Profesor	: Eduardo Engel	Abril 26, 2023
Ayudantes	: Miguel Del Valle y Benjamín Peña	
Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	
Semestre	: Otoño 2023	
Guía	: No. 4	
Entrega	: Viernes 5 de mayo, antes de las 8am	

1. **Teoría q con depreciación**

   (a) Derive el equivalente a las ecuaciones (5) y (6) del ppt I2, suponiendo que $\delta > 0$.

   (b) Determine los valores de q y K de estado estacionario y compare con el caso $\delta = 0$. Comente.

   (c) Grafique el diagrama de fase para esta extensión del modelo vista en clases.

2. **Modelo de q de Tobin y Subsidio a la Inversión**

   Considere el modelo de teoría q visto en clases, con las simplificaciones que hicimos para analizar shocks no anticipados.

   Suponga que el gobierno instituye un subsidio σ a la inversión, de modo que el costo de invertir I se reduce de $I + C(I, K)$ a $(1 - \sigma)I + C(I, K)$.

   (a) Estamos suponiendo que el subsidio del gobierno no involucra los costos de ajuste. Discuta cuán razonable es este supuesto para distintas interpretaciones de los costos de ajuste.

   (b) Muestre que el q de estado estacionario, q^*, es igual a $1-\sigma$. Interprete económicamente este resultado. Caracterice el stock de capital de estado estacionario, K^*.

   (c) Determine el diagrama de fase en el espacio (K, q). Justifique las flechas en cada región y muestre que hay un brazo estable.

   (d) Considere un incremento no anticipado (y permanente) en σ. Asumiendo que el brazo estable del nuevo estado estacionario se encuentra por debajo del estado estacionario original,[1] describa la evolución de K y q.

   (e) Igual que la parte anterior, pero ahora el incremento en σ es anticipado, es decir, se conoce con T períodos de anticipación. Al igual que en la parte anterior, son shocks de una sola vez.

3. **Costos externos de ajuste**

   Los costos de ajuste vistos en clases son *internos* a la firma, en este problema consideramos costos *externos*.

   El tiempo es continuo. Asuma que existe un gran número de firmas, cada una de ellas resolviendo el mismo problema. Denotaremos las variables a nivel de firma con minúsculas: k_t para el capital e i_t para

[1] Esto no necesariamente sera así, en clase auxiliar discutiremos la intuición de por qué pueden darse ambas alternativas. ¿Se le ocurre una intuición económica al respecto? No es fácil.

la inversión en t. Las variables agregadas las denotaremos con mayúsculas: K_t para capital agregado e I_t para inversión agregada en t. Asuma que no existen costos internos de ajuste, es decir, $C(i,k)=0$, pero que el precio del bien de inversión es una función de la inversión agregada, $p(I_t)$, con $p'>0$. Denote por $\Pi(k_t)$ los beneficios de una firma que opera con un stock de capital k_t, donde $\Pi'>0$ y $\Pi''<0$. Asuma que existe depreciación $\delta \in (0,1)$, y que la tasa de interés real es r.

(a) Escriba el problema de una firma que toma la inversión agregada como dada.

(b) A partir del Hamiltoniano en valor corriente y tomando como dadas las variables agregadas obtenga las ecuaciones de primer orden. Obtenga una expresión para el q de tobin marginal. ¿Varía esta expresión en el tiempo? ¿Satisface la firma una versión modificada de la regla de inversión de costos de usuario del modelo neoclásico?

(c) Notando que en equilibrio el capital e inversión agregados deben satisfacer que $K=k$ e $I=i$, caracterice el estado estacionario y muestre que el nivel de capital correspondiente, K_{EE}, satisface

$$\Pi'(K_{EE}) = (\delta + r)p(\delta K_{EE}).$$

Determine también la dinámica de la economía en el espacio (K,I), dibuje el diagrama de fase correspondiente y muestre que existe un brazo estable. Finalmente, explique por qué en este problema, y a diferencia de lo que sucede con costos de ajuste internos, I será la variable de salto.

(d) A continuación consideramos el efecto de un subsidio a la inversión, el cual modelamos como una reducción en el precio de los bienes de inversión desde $p(I)$ hasta $(1-\tau)p(I)$, donde $\tau>0$ es el subsidio. Suponga que la economía se encuentra en estado estacionario con $\tau=0$ cuando, de manera sorpresiva y permanente, se implementa el subsidio $\tau>0$. Muestre que el capital del nuevo estado estacionario será mayor que en el estado estacionario original y use un diagrama de fase para describir la dinámica hacia el nuevo estado estacionario.

