Curso	: ENECO 630 (Macroeconomía I)	Mayo 2, 2024
Semestre	: Otoño 2024	
Profesor	: Eduardo Engel	
Ayudantes	: Miguel Del Valle y Gabriela Jaque	
Guía No. 5	: Solución	

1. **Bonos de Garantía en el modelo de Shapiro-Stiglitz**

   Los supuestos y notación son los mismos del modelo de Shapiro-Stiglitz visto en clases, con la excepción de que al momento de ser contratados, los trabajadores deben dejar en manos de la empresa un bono de garantía por un monto k, el cual es cobrado por la empresa en caso de que el trabajador sea sorprendido "flojeando". Nos centramos en estados estacionarios.

   (a) En el modelo visto en clases, el sistema de ecuaciones para V_E, V_S y V_U es:[1]

$$\begin{aligned} rV_E &= (w - \bar{e}) - b(V_E - V_U) \\ rV_S &= w - (b+q)(V_S - V_U) \\ rV_U &= a(V_E - V_U). \end{aligned}$$

   Determine cómo varía este sistema con el bono de garantía. Basta con que de la intuición correcta, no es necesaria una derivación rigurosa.

   (b) En el modelo resuelto en clases se supuso que la firma paga el menor salario necesario para que $V_E \geq V_S$. ¿Para qué rango de valores de k sigue siendo válido este supuesto en el caso con bono de garantía? Justifique. En lo que sigue suponga que k toma valores en este rango.

   (c) Determine el (menor) salario que pueden pagar las empresas para inducir a los trabajadores a no flojear. Se trata de una expresión para w como función de a, b, q, $\bar{e}$, r y k. La expresión correspondiente derivada en clases para el caso $k = 0$ es

$$w = \bar{e} + (a + b + r)\frac{\bar{e}}{q}.$$

   (d) Determine la Condición de No Flojeo (NSC en inglés). La condición correspondiente para el caso visto en clases es

$$w = \bar{e} + \left(r + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL}b\right)\frac{\bar{e}}{q}.$$

   (e) ¿Existe un valor de k que permita recrear la situación que existiría si no hubiera problema de monitoreo? Justifique.

   (f) En el modelo sin bonos de garantía, la firma no tiene incentivos para despedir a un trabajador que no está flojeando. ¿Sucede lo mismo en el caso con garantía? ¿Podría esto explicar por qué no observamos bonos de garantía en la práctica? Justifique.

Respuesta:

(a) Dado que el enunciado dejaba espacio para la interpretación respecto a si el bono se entregaba en un comienzo (y por tanto se debe agregar el costo de oportunidad de tener esos recursos inutilizados) o más bien era un pagaré (es decir, un compromiso a pagar en el caso de ser sorprendido flojeando), a continuación se plantea una parametrización del problema que permite ambas interpretaciones.

[1] Romer denota por ρ lo que nosotros denotamos por r.

$$
\begin{aligned}
rV_E &= (w-\bar{e}) - b(V_E - V_U) - \gamma k & (1)\\
rV_S &= w - (b+q)(V_S - V_U) - (\gamma + q)k & (2)\\
rV_U &= a(V_E - V_U). & (3)
\end{aligned}
$$

Para $\gamma = 0$ la interpretación es la de un pagaré. Lo único que cambia respecto al escenario clásico es que en el valor de flojear deberá pagar con probabilidad q el bono k. Por otro lado, con $\gamma = r$, tenemos la interpretación del bono de garantía que se entrega. En este escenario, además de incorporar el hecho que si lo sorprenden flojeando cobran el bono k, debemos considerar que mientras trabaja (independiente de si flojea o no) pierde el costo de oportunidad de esos recursos.

(b) Restemos 2 a 1 para obtener:

$$
r(V_E - V_S) = -\bar{e} - b(V_E - V_U) + (b+q)(V_S - V_U) + qk
$$

Luego imponemos el supuesto sugerido ($V_E = V_S$), obteniendo:

$$
(V_E - V_U) = \frac{\bar{e}}{q} - k \tag{4}
$$

La diferencia anterior debe ser positiva, pues en caso contrario la decisión económica que se toma como dada en el modelo (que los individuos prefieren trabajar a estar desempleados) no se cumple. Por tanto, en adelante se asume que $k \leq \frac{\bar{e}}{q}$. Note que esta condición es independiente de la interpretación del modelo.

