В системе координат XOY задан Δ ABC:

$A = A(6 \quad 6)$, $B = B(6 \quad 8)$, $C = C(8 \quad 6)$

Δ ABC поворачивается относительно точки A на угол 90° по часовой стрелке, а затем смещается относительно своего нового положения на расстояние 2 единицы по оси X и на 3 единицы по оси Y.

Определить новые координаты вершин Δ ABC в системе координат XOY

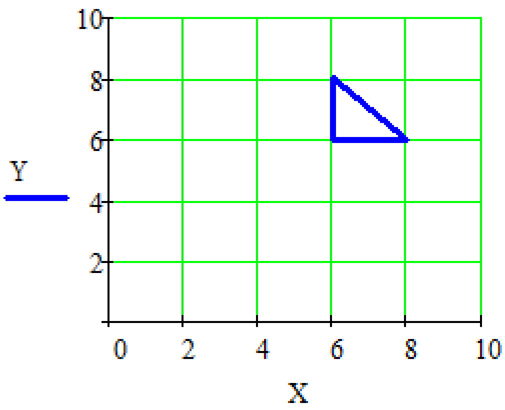
Решение задачи (MathCad)

$X_0 := 6$ $Y_0 := 6$ - координаты точки A

$X_1 := 6$ $Y_1 := 8$ - координаты точки B

$X_2 := 8$ $Y_2 := 6$ - координаты точки C

$X_3 := X_0$ $Y_3 := Y_0$ - повторение координаты точки A



$$P := \begin{pmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_0 & Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Смещение начала системы координат

Поворот системы координат на угол ϕ

$$T_S(dx, dy) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -dx \\ 0 & 1 & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R_S(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

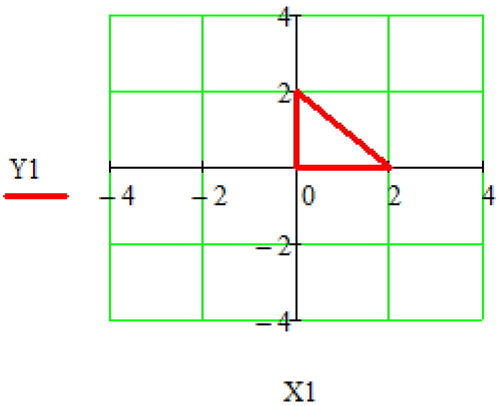
$\phi := 90$ $\phi\_rad := \dfrac{\phi \cdot \pi}{180}$ $\Delta x := 2$ $\Delta y := 3$

I. Смещаем систему координат в т. A

$P1 := T_S(X_0, Y_0) \cdot P$ $\qquad$ $P1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$X1 := \left(P1^T\right)^{\langle 0 \rangle}$ $\qquad$ $X1^T = (0\ \ 0\ \ 2\ \ 0)$

$Y1 := \left(P1^T\right)^{\langle 1 \rangle}$ $\qquad$ $Y1^T = (0\ \ 2\ \ 0\ \ 0)$

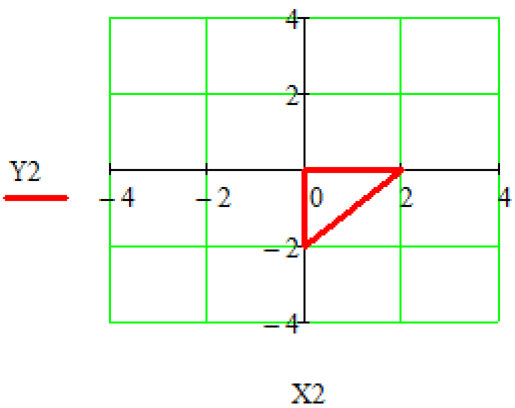


II. Поварачиваем треугольник на угол 90 град. по часовой стрелке - это эквивапентно повороту СК протв часовой стрелки (в полож. направлении)

$P2 := R_S(\phi\_rad) \cdot P1$ $\qquad$ $P2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$X2 := \left(P2^T\right)^{\langle 0 \rangle}$ $\qquad$ $X2^T = (0\ \ 2\ \ 0\ \ 0)$

$Y2 := \left(P2^T\right)^{\langle 1 \rangle}$ $\qquad$ $Y2^T = (0\ \ 0\ \ -2\ \ 0)$

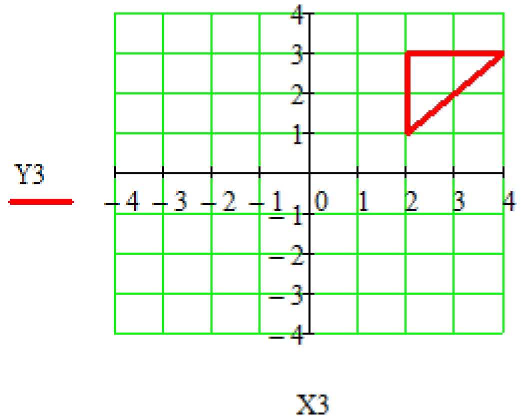


III. Смещаем треугольник на (Δx, Δy), что эквивалентно смещению СК на (-Δx, -Δy)

$$P3 := T_S(-\Delta x, -\Delta y) \cdot P2 \qquad P3 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X3 := \left(P3^T\right)^{\langle 0 \rangle} \qquad X3^T = (2 \;\; 4 \;\; 2 \;\; 2)$$

$$Y3 := \left(P3^T\right)^{\langle 1 \rangle} \qquad Y3^T = (3 \;\; 3 \;\; 1 \;\; 3)$$



IV. Смещаем систему координат в исходное положение

$$P4 := T_S(-X_0, -Y_0) \cdot P3 \qquad P4 = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 & 8 \\ 9 & 9 & 7 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X4 := \left(P4^T\right)^{\langle 0 \rangle} \qquad X4^T = (8 \;\; 10 \;\; 8 \;\; 8)$$

$$Y4 := \left(P4^T\right)^{\langle 1 \rangle} \qquad Y4^T = (9 \;\; 9 \;\; 7 \;\; 9)$$