Pregunta 1

Existen dos países indexados con $i = 1,2$, donde cada uno emite e_i toneladas de gases contaminantes que le permiten tener un ingreso de A_i por tonelada de gas emitido. La contaminación total E_i de cada país depende de las emisiones propias y de las emisiones del país vecino, de forma tal que $E_i = e_i + k_i e_j$ con $0 \leq k \leq 1$. A su vez, esta contaminación genera problemas de salud en los habitantes de cada país, lo que genera costos de BE_i^2 para cada país i.

Asuma que cada uno de estos países elige simultáneamente la cantidad de gases que emite de tal manera de maximizar sus beneficios netos. ¿Cuál es el equilibrio de Nash?

País 1: $\max \ \Pi_1 = A_1 e_1 - BE_1^2 \quad \text{s.a} \quad E_1 = e_1 + k_1 e_2$

$\Pi_1 = A_1 e_1 - B(e_1 + k_1 e_2)^2$

$\frac{\partial \Pi_1}{\partial e_1} = A_1 - 2B(e_1 + k_1 e_2) = 0 \Rightarrow e_1 = \frac{A_1}{2B} - k_1 e_2$ } mejor respuesta país 1

País 2: $\max \ \Pi_2 = A_2 e_2 - BE_2^2 \quad \text{s.a} \quad E_2 = e_2 + k_2 e_1$

$\Pi_2 = A_2 e_2 - B(e_2 + k_2 e_1)^2$

$\frac{\partial \Pi_1}{e_2} = A_2 - 2B(e_2 + k_2 e_1) = 0 \Rightarrow e_2 = \frac{A_2}{2B} - k_2 e_1$ } mejor respuesta país 2

El EN es la intersección de las mejores respuestas:

$$e_1 = \frac{A_1}{2B} - k_1 e_2 = \frac{A_1}{2B} - k_1\left(\frac{A_2}{2B} - k_2 e_1\right) = \frac{1}{2B}(A_1 - k_1 A_2) + k_1 k_2 e_1$$

$$\Rightarrow e_1^* = \frac{A_1 - k_1 A_2}{2B(1 - k_1 k_2)}$$

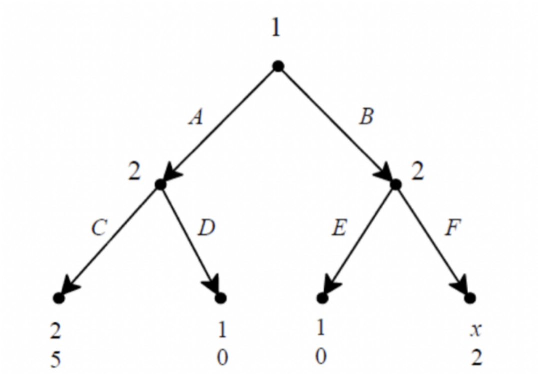
$$\Rightarrow e_2^* = \frac{A_2 - k_2 A_1}{2B(1 - k_1 k_2)}$$

$EN = \{(e_1^*, e_2^*)\}$

* Parecido a Cournot

Pregunta 2

Considere el siguiente juego en su forma extensiva:



Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras. ¿Cómo depende del valor de x?

Juego secuencial:

↳ $S_1 = \{A, B\}$

↳ $S_2 = \{CE, CF, DE, DF\}$

Se puede escribir el juego como:

J1 \ J2	CE	CF	DE	DF
A	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)
B	(1,0)	(x,2)	(1,0)	(x,2)

* Valores críticos de x : 1, 2

① $x < 1$:

J1 \ J2	CE	CF	DE	DF
A	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)
B	(1,0)	(x,2)	(1,0)	(x,2)

⇒ EN = {(A,CE), (A,CF)}

② $x = 1$:

J1 \ J2	CE	CF	DE	DF
A	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)
B	(1,0)	(x,2)	(1,0)	(x,2)

⇒ EN = {(A,CE), (A,CF), (B,DF)}

③ $1 < x < 2$

J1 \ J2	CE	CF	DE	DF
A	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)
B	(1,0)	(x,2)	(1,0)	(x,2)

⇒ EN = {(A,CE), (A,CF), (B,DF)}

④ $x = 2$:

J1 \ J2	CE	CF	DE	DF
A	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)
B	(1,0)	(x,2)	(1,0)	(x,2)

⇒ EN = {(A,CE), (A,CF), (B,CF), (B,DF)

⑤ $x > 2$:

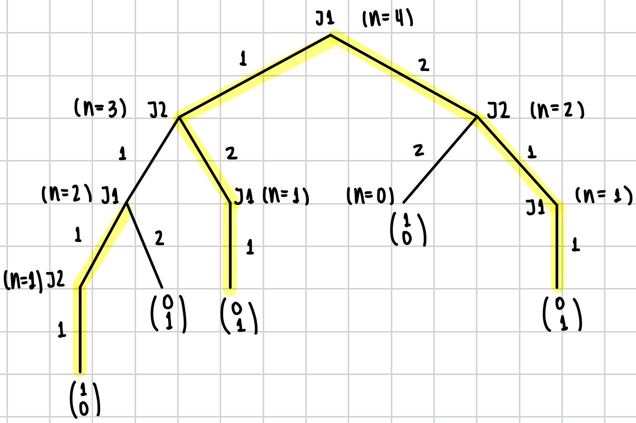
J1 \ J2	CE	CF	DE	DF
A	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)
B	(1,0)	(x,2)	(1,0)	(x,2)

⇒ EN = {(A,CE), (B,CF), (B,DF)}

Pregunta 3

Dos jugadores colocan $n = 4$ fichas sobre una mesa. Los jugadores juegan de forma alternada, siendo el Jugador 1 quien juega primero. Cuando es su turno, el jugador debe sacar una o 2 fichas. El que saca la última ficha pierde el juego. El pago del ganador es 1, mientras que el pago del otro jugador es 0.

Suponga que ambos jugadores observan y recuerdan todo el desarrollo del juego. Describa el juego en su forma extensiva. ¿Existe algún equilibrio de Nash perfecto en subjuegos para el cual el jugador 1 gana la partida?



* Encontramos el ENPS haciendo inducción hacia atrás

ENPS = $\{((1,1),2), ((2,1),1)\}$