Microeconomía I
Ayudantía de Repaso

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Valeria Ulloa, Benjamín Peña, Marcelo Gómez

Pregunta 1

Sea $f : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ una funcion que tiene derivadas continuas de primer y segundo orden. Definimos $v : \mathbb{R}^{\mathbb{L}}_+ \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ como

$$v(p, w) = \alpha + f(p)w$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$ constante.

a) Demuestre que para que $v(p, w)$ pueda ser una funcion de utilidad indirecta obtenida a partir de preferencias $\succsim$ racionales, continuas, y localmente no saciadas, $f(p)$ debe cumplir las siguientes propiedades:

- f homogénea de grado -1
- f cuasiconvexa
- $f(p) > 0$ para todo $p \in \mathbb{R}^L_+$
- $\nabla f(p) \leq 0$

b) Asumiendo que la demanda es univaluada, encuentre la funcion de demanda. ¿Que puede decir de la curva de Engel?

c) Calcule la matriz de Slutsy

Pregunta 2

Considere una economía con $T + 1$ bienes: El bien 0 es un bien numerario y los bienes $1, ..., T$ representan el consumo de electricidad en el momento $t = 1, ..., T$. La producción de electricidad requiere la construcción de una planta de capacidad K, donde K representa la cantidad máxima de electricidad que se puede producir en cualquier momento. La construcción de una planta de capacidad K requiere ρK unidades del bien numerario y luego el costo de producir una unidad de electricidad en cualquier momento es γ unidades del numerario. Dado que no es óptimo construir una capacidad mayor que la capacidad máxima de electricidad producida en cualquier momento, la producción establecida para la electricidad es

$$Y = \{(-z_0, y_1, ..., y_T) \in \mathbb{R}_- \times \mathbb{R}^T_+ : z_0 \geq \rho \left[\max_{1\leq t\leq T} y_t\right] + \gamma \sum_{t=1}^{T} y_t\}$$

a) Muestre que el conjunto de electricidad es convexo y presenta rendimientos constantes a escala.

b) Para simplificar asuma que hay solo una empresa que maximiza sus ganancias tomando los precios como dados, con $T = 2$ y $p = (1, p_1, p_2)$. En el plano (y_1, y_2) dibuje las curvas de isocosto de la empresa.

Pregunta 3

Considere las siguientes dos loterias:

$$L : \begin{cases} 200 & \text{con probabilidad } 0.7 \\ 0 & \text{con probabilidad } 0.3 \end{cases}$$

$$L' : \begin{cases} 1200 & \text{con probabilidad } 0.1 \\ 0 & \text{con probabilidad } 0.9 \end{cases}$$

Llame x_L y $x_{L'}$ los montos seguros de dinero que el individuo considera igualmente deseables que L y L'. Muestre que si las preferencias son transitivas y monótonas, el individuo prefiere L a L' si y solo si $x_L > x_{L'}$.

Pregunta 4

Suponga que el gobierno le pone un impuesto t al precio del bien 1, de tal forma que el nuevo precio de este bien es $p_1^1 = p_1^0 + t$, mientras que todo lo demás se mantiene constante. En este contexto, se define el *deadweight loss of commodity taxation* como qué tanto peor está el consumidor con este impuesto en comparación a un impuesto de suma alzada que recaude lo mismo. Basado en estas definiciones, responda lo siguiente:

a) Derive una expresion para el *deadweight loss of commodity taxation* en términos de la demanda hicksiana al nivel de utilidad u^1. ¿Cuál es el signo de esto?

b) Repita la pregunta *a)* pero para u^0.

c) Grafique ambos casos.

d) Calcule la derivada del *deadweight loss of commodity taxation* con respecto a t para ambos casos. Además, muestre que evaluada en $t = 0$ la derivada es igual a 0 y responda e interprete qué sucede para $t > 0$ si $h_1(p, u^0)$ es estrictamente decreciente en p_1.

Pregunta 5

a) Muestre que si un individuo tiene una función de utilidad Bernoulli cuadrática de la forma:

$$u(\cdot) = \beta x^2 + \gamma x$$

Entonces la utilidad derivada de una distribución es determinada por la media y la varianza de la distribución y de hecho solo de estos momentos. ¿Qué valores deben tomar β y x para asegurar que $u(x)$ sea creciente y cóncava?

b) Suponga que la función de utilidad $U(\cdot)$ sobre las distribuciones es dada por:

$$U(F) = \mathrm{E}(F) - r\mathrm{Var}(F)$$

Muestre que (a menos que el conjunto de posibles distribuciones sea bastante restringido) $U(\cdot)$ no puede ser compatible con ninguna función de utilidad Bernoulli. Dé un ejemplo de loterías L y L' sobre la misma cantidad de dinero x' y $x'' > x'$ tal que L da una mayor probabilidad a x'' y pese a esto bajo $U(\cdot)$ L' es preferida a L.