Universidad de Chile — FEN
Departmento de Economía

Macroeconomía I
Otoño 2013
Control 3 y Examen

Profesor: Eduardo Engel
Ayudantes: Felipe Jordán y Francisca Sara
Lunes, 1 de julio, 2013

Instrucciones

1. Tiene 10 minutos para leer el enunciado antes de que se distribuyan los sets de respuestas.
2. Tiene 3 horas y 30 minutos para responder las preguntas.
3. La evaluación (control + examen) tiene 4 preguntas, el número de puntos posibles se indica al comienzo de cada pregunta. El número total de puntos del control es de 150.
4. Salvo que se indique explícitamente lo contrario, todas las partes de una pregunta dan el mismo puntaje.
5. Asigne su tiempo de modo de dedicar suficiente tiempo a todas las preguntas. No dedique demasiado tiempo a ninguna de ellas. Dedicar tantos minutos como puntos asignados a cada pregunta es una buena estrategia. Esto deja una hora de libre disposición.
6. Sus respuestas deben contener pasos intermadios para que el evaluador pueda estar seguro de que llegó al resultado correcto sabiendo lo que hacía. Esto también le permitirá al evaluador darle puntaje parcial cuando no obtenga la respuesta correcta.
7. Responda cada pregunta en una hoja distinta e indique cuál pregunta está respondiendo.
8. Este es un control a libro cerrado. No se permiten ayudas de ninguna especie.

1. **Verdadero, Falso o Incierto (40 pts)**

   Decida si cada una de las afirmaciones siguientes es verdadera, falsa o no se puede decidir respecto de su grado de veracidad ('incierta'). Justifique su elección en no más de 50 palabras. Su evaluación dependerá de su justificación.

   a) Es difícil para los modelos de competencia perfecta explicar la evidencia observada sobre el comportamiento de precios a nivel microeconómico.

   ANSWER.

   Verdadero. En los modelos de competencia perfecta desvíos del precio de mercado llevan a pérdidas no acotadas, por lo que los precios deben ajustarse todos los periodos porque siempre habrán shocks. Por ello, dichos modelos no son útiles para analizar rigideces de precios.

   b) Suponer que la autoridad monetaria usa una tasa de interés nominal de corto plazo para hacer política monetaria, en lugar de controlar un agregado monetario, es uno de los supuestos menos atractivos del modelo NK.

   ANSWER.

   Falso. Por el contrario, en la actualidad la gran mayoría de las autoridades monetarias usan la tasa de interés nominal de corto plazo en lugar de los agregados monetarios. Ello evita resolver cual es el agregado relevante a considerar y presenta un indicador claro para anclar expectativas.

   c) Mientras más heterogénea sea la velocidad de ajuste de las firmas, mayor será el impacto de los shocks nominales sobre las variables reales.

   ANSWER.

   Verdadero. En clases se vio para el caso donde aplicaba el lema útil ($\zeta = 1$, producto nominal camino aleatorio) y una mayor heterogeneidad en el parámetro de llegada de la señal (α) lleva a un mayor indicador de no neutralidad monetaria. Ello se deriva de la desigualdad de Jensen aplicada al índice de no neutralidad, que es convexo.

   d) La evidencia sobre la persistencia de los shocks monetarios que se infiere de los modelos de vectores autoregresivos no se puede explicar con el modelo neoclásico (que se cubrió en una guía).

   ANSWER.

   Verdadero. El modelo neoclásico implica que las variables nominales tendrán efectos reales un periodo, lo que se contradice rotundamente con la evidencia de los VAR, que encuentran efectos a partir de 4-8 trimestres.

   e) A diferencia de los modelos de la década de los ochenta sobre la importancia de la credibilidad de los bancos centrales, que *asumían* que la autoridad monetaria valora la estabilidad del producto y de los precios, el model NK *deriva* esta propiedad de la función objetivo del planificador central.

ANSWER.