(c) Restando 3 a 1 obtenemos:

$$
V_E - V_U = \frac{w - \bar{e} - \gamma k}{r + a + b}
$$

Usando 4 y la ecuación anterior llegamos a:

$$
w = \bar{e} + \gamma K + (r + a + b)\left(\frac{\bar{e}}{q} - k\right) \tag{5}
$$

(d) En un momento dado, encuentran trabajo $a(\bar{L} - NL)$ trabajadores y pierden su trabajo (recordar que en equilibrio no existe flojeo) bNL[2]. En estado estacionario, ambas cantidades deben ser iguales, luego:

$$
a = \frac{bN\bar{L}}{\bar{L} - NL}
$$

Sumando a ambos lados b llegamos a:

$$
a + b = \frac{\bar{L}b}{\bar{L} - NL}
$$

Remplazando en 5 obtenemos:

$$
w = \bar{e} + \gamma k + \left(r + \frac{\bar{L}}{\bar{L} - NL} b\right)\left(\frac{\bar{e}}{q} - k\right).
$$

[2] En la notación de Romer $\bar{L}$ es la cantidad total de trabajadores, N el número de firmas y $\bar{L}$ los empleados por firma

(e) De la condición de no flojeo se desprende que solo para la interpretación del pagaré ($\gamma = 0$) se puede solucionar el problema de monitoreo (es decir, tener $w = e$ y empleo completo) con $k = \frac{e}{q}$. En la interpretación del bono ($\gamma = r$), ello no es posible.

(f) En la realidad no existen maneras objetivas de determinar si un trabajador está realizando esfuerzo, por lo que esta solución se podría prestar para un abuso por parte de las empresas y los trabajadores, adelantando ello, no aceptarían el contrato.

2. **Modelo DMP con un seguro de desempleo financiado**

Consideramos el modelo DMP en *tiempo discreto*. La fuerza laboral está normalizada a 1 y u denota a la tasa de desempleo. Existe un gran número de firmas que pueden entrar al mercado y buscar a un trabajador. Firmas que se encuentran buscando trabajadores pagan un costo fijo k por período. Dada una medida v de firmas con vacantes que buscan trabajadores, el total de pareos en ese período viene dado por:

$$m(u, v) = \frac{uv}{u + v}.$$

Cada firma con vacantes cuenta con un único puesto laboral disponible. En cada emparejamiento, la firma y el trabajador negocian (a la Nash) el salario w, con η denotando el poder de negociación del trabajador. Si existe un acuerdo, los trabajadores comienzan a producir, generando un output igual a p por período. Todos los agentes descuentan el futuro a tasa $\beta \in (0, 1)$. Al final de cada período (luego de que la producción se realiza), los matches existentes se destruyen con probabilidad λ.

Hasta ahora, salvo que el tiempo es discreto, todo es igual al modelo estándar visto en clases. A continuación haremos dos supuestos que nos alejan del modelo base.

Primero, el seguro de desempleo, z, no representará utilidad de ocio como se asumió en clases. Ahora z es un pago hecho por el gobierno que se financia con un impuesto de suma alzada τ (por período) a cada firma con su vacante *ocupada*. Así, el gobierno elige tanto τ como z de modo que cumpla con su restricción presupuestaria en cada período t.

El segundo supuesto es sobre la duración del seguro de desempleo. Asumimos que los trabajadores son elegibles para el seguro de desempleo por un único período. (Este supuesto es bastante realista si consideramos que un período en el modelo corresponde a 6 meses).

Todo el análisis que sigue es en estado estacionario.

(a) Derive la curva de Beveridge de esta economía, i.e., exprese u en función de la estrechez de mercado $\theta \equiv v/u$ y λ.

(b) Este modelo predice que un cierto nivel de desempleo persistirá incluso en estado estacionario. Lo que quizás es más sutil es que los trabajadores que están actualmente buscando trabajo han estado desempleados por distintos periodos de tiempo. Esto es especialmente relevante en nuestra pregunta, donde la elegibilidad del seguro de desempleo depende directamente de esta variable. El número clave es la fracción de personas que recién quedaron desempleados y que supondremos pasan un período desempleados antes de iniciar su búsqueda de trabajo. Exprese esta fracción en función de λ y u.

(c) Obtenga un sistema de dos ecuaciones para las funciones de valor de una firma con una vacante abierta (V) y de una firma con la vacante ocupada (J). **Ayuda**: La condición de arbitraje en tiempo discreto es distinta a la de tiempo continuo. Un agente "dueño" de una vacante debe estar indiferente entre venderla en t (antes de realizar el pago por el costo de mantener la vacante ese período y de saber si se llena o sigue vacante) y mantenerla en t para venderla en $t+1$ (nuevamente antes de pagar costos y conocer los shocks de ese período). Lo mismo vale para las ecuaciones de Bellman restantes.

