Macroeconomía I
Guía 4

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Álvaro Castillo y Alberto Undurraga

Pregunta 1

Suponga una economía donde la función de utilidad instantánea de los hogares viene dada por

$$u\left(c_t\right) = \frac{c_t^{1-\frac{1}{\theta}}}{1-\frac{1}{\theta}}$$

Y la función de producción es Cobb-Douglas $Y_t = K_t^{\alpha}\left(h_t L_t\right)^{1-\alpha}$, donde $h_t = \gamma k_t$ y $\gamma > 0$. Por simplicidad, asuma que $L_t = L,\ \forall t$. En lo que sigue, suponga que el tiempo es discreto ($t = 1, 2, ...$).

a. Describa cómo el capital humano, representado por h_t, se acumula en esta economía. ¿Invierten las firmas o individuos directamente para aumentar su nivel? Dada su respuesta ¿cree que coincidirá la solución de un planificador social con el equilibrio competitivo descentralizado?

b. Asumiendo un factor de descuento β in $(0, 1)$, plantee y resuelva el problema del planificador social. Determine la tasa del crecimiento del consumo en esta economía y cuál es la tasa de ahorro óptima (hint: para esto último considere una tasa de ahorro s, tal que una fracción del producto se ahorra y la otra se invierte).

c. Resuelva el equilibrio competitivo de esta economía. Asuma que los hogares ofrecen inelásticamente su tiempo a trabajar y pueden utilizar sus recursos para invertirlos en capital (K) o bonos de gobierno (B).

   1. Muestre que la restricción presupuestaria del hogar puede ser escrita como

   $$c_t + k_{t+1} + b_{t+1} = w_t h_t + (1 + r_t - \delta)k_t + (1 + R_t)\, b_t \tag{1}$$

   Donde R_t es el retorno de los bonos. ¿Cuál es la condición de arbitraje entre B y K? Dada esta condición, exprese la restricción presupuestaria (1) en función de activos $a_t \equiv k_t + b_t$

   2. Encuentre la Ecuación de Euler y los valores de equilibrio de r_t y w_t.
   3. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del consumo?

d. Compare las tasas de crecimiento del consumo de la parte b y c. ¿Existen diferencias?¿por qué?

e. Suponga ahora que el gobierno subsidia el costo privado de arriendo del capital para las firmas, de tal manera que pagan $(1-\tau)r_t$ y este subsidio se financia vía impuestos de suma alzada (T) a los hogares.

   1. ¿Cómo cambia el problema de hogares y firmas?
   2. ¿Qué nivel de subsidio iguala las tasas de crecimiento entre la economía descentralizada y el planificador? ¿Cuál es la razón por la que el gobierno debe subsidiar en este contexto?

Pregunta 2

En esta pregunta usted analizará una variante al modelo de variedades estudiado en clases. Se le recomienda estudiarlo con detalle para poder comprender las diferencias.

Bien final y bienes intermedios
En primer lugar, suponga que existe un continuo de bienes intermedios utilizados en la producción del bien final, tal que:

$$Y_t = L^{1-\alpha} \int_0^1 A_{it}^{(1-\alpha)} x_{it}^{\alpha} \; di$$

Donde A_{it} representa la calidad del producto intermedio i en t. Cada producto intermedio tiene su propio monopolio y su precio es igual a su producto marginal en el sector final.

a. Resuelva el problema de los monopolistas de bienes intermedios. ¿Qué cantidad x_{it} se transa en equilibrio? ¿difiere a la del modelo visto en clases?

b. Dado lo anterior, exprese el nivel de producto (Y_t) de equilibrio y el GDP en función de parámetros y productividad agregada definida como $A_t = \int_0^1 A_{it} \; di$

Innovación
Suponga que cada periodo existe una única persona en cada sector que se dedica a la innovación. Esta persona gasta unidades de producto (Y) en investigación y logra innovar con probabilidad $\phi\left(n_{it}\right) = \lambda n_{it}^{\sigma}$, donde $n_{it} \equiv R_{it}/A_{it}^{*}$ y $\phi'(n_i) > 0$. R_{it} es el gasto realizado en investigación en el sector i el periodo t, mientras que $A_{it}^{*} = \gamma A_{it-1}$ es la productividad que tendría el nuevo bien intermedio si la investigación es existosa.

La emprendedora escoge el gasto en investigación R_{it} que maximiza su beneficio neto en t (ingreso esperado menos costos).

c. ¿Cuál es la idea detrás de asumir $\phi'(n_i) > 0$?

d. Plantee el problema de la emprendedora y encuentre la condición de arbitraje en investigación. ¿Cuál es el nivel óptimo de n_{it} y la probabilidad de innovar en equilibrio? ¿es este valor igual en todos los sectores $i \in [0,1]$?

e. En (b) usted obtuvo una expresión para el GDP en función de A_t. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del GDP? Muestre que puede expresarse como $g = \mu \cdot (\gamma - 1)$, donde μ es una constante que depende de parámetros del modelo (Hint: note que el cambio en productividad agregada depende de $\phi(\cdot)$). ¿Cambia este resultado si en lugar de tener un continuo de bienes intermedios existe sólo uno?

f. Realice un análisis de estática comparativa: ¿cómo cambia la tasa de crecimiento del GDP ante cambios de λ, γ, L? Interprete.

