

### Instrucciones

1. Tiene 10 minutos para leer el enunciado antes de que se repartan los folios para responder.
2. Luego tiene 3 horas para responder esta solemne.
3. La solemne tiene 5 preguntas, el número máximo de puntos que otorga cada pregunta se indica en cada caso, el número máximo de puntos que puede obtener en la Solemne es 120.
4. Salvo que se indique lo contrario, todas las partes de una pregunta dan el mismo puntaje.
5. Asigne su tiempo de modo de dedicar suficiente tiempo a todas las preguntas. No dedique demasiado tiempo a ninguna de ellas. Se recomienda dedicar tantos minutos como puntos asignados a cada pregunta. Esto deja una hora de libre disposición, sin contar los 10 minutos que dedicará a leer el enunciado.
6. Sus respuestas deben contener pasos intermedios para que el evaluador pueda estar seguro de que llegó al resultado correcto sabiendo lo que hacía. Esto también le permitirá al evaluador darle puntaje parcial cuando no obtenga la respuesta correcta.
7. Responda cada pregunta en una hoja distinta e indique cuál pregunta está respondiendo.
8. Este es un control a libro cerrado. No se permiten ayudas de ninguna especie.

### Expresiones para Equivalencia Cierta

Con la notación habitual ( $R = 1 + r$ ) tenemos que  $C_t$  es una martingala ( $E_t C_{t+k} = C_t$  para  $k = 1, 2, 3, \dots$ ) y:

$$C_t = \frac{r}{R} \left\{ A_t + \sum_{s \geq 0} R^{-s} E_t Y_{t+s} \right\}$$

### Teoría $q$ :

- Dinámica:

$$\dot{K} = \frac{q-1}{b} K, \quad \dot{q} = rq - \pi_K(K_t) - \frac{(q-1)^2}{2b}.$$

- Estado estacionario:

$$q^* = 1, \quad r = \pi_K(K^*).$$

### 1. Preguntas breves (20 puntos)

- a) Un shock de incertidumbre a los ingresos de los hogares se define como un shock que incrementa la varianza de las variables aleatorias que describen los ingresos futuros sin afectar sus esperanzas. ¿Cómo afecta un shock de incertidumbre el consumo corriente en el modelo de equivalencia cierta? Justifique.
- b) Una crítica a los modelos de consumo que vimos en el curso es que suponen una capacidad de análisis matemático que la mayoría de los hogares no tiene. ¿Es el modelo de consumo con tasa de descuento cuasi-hiperbólica una respuesta satisfactoria a esta crítica? Justifique.
- c) Considere el modelo de teoría-q visto en clases, con las simplificaciones que hicimos para hacer estática comparativa. La economía parte en estado estacionario cuando el valor del parámetro  $b$  que determina la magnitud de los costos de ajuste cae a la mitad, lo cual es recibido como una muy buena noticia. Describa el impacto de este shock de costos de ajuste sobre la evolución del stock de capital. Justifique.
- d) Explique, en no más de 70 palabras, por qué un modelo de inversión con costos no convexos de ajuste puede generar una respuesta al impulso unitario que varía en el tiempo.

### 2. Precios de bienes agrícolas (20 puntos)

**Nota:** Puede responder las partes c) y d) sin responder las partes a) o b) pero usando el resultado de b).

El proceso  $z_t$  es la suma de dos procesos MA(1) con innovaciones normales e independientes, es decir,

$$z_t = x_t + y_t.$$

Donde

$$\begin{aligned}x_t &= \varepsilon_t + b_x \varepsilon_{t-1}, \\y_t &= \eta_t + b_y \eta_{t-1},\end{aligned}$$

con  $|b_x| < 1$ ,  $|b_y| < 1$ ,  $\varepsilon_t$  y  $\eta_t$  ruidos blancos Gaussianos independientes entre sí.