(d) Denote por W, U_z y U las funciones de valor de un trabajador empleado, desempleado recibiendo el seguro de desempleo y desempleado no recibiendo el seguro de desempleo. Plantee un sistema de tres ecuaciones para W, U_z y U y muestre que $U_z = U + z$ de modo que en realidad tiene solo dos ecuaciones.

(e) Imponga la condición de libre entrada en el sistema que obtuvo en (c) para derivar dos expresiones para J. Use estas expresiones para eliminar J y obtener una expresión para w en función de θ y parámetros.

Usando los resultados en (d) para despejar $W - U$ en función de parámetros y θ. Luego se combine este resultado con el supuesto de negociaciones a la Nash para obtener una segunda expresión para w en función de θ y parámetros, con lo cual se obtiene la recta JC vista en clases que determina θ.

La ecuación de salarios correspondiente queda

$$w = \eta(p - \tau) - (1 - \eta)\beta\lambda z + \eta k\theta. \tag{6}$$

Solo falta imponer que el seguro de desempleo debe autofinanciarse.

(f) Derive una relación entre τ y parámetros de manera que la restricción presupuestaria del gobierno se satisface en cada período.

(g) Use la condición que obtuvo en la parte anterior para librarse de τ en (6). Compare la expresión que obtuvo con la expresión correspondiente vista en clases que viene dada por

$$w = \eta p + (1 - \eta)z + \eta k\theta.$$

y explique la (o las) diferencias. **Ayuda**: Suponga β muy cercano a uno para hacer la interpretación.

Respuesta:

(a) El número de personas que encuentra trabajo en un período será igual al que pierde su trabajo, de modo que $\theta q(\theta)u = \lambda(1 - u)$. Despejando u se obtiene

$$u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)} = \frac{\lambda}{\lambda + \frac{\theta}{1+\theta}}. \tag{7}$$

(b) La fracción pedida es la fracción de trabajadores que pierde el empleo en un período: $\lambda(1 - u)$.

(c) Las funciones valor vienen dadas por:

$$V = -k + \beta q(\theta)J + \beta(1 - q(\theta))V, \tag{8}$$

$$J = p - w - \tau + \beta(1 - \lambda)J + \beta\lambda V. \tag{9}$$

(d) Tenemos

$$W = w + \beta(1 - \lambda)W + \beta\lambda U_z, \tag{10}$$

$$U_z = z + \beta\theta q(\theta)W + \beta(1 - \theta q(\theta))U, \tag{11}$$

$$U = \beta\theta q(\theta)W + \beta(1 - \theta q(\theta))U. \tag{12}$$

(e) Imponiendo $V = 0$ en las dos expresiones obtenidas en (c) lleva a

$$J = \frac{k}{\beta q(\theta)} = \frac{p - w - \tau}{1 - \beta(1-\lambda)}.$$

Despejando w se obtiene:

$$w = p - \tau - \frac{k(1+\theta)[1 - \beta(1-\lambda)]}{\beta}.$$

(f) Para una trayectoria balanceada del gobierno necesitamos que:

$$(1-u)\tau = (1-u)\lambda z$$

Donde el lado izquierdo es la recaudación total mediante el impuesto y el lado derecho es el gasto total en el seguro de desempleo i.e., z veces el número de trabajadores desempleados por un período. Claramente, esta expresión implica que

$$\tau = \lambda z$$

(g) Se obtiene:

$$w = \eta p - [\eta + (1-\eta)\beta]\lambda z + \eta k\theta \simeq \eta p - \lambda z + \eta k\theta.$$

En el modelo visto en clases, el salario de reserva relevante depende de η, de hecho, es igual a $z + \eta(p - z) + \eta k\theta$ de modo que depende de la renta que recibe el trabajador, $p - z$. Mientras mayor poder negociador tienen los trabajadores, más renta reciben. En el modelo que vimos ahora, en cambio, los empleadores pagan λz en seguro pero, en equilibrio, se lo restan al salario que reciben los trabajadores. Tenemos, entonces, que los trabajadores empleados y las empresas que están produciendo subsidian a los trabajadores desempleados.

3. **Salario mínimo y desempleo**

En este problema analizamos el impacto del salario mínimo sobre el desempleo en un modelo donde, a diferencia de los modelos que vimos en clases, los desempleados eligen su esfuerzo de búsqueda óptimamente.