Verdadero. El modelo NK deriva dicha función objetivo desde aproximaciones de Taylor de la función objetivo de un planificador benevolente que quiere maximizar el bienestar social, asumiendo ajustes a la calvo.

f) El modelo NK predice que el producto depende no sólo de las expectativas de los agentes sobre las tasas de interés cortas sino también de sus expectativas de las tasas largas.

ANSWER.

Verdadero. Al resolver iterativamente la demanda agregada que se deriva del modelo se obtiene que la inflación depende de la expectativa de todas las tasas cortas futuras. Bajo condiciones estándares de no arbitraje, dicha estructura de tasas futuras cortas está ligada las tasas largas.

g) Las metas de inflación pueden llevar a equilibrios múltiples (indeterminación del equilibrio).

ANSWER.

Verdadero. Metas del inflación que anclan las expectativas a k trimestres son consistentes con cualquier proceso cuya esperanza a k trimestres sea la meta.

h) Los modelos DSGE utilizados por los bancos centrales sirven para determinar la relación entre la respuesta del producto y el grado de sorpresa que tuvo un cambio en la meta de inflación.

ANSWER.

Verdadero. Según Sbordone et al. (2010), en los modelos DSGE, las metas de inflación son un elemento clave para explicar movimientos en las expectativas de inflación. Estos modelos son microfundados y las expectativas de los agentes son centrales, por lo que tienen el potencial de evaluar la relación entre la pol'tica actual, las expectativas y los resultados económicos. Esto permite determinar el efecto que diferentes enfoques sistemáticos de política tienen en aquellos resultados. Las estimaciones del paper permiten concluir que una fracción significativa de la aceleración de la inflación en 2003-04 en EE.UU. puede ser atribuida al cambio en las expectativas de inflación, debido a un cambio en la meta de inflación implícita de la autoridad monetaria estadounidense.

2. **Modelo de Calvo con tasa de descuento infinita (40 pts)**

En este problema se le pide que, partiendo sólo de los supuestos básicos del modelo que se indican a continuación, derive la dinámica de la inflación y el producto real en un modelo con precios traslapados e ingreso nominal exógenos bajo el supuesto de que las firmas (y sus dueños) tienen tasas de descuento *infinita* ($\beta = \gamma = 0$).

Un continuo de firmas bajo competencia monopolística a la Dixit-Stiglitz ajusta sus precios de acuerdo al modelo de Calvo. Denotamos por $\alpha \in [0,1]$ la fracción de firmas que no ajusta su precio en un período dado.

Como suponemos que a las firmas sólo les preocupa su utilidad del período corriente, cuando una firma elige un nuevo precio en t lo hace maximizando $\Pi(p_t, P_t; Y_t, \xi_t)$, donde P_t y Y_t denotan el nivel de precios y producto real y son tomados como dados por la firma; ξ_t denota shocks de productividad que son comunes a las firmas y p_t denota el precio sobre el cual la firma maximiza.

En lo que sigue puede usar la siguiente aproximación para Π_1:

$$\Pi_1(p_t, P_t; Y_t, \xi_t) \simeq c[\log p_t - \log P_t - \zeta \log Y_t],$$

con $c < 0$ y $\zeta > 0$. También puede utilizar la siguiente aproximación para el índice de precios:

$$\log P_t \simeq \int \log p_t(i) di.$$

El logaritmos del ingreso nominal, definido mediante $\log \mathcal{Y}_t \equiv \log P_t + \log Y_t$, sigue un camino aleatorio:

$$\log \mathcal{Y}_t = \log \mathcal{Y}_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde los ε_t son variables aleatorias i.i.d. con media nula.

a) Denote por $p_t^*(i)$ el precio que elige la firma i si se ajusta en el período t. Explique por qué todas las firmas que se ajustan elegirán el mismo valor de $p_t^*(i)$, determine el valor de $\log p_t^*$ y expréselo como una combinación lineal de $\log P_t$ y $\log \mathcal{Y}_t$.

ANSWER.

