AK model

→ Ramsey considera la tasa de crecimiento de la tecnología como algo exógeno ⇒ no sirve para entender las fuentes de crecimiento de L.P.

↳ **solución:** • Considerar un concepto de capital mucho más amplio.
- Progreso tecnológico ⇒ salir de ret. decrec.
- Patentes → rivalidad prog. tecnológico
- otros

⇒ crecimiento endógeno → g será endógeno.

↳ Aquí tendremos 2 tendencias de pensamiento

1era Generación: "controversia de la convergencia"

2da Generación: "estudio de la competencia a nivel agregado"

• La controversia de la convergencia

↳ Lucas & Romer (por separado) plantean el fallo de la convergencia de los países al eliminar 2 supuestos del modelo neoclásico:

1) g exógeno
2) Las mismas oportunidades tecnológicas estan disponibles en todos los países del mundo.

→ Consideramos la siguiente función de producción

$$Y = A(t)\,K^{1-\beta}L^{\beta} \quad / \tfrac{1}{L}$$

$$\frac{Y}{L} = y = A(t)\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\beta} \Rightarrow \boxed{y = A(t)\,k^{1-\beta}} \quad / \ln$$

$$\Rightarrow \ln(y) = \ln(A) + (1-\beta)\ln(k) \quad / \partial/\partial t$$

$$\boxed{\frac{\dot y}{y} = \frac{\dot A}{A} + (1-\beta)\frac{\dot k}{k}}$$

→ luego $\dot k = s\cdot y - k(n) \quad (\delta = 0)$

$$\Rightarrow \frac{\dot k}{k} = \frac{s\cdot y}{k} - n = s\cdot(A(t)\cdot k^{-\beta}) - n$$

→ luego notemos que

$$k = \frac{y^{1/1-\beta}}{A^{1/1-\beta}} \Rightarrow k^{-\beta} = \frac{y^{-\beta/1-\beta}}{A^{-\beta/1-\beta}}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot k}{k} = s\cdot\left(A\cdot\frac{y^{-\beta/1-\beta}}{A^{-\beta/1-\beta}}\right) - n = s\cdot A^{1/1-\beta}\,y^{-\beta/1-\beta} - n$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\dot y}{y} = \frac{\dot A}{A} + (1-\beta)\left(s\cdot A^{1/1-\beta}\,y^{-\beta/1-\beta} - n\right)}$$

→ luego para analizar los datos notamos que el parámetro clave es β → que bajo comp. perfecta es igual la parte del ingreso total que se paga como compensación al trabajo ($\beta \approx 0.6$) → luego al comparar países con similares g notamos que sus s no tienen sentido con la teoría (datos).

→ Esto motiva modelos donde β es menor ⇒ Pago de L mayor y pago K menor.

→ **Romer:** Propone modelo de spillovers → A → depende de K (PPT tiene + blabla)

• El paso de la competencia perfecta

Hechos (tomados por ciertos) para los economistas que son un desafío para la teoría de crecimiento

1) Hay muchas firmas
2) Descubrimientos pueden ser usados al mismo tiempo x varias personas
3) Se pueden replicar las act. físicas
4) Avance tec viene dado x lo que hace la gente.
   ↳ endog.
5) Hay poder de mercado.

→ 4 y 5 no es considerado x los neoclásicos. Romer (1986) y Lucas (1988) incluyen el 4

MODELO AK

↳ F. Producción AK
↳ K, H, infraestructura, G, etc.

· Hogares:

$$\max U = \int_0^\infty e^{-(\rho-n)} \cdot \frac{c^{(1-\theta)}-1}{1-\theta}\, dt$$

s.a. $\dot{a} = (r-n)a + w - c$

$$\lim_{t\to\infty} a_t \cdot \exp\left[-\int_0^t r(v)-n\, dv\right] \geq 0$$

$\Rightarrow$ **C.P.O:** $\boxed{\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}(r-\rho)}$

$$\lim_{t\to\infty} a_t \cdot \exp\left[-\int_0^t r(v)-n\, dv\right] = 0$$

$\rightarrow$ **F. Producción** $Y = AK \,/\, \frac{1}{L} = \boxed{y = Ak}$ $(\alpha = 1)$

↳ · $f''(k) = 0$
· no se cumple Inada
↳ $f'(k) = A$ si $k\to 0 \vee k\to\infty$

· Empresas $\rightarrow$ $\underbrace{\text{Prod. mg. de } k}_{\underbrace{R}_{\frac{\partial y}{\partial k} = A}} = \underbrace{\text{P arriendo } k}_{r+\delta}$

$\Rightarrow A = r + \delta \Rightarrow \boxed{\underbrace{r}_{cte.} = \underbrace{A-\delta}_{cte}}$

· Equilibrio $\rightarrow$ ec. cerrada $\Rightarrow \boxed{a = k}$

$\Rightarrow \dot{k} = (\overset{A-\delta}{\cancel{r}}-n)k + \overset{0}{\cancel{w}} - c$

