Profesor	: Eduardo Engel	Abril 15, 2021
Ayudantes	: Pablo Barros y Giovanni Villa	
Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	
Semestre	: Otoño 2021	
Guía	: No. 2	
Entrega	: Martes 20 de abril, antes de la ayudantía	

1. **Ecuación para tiempos tormentosos**

   La prensa frecuentemente afirma que una caída en el ahorro corriente presagia menor crecimiento futuro. En este problema veremos que no necesariamente es así.

   (a) Considere el modelo de equivalencia cierta (utilidad cuadrática, no hay activo riesgoso, $r = \delta$). Entonces el consumo óptimo viene dado por:

   $$C_t = \frac{r}{1+r}\left\{\sum_{k\geq 0}\beta^k \mathrm{E}_t Y_{L,t+k} + A_t\right\},$$

   donde $\beta = 1/(1+r)$, $Y_{L,t}$ denota el ingreso laboral en t, A_t activos financieros al comienzo del período t y suponemos que el timing es tal que el ingreso financiero durante el período t, $Y_{K,t}$, es igual a $r(A_{t-1} + Y_{L,t-1} - C_{t-1})$.
   Recordando que, por definición, ahorro durante t, S_t, es igual a la diferencia entre ingreso total y consumo, muestre que:

   $$S_t = Y_{L,t} - r\sum_{k\geq 0}\beta^{k+1}\mathrm{E}_t Y_{L,t+k}.$$

   A continuación muestre, a partir de la expresión anterior, que:

   $$S_t = -\sum_{k\geq 1}\beta^k \mathrm{E}_t[\Delta Y_{L,t+k}], \qquad (1)$$

   donde $\Delta Y_{L,t} \equiv Y_{L,t} - Y_{L,t-1}$. Explique por qué este resultado muestra que una reducción en el ahorro no necesariamente presagia menor crecimmiento en el futuro. También explique por qué esta ecuación se conoce como la "ecuación de días tormentosos".

   (b) A continuación usamos el resultado anterior para predecir cambios futuros en el ingreso en base al ahorro corriente. Suponemos que el ingreso sigue un proceso ARIMA(0,1,1):

   $$\Delta Y_t = g + \varepsilon_t + \phi\varepsilon_{t-1},$$

   con ε_t i.i.d. con media nula y varianza σ^2. Use la ecuación de días tormentosos (1) para mostrar cómo se puede utilizar los ahorros del período t para predecir el cambio de ingreso entre t y $t+1$.

2. **Certainty Equivalence and a Simple Fiscal Rule**

The assumptions ensuring certainty equivalence hold (the interest rate r is equal to the subjective discount rate δ, quadratic utility), so that consumption is given by:

$$C_t \;=\; \frac{r}{1+r}\left\{A_t \;+\; \sum_{s\geq 0}\beta^s \mathrm{E}_t Y_{t+s}\right\}, \tag{2}$$

with $\beta \equiv 1/(1+r)$. Also, timing conventions are such that beginning of period assets satisfy:

$$A_{t+1} = (1+r)(A_t + Y_t - C_t). \tag{3}$$

(a) Use (2) and (3) to show that:

$$\Delta A_{t+1} = Y_t - r\sum_{s\geq 1}\beta^s \mathrm{E}_t Y_{t+s},$$

Assume now that income follows an AR(1) process:

$$Y_t - \mu = \phi(Y_{t-1} - \mu) + \epsilon_t, \tag{4}$$

with $0 \leq \phi < 1$ and ϵ_t an innovation process (i.i.d. with zero mean and variance σ^2).

(b) Use (2) to find an expression for C_t as a function of A_t and Y_t.

(c) Use the expression you obtained in part (a) to prove that A_t is an integrated process (i.e., it is not stationary but its first difference is).

The price of oil (and other natural resources) has skyrocketed in recent years, leading to major windfalls in government revenues for oil exporting countries. The usual recommendation from the World Bank and IMF is to create an Oil Fund, that saves part of the windfall for the future. The savings/spending rules for these funds typically take the form:

$$G_t = rF_t + \mu + r(Y_t - \mu), \tag{5}$$

where G_t denotes government expenditures out of oil resources, F_t beginning-of-period resources in the Oil Fund and Y_t net oil revenues. Huge fluctuations in assets in the Oil Fund have been observed in countries that have followed this prescription, often forcing governments to abandon the rule or the fund altogether.

(d) Assume that the government maximizes the expected present discounted quadratic utility of consumption out of oil income with a discount rate equal to the interest rate (which we assume constant and exogenous). Also assume that the oil income process has no persistence. Show that under these assumptions rule (5) is (approximately) optimal.