El tiempo es continuo, los individuos son neutros al riesgo y viven indefinidamente, la tasa de descuento es $r > 0$. El esfuerzo, $e > 0$, que realiza un individuo desempleado determina el parámetro de la distribución exponencial con que recibe ofertas de empleo, μe, donde $\mu > 0$ captura el estado del mercado laboral independiente del esfuerzo del trabajador. El salario toma un único valor, w, conocido por los trabajadores. Este salario satisface $w > z$, donde z denota el ingreso, por unidad de tiempo, que recibe un trabajador desempleado. Denotamos por $\phi(e) = e^{\gamma +1}/(\gamma + 1)$, $\gamma > 0$, el costo que tiene para el trabajador realizar un esfuerzo e. De modo que la utilidad instantánea de un trabajador desempleado es $z - \phi(e)$. En cambio, la utilidad instantánea de un trabajador empleado es w. La tasa de separación es $\lambda > 0$ y es exógena. Denotamos el valor presente descontado de la utilidad de un trabajador empleado y desempleado por V_e y V_u, respectivamente. En lo que sigue consideramos estados estacionarios.

Ayuda: Puede (y es relativamente fácil) responder las partes (c) y (d) aun si no respondi'o las partes (a) y (b).

(a) Escriba las ecuaciones de Bellman para V_e y V_u.

(b) Plantee el problema de maximización que permite obtener el esfuerzo óptimo, e^*. Es decir, debe plantear una función que se debe maximizar respecto de e y cuyo máximo se alcanza en el esfuerzo óptimo del trabajador desempleado. No es necesario que realice la optimización.

Se puede mostrar (*no* le recomendamos hacer la derivación) que la c.p.o. de la parte (b) equivale a:

$$\frac{\gamma}{1+\gamma}e^{\gamma\ +1} + \frac{r+\lambda}{\mu}e^{\gamma}\ = w - z.$$

En lo que sigue puede suponer que el esfuerzo óptimo es el único $e^* > 0$ que satisface la ecuación anterior.

(c) Muestre que e^* es creciente en w y μ y decreciente en z, r, λ y γ . Dé la intuición en cada caso.

(d) Derive el valor de estado estacionario de la tasa de desempleo como función de e^*, λ y μ. Concluya que un incremento de w reduce el desempleo en este modelo.

4. **Modelo de búsqueda con dos sectores y crecimiento de la población**

Para este ejercicio consideraremos una extensión del modelo de Diamond, Mortensen y Pissarides (DMP). En este modelo existen dos sectores, uno donde hay trabajadores capacitados (C) y otro donde hay trabajadores no capacitados (NC). Los cuales serán indexados por C y NC.

La fuerza laboral de cada sector es L_C y L_{NC}. La función de matching es la misma para ambos sectores $m(U_i, V_i) = m(u_i L_i, v_i L_i)$, al igual que en el modelo base esta depende del número de empleados U_i y el número de vacantes V_i para cada sector, con $i = \{C, NC\}$.

Las firmas *deciden* si abrir una vacante para un trabajador del tipo C o para uno del tipo NC (solo contratan a un tipo de trabajador). En el caso base el valor de la producción por unidad de tiempo de un trabajador lo denominábamos por p. En este modelo p será el valor de una unidad *efectiva* de trabajo. Asumimos que cada trabajador no capacitado tiene una unidad de trabajo efectivo, mientras que los capacitados tienen $\eta > 1$ unidades efectivas.

Las vacantes son costosas en ambos sectores. El costo por unidad de tiempo de cada una la denotaremos por γ_C y γ_{NC}. La tasa de separación es exógena y puede diferir entre sectores, las denotamos por λ_C y λ_{NC}.

Por último, en esta economía la tasa de crecimiento de L_C y de L_{NC} es n_C y n_{NC} respectivamente. Asuma que los individuos "nacen" sin empleo.

(a) En este modelo, definimos el estado estacionario como aquel en que la tasa de desempleo de *cada sector* permanece constante ($\dot{u}_i = 0 \quad i = C, NC$). Comenzando con una ecuación para el cambio en el nº de desempleados ($\dot{U}$), muestre que las Curva de Beveridge serán de esta forma:

$$u_i = \frac{\lambda_i + n_i}{\lambda_i + n_i + \theta_i q(\theta_i)}.$$

Respuesta:
Omitiré los subíndices

$$\dot{U} = (L - U)\lambda - U\theta q(\theta) + \dot{L} \quad \text{Dividimos por L}$$

$$\frac{\dot{U}}{L} = (1-u)\lambda - u\theta q(\theta) + n$$

Usamos que $\dot{u} = \frac{\dot{U}L - U\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{U}}{L} - u \cdot n$ para llegar a:

$$\dot{u} + u \cdot n = (1-u)\lambda - u\theta q(\theta) + n$$

Despejando u y usando $\dot{u} = 0$ llegamos al resultado (fin de la respuesta)

(b) Escriba las ecuaciones de Bellman de la firma para cada sector (4 en total).