(e) Asuma ahora que existe una única firma en la economía. Esta firma actúa como monopsonista en el mercado de bienes de inversión, es decir, la firma internaliza que si invierte I enfrentará un precio $p(I)$. Asuma que la elasticidad-precio de los bienes de inversión es constante, es decir, $p(I)=I^\eta$ con $\eta>1$. Resuelva el problema de la firma y explique cómo cambia el nivel de capital (e inversión) de estado estacionario comparado a lo visto en (c).

Ayuda: Haga toda la derivación en función de $p(I)$, sin usar que $p(I)=I^\eta$, salvo cuando obtenga una expresión $p'(I)I/p(I)$ que puede reemplazar por η.

4. **Ajuste abultado y tiempo-de-construcción**

Considere el modelo de Calvo para ajustes de capital, es decir, con k en el rol de y en las láminas de las clases, y suponga que el target estático ($\hat{y}_{i,t}$ en la notación de cátedra) sigue un AR(1):

$$\hat{y}_{i,t} = \phi \hat{y}_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

con $0 \le \phi < 1$. Asuma también que el target estático es común a todos los agentes, es decir, $\varepsilon_{i,t}=\varepsilon_t$ para todo i.

(a) Demuestre que el capital agregado y_t sigue un AR(2). Encuentre expresiones para los coeficientes del AR(2).

Ahora incorporaremos el hecho de que toma tiempo llevar a cabo un proyecto de inversión (varios años). Para capturar esto suponemos que las decisiones de la firma sobre su stock de capital se materializan con un período de rezago. Es decir, en t decide cuál será su stock de capital en $t+1$. Haciendo el supuesto anterior,

(b) Derive una expresión para el target dinámico, $y^*_{i,t}$.

(c) Derive una expresión para el capital agregado, y_t, y compare con la expresión obtenida en (a). ¿Cómo difieren las respuestas al impulso unitario (de los shocks ε_t) de las dos series? De la intuición para la diferencia. Comente si eventuales diferencias dependen del valor de ϕ.

5. **Costos de ajuste no convexos y respuesta al impulso que varía en el tiempo**

La función de probabilidad de ajuste de una firma (hazard function) en un modelo con costos de ajuste no convexos y estocásticos viene dada por

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0, \\ \lambda x, & \text{si } 0 < x < 1/\lambda, \\ 1, & \text{si } x > 1/\lambda. \end{cases}$$

La inversión agregada en t viene dada por

$$\frac{I_t}{K_t} \equiv \int x\Lambda(x) f(x,t)\,\mathrm{d}x, \tag{1}$$

donde $f(x,t)$ la denota la densidad de probabilidad de la inversión mandatada (la inversión que habría sin costos de ajuste) justo antes de los ajustes de capital del período t.

Denotamos por $\mathrm{IRF}_{k,t}$ la función de respuesta al impulso unitario en t, donde $k = 0, 1, 2, ...$ corresponde al número de períodos desde el shock.

Suponga que $f(x,t)$ es una uniforme en el intervalo $[x_0, x_0 + 0.1]$, donde $x_0 < 1/\lambda - 0.1$, de modo que $f(x,t) = 10$ si $x_0 < x < x_0 + 0.1$ y $f(x,t) = 0$ en caso contrario.

(a) Explique por qué (1) es una buena definición para la tasa de inversión agregada.

(b) Dibuje tres gráficas con $\Lambda(x)$ y $f(x,t)$. La primera para un $x_0 < -0.1$, la segunda para un $x_0 \in [-0.1, 0]$ y la tercera para un $x_0 > 0$.

(c) Exprese I_t/K_t como función de x_0 y λ. En lo que sigue denotamos esta función por $y(x_0)$.

(d) Calcule y grafique $y'(x_0)$. Explique por qué esta función es igual a $\mathrm{IRF}_{0,t}$ cuando la economía es descrita por la densidad $f(x,t)$ correspondiente a x_0.

La familia de uniformes que consideramos en este ejercicio captura, de manera simplificada, las variaciones de la distribución de la inversión mandatada. Es decir, suponemos que en todo momento del tiempo, la densidad justo antes de ajustar, $f(x,t)$, viene dada por una uniforme en $[x_0, x_0 + 0.1]$ donde lo único que varía en el tiempo es el valor de x_0. Seguimos suponiendo que en todo momento $x_0 < 1/\lambda - 0.1$.

(e) Luego de una serie de shocks agregados positivos y grandes, ¿la densidad que representa la economía corresponderá a valores grandes (y positivos) de x_0 o a valores pequeños (y hasta negativos) de x_0? Justifique.

(f) Luego de una serie de shocks agregados adversos, ¿la densidad que representa la economía corresponderá a valores grandes (y positivos) de x_0 o a valores pequeños (y hasta negativos) de x_0? Justifique.

(g) Use las partes (d), (e) y (f) para justifica la afirmación siguiente:

Cuando más se necesita, un estímulo a la inversión es menos efectivo.