para w en función de parámetros y θ.

Respuesta:

$$rW_t = \dot{W}_t + w_t + \lambda(U_t - W_t) \tag{10}$$

$$rU_t = \dot{U}_t + z + \theta_t q(\theta_t)\max(W_t - U_t, 0) \tag{11}$$

Imponiendo estado estacionario se obtiene:

$$rW = w + \lambda(U - W) \tag{12}$$

$$rU = z + \theta q(\theta)(W - U) \tag{13}$$

Restando (13) a (12) y factorizando por $(W - U)$:

$$(W - U)(r + \lambda + \theta q(\theta)) = w - z \tag{14}$$

Luego, usando (13) y $V = 0$ podemos reeplazar $(W - U)$ por $\frac{\beta}{1-\beta}J$:

$$\frac{\beta}{1-\beta}J(r + \lambda + \theta q(\theta)) = w - z \tag{15}$$

Sabemos que $J = \frac{p-w}{r+\lambda} = \frac{pc}{q(\theta)}$, por lo que podemos reemplazarlo convenientemente en cada caso para obtener

$$\frac{\beta}{1-\beta}(p - w + pc\theta) = w - z \tag{16}$$

Reordenando:

$$w = (1-\beta)z + \beta p(1 + c\theta) \tag{17}$$

(d) Derive la Curva de Beveridge.
Respuesta:
Como corresponde a estado estacionario, debemos igualar la creación de empleos a la destrucción de empleos:

$$u\theta q(\theta) = (1-u)\lambda \tag{18}$$

Luego,

$$u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)} \tag{19}$$

(e) Explique cómo obtiene θ, v, u y w de equilibrio a partir de las expresiones anteriores.
Respuesta:
Hasta el momento tenemos un set de tres ecuaciones:

$$u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)} \tag{20}$$

$$w = (1-\beta)z + \beta p(1 + c\theta) \tag{21}$$

$$\frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p-w}{r+\lambda}(=J) \tag{22}$$

Se pueden combinar las últimas dos ecuaciones para obtener una única ecuación en función de θ. Esta curva se llama Creación de Empleos.

$$\frac{pc}{q(\theta)} = \frac{p-(1-\beta)z-\beta p(1+c\theta)}{r+\lambda} \tag{23}$$

De acá se puede obtener θ^*. Luego se reemplaza θ^* en la Curva de Beveridge para obtener u^*. $v^* = \theta^* u^*$. Finalmente, el salario w^* se obtiene al reemplazar θ^* en la ecuación de salario.

3. **Modelo Shapiro-Stiglitz con contratación de quienes llevan más tiempo desempleados**

En el contexto del modelo Shapiro-Stiglitz, suponga que los trabajadores ya no son contratados de forma aleatoria, si no que en función del tiempo que llevan desempleados. Específicamente, suponga que quienes llevan más tiempos desempleados son contratados primero.

(a) Considere un estado estacionario donde se cumple la "*no-shirking condition*". Derive una expresión para el tiempo que demora un trabajador desempleado en obtener trabajo, en función de b, L, N y $\overline{L}$.

(b) Sea V_U el valor de ser un trabajador desempleado. Derive una expresión para V_U como función del tiempo que demora en obtener un trabajo , la tasa de descuento (ρ) y el valor de estar empleado V_E.

(c) Usando sus respuestas de las partes (a) y (b), encuentre la "*no-shirking condition*" para esta versión del modelo.

(d) Recordando que los trabajadores que llevan más tiempo desempleados deben ser contratados primero, explique cuál es el efecto (si es que existe) de este supuesto sobre la tasa de desempleo de equilibrio.
Ayud: Compare el salario de equilibrio (aquel que satisface *no-shirking*) con el modelo base visto en clases.

Solución:

(a) El número total de trabajadores desempleados es $\bar{L}-NL$. Si no hay flojeo, el número de trabajadores que se vuelven desempleados por unidad de tiempo es el numero de firmas N, multiplicado el número de trabajadores por firma L, multiplicado por la tasa b de separación exógena. En estado estacionario, este también es el numero de trabajadores siendo empleados por unidad de tiempo. Si la gente que se ha quedado desempleada por mayor tiempo es contratada primero, el tiempo que toma obtener un trabajo t^*, es igual al número total de desempleados dividido por el número total de personas que son empleadas por unidad de tiempo.

$$t^* = \frac{\bar{L} - NL}{NLb}.$$

(b) Si alguien que acaba de pasar a ser desemplado toma t^* unidades de tiempo en encontrar trabajo entonces

$$V_U = e^{-\rho \frac{\bar{L}-NL}{NLb}} V_E$$

(c) Como en la versión usual del modelo de Shapiro-Stiglitz, la firma elige un salario tal que el valor de estar empleado, V_E, sea justo el valor de flojear V_S. Esto implica que

$$V_E - V_U = \frac{\bar{e}}{q}.$$

Sustituyendo ésto en la expresión de la parte (a) obtenemos

$$V_E - e^{-\rho \frac{\bar{L}-NL}{NLb}} V_E = \frac{\bar{e}}{q}.$$

Por otro lado, resolviendo $\rho V_E = (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U)$ para w y reemplazandolo en la ecuación anterior obtenemos

$$w = \bar{e} + \left[\frac{\rho}{1 - e^{-\rho \frac{\bar{L}-NL}{NLb}}} + b\right] \frac{\bar{e}}{q}.$$

