

Microeconomía I ENECO/610

Ayudantía 2

Pregunta 1

Sea $f : \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ una función que tiene derivadas continuas de primer y segundo orden. Definimos $v : \mathbb{R}_+^L \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ como

$$v(p, w) = \alpha + f(p)w$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$ constante.

Demuestre que para que $v(p, w)$ pueda ser una función de utilidad indirecta obtenida a partir de preferencias \succsim racionales, continuas y localmente no saciadas, $f(p)$ debe cumplir las siguientes propiedades:

- f homogénea de grado -1
- f cuasiconvexa
- $f(p) > 0 \quad \forall p \in \mathbb{R}_+^L$
- $\nabla f(p) \leq 0$

Pregunta 2

Las preferencias están representadas por $u = \phi(x)$, a las que se le calculan la función de gasto, función de utilidad indirecta y sus respectivas demandas. Si las mismas preferencias ahora están representadas por $u^* = \psi(\phi(x))$ donde $\psi(\cdot)$ es una función monotónica creciente, muestre que $e(p, u)$ se reemplaza por $e(p, \psi^{-1}(u^*))$, $v(p, m)$ por $\psi(v(p, m))$ y $h(p, u)$ por $h(p, \psi^{-1}(u^*))$. Además, explique por qué las demandas marshallianas $x(p, w)$ no se ven afectadas.

Pregunta 3

Suponga que $u : \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de utilidad continua que representa a \succsim localmente no saciadas en $X = \mathbb{L}_+$, y el vector de precios es $p \gg 0$. Demuestre que si x^* es la solución al PMU, entonces lo es bajo el PMG con $u = u(x^*)$. Además, demuestre que si h es la solución del PMG, entonces también es la solución del PMU con $w = p \cdot h$.

Pregunta 4

Sea $b \in \mathbb{R}_+^L$ y $X = \mathbb{R}_+^L$. Las preferencias están representadas por la siguiente función de utilidad $u : X \rightarrow \mathbb{R}$,

$$u(x) = \min\{x_1 - b_1, \dots, x_L - b_L\}.$$

1. ¿Qué puede decir sobre la convexidad y monotonicidad de las preferencias?
2. ¿Tiene el problema del consumidor una solución única? Encuentre la demanda Marshalliana y su dominio.

3. ¿Son todos los bienes normales? ¿Superiores? (Sugerencia: estudie primero el caso $L = 2$).
4. Obtenga la función de utilidad indirecta.
5. Obtenga la función de gasto y chequee que sus propiedades se cumplen.