Departamento de Economía
Facultad de Economía y Negocios
Universidad de Chile

Solemne Segunda Parte
Macroeconomía I
Magíster y Doctorado en Economía

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Gabriela Jaque y Pedro Schilling
Semestre: Otoño 2023

Pregunta 1: Conteste todas las siguientes preguntas (30 puntos)

a) En el modelo de Barro de crecimiento con provisión de bienes públicos estudiado en clases (donde $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}G^{1-\alpha}$), la solución de mercado no coincide con la solución óptima desde el punto de vista del planificador social. Explique por qué. (7,5 puntos)

b) ¿Por qué es ineficiente la tasa de crecimiento de mercado en el modelo de Romer (1986)? (7,5 puntos)

c) El modelo de Romer (1990) asume que el cambio en el número de variedades viene dado por: $\dot{N} = L_R N/\eta$. Donde L_R corresponde al trabajo destinado al sector del I+D, N es el número de variedades existente y η es la cantidad de trabajo que se requiere para producir una nueva variedad. Explique:

i. Cuáles son las externalidades que exhibe este modelo en comparación al modelo visto en clases donde la producción de I+D requiere solo del bien final y no capital humano. (7,5 puntos)

ii. ¿Por qué Romer (1990) debe asumir que $\dot{N} = L_R N/\eta$ y no simplemente que $\dot{N} = L_R/\eta$? (7,5 puntos)

Pregunta 2: Modelo AK con tasa de ahorro exógena (40 puntos)

Considere la siguiente función de producción de Romer (1986) para la firma j:

$$y_j(t) = k_j^{\alpha} A^{\eta}(t),$$

con $0 < \alpha < 1$ y con:

$$A(t) = A_0 \frac{\sum_{j=1}^{N} k_j(t)}{N}$$

Donde y es el producto por trabajador, k representa el capital por trabajador (per cápita) y N es el número total de firmas. Suponga que s corresponde a la tasa de ahorro (constante) y que n es la tasa de crecimiento de los trabajadores (población), también constante, y que la tasa de depreciación del capital físico es δ.

a) Encuentre la ecuación diferencial para k cuando todas las firmas son idénticas. (7,5 puntos)

b) Represente gráficamente la tasa de crecimiento del modelo y el nivel de capital per cápita de equilibrio para los siguientes casos de la función de producción:
   i. Rendimientos decrecientes a escala: $\alpha + \eta < 1$. (5 puntos)
   ii. Rendimientos constantes a escala: $\alpha + \eta = 1$. (5 puntos)
   iii. Rendimientos crecientes a escala: $\alpha + \eta > 1$. (5 puntos)

c) Analice los efectos sobre la tasa de crecimiento de largo plazo de un cambio en la tasa de ahorro para los tres casos en b). (7,5 puntos)

d) Considere el efecto de un terremoto que destruye la mitad del stock de capital de la economía. Explique qué ocurre en cada uno de los casos en b) con: la tasa de crecimiento de la economía inmediatamente después del shock, la tasa de crecimiento de largo plazo; y con el nivel de producto que alcanza la economía en comparación con el caso sin shock. (10 puntos)

Pregunta 3: Modelo Neoclásico con Impuestos al Capital y al Trabajo (30 puntos)

Considere el siguiente modelo de Ramsey con impuestos al trabajo y al capital. Los hogares son indexados por $i \in [0,1]$. Como es usual en este tipo de modelos asuma que el hogar i (que será el hogar representativo) maximiza la siguiente función de utilidad:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{c^i(t)^{1-\gamma}}{1-\gamma} dt,$$

con $\rho > 0$ y donde $c^i(t)$ corresponde al consumo. Es importante notar que esta especificación de la función de utilidad asume que la oferta de trabajo es exógena. En particular, asuma que cada hogar ofrece una unidad de trabajo. No hay crecimiento poblacional ni tecnológico.