Esta es la condición de no flojeo. Notemos que cuando el desempleo se va a cero no existe un salario que evite el flojeo. Por otro lado, cuando $NL \to 0$, el salario que garantiza no-flojeo es el mismo que en el caso clasico.

(d) Mostraremos que el salario de no flojeo es mayor en el modelo de Shapiro-Stiglitz convencional que en este modelo para un NL dado.

Tenemos que mostrar que

$$\bar{e} + \left[\rho + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL} b\right] \frac{\bar{e}}{q} > \bar{e} + \left[\frac{\rho}{1 - e^{-\rho \frac{\bar{L}-NL}{NLb}}} + b\right] \frac{\bar{e}}{q}$$

lo que es equivalente a

$$\left[\rho + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL} b\right] > \left[\frac{\rho}{1 - e^{-\rho \frac{\bar{L}-NL}{NLb}}} + b\right]$$

Usando que $t^* = (\bar{L} - NL)/NLb$, podemos escribir $NLbt^* = \bar{L} - NL$ o

$$NL = \frac{\bar{L}}{(1 + bt^*)}.$$

Tenemos que

$$\frac{\bar{L}}{\bar{L}-NL}b = \frac{1+bt^*}{t^*},$$

sustituyendo esto en la desigualdad que nos interesa nos entrega

$$\rho + \frac{1+bt^*}{t^*} > \frac{\rho}{1-e^{-\rho t^*}} + b.$$

Multiplicamos ambos lados por t^*, restamos bt^* de ambos lados y multiplicamos por $(1-e^{-\rho t^*})$ para obtener

$$\rho t^* - \rho t^* e^{-\rho t^*} + 1 - e^{-\rho t^*} > \rho t^*.$$

Luego, lo que debemos mostrar es equivalente a

$$1 - e^{-\rho t^*} - \rho t^* e^{-\rho t^*} > 0.$$

Esto se cumple ya que si definimos $f(x) = 1 - e^{-y} - ye^{-y}$ tenemos que $f(0) = 0$ y $f'(y) > 0 \; \forall y > 0$

4. **Modelo DMP con un seguro de desempleo financiado**

Consideramos el modelo DMP en *tiempo discreto*. La fuerza laboral está normalizada a 1 y u denota a la tasa de desempleo. Existe un gran número de firmas que pueden entrar al mercado y buscar a un trabajador. Firmas que se encuentran buscando trabajadores pagan un costo fijo k por período. Dada una medida v de firmas con vacantes que buscan trabajadores, el total de pareos en ese período viene dado por:

$$m(u,v) = \frac{uv}{u+v}.$$

Cada firma con vacantes cuenta con un único puesto laboral disponible. En cada emparejamiento, la firma y el trabajador negocian (a la Nash) el salario w, con η denotando el poder de negociación del trabajador. Si existe un acuerdo, los trabajadores comienzan a producir, generando un output igual a p por período. Todos los agentes descuentan el futuro a tasa $\beta \in (0,1)$. Al final de cada período (luego de que la producción se realiza), los matches existentes se destruyen con probabilidad λ.

Hasta ahora, salvo que el tiempo es discreto, todo es igual al modelo estándar visto en clases. A continuación haremos dos supuestos que nos alejan del modelo base.

Primero, el seguro de desempleo, z, no representará utilidad de ocio como se asumió en clases. Ahora z es un pago hecho por el gobierno que se financia con un impuesto de suma alzada τ (por período) a cada firma con su vacante *ocupada*. Así, el gobierno elige tanto τ como z de manera tal que cumpla con su restricción presupuestaria en cada período t.

El segundo supuesto es sobre la duración del seguro de desempleo. Asumimos que los trabajadores son elegibles para el seguro de desempleo por un único período. (Este supuesto es bastante realista si consideramos que un período en el modelo corresponde a 6 meses).

Todo el análisis que sigue es en estado estacionario.

(a) Derive la curva de Beveridge de esta economía, i.e., exprese u en función de la estrechez de mercado $\theta \equiv v/u$ y λ.

(b) Este modelo predice que un cierto nivel de desempleo persistirá incluso en estado estacionario. Lo que quizás es más sutil es que los trabajadores que están actualmente buscando trabajo han estado desempleados por distintos periodos de tiempo. Esto es especialmente relevante en nuestra pregunta, donde la elegibilidad del seguro de desempleo depende directamente de esta variable. El número clave es la fracción de personas que recién quedaron desempleados y que supondremos pasan un período desempleados antes de iniciar su búsqueda de trabajo. Exprese esta fracción en función de λ y u.