- a) Calcule la función de autocovarianza de  $z_t$ .
- b) Muestre que la representación de Wold de  $z_t$  es un MA(1). Concluya el proceso que sigue  $z_t$  es un MA(1).  $\delta 1$   $(b = 1)$

La oferta y demanda por un bien agrícola vienen dadas por

$$\begin{aligned}q_t^s &= cp_t^* + W_t + \nu_t, \\q_t^d &= 1 - p_t + \eta_t,\end{aligned}$$

donde  $p_t^*$  denota el precio esperado por los agentes económicos en  $t-1$  y  $W_t$  captura fluctuaciones climáticas y sigue un AR(1):

$$W_t = \rho W_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Donde los tres procesos de innovación,  $v_t$ ,  $\eta_t$  y  $\varepsilon_t$ , son Gaussianos e independientes entre sí.

Suponga que los agentes tienen expectativas racionales.

- c) Muestre que  $q_t$  sigue un proceso ARMA(1,1).
- d) Muestre que  $p_t$  también sigue un proceso ARMA(1,1).

### 3. El impacto del IFE y los modelos de consumo (20 puntos)

En junio del 2021 se aprobó el IFE Universal, que extendió el IFE al 100 % de los hogares en el Registro Social de Hogares (RSH) y aumentó los montos de las transferencias. En total, el beneficio pasó a estar disponible para aproximadamente 8 millones de hogares, que corresponden a 15 millones de personas<sup>1</sup>. Los hogares inscritos en el RSH recibieron el beneficio entre julio y diciembre del 2021, en montos que iban desde los \$177.000 hasta los \$887.000 pesos. Esto se puede notar en la Figura 1, en donde se ilustra que tanto los Retiros de fondos de pensiones, como el IFE, constituyen la gran parte de los ingresos de los hogares entre el 2020 y 2021<sup>2</sup>.

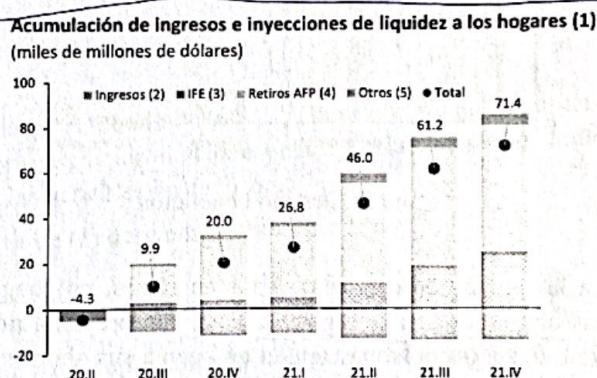


Figura 1: Ingresos hogares

- a) Para esta pregunta, suponga que las personas son financieramente sofisticadas y toman en cuenta dentro de su riqueza financiera sus ahorros previsionales. Explique si debería diferir la respuesta en el consumo frente al IFE universal y los retiros de las AFP si consideramos el modelo de equivalencia cierta, y si esta respuesta depende de las características de quienes reciben los beneficios. Su respuesta no debería ser más de media plana.
- b) Para esta pregunta, suponga que las personas son financieramente sofisticadas y toman en cuenta dentro de su riqueza financiera sus ahorros previsionales. Explique si debería diferir la respuesta en el consumo frente al IFE universal y los retiros de las AFP si consideramos el modelo de Carroll, y si esta respuesta depende de las características de quienes reciben los beneficios. Su respuesta no debería ser más de media plana.

<sup>1</sup>Los hogares en el 10% superior del RSH tenían que declarar ingresos per cápita menores a \$800 mil pesos para recibir el beneficio.

<sup>2</sup>Los valores trimestrales son las diferencias respecto de los mismos trimestres del 2019, de manera que los ingresos negativos indican una pérdida de ingresos con respecto a dichos períodos.

La Encuesta de Ocupación y Desocupación (EOD) en el Gran Santiago muestra que alrededor de dos tercios de quienes reciben el Ingreso Familiar de Emergencia (IFE) y un tercio de quienes han retirado parte de sus ahorros previsionales dedican estos recursos mayoritariamente a gastos de consumo. Además, estas proporciones crecen para los quintiles de más bajos ingresos. De todas formas, el mismo estudio refleja que una parte relevante de los impulsos es utilizada como ahorro o para la disminución de deudas. Para efectos de las preguntas que siguen, y para simplificar, suponga que estas diferencias en el destino del IFE y los retiros de fondos no son causadas por diferencias en las fechas en que se entregaron.

