**Fuente: Control 6 de Econometría II 2023 (Soluciones propuestas)**

**2. (20 puntos)** Utilizaremos el Teorema 5 y su especialización (Teorema 8) de EE. Tenemos:

$$\frac{\partial \Theta_T}{\partial \beta} = \sum_{\tau=1}^{T} (y_\tau - \beta) \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \Theta_T}{\partial \beta^2} = -T \tag{2}$$

Por lo que se cumple la condición A: $T^{-1} \frac{\partial^2 \Theta_T}{\partial \alpha \partial \alpha_0}$ es continua.
A su vez:

$$A(\alpha_0) = \lim_{T \to \infty} E[T^{-1} - \frac{\partial^2 \Theta_T}{\partial \alpha \partial \alpha_0}]_{\alpha_0} = 1 \tag{3}$$

$$B(\alpha_0) = \lim_{T \to \infty} E[T^{-1} (\frac{\partial \Theta_T}{\partial \alpha})_{\alpha_0} (-\frac{\partial \Theta_T}{\partial \alpha_0})]_{\alpha_0} = \sigma_0^2 = 1. \tag{4}$$

Concluímos que:

$$\sqrt{T} \left( \hat{\beta} - \beta_0 \right) \xrightarrow{D} N(0, \sigma_0^2 = 1). \tag{5}$$