$\Leftrightarrow \boxed{\dot{k} = (A-\delta-n)k - c}$

$\Rightarrow \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)$

$\lim_{t\to\infty} k_t\, e^{-(A-\delta-n)t} = 0$

CPO

↳ **c_t no depende del stock de k.**

↳ Calculamos la trayectoria de consumo

$c_t = \underline{c(0)}\, e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t}$

↳ Buscamos $c(0)$

↳ <u>Supuesto</u>: $f(k)$ suficientemente productiva como para asegurar que c crece, pero no tan productiva como para tener $\Pi \to \infty$

$\Rightarrow \underbrace{A > \delta + \rho}_{c \text{ crece}} > (1-\theta)(A-\delta) + \theta n + \delta$

u no crece ∞ $\rightarrow \exists$ solución prob. maximización

↳ cond sale al reemplazar c_t en U e imponer que la exp que divide $(e^{-(\rho-n)})$ sea mayor que la del numerador $\rightarrow$ luego se suma δ a ambos lados y da.

· E.E $\rightarrow$ de la restricción

$$\frac{\dot{k}}{k} = (A-\delta-n) - \frac{c}{k} \Rightarrow \frac{c}{k} = (A-\delta-n) - \underbrace{\frac{\dot{k}}{k}}_{\text{cte en E.E}}$$

k crece a la misma tasa que c. $\leftarrow \underbrace{\frac{c}{k}}_{cte} \Leftarrow cte$

• Dinámica de la transición

Sabemos que $C_t = C_0 e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t}$, la reemplazamos en la restricción:

$$\dot{k} = (A-\delta-n)k - c(0)e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t}$$

→ Resolviendo la EDO:

$$\dot{k} - (A-\delta-n)k + c(0)e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t} = 0 \quad / e^{-(A-\delta-n)t} / \int$$

$$\Rightarrow k e^{-(A-\delta-n)t} + k(0) + \frac{c(0)\, e^{(A-\delta-\rho)t\,(1/\theta - 1)}}{\underbrace{(A-\delta-\rho)t\,(1/\theta - 1)}_{\varphi}} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{k_t = k(0)e^{(A-\delta-n)t} + \frac{c(0)}{\varphi} e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t}}$$

→ $\frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)$: tasa crec. consumo

$\Rightarrow$ U. con límite → $\varphi = \underbrace{(A-\delta-\rho)\frac{1}{\theta} \cdot t}_{\text{tasa crec. c.}} - (A-\delta-\rho)t > 0$

→ reemplazamos k_t en cond. de transversalidad:

$$\lim_{t\to\infty} k(0) + \underbrace{\frac{\overset{\text{pdc}}{c(0)}}{\underset{\hookrightarrow >0}{\varphi}} e^{-\varphi t}}_{\to 0} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{k(0) = 0} \quad (0 + 0 = 0)$$

$$\Rightarrow k_t = \frac{c(0)}{\varphi} e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t} \Rightarrow \boxed{k_t \cdot \varphi = \underbrace{c(0)\, e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t}}_{C_t}}$$

$$\Rightarrow \ln(k_t) + \ln(\varphi) = \ln(C_t) \quad / \partial/\partial t$$

$$\boxed{\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)}$$

→ como $y = Ak \Rightarrow \log(y) = \ln(A) + \ln(k)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)}$$

↳ no hay dinámica de transición

→ las variables comienzan en
$k(0)$
$c(0) = \varphi\, k(0)$
$y(0) = A \cdot k(0)$
} y luego crecen a la tasa $\frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)$

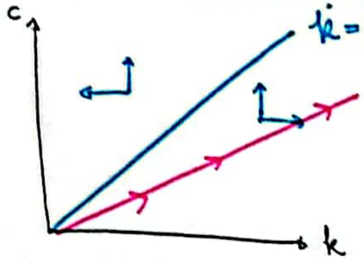
⟹ Δ Parámetros → Δ niveles y Δ tasas

* Tasa de ahorro:

$$\dot{K} = s \cdot Y - \delta K \Rightarrow s = \frac{\dot{K} + \delta K}{Y} = \frac{1}{A}\left\{ \underset{\hookrightarrow \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)}{\frac{\dot{k}}{k}} + n + \delta \right\}$$

$$\Rightarrow \boxed{s = \frac{A - \rho + \theta n + (\theta - 1)\delta}{\theta A}}$$

→ Diagrama de Fase



* Determinantes del crecimiento

- Crecimiento de L.P. depende de s y product. de K.
- $\downarrow\rho \vee \downarrow\theta \Rightarrow \uparrow s \Rightarrow \uparrow\frac{\dot{y}}{y}$ } Ahora hay Δ en tasas!
- $\uparrow A \Rightarrow \uparrow \dot{k}/k \Rightarrow \uparrow \dot{y}/y$

* Dif. clave → Que tan rápido aparecen los retornos decrecientes.

Escaneado con CamScanner