Examen

Macroeconomía I - Otoño 2024

Profesor: Luis Felipe Céspedes
Ayudantes: Matías Muñoz y María Jesús Negrete

$-\frac{u'(c)}{u''(c)\cdot c}$

Pregunta 1: Comentes (30 puntos)

a) (15 puntos) Explique cuáles son los efectos que explican el comportamiento de la tasa de ahorro en el marco del Modelo de Ramsey en su trayectoria hacia el estado estacionario. ¿Qué papel juega la elasticidad de sustitución intertemporal?

b) (15 puntos) Explique el papel que juega la condición de transversalidad en el modelo de crecimiento de Ramsey.

Pregunta 2: Estudiando el estado estacionario (30 puntos)

En la guía 2 se demostró usando la condición de transversalidad que en el modelo de Ramsey se cumple que $f'(\hat{k}) > (x + n + \delta + \gamma_{\hat{k}}^*)$. Donde $\gamma_{\hat{k}}^*$ es la tasa de crecimiento del capital de estado estacionario. Además, sabemos que en equilibrio en el modelo de Ramsey se cumple que:

$$\frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta}(f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \theta x)$$

$$\dot{\hat{k}} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (x + n + \delta)\hat{k}$$

Con esto, conteste las siguientes preguntas:

a) (8 puntos) Demuestre que $\gamma_{\hat{k}}^* = 0$.

Si no lo logró demostrar, de todas maneras asuma que se cumple $\gamma_{\hat{k}}^* = 0$ en los ítems siguientes.

b) (4 puntos) Grafique el diagrama de fase para $\dot{\hat{k}} = 0$ y $\dot{\hat{c}} = 0$. Distinga las regiones y muestre que existen 3 candidatos a estados estacionarios.

c) (5 puntos) Sin asumir una función de producción en específico, llegue a una expresión genérica para el nivel de capital de estado estacionario.

d) (5 puntos) Sin asumir una función de producción en específico, llegue a una expresión genérica para el nivel de capital que maximiza el consumo en estado estacionario (capital de regla dorada).

e) (8 puntos) Usando la información del enunciado y los resultados de los ítemes anteriores, demuestre que el estado estacionario en el modelo de Ramsey es único.

Pregunta 3: Modelo de Romer (40 puntos)

Considere una economía cerrada. El producto agregado Y_t, es usado para tres propósitos: (i) Producción de ideas, (ii) producción de bienes intermedios y (iii) consumo. El precio del producto final está normalizado a 1. En el sector de bienes finales hay competencia perfecta. Específicamente, el producto final de la firma i, Y_{it}, es producido usando la siguiente tecnología:

$$Y_{it} = AL_{it}^{1-\alpha} \sum_{j=1}^{N_t} x_{ijt}^{\alpha}, \quad A > 0.$$

A es un parámetro, L_{it} es el insumo de trabajo y x_{ijt} es el insumo de bien intermedio j que la firma i demanda en el tiempo t. Se asume que la fuerza laboral es constante a través del tiempo, $L_t = L = \sum_i L_{it}$. Los precios de los factores de trabajo e insumo intermedio j son w_t y P_{jt}, respectivamente. La maximización de beneficios por parte de las firmas de bienes finales implica que la demanda por el insumo intermedio j de la firma i satisface $P_{jt} = \alpha A L_{it}^{1-\alpha} x_{ijt}^{\alpha-1}$ para todo j. Además, la demanda agregada del bien intermedio j, $X_{jt} = \sum_i x_{ijt}$, es $P_{jt} = \alpha A L^{1-\alpha} X_{jt}^{\alpha-1}$.

