Tarea 2
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Valeria Ulloa, Benjamín Peña, Marcelo Gómez

Otoño 2022

Entrega en grupos de 2 estudiantes

1. Demuestra la siguiente proposición:

   Si las preferencias son l.n.s. y la demanda Marshaliana es una función derivable con respecto a precios y riqueza:

   a) $\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial p_j} + \omega \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial \omega} = 0 \quad \forall i = 1,...,n \quad \forall p, \omega$ (Fórmula de Euler)

   b) $\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p,\omega)}{\partial p_i} + x_i(p,\omega) = 0 \quad \forall i = 1,...,n \quad \forall p, \omega$ (Agregación de Cournot)

   c) $\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial x_i(p,\omega)}{\partial \omega} = 1 \quad \forall p, \omega$ (Agregación de Engel)

2. A partir de la proposición anterior, demostrar:

   a) $\sum_{k=1}^{L} \epsilon_{\ell,k}(p,\omega) + \epsilon_{\ell,\omega}(p,\omega) = 0$ para $\ell = 1,..L$

   b) $\sum_{\ell=1}^{L} b_\ell(p,\omega)\epsilon_{\ell,k}(p,\omega) + b_k(p,\omega) = 0$

   c) $\sum_{\ell=1}^{L} b_\ell(p,\omega)\epsilon_{\ell,w}(p,\omega) = 1$

   donde

   - $\epsilon_{\ell k}$ es la elasticidad-precio del bien ℓ (respecto al precio p_k).
   - $\epsilon_{\ell\omega}$ es la elasticidad-renta del bien ℓ.
   - $b_\ell(p,w) = p_\ell x_\ell(p,w)/w$ es la fracción del presupuesto asignada al consumo del bien ℓ dados precios p y renta w.

3. Calcule la matriz de sustitución de Slutsky para el caso de 3 bienes y preferencias cuasilineales, cuando la función de utilidad es de la forma $u(x_1,x_2,x_3) = x_1 + \ln(x_2x_3)$. (Resuelva en el rango en que la renta w y el precio del bien 1 cumplen la condición $w > 2p_1$).

   Verifique que los términos de la diagonal son negativos y que la matriz es semi-definida negativa y simétrica. Identifique si existen bienes complementarios y sustitutos.

4. Una consumidora tiene una función de utilidad continua y derivable, estrictamente convexa y homogénea de grado 1, representando a una preferencia l.n.s.

   a) Demuestre que la demanda Marshalliana debe ser de la forma $x^*(p,w) = x(p)w$.

   b) Demuestre que la función de utilidad indirecta es de la forma $v(p,w) = v(p)w$.

   c) Demuestre que se cumple $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j}{\partial p_i}$. (Sugerencia: Ocupe la matriz de Slutsky)

5. Un consumidor que maximiza utilidades, tiene preferencias estrictamente convexas y estrictamente monótonas en $X = \mathbb{R}^2_+$. Asuma que $p = (1,1)$. El consumidor tiene una renta anual de w que consume enteramente cada año. Su consumo actual es $(x_1^*, x_2^*) \gg 0$. Le ofrecen una beca de monto g_1 para el año que viene (adicional a su renta w) con la condición de que la beca debe ser gastada únicamente en el bien 1. Sabemos además que $g_1 \leq x_1^*$ y que el consumidor puede decidir no aceptar la beca.

   a) Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa (y proporcione una demostración que justifique su respuesta): "si el bien 1 es normal, entonces el efecto de la beca en el consumo del año que viene debe ser el mismo que el efecto que tendría una beca sin condiciones de igual monto." ¿Le conviene aceptar la beca?

   b) Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa (y proporcione una demostración que justifique su respuesta): "si el bien 1 es inferior para todos los niveles de ingreso $w > x_1^* + x_2^*$, entonces el efecto de la beca en el consumo debe ser el mismo que el efecto que tendría una beca sin condiciones de igual monto." ¿Le conviene aceptar la beca?

   c) Suponga que el consumidor tiene preferencias homotéticas y su consumo sin beca es $x^* = (12, 36)$. Grafique el consumo del bien 1 (x_1^*) como función del monto de la beca g_1. ¿Para qué valor de g_1 la gráfica tiene un punto de no diferenciabilidad?