Pregunta 3

Considere una economía cuyo agente representativo tiene una función de utilidad de la forma

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \frac{c(t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \mathrm{d}t$$

y enfrenta una restricción presupuestaria

$$\dot{a} = ra + w - c$$

Donde $a(t)$ es su nivel de activos, $w(t)$ es su salario, $r(t)$ es el retorno de sus activos y $c(t)$ es su nivel de consumo en el período t. Esta es una economía pequeña y cerrada por lo que el único activo en oferta neta es el capital, $k(t) = a(t)$. El capital se deprecia a una tasa δ. Imagine ahora que cada empresa en esta economía tiene una función de producción de la forma:

$$Q_t = A \cdot K_t$$

Donde Q_t es el producto final y K_t es el stock de capital de cada firma. El número de personas en la economía L es constante.

Asuma ahora que un virus ataca al país y genera un efecto negativo en la economía. En particular, asuma que el virus le "quita" a la economía una fracción $(1-p)$ de la producción. Es decir, las personas en una economía atacada por el virus logran mantener una fracción p de la producción que existiría en tiempos normales.

La autoridad de este país puede reducir los efectos del virus en el economía gastando recursos en un sistema de "testeo, trazabilidad y aislamiento". Asuma que los recursos destinados a este sistema son iguales a G unidades del producto final. Las pérdidas asociadas al virus son decrecientes en G (p es creciente en G). Pero dado un nivel de G, el sistema de "testeo, trazabilidad y aislamiento" es menos efectivo cuando la actividad económica "efectiva" es mayor. Defina Y como la cantidad de producto final que las empresas logran producir una vez que el país ha sido atacado por el virus (actividad económica efectiva). Con todo, p es una función de G/Y con $p' > 0$, y $p'' < 0$. El nivel de producto una vez que el virus ha afectado a la economía es:

$$Y_t = A \cdot K_t \cdot p\left(G_t/Y_t\right)$$

Para financiar el sistema de protección frente al virus el gobierno debe cobrar impuestos al producto efectivo. Asuma que la tasa de impuestos es constante e igual a τ. El gobierno mantiene un presupuesto balanceado por lo que su restricción presupuestaria viene dada por:

$$G_t = \tau Y_t$$

a. El agente representativo elige la trayectoria para $c(t)$ y para $a(t)$, para maximizar función de utilidad sujeto a su restricción presupuestaria. Encuentre las condiciones de primer orden. Encuentre la relación entre la tasa de crecimiento del consumo y la tasa de interés. Interprete cómo cambia la tasa de crecimiento ante cambios en sus parámetros.

b. Las empresas maximizan la utilidad después del virus y de impuestos y actúan competitivamente tomando τ y la proporción p como dados. Encuentre la expresión para las utilidades después de impuesto (la función objetivo de las empresas). Derive la condición de primer orden para las empresas.

c. Usando la restricción presupuestaria del gobierno y la condición de primer orden obtenida previamente, encuentre una expresión para la tasa de crecimiento del consumo en estado estacionario como función del tamaño del gobierno τ y los parámetros del modelo. ¿Qué restricciones (en términos de parámetros) debe imponer para asegurar que la tasa de crecimiento del consumo sea positiva y que la utilidad tenga límite?

d. Si el gobierno quiere maximizar la tasa de crecimiento de la economía, ¿qué tasa de impuesto fijaría? Interprete

e. Considere un planificador social que internaliza la restricción presupuestaria del gobierno antes de tomar las decisiones de consumo e inversión. ¿Cuál es la tasa de crecimiento que elegiría el planificador social? ¿Es esta tasa diferente de la tasa de crecimiento obtenida en (c)? Interprete. ¿Cuál es la tasa de impuesto óptima que elegiría el planificador central? Explique intuitivamente.

f. Imagine ahora que el virus es transitorio, dura un período de tiempo determinado. Desafortunadamente, el virus puede tener un efecto negativo permanente en la productividad A. Imagine que el nivel de productividad una vez que el virus ha "desaparecido"[1] es $A^{SV} = A^{CV} \cdot p$. Es decir, mientras mayor sea p, menor serán los efectos permanentes en la productividad. Asuma ahora que el gobierno puede endeudarse en los mercados financieros internacionales a una tasa r^* (los privados no pueden endeudarse). Explique intuitivamente cuál podría ser la política óptima por parte del gobierno en este caso. No es necesario hacer ninguna derivación matemática.

[1] Donde A^{SV} denota A sin virus (cuando ya desapareció) y A^{CV} denota A con virus