

2. (40 puntos) Suponga que las variables aleatorias y , x siguen un proceso de mixture bivariado de normales de la forma:

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} \sim \begin{cases} N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) & \text{con probabilidad } p \\ N \left(\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) & \text{con probabilidad } 1 - p \end{cases}, \quad (1)$$

donde a y p son constantes desconocidas.

- **(a) (10 puntos)** Encuentre las esperanzas, varianzas y covarianzas incondicionales de x e y .
- **(b) (10 puntos)** ¿A qué convergerían los parametros si estimase una regresión de y en x ?
- **(c) (5 puntos)** Utilice el método de momentos para obtener estimadores de a y p .
- **(d) (10 puntos)** Obtenga la log-likelihood para estimar a y p .
- **(e) (5 puntos)** ¿Cómo podría estimar la probabilidad de encontrarse en un regimen observando datos de y , x ?

““