The reset price p^* is the same for all firms because of the symmetry assumption (about firms'technologies) and the assumption that all shocks are common across firms.

From $\Pi_1 = 0$ it follows that

$$\log p_t^* = \log P_t + \zeta \log Y_t$$

and using $\log \mathcal{Y}_t = \log P_t + \log Y_t$ to get rid of $\log Y_t$ we obtain

$$\log p_t^* = (1-\zeta)\log P_t + \zeta \log \mathcal{Y}_t. \tag{1}$$

b) Encuentra la función de respuesta al impulso unitario a los shocks nominales ε, tanto para la inflación agregada como para el logaritmos del producto real.

ANSWER.

From (1) and the loglinear approximation to the price index:

$$\log P_t = \alpha \log P_{t-1} + (1-\alpha)[(1-\zeta)\log P_t + \zeta \log \mathcal{Y}_t].$$

With a bit of algebra, and defining $\tilde{\alpha} \equiv \alpha/[\alpha + \zeta(1-\alpha)]$ we obtain

$$\log P_t = \tilde{\alpha} \log P_{t-1} + (1-\tilde{\alpha}) \log \mathcal{Y}_t. \tag{2}$$

Taking first differences yields an expression for aggregate inflation dynamics, substituting $\log \mathcal{Y}_t - \log Y_t$ for $\log P_t$ an expression for $\log Y$:[1]

$$\begin{aligned} \pi_t &= \tilde{\alpha}\pi_{t-1} + (1-\tilde{\alpha})\varepsilon_t, \\ \log Y_t &= \tilde{\alpha} \log Y_{t-1} + \tilde{\alpha}\varepsilon_t. \end{aligned}$$

The corresponding IRFs then are:

$$\begin{aligned} \mathrm{IRF}_k^{\pi} &= (1-\tilde{\alpha})\tilde{\alpha}^k, k = 0, 1, 2, \ldots \\ \mathrm{IRF}_k^{\log \mathcal{Y}} &= \tilde{\alpha}^{k+1}, k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

c) Calcule el índice de no neutralidad, definido como el área bajo la respuesta al impulso unitario del logaritmo del producto real. Muestre que este índice es decreciente en ζ y dé la intuición para este resultado.

ANSWER.

From the IRF we obtained in b) we have

$$\mathcal{M} = \sum_{k \geq 0} \mathrm{IRF}_k^{\log \mathcal{Y}} = \frac{\tilde{\alpha}}{1-\tilde{\alpha}} = \frac{\alpha}{\zeta(1-\alpha)}.$$

It is clear that $\mathcal{M}$ is decreasing in ζ Intuition: smaller ζ means the extent to which prices are strategic complements increases, which means that adjusting firms put a higher weight on keeping their price close to non-adjusters, which leads to more price inertia.

d) Repita las partes a) y b) asumiendo que $\Delta \log \mathcal{Y}_t$ sigue un proceso AR(1):

$$\Delta \log \mathcal{Y}_t = \phi \log \Delta \mathcal{Y}_{t-1} + \varepsilon_t,$$

con $\phi \in [0, 1)$. Encuentra una condición necesaria y suficiente para que la función de respuesta al impulso unitario del producto real y la inflación tengan forma de joroba ('hump shaped').

ANSWER.

Rewriting (2) using lag operators:

$$(1-\tilde{\alpha}L) \log P_t = (1-\tilde{\alpha}) \log \mathcal{Y}_t.$$

[1] In both cases we use that $\Delta \log \mathcal{Y}_t = \varepsilon_t$.

Applying $(1-\phi L)(1-L)$ on both sides leads to:

$$(1-\tilde{\alpha}L)(1-\phi L)\pi_t = (1-\tilde{\alpha})\varepsilon_t.$$

Similarly:

$$(1-\tilde{\alpha}L)(1-\phi L)\log Y_t = \tilde{\alpha}\varepsilon_t.$$

From the result we saw in class we have that the IRF will be hump-shaped if and only if $\tilde{\alpha}+\phi > 1$.