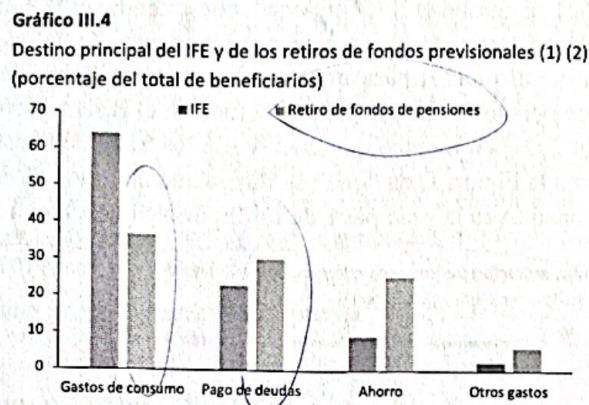


Figura 2: Destino beneficios

- c) En base a las teorías de consumo vistas en clases, proponga una explicación para las diferencias observadas en la Figura 2. Para esta pregunta no necesariamente tiene que suponer que todas las personas toman en cuenta sus ahorros previsionales dentro de su riqueza financiera, y puede hacer los supuestos que estime convenientes.

#### 4. Manejo de inventarios (40 puntos)

Usar las líneas.

El tiempo es discreto e infinito y el factor de descuento es  $\gamma < 1$ . Considere una firma neutra al riesgo que en  $t$  produce una cantidad  $Y_t$ , a un costo  $C(Y_t)$ , de un bien que se puede almacenar, donde  $C$  es una función estrictamente creciente y estrictamente convexa. Los ingresos de la firma en  $t$  son iguales a  $R(S_t)$ , donde  $S_t$  denota las ventas en  $t$ , las cuales son i.i.d. y están más allá del control de la firma, y  $R$  es alguna función (que no tendrá ningún rol en lo que sigue, dado que los  $S_t$  son exógenos). La firma maximiza el valor presente descontado esperado de la diferencia entre sus ingresos y sus costos. La firma puede acumular inventarios,  $I_t$ , los cuales evolucionan de acuerdo a

$$I_{t+1} = \rho(I_t - S_t + Y_t), \Rightarrow \frac{I_{t+1}}{\rho} - I_t + S_t = \gamma T$$

donde  $\rho > 0$  es una constante. Al inicio de cada período se conoce el valor de las ventas,  $S_t$ , y estas se satisfacen con inventarios del período anterior o con nueva producción. Hacemos dos supuestos que simplifican el análisis:

- La firma debe cubrir la demanda en cada período

- Los inventarios pueden ser negativos.

**El caso sin inventarios:** Sólo en esta parte suponga que la firma no puede acumular inventarios, es decir, en esta parte suponemos que el bien no se puede almacenar..

- a) ¿Cuánto produce la firma cada período? Compare la volatilidad de la producción con la volatilidad de las ventas.

**Inventario sin fricciones:** Suponga que no hay un costo de ajustar el stock de inventario, y que los inventarios pueden tomar valores positivos y negativos.

- b) ¿Por qué querría la firma acumular inventarios? ¿Qué tradeoff enfrenta la firma? ¿Cómo podemos interpretar el parámetro  $\rho$ ? Considere separadamente los casos en que  $\rho < 1$ ,  $\rho = 1$  y  $\rho > 1$ . ¿Cómo podemos interpretar inventarios negativos?

- c) Explique por qué la ecuación de Bellman del problema que resuelve la firma viene dada por

$$(1) \quad V(I_t, S_t) = \max_{I_{t+1}} \left\{ R(S_t) - C \left( \frac{I_{t+1}}{\rho} - I_t + S_t \right) + \gamma E V(I_{t+1}, S_{t+1}) \right\}.$$

¿A qué corresponde  $V(I_t, S_t)$ ? ¿De dónde sale el argumento de  $C$ ? ¿Sobre qué variable aleatoria se calcula el valor esperado del lado derecho? Indique la o las variables de estado y la o las variables de decisión.