Respuesta:

$$\begin{aligned} rJ_C &= p\eta - w_C + \lambda_C(V_C - J_C), \\ rJ_{NC} &= p - w_{NC} + \lambda_{NC}(V_{NC} - J_{NC}), \\ rV_C &= -\gamma_C + q(\theta_C)(J_C - V_C), \\ rV_{NC} &= -\gamma_{NC} + q(\theta_{NC})(J_{NC} - V_{NC}). \end{aligned}$$

En este modelo (no es necesario que lo demuestre) las ecuaciones de Bellman para los trabajadores junto con la ecuación de salario, son análogas la modelo base. [3]

(c) Suponga que $\gamma_C = \gamma_{NC} = \gamma$, $n_C = n_{NC} = n$, $\lambda_C = \lambda_{NC} = \lambda$ y $z = 0$. Usando las ecuaciones de Bellman de la firma, junto con las condiciones de libre entrada y las Curvas de Beveridge, muestre que $u_{NC} > u_C$ y $\theta_C > \theta_{NC}$ en este caso especial. Interprete. Muestre qué sucede con la diferencia salarial entre ambos sectores. Interprete.

Respuesta:

De la condición de libre entrada ($V_C = V_{NC} = 0$) tenemos que

$$J_i = \frac{\gamma}{q(\theta_i)} \tag{13}$$

Como $\eta > 1$ sabemos que los trabajadores capacitados generan mayores rentas a la firmas $J_C > J_{NC}$. De (13) concluímos que $q(\theta_C) < q(\theta_{NC})$ y esto implica que $\theta_C > \theta_{NC}$ porque $q' \leq 0$. De la CB se concluye que $u_{NC} > u_C$

Interpretación: todo lo demás constante, los trabajadores capacitados generan mayores rentas a las firmas, por lo que las empresas estarán más dispuestas a crear este tipo de trabajos (abrir más vacantes). Lo único que igualará sus ganancias marginales es una tasa de matching menor (menor $q(\theta_C)$), es decir, una tasa más baja de desempleo.

La diferencia salarial será:

$$w_C - w_{NC} = \beta p(\eta - 1) + \beta\gamma(\theta_C - \theta_{NC}).$$

[3] Le recordamos que en el modelo base estas son:

$$\begin{aligned} rU &= z + \theta q(\theta)(W - U) \\ rW &= w + \lambda(U - W) \end{aligned}$$

Donde z es el ingreso de los desempleados. Mientras que la ecuación de salario es:

$$w = (1-\beta)z + \beta[p + \theta\gamma].$$

Esta solo dependerá de $\theta_C - \theta_{NC} > 0$ y de $\eta - 1 > 0$, es decir, $w_C - w_{NC} > 0$. A mayor cantidad de unidades efectivas que tienen los trabajadores capacitados, todo lo demás constante, tendrán que pagarle más porque son más productivos.

(d) Describa y grafique en el plano (w,θ) y en el plano (v,u) cómo se ven afectados w_C, w_{NC}, θ_C, θ_{NC}, u_C, u_{NC}, v_C y v_{NC} luego de un incremento en z ¿Sobre qué tipo de trabajadores el aumento de z impacta más, en términos relativos,[4] en su salario?

Respuesta:

La figura muestra el efecto en ambos sectores:

Figure 6: Plano (θ, w)

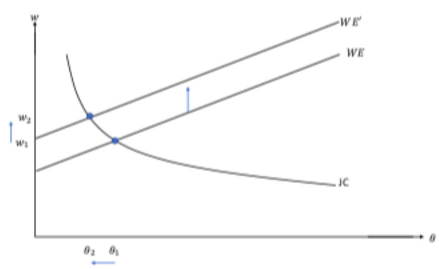
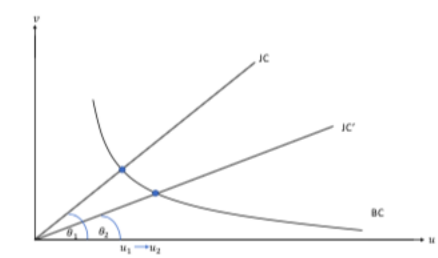


Figure 7: Plano (u, v)



El efecto será más grande sobre w_{NC}, porque los capacitados ganan más por ser más productivos ($\eta > 1$) y la parte $(1-\beta)z$ es una menor proporción de su salario.

[4]Es decir, como fracción de su salario