3. **Volatilidad del gasto en durables (40 pts.)**

El gasto en bienes de consumo durables (casas, automóviles, electrodomésticos, etc.) es mucho más volátil que el gasto en bienes de consumo no durables. En esta pregunta exploramos una posible explicación para esta observación, basada en que el beneficio que los hogares derivan de la compra de durables se extiende más allá del período en que se realiza dicha compra.

Un hogar consume un bien durable (D) y un bien no durable (C), maximizando su utilidad

$$U_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(C_t) + v(D_t)].$$

Donde $\beta \in (0,1)$ y u y v son crecientes, cóncavas y satisfacen condiciones de Inada que aseguran óptimos interiores. Los servicios que proporciona el bien durable son proporcionales al stock del durable: $D_t = \alpha K_t$ con $\alpha > 0$. El stock del durable evoluciona de acuerdo a:

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + E_t,$$

donde $\delta \in [0,1]$ es la tasa a la cual el durable se deprecia y E denota el gasto en durables. Note el timing que asumimos: nuevos durables comprados en t pueden llevar a mayor utilidad el mismo período. En cada período el hogar recibe un ingreso fijo $Y_t = Y$; los hogares no pueden endeudarse ni prestar.

(a) [10 pts] Escriba la ecuación de Bellman para este problema. ¿Que restricción deben cumplir E_t, C_t y Y en cada período? Indique cuáles son las variable de estado y cuáles son las variables de decisión.

ANSWER. Denote by K^I the beginning-of-period durable stock, before expenditures take place. This is the state variable. Denoting by $W(K^I)$ the household's present discounted utility from having a stock K^I we have the Bellman equation:

$$W(K^I) = \text{máx}_E \left\{ u(Y-E) + v(\alpha[K^I+E]) + \beta W((1-\delta)(K^I+E)) \right\},$$

where E denotes durable expenditure and is the decision variable, and we have used the budget constraint $C_t + E_t = Y$. You could have an intermediate step with C and E as decision variables. Again, notice the timing. E becomes immediately part of the usable stock of durables, and affects utility from durable consumption in the current period, so next period only $(1-\delta)E$ of that expense remains. Also note that an alternative state variable would be the stock of capital at the end of the previous period, and that you could write the problem in such a way that current period consumption, C, or the durable stock available for current durable services, K, could be the decision variable.

(b) [10 pts] De la condición de primer orden de la ecuación de Bellman y el teorema de la envolvente derive la siguiente ecuación de Euler:

$$u'(C_t) = \alpha v'(\alpha K_t) + \beta(1-\delta)u'(C_{t+1}). \tag{3}$$

ANSWER. The FOC from the r.h.s. of the Bellman equation yields:

$$u'(Y-E) = \alpha v'(\alpha(K^I+E)) + \beta(1-\delta)W'((1-\delta)(K^I+E)),$$

and letting $C_t = Y-E$, $K_t = K^I+E$ and $K^I_{t+1} = (1-\delta)(K^I+E)$:

$$u'(C_t) = \alpha v'(\alpha K_t) + \beta(1-\delta)W'(K^I_{t+1}). \tag{4}$$

Applying the Envelope Theorem to the Bellman equation:

$$W'(K^I_t) = \alpha v'(\alpha K_t) + \beta(1-\delta)W'(K^I_{t+1}). \tag{5}$$

From the FOC (4) we have:

$$\begin{aligned} W'(K^I_{t+1}) &= \frac{u'(C_t) - \alpha v'(\alpha K_t)}{\beta(1-\delta)}, \\ W'(K^I_t) &= \frac{u'(C_{t-1}) - \alpha v'(\alpha K_{t-1})}{\beta(1-\delta)}, \end{aligned}$$

and substituting these expressions in the Envelope condition (5) yields

$$u'(C_{t-1}) = \alpha v'(\alpha K_{t-1}) + \beta(1-\delta)u'(C_t)$$

which is equivalent to (3).