In practice, oil revenues are highly persistent: the price of oil follows a process close to a random walk, so that ϕ is close to one. It follows that the rule (5) is not optimal, even under the stringent assumptions considered in part (d).

(e) Assume the true value of ϕ is strictly positive. Find the ratio of the standard deviation of ΔF_t when the government uses (5) and the corresponding standard deviation when the government uses the rule corresponding to the true value of ϕ derived in part (c). Can the large values of ΔF_t observed in practice be due to the fact that (5) ignores the persistence of oil revenues?

(f) There are many first-order effects that were ignored when showing that rule (5) is (approximately) optimal in part (d). One is that the price of oil is highly persistent. Mention two additional effects and briefly explain (no formal derivations needed, but state the intuition underlying your statements as clearly as possible) how incorporating each one of them would affect the magnitude of fluctuations of assets in the Oil Fund and the responsiveness of current government expenditures to a positive oil shock.

3. **Ahorro por precaución y función de utilidad CARA**

Considere el modelo del problema general de consumo visto en clases, sin activo riesgoso y con función de utilidad instantánea con coeficiente de aversión absoluta al riesgo constante:

$$u(c) = -\frac{1}{\theta}e^{-\theta c},$$

donde $\theta > 0$ denota el coeficiente de aversión absoluta al riesgo. La tasa de descuento subjetiva es δ, la tasa de interés es r y las dos son constantes. El ingreso laboral, y_t, es i.i.d., de modo que

$$y_t = \bar{y} + \varepsilon_t,$$

con ε_t i.i.d. $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Los activos del hogar al comienzo de un período evolucionan de acuerdo a

$$A_{t+1} = (1+r)[A_t + y_t - c_t]. \tag{6}$$

Se puede mostrar que existe una solución única a la ecuación de Bellman y que existe una correspondencia uno-a-uno entre esta solución y la solución a la ecuación de Euler. No es necesario que demuestre lo anterior. Se sigue que la ecuación de Euler tiene una única solución, en la cual nos enfocamos en lo que sigue.

Suponemos que la solución de la ecuación de Euler toma la forma:

$$c_t = \frac{r}{1+r}\left\{A_t + y_t + \frac{1}{r}\bar{y}\right\} - P(r, \theta, \delta, \sigma), \tag{7}$$

donde P es una constante (que depende de r, θ, δ y σ). A continuación encontramos el valor de P para el cual (7) resuelve la ecuación de Euler.

(a) Asumiendo que se cumple (7), use (6) y un poco de álgebra para mostrar que:

$$\Delta c_t = \frac{r}{1+r}\varepsilon_t + rP. \tag{8}$$

(b) Use (8) y la ecuación de Euler para derivar una expresión explícita para P.

(c) Muestre que P es creciente en σ y decreciente en δ. Interprete los dos resultados.

(d) Ahora asuma que $r = \delta$. El ahorro por precaución se define como la diferencia entre el ahorro efectivo y el ahorro que prescribe el modelo de equivalencia cierta. Muestre que el ahorro por precaución será igual a P y que P es estrictamente positivo.

4. **Retiros de las AFP y Teorias de Consumo (Parte I)**

Durante 2020, los afiliados al sistema de AFP pudieron realizar dos retiros de parte de los fondos que tenían en sus cuentas individuales. Estos retiros sumaron aproximadamente un 10 por ciento del PIB.

El Informe de Política Monetaria (IPOM) de diciembre de 2020 del Banco Central de Chile constata que el comercio ya había superado sus niveles de actividad previos a la pandemia, "fuertemente impulsado por el retiro de ahorros previsionales, con ventas que registraron máximos históricos en líneas como el equipamiento del hogar, vestuario y calzado y materiales de construcción" .

En esta pregunta le pedimos que determine si el incremento del consumo de los hogares producto de los retiros previsonales es consistentes con diversas teorías de consumo. Para responder deberá hacer un supuesto sobre el impacto que tuvo el retiro sobre la riqueza financiera de los hogares, definida como el valor de todos sus activos financieros. El supuesto más simple y probablemente una buena aproximación es que los retiros no modificaron la riqueza financiera de los hogares. Haga este supuesto en lo que sigue.

(a) ¿Bajo qué condiciones es razonable suponer que los retiros no modificaron la riqueza de los hogares?

(b) ¿Es consistente un incremento del consumo como consecuencia de los retiros con el modelo de equivalencia cierta? Justifique.