Ahora se introduce el gobierno en la economía. En particular asuma que el gobierno impone un impuesto al ingreso laboral de los hogares y un impuesto separado a los ingresos del capital de los hogares. El gobierno redistribuye el ingreso por impuestos de manera uniforme a los hogares en forma de una transferencia de suma alzada, T(t). Dado lo anterior, la restricción presupuestaria del hogar i viene dada por:

$$\dot{k}^i(t) = (1-\tau^l)w(t) + (1-\tau^k)r(t)k^i(t) - c^i(t) - \delta k^i(t) + T(t)$$

donde $k^i(t)$ corresponde a las tenencias de capital del hogar, $w(t)$ corresponde al pago al trabajo, $r(t)$ al pago al capital, τ^l el impuesto al trabajo, τ^k el impuesto al capital y δ a la tasa de depreciación del capital. La restricción presupuestaria del gobierno viene dada por:

$$T(t) = \int_0^1 \left[\tau^l w(t) + \tau^k r(t) k^i(t)\right] di$$

a) ¿Cuál es la restricción de recursos de la economía? (4 puntos)

b) Resuelva el problema de maximización de los hogares (indique las restricciones que enfrentan los hogares incluyendo aquellas que no hayan sido mencionadas en el texto de la pregunta) y obtenga el sistema de dos ecuaciones diferenciales que caracterizan la solución descentralizada. (8 puntos)

c) Dibuje el diagrama de fases y explique cómo se compara éste con el caso en el que no hay impuestos distorsionadores. (6 puntos)

d) Suponga que el gobierno decide aumentar el impuesto al capital de manera permanente (y no anticipada). ¿Cómo afecta esta decisión al locus $\dot{c} = 0$? ¿Al locus $\dot{k} = 0$? ¿Y a las variables c y k? (6 puntos)

e) ¿Qué pasa si el gobierno decide incrementar el impuesto al trabajo? ¿Explique por qué obtiene este resultado? (6 puntos)

Pregunta 4: Modelo de Lucas con Externalidades (40 puntos)

Considere el modelo de Uzawa-Lucas. Asuma que la función de producción del bien final toma la siguiente forma:

$$y = Ak^{\alpha}(uh)^{(1-\alpha)}(h^a)^{\psi},$$

donde A corresponde al nivel de tecnología, k es el stock de capital físico, u es la fracción de capital humano utilizado en el sector de producción del bien final, h es el stock de capital humano y h^a es el stock de capital humano promedio en la economía. El gobierno impone un impuesto al ingreso τ. El producto después de impuesto puede ser consumido o usado para incrementar el stock de capital:

(a) $$\dot{k} = (1-\tau)Ak^{\alpha}(uh)^{(1-\alpha)}(h^a)^{\psi} - c - \delta k.$$

Asuma que no hay crecimiento poblacional. La producción de capital humano exhibe retornos constantes a escala. En particular, la acumulación de capital humano toma la siguiente forma:

(b) $$\dot{h} = (1+s)B(1-u)h - \delta h,$$

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta}\left((1+s)(1-\tau)A\alpha k^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}\bar{h}^{\psi} - \delta - \rho\right)$$

Donde s corresponde a un subsidio constante a la educación, B el el nivel de productividad en el sector de capital humano y $(1-u)$ es la fracción de capital humano destinada al sector educación.

Los hogares maximizan la siguiente función de utilidad:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} dt,$$

sujeto a (a) y (b), tomando $k(0) > 0$, $h(0) > 0$, τ, s y h^a como dados.

a) Imagine que la economía está habitada por personas con distintos niveles de capital humano, digamos, h_1 tiene un nivel más bajo que h_2 y así sucesivamente. ¿Cuál sería el efecto de introducir una persona con el nivel más alto de capital humano en la productividad del resto de los trabajadores? Explique por qué. (5 puntos)

b) Encuentre las condiciones de primer orden con respecto a c, u, h y k. (10 puntos)

c) Encuentre las tasas de crecimiento de estado estacionario para el capital físico, el capital humano, el consumo y el producto. ¿Son todos iguales? (10 puntos)

d) ¿Cuál es el papel que juega la externalidad en la tasa de crecimiento? (5 puntos)

e) ¿Cuál es el efecto de un incremento en el subsidio, s, en la tasa de crecimiento del producto? ¿Por qué? (5 puntos)

f) Ignorando la restricción presupuestaria del gobierno, ¿cuál es el efecto de un aumento en τ en la tasa de crecimiento del producto? ¿Por qué? (5 puntos)