(c) [5 pts] Denote mediante $\overline{K}, \overline{C}$ y $\overline{E}$ los valores de estado estacionario del stock del durable, consumo del no durable y gasto en el durable, respectivamente. Derive una expresión que determina unívocamente $\overline{E}$.

ANSWER. Letting $C_t = C_{t+1} = \bar{C}$ and $K_t = \bar{K}$ in (3) yields:

$$[1-\beta(1-\delta)]u'(\bar{C}) = \alpha v'(\alpha\bar{K}). \tag{6}$$

From

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + E_t$$

we have that in steady state ($K_t = K_{t-1} = \bar{K}$):

$$\bar{E} = \delta \bar{K},$$

and from (6) we therefore have that $\bar{E}$ is determined from

$$[1-\beta(1-\delta)]u'(Y-\bar{E}) = \alpha v'\left(\frac{\alpha}{\delta}\bar{E}\right).$$

This uniquely determines $\bar{E}$ because the LHS is increasing in E and the RHS is decreasing.

A continuación utilizamos este simple modelo para proveer una explicación de por qué el gasto en durables fluctúa más que el gasto en no durables.

El ingreso del hogar en estado estacionario experimenta una caía inesperada a $Y - \Delta y$ en el período 0 y el hogar sabe con certeza que su ingreso será $Y + \Delta y$ en el período siguiente, retornando a continuación a Y, su valor de estado estacionario. Denote $K_0 = \bar{K} - \lambda\Delta y$ y $C_0 = \bar{C} - (1-\lambda)\Delta y$, donde $\lambda \in [0,1]$ captura la medida en que el ajuste al shock negativo de ingreso se realiza mediante una reducción del consumo del durable y, nuevamente, $\bar{C}$ y $\bar{K}$ denotan los valores de estado estacionario de C y K. Para simplificar el álgebra, suponemos $\beta = 1$ e imponemos que K regresa a su valor de estado estacionario en el período 1 (lo cual significa que C retorna a $\bar{C}$ en el período 2).

(d) [5 pts] Partiendo de la ecuación de Euler (3), use una expansión de Taylor de primer orden alrededor de los valores de estado estacionario de C y K para derivar el valor óptimo de λ. [Indicación: Primero exprese C_1 como una función de los parámetros y variable de estado estacionario, luego use esta expresión y las expresiones para C_0 y K_0 para escribir la ecuación de Euler en el período 0, y sólo entonces use la aproximación de Taylor de primer orden. La relación de estado estacionario que derivó en (c) le será útil para simplificar la expresión que obtenga.]

ANSWER. Resources available for expenditure on durables and non-durables in period 1 (i.e., $C_1 + K_1$) will be $Y + \Delta y + (1-\delta)[\bar{K} - \lambda\Delta y]$ and therefore, given that we are imposing $K_1 = \bar{K}$ we will have

$$\begin{aligned}
C_1 &= Y + \Delta y + (1-\delta)[\bar{K} - \lambda\Delta y] - \bar{K} \\
&= Y + [1-\lambda(1-\delta)]\Delta y - \delta\bar{K} \\
&= Y + [1-\lambda(1-\delta)]\Delta y - \bar{E} \\
&= \bar{C} + [1-\lambda(1-\delta)]\Delta y,
\end{aligned}$$

where we used the identities $\bar{E} = \delta\bar{K}$ and $\bar{C} = Y - \bar{E}$. Substituting the expressions for C_0, K_0 and C_1 in the Euler equation (3) and imposing $\beta = 1$:

$$u'(\bar{C} - (1-\lambda)\Delta y) = \alpha v'(\alpha[\bar{K} - \lambda\Delta y]) + (1-\delta)u'(\bar{C} + [1-\lambda(1-\delta)]\Delta y).$$

