Tarea 3
Microeconomía I

Profesora: Adriana Piazza
Ayudantes: Gabriela Denis y Pedro Schilling

Otoño 2023

1. Juego *piedra-papel-tijera-lagarto-Spock*

   a) Describa el juego *piedra-papel-tijera-lagarto-Spock* para 2 jugadores. Especifique estrategias y matriz de pagos.

   b) ¿Existen equilibrios de Nash en estrategias puras?

   c) Encuentre un equilibrio de Nash en estrategias mixtas, donde todas las estrategias puras tengan probabilidad positiva.

   d) Demuestre que no hay ningún equilibrio de Nash donde el Jugador 1 nunca juegue Spock y asigne probabilidad positiva a las otras 4 estrategias. ¿Hay algún equilibrio de Nash donde el Jugador 1 asigne probabilidad positiva a exactamente 4 estrategias?

   e) Demuestre que no hay ningún equilibrio de Nash donde el Jugador 1 nunca juegue las estrategias lagarto y Spock y asigne probabilidad positiva a las otras 3 estrategias. ¿Hay algún equilibrio de Nash donde el Jugador 1 asigne probabilidad positiva a exactamente 3 estrategias?

   f) ¿Qué puede decir del número de equilibrios de Nash del juego?

2. Considere las siguientes dos versiones finitas del modelo de duopolio de Cournot.

   a) Suponga que cada empresa debe elegir entre la mitad de la cantidad de monopolio, $q_m/2 = (a-c)/4$, o la cantidad de equilibrio de Cournot, $q_c = (a-c)/3$. Ninguna otra cantidad es factible. Demuestre que este juego de dos acciones es equivalente al dilema de los prisioneros: cada empresa tiene una estrategia estrictamente dominada y ambas están peor en equilibrio de lo que estarían si cooperaran.

   b) Suponga que cada empresa puede elegir $q_m/2$, o q_c, o una tercera cantidad, q'. Encuentre un valor para q' tal que (q_c, q_c) sea el único equilibrio de Nash y ambas empresas están peor en equilibrio de lo que podrían estar si cooperaran, pero ninguna de las empresas tiene una estrategia estrictamente dominante.

3. **Juego de localización de Hotelling**.

   Hay dos candidatas/os, cada uno de los cuales elige una posición del conjunto $S_i := \{1, 2, ..., 10\}$. Las y los votantes se distribuyen equitativamente entre estas diez posiciones. Las y los votantes votan por el candidato cuya posición es más cercana a la de ellos. Si lxs dos candidatxs son equidistantes desde una posición dada, las y los votantes en esa posición dividen sus votos por igual. El objetivo de lxs candidatxs es maximizar su porcentaje del voto total. Así, por ejemplo, $u_1(8, 8) = 50$ y $u_1(7, 8) = 70$. [Sugerencia: al responder esta pregunta, no necesita escribir las matrices de pago completas.]

   a) Muestre que la estrategia 2, domina estrictamente a la estrategia 1.

   b) Encuentre todas las estrategias que dominan estrictamente a la estrategia 1. Explique su respuesta. [Sugerencia: pruebe algunas conjeturas y vea si funcionan.]

c) Encuentre las funciones de mejor respuesta de cada candidata/o y a través de ellas caracterice el equilibrio de Nash.

d) Considere una variante del modelo de Hotelling en la que las preferencias de los votantes son asimétricas. Específicamente, suponga que a cada votante le importan el doble las diferencias de política a la izquierda de su posición favorita que las diferencias de política a la derecha de su posición favorita. ¿Cómo afecta esto al equilibrio de Nash?

Suponga ahora que hay tres candidatas/os y que las y los votantes votan por el candidato cuya posición es más cercana a la de ellos. Así, por ejemplo, $u_1(8,8,8) = 33,3$ y $u_1(7,9,9) = 73,3$.

e) ¿La estrategia 1 está dominada, estricta o débilmente, por la estrategia 2? ¿La estrategia 1 está dominada, estricta o débilmente, por la estrategia 3? Explique.

f) Supongamos que eliminamos las estrategias 1 y 10. Es decir, descartamos la posibilidad de que ningún candidata o candidato elija 1 o 10, aunque siguen habiendo votantes en esos puestos. ¿La estrategia 2 está dominada, estricta o débilmente, por cualquier otra estrategia pura s_i en el juego reducido? Explique.

4. (Autos que se acercan) Los miembros de una sola población de conductores de automóviles se emparejan aleatoriamente en parejas cuando se acercan simultáneamente a las intersecciones desde diferentes direcciones. En cada interacción, cada conductor puede detenerse o continuar. Las preferencias de los conductores están representadas por el valor esperado de las funciones de pago dadas en la figura; el parámetro ϵ, con $0 < \epsilon < 1$, refleja el hecho de que a cada conductor le disgusta ser el único en detenerse.

a) Encuentre el equilibrio de Nash simétrico (¿equilibrios?) del juego (encuentre tanto las estrategias de equilibrio como los pagos de equilibrio).

	Detenerse	Continuar
Detenerse	$(1,1)$	$(1-\epsilon,2)$
Continuar	$(2,1-\epsilon)$	$(0,0)$

Ahora suponga que hay una campaña de la municipalidad para sensibilizar a la población sobre la seguridad en el tránsito y los conductores son (re)educados para sentirse culpables por elegir Continuar, con la consecuencia de que sus pagos al elegir Continuar caen en $\delta > 0$. Es decir, que la nueva matriz de pagos es

	Detenerse	Continuar
Detenerse	$(1,1)$	$(1-\epsilon,2-\delta)$
Continuar	$(2-\delta,1-\epsilon)$	$(-\delta,-\delta)$

b) Demuestre que todos los conductores están mejor en el equilibrio simétrico de este juego que en el equilibrio simétrico del juego original.

c) ¿Por qué el conjunto de los conductores está mejor si sus pagos disminuyeron?

(El equilibrio mixto de este juego, puede interpretarse de manera atractiva como la representación de un estado estacionario en el que algunos miembros de la población siempre eligen una acción y otros miembros siempre eligen la otra acción).