(c) Obtenga un sistema de dos ecuaciones para las funciones de valor de una firma con una vacante abierta (V) y de una firma con la vacante ocupada (J). **Ayuda**: La condición de arbitraje en tiempo discreto es distinta a la de tiempo continuo. Un agente "dueño" de una vacante debe estar indiferente entre venderla en t (antes de realizar el pago por el costo de mantener la vacante ese período y de saber si se llena o sigue vacante) y mantenerla en t para venderla en $t+1$ (nuevamente antes de pagar costos y conocer los shocks de ese período). Lo mismo vale para las ecuaciones de Bellman restantes.

(d) Denote por W, U_z y U las funciones de valor de un trabajador empleado, desempleado recibiendo el seguro de desempleo y desempleado no recibiendo el seguro de desempleo. Plantee un sistema de tres ecuaciones para W, U_z y U y muestre que $U_z = U + z$ de modo que en realidad tiene solo dos ecuaciones.

(e) Imponga la condición de libre entrada en el sistema que obtuvo en (c) para derivar dos expresiones para J. Use estas expresiones para eliminar J y obtener una expresión para w en función de θ y parámetros.

Usando los resultados en (d) para despejar $W - U$ en función de parámetros y θ. Luego se combine este resultado con el supuesto de negociaciones a la Nash para obtener una segunda expresión para w en función de θ y parámetros, con lo cual se obtiene la recta JC vista en clases que determina θ.

La ecuación de salarios correspondiente queda

$$w = \eta(p - \tau) - (1 - \eta)\beta\lambda z + \eta k\theta. \tag{24}$$

Solo falta imponer que el seguro de desempleo debe autofinanciarse.

(f) Derive una relación entre τ y parámetros de manera que la restricción presupuestaria del gobierno se satisface en cada período.

(g) Use la condición que obtuvo en la parte anterior para librarse de τ en (24). Compare la expresión que obtuvo con la expresión correspondiente vista en clases que viene dada por

$$w = \eta p + (1 - \eta)z + \eta k\theta.$$

y explique la (o las) diferencias. **Ayuda**: Suponga β muy cercano a uno para hacer la interpretación.

Solución:

(a) El número de personas que encuentra trabajo en un período será igual al que pierde su trabajo, de modo que $\theta q(\theta)u = \lambda(1 - u)$. Despejando u se obtiene

$$u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)} = \frac{\lambda}{\lambda + \frac{\theta}{1+\theta}}. \tag{25}$$

(b) La fracción pedida es la fracción de trabajadores que pierde el empleo en un período: $\lambda(1-u)$.

(c) Las funciones valor vienen dadas por:

$$V = -k + \beta q(\theta)J + \beta(1-q(\theta))V, \tag{26}$$
$$J = p - w - \tau + \beta(1-\lambda)J + \beta\lambda V. \tag{27}$$

(d) Tenemos

$$W = w + \beta(1-\lambda)W + \beta\lambda U_z, \tag{28}$$
$$U_z = z + \beta\theta q(\theta)W + \beta(1-\theta q(\theta))U, \tag{29}$$
$$U = \beta\theta q(\theta)W + \beta(1-\theta q(\theta))U. \tag{30}$$

(e) Imponiendo $V = 0$ en las dos expresiones obtenidas en (c) lleva a

$$J = \frac{k}{\beta q(\theta)} = \frac{p-w-\tau}{1-\beta(1-\lambda)}.$$

Despejando w se obtiene:

$$w = p - \tau - \frac{k(1+\theta)[1-\beta(1-\lambda)]}{\beta}.$$

(f) Para una trayectoria balanceada del gobierno necesitamos que:

$$(1-u)\tau = (1-u)\lambda z$$

Donde el lado izquierdo es la recaudación total mediante el impuesto y el lado derecho es el gasto total en el seguro de desempleo i.e., z veces el número de trabajadores desempleados por un período. Claramente, esta expresión implica que

$$\tau = \lambda z$$

(g) Se obtiene:

$$w = \eta p - [\eta + (1-\eta)\beta]\lambda z + \eta k\theta \simeq \eta p - \lambda z + \eta k\theta.$$

En el modelo visto en clases, el salario de reserva relevante depende de η, de hecho, es igual a $z + \eta(p-z) + \eta k\theta$ de modo que depende de la renta que recibe el trabajador, $p - z$. Mientras mayor poder negociador tienen los trabajadores, más renta reciben. En el modelo que vimos ahora, en cambio, los empleadores pagan λz en seguro pero, en equilibrio, se lo restan al salario que reciben los trabajadores. Tenemos, entonces, que los trabajadores empleados y las empresas que están produciendo subsidian a los trabajadores desempleados.