A Taylor expansion around $\bar{C}$ (for u') and $\alpha\bar{K}$ (for v'), and using the fact that steady state values satisfy the Euler equation (i.e.: $u'(\bar{C}) = \alpha v'(\alpha\bar{K}) + (1-\delta)u'(\bar{C})$), leads to:

$$-(1-\lambda)u''(\bar{C}) = -\alpha^2\lambda v''(\alpha\bar{K}) + (1-\delta)[1-\lambda(1-\delta)]u''(\bar{C})$$

and therefore, with $\bar{D} = \delta\bar{K}$ denoting the steady state value of D and assuming an interior solution for λ:

$$\lambda = \frac{(2-\delta)u''(\bar{C})}{\alpha^2 v''(\bar{D}) + [1+(1-\delta)^2]u''(\bar{C})}. \tag{7}$$

(e) [10 pts] Ahora suponga $\alpha = \delta$ y $u = v$. Explique por qué estos supuestos proveen un benchmark razonable. Use la expresión que derivó en (d) para mostrar que λ es creciente en la durabilidad del bien (es decir, es decreciente en δ). En particular, muestre que $\lambda = 0{,}5$ para $\delta = 1$ mientras que $\lambda = 1$ para $\delta = 0$.

ANSWER. If we want to consider the case where $u = v$, a reasonable benchmark is obtained by imposing that the marginal utility from durable and non-durable services in the steady state are the same, that is, $u'(\bar{C}) = v'(\bar{D})$. From part (d) and the assumption $\beta = 1$ this implies $\alpha = \delta$.

Next, letting $\alpha = \delta$ and $u'' = v''$ in (7) we obtain:

$$\lambda = \frac{2-\delta}{2(1-\delta+\delta^2)},$$

and we have that $\lambda(\delta = 1) = 1/2$ and $\lambda(\delta = 0) = 1$, suggesting that λ is decreasing in δ. This is all we expected you to do. Actually, a straightforward calculation shows that the expression above is larger than one for $\delta \in (0, \frac{1}{2})$, thus $\lambda = 1$ in this range. And another straightforward calculation shows that the expression above is decreasing in δ for $0 \leq \delta < \frac{1}{2}$.

4. **Incertidumbre respecto del modelo lleva a actuar con cautela (30 pts)**[2]

La NKPC viene dada por

$$\pi_t = \beta E\pi_{t+1} + \kappa_t x_t + e_t. \tag{8}$$

Donde la pendiente de la curva de Phillips, $\kappa_t = \bar{\kappa} + v_t$, varía en el tiempo y estas variaciones no son observadas por la autoridad monetaria que sólo conoce la media correspondiente, $\bar{\kappa}$.

También tenemos un shock de costos, e_t, el cual es observado por la autoridad monetaria.[3] Las variables v_t y e_t son ruidos blancos no correlacionados de media nula y varianza σ_v^2 y σ_e^2.

[2] Basado en Brainard (AER, 1967).

[3] Estos pueden deberse, por ejemplo, a variaciones en las tasas de impuestos.

En este problema consideramos equilibrios perfectos de Markov, es decir, discrecionales. La función de pérdida social viene dada por

$$L_t = \frac{1}{2}\mathrm{E}_t[\pi_t^2 + \lambda x_t^2]. \tag{9}$$

a) Tomando $\mathrm{E}_t\pi_{t+1}$ como dado, determine el valor de x_t que minimiza la función objetivo. Antes de hacer ningún cálculo, explique por qué x_t dependerá de e_t y *no* dependerá de v_t.

b) Utilice su resultado de la parte (a) para mostrar que $\mathrm{E}_t\pi_{t+1} = 0$.

c) Obtenga expresiones para x_t y π_t en función de e_t y los parámetros del modelo.

d) Obtenga expresiones para la media y desviación estándar (o varianza) de x_t y π_t.

e) Concluya que cuando hay incertidumbre respecto de la pendiente de la NKPC, la respuesta óptima (bajo discreción) será tener una brecha, x_t, menos volátil y una inflación más volátil. ¿Puede dar la intuición para este resultado?