- d) A partir de (1) derive la ecuación de Euler

$$C'(Y_t) = \rho \gamma E[C'(Y_{t+1})].$$

- e) En esta parte suponemos  $\gamma\rho = 1$  y costos de ajuste son cuadráticos:  $C(Y) = \frac{1}{2}bY^2$ . Usando la ecuación de Euler explique por qué la producción será menos volátil que las ventas.

- f) En esta parte consideramos un horizonte finito: la firma produce, satisfaciendo la demanda, entre  $t = 0$  y  $t = T$  y cierra al final de  $T$ . También asumimos que la demanda es determinística, es decir, se conoce  $S_t$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$  en  $t = 0$ . Al igual que en la parte anterior, los costos de producción son cuadráticos pero ahora  $\gamma\rho$  puede ser menor, igual o mayor que uno. Use la ecuación de Euler para determinar los rangos de valores de  $\gamma\rho$  para los cuales  $Y_t$  es creciente, constante, decreciente. Para el caso en que es constante, exprese dicha constante en función de los valores demandados y el inventario inicial,  $I_0$ , que es dado.

## 5. Derivación express del modelo DMP (20 puntos)

A continuación derivamos las condiciones de equilibrio del modelo de Diamond-Mortensen-Pissarides (DMP) en el estado estacionario.

Una fuente de trabajo vacante se llena a tasa  $q(\theta)$  y un trabajador desempleado encuentra trabajo a tasa  $\theta q(\theta)$ , donde  $\theta = v/u$ ,  $v$  denota la fracción de trabajos vacantes,  $u$  la fracción de

trabajadores desempleados y  $q(\theta) = m(1/\theta, 1)$ , donde  $m$  denota la función de pareo que tiene retornos constantes de escala.

Un trabajo pareado con un trabajador produce  $p$ , el costo de postear una vacante es  $pc$ , los ingresos de un trabajador desempleado son  $z$  y el salario de un trabajador empleado es  $w$ , donde las cuatro cantidades/precios anteriores son por unidad de tiempo. La tasa de descuento es  $r$  y la tasa exógena de separación es  $\lambda$ .

Denotamos por  $J$  y  $V$  el valor presente descontado esperado de los ingresos de un trabajo pareado y vacante, respectivamente, y por  $W$  y  $U$  el valor presente descontado esperado de los ingresos de un trabajador empleado y desempleado, respectivamente. Los agentes económicos son neutros al riesgo y el análisis es en tiempo continuo.

Las rentas que genera un pareo se reparten entre trabajador y empleador en una negociación a la Nash, donde el poder negociado del trabajador es  $\beta \in (0, 1)$ , de modo que (puede usar la expresión que sigue sin demostrarla):

$$(2) \quad W - U = \frac{\beta}{1 - \beta} (J - V).$$

Todas las preguntas que siguen se remiten al estado estacionario. También suponemos que los parámetros son tales que el pareo de un trabajador y vacante crean valor, lo cual combinado con (2) implica que  $J > V$  y  $W > U$ .

- Escriba las ecuaciones de Bellman para  $J$  y  $V$ .

En lo que sigue suponemos que hay libre entrada para crear vacantes, de modo que  $V = 0$ .

- Use (a) y  $V = 0$  para obtener dos expresiones para  $J$ . A continuación utilice estas expresiones para despejar  $w$  en función de parámetros y  $\theta$ .
- Escriba las ecuaciones de Bellman para  $W$  y  $U$  y combínelas con (2) y las partes anteriores para obtener una segunda expresión para  $w$  en función de parámetros y  $\theta$ .
- Derive la Curva de Beveridge.
- Explique cómo obtiene  $\theta$ ,  $v$ ,  $u$  y  $w$  de equilibrio a partir de las expresiones anteriores.