El sector de bienes intermedios consiste de $j = 1, ..., N_t$ firmas. Cada una opera como monopolista en su mercado por el bien intermedio j, ya que tienen una patente de duración infinita. Cada firma usa una tecnología que involucra gastar una unidad de producto para producir una unidad de bien intermedio. Los beneficios de una firma de un bien intermedio j vienen dados por: $\Pi_{jt} = P_{jt} X_{jt} - X_{jt}$.

a) (10 puntos) Resuelva el problema de maximización de beneficios para la firma j y muestre que el producto agregado se puede escribir como $Y_t = A^{\frac{1}{1-\alpha}} L \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} N_t$

Ahora, asuma que el consumo se determina bajo la lógica del modelo de Solow: $C_t = (1-s)Y_t$, donde s es una tasa de ahorro exógena. Asuma que $s > \alpha^2$. Finalmente, asuma que la producción de 1 idea requiere el uso de η unidades de producto. El parámetro η es, por ahora, una constante positiva.

b) (10 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de la economía y muestre que el stock de conocimiento, N_t (y por tanto el producto agregado), evoluciona de acuerdo a:

$$\frac{\dot{N}_t}{N_t} \equiv \gamma_{Nt} = \frac{s - \alpha^2}{\eta} A^{\frac{1}{1-\alpha}} L \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}$$

Suponga ahora que se vuelve más costoso innovar a medida de que aumenta el stock de conocimiento. En particular, suponga que $\eta = \eta(N_t) \equiv \phi N_t^{\sigma}, \quad \sigma < 1$. El resto del modelo sigue igual.

c) (6 puntos) ¿Qué pasa si $\sigma = 1$?

d) (7 puntos) Volviendo a $\sigma < 1$ ¿Permite este modelo crecimiento exponencial sostenido en el PIB per cápita?

e) (7 puntos) ¿Qué pasa si se asume que L crece a tasa n?

Pregunta 4: Adopción de tecnología (30 Puntos)

Asuma que existen dos regiones en el mundo: Norte y Sur. En cada región el producto se obtiene a través de la siguiente función de producción:

$$Y_i(t) = K_i(t)^{\alpha} \left[A_i(t)\,(1 - a_{Li})\,L_i\right]^{1-\alpha}$$

donde $i = N, S$ (Norte y Sur), $A_i(t)$ corresponde al nivel de productividad o tecnológico en la región i, L_i corresponde al nivel de trabajo total en la región i y $(1 - a_{Li})$ corresponde a la fracción del trabajo total que es dedicada a la producción del bien final en la región i. La acumulación de capital en la región i viene dada por:

$$\dot{K}_i(t) = s_i Y_i(t)$$

donde $\dot{K}$ denota la derivada temporal de K_i El Norte desarrolla nueva tecnología (productividad) de acuerdo con la siguiente función:

$$\dot{A}_N(t) = B a_{LN} L_N A_N(t),$$

donde B corresponde a un parámetro. El Sur depende de la adopción de las tecnologías del Norte para mejorar su propia tecnología. Es decir, el Norte no desarrolla nuevas tecnologías por si mismo. En particular, el nivel de tecnología en el Sur evoluciona de la siguiente forma:

$$\dot{A}_S(t) = \mu a_{LS} L_S \left[A_N(t) - A_S(t)\right],$$

donde μ es un parámetro. Asuma que $A_N(t) > A_S(t)$. Asuma también que la cantidad de trabajadores es constante en ambas regiones, lo mismo que las fracciones de trabajo dedicados a innovar en ambas regiones (a_{Li}).

(7 puntos) Obtenga la tasa de crecimiento del PIB per cápita en el Norte.

(9 puntos) Defina $Z(t) = \frac{A_S(t)}{A_N(t)}$. Encuentre la expresión para $\dot{Z}(t)$ en función de $Z(t)$ y de los parámetros del modelo. ¿A qué valor converge $Z(t)$? ¿Es un equilibrio estable?

(7 puntos) ¿A qué tasa de crecimiento converge el del PIB per cápita en el Sur?

(7 puntos) ¿A qué valor converge el cociente entre el PIB per cápita en el Sur y el PIB per cápita en el Norte? ¿Convergen al mismo nivel los ingresos per cápita? Explique de qué factores depende este cociente.