

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО»  
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ФИЗИКИ

Отчет о прохождении преддипломной практики  
на тему: «Генерация реалистичной водной поверхности»

Сон Артёма Игоревича, гр. 5030102/00201

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

**Место прохождения практики:** СПбПУ, ФизМех, ВШПМиВФ.

**Сроки практики:** с 03.05.2024 по 31.05.2024.

**Руководитель практики от ФГАОУ ВО «СПбПУ»:** Чуканов Вячеслав Сергеевич,

:

**Консультант практики от ФГАОУ ВО «СПбПУ»:** Васильев Антон Аркадьевич,  
ведущий программист компьютерной графики компании "Saber Interactive".

**Оценка:** \_\_\_\_\_

Руководитель практики  
от ФГАОУ ВО «СПбПУ»

В.С. Чуканов

Консультант практики  
от ФГАОУ ВО «СПбПУ»

А.А. Васильев

Обучающийся

А.И. Сон

Дата: 31.05.2024

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
Глава 1. Постановка задачи .....	4
1.1. Техническое задание .....	4
1.2. Ожидаемый результат .....	4
Глава 2. Обзор существующих решений .....	4
2.1. Теоретические основы SPH.....	5
2.2. Моделирование жидкости частицами .....	5
2.2.1. Давление.....	6
2.2.2. Вязкость .....	7
2.2.3. Поверхностное натяжение .....	7
Глава 3. Название третьей главы: разработка программного обеспечения ..	7
3.1. Название параграфа .....	7
3.2. Название параграфа .....	7
3.3. Выводы .....	7
Глава 4. Название четвёртой главы. Апробация результатов исследования, а именно: метода, алгоритма, модели исследования .....	8
4.1. Название параграфа .....	8
4.2. Название параграфа .....	8
4.3. Выводы .....	8
Заключение .....	9
Словарь терминов.....	10
Список использованных источников.....	11
Приложение 1. Краткие инструкции по настройке издательской системы $\text{\LaTeX}$ .....	12
Приложение 2. Некоторые дополнительные примеры .....	14

## ВВЕДЕНИЕ

## ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

### 1.1. Техническое задание

Требуется разработать и реализовать алгоритмы для визуализации водной поверхности:

- Алгоритм симуляции жидкости
- Алгоритм извлечения поверхности жидкости
- Алгоритм инициализации пены

### 1.2. Ожидаемый результат

Ожидаемым результатом работы является проект, осуществляющий физически корректную симуляцию воды в реальном времени. Помимо этого, ожидаемым результатом работы является отчёт о производительности демонстрируемых алгоритмов.

## ГЛАВА 2. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ РЕШЕНИЙ

Среди самых распространенных подходов к симуляции жидкости можно выделить три подхода:

- Подход Эйлера  
Область симуляции делится на сетку, в каждом элементе считается векторное поле скоростей
- Подход Лагранжа  
Жидкость представляется множеством частиц со своей массой, плотностью, скоростью
- Heightfield  
Высота поверхности воды представляется некоторой функцией, что уменьшает размерность задачи

В предложенном алгоритме предлагается использовать подход Лагранжа, так как область симуляции не ограничена сеткой, в отличие от подхода Эйлера. А также симуляция позволяет моделировать брызги, которые невозможны, если уменьшить размерность задачи, как в heightfield подходе.

## 2.1. Теоретические основы SPH

Для симуляции частиц был выбран метод Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH).

SPH - метод интерполяции для системы частиц, в котором векторное поле, определенное только в конечном количестве точек, может быть вычислено в любой точке пространства путем аппроксимации.

Скалярная величина  $A$  может быть интерполирована в точке  $r$  как взвешенная сумма вклада всех остальных частиц.

$$A_s(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(r - r_j, h) \quad (2.1)$$

Здесь  $j$  итерирует по всем частицам,  $m_j$  - масса частицы  $j$ ,  $r_j$  - положение частицы  $j$ ,  $\rho_j$  - плотность,  $A_j$  - значение поля в точке  $r_j$ . Функция  $W(r, h)$  называется сглаживающей ядерной функцией с радиусом  $h$ .

Массы каждой частицы постоянны и одинаковы на протяжении всей симуляции, в то время как плотность необходимо аппроксимировать на каждом шаге. Получим выражение для плотности частицы в точке  $r$  подстановкой в уравнение (2.1).

$$\rho_s(r) = \sum_j m_j \frac{\rho_j}{\rho_j} W(r - r_j, h) = \sum_j m_j W(r - r_j, h) \quad (2.2)$$

Вычисление производных затрагивает только сглаживающую функцию, поэтому:

$$\nabla A_s(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(r - r_j, h) \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 A_s(r) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla^2 W(r - r_j, h) \quad (2.4)$$

## 2.2. Моделирование жидкости частицами

Поведение жидкости описывается векторным полем скоростей  $v$ , полем плотностей  $\rho$  и полем давлений  $p$ . Изменение этих величин со временем описывается двумя уравнениями. Первое уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.5)$$

И уравнение Навье-Стокса, описывающее движение:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v, \quad (2.6)$$

где  $g$  - внешние силы,  $\mu$  - коэффициент вязкости

Использование частиц вместо стационарной сетки упрощает эти два уравнения. Во-первых, так как число частиц не изменяется и каждая частица имеет постоянную массу, то сохранение массы гарантировано, и уравнение (2.5) может быть опущено. Во-вторых, выражение  $\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v$  в (2.6) может быть заменено на  $\frac{dv}{dt}$ . Так как частицы двигаются вместе с жидкостью, то частная производная векторного поля скоростей просто производная скоростей частиц по времени, а конвективное слагаемое  $v \cdot \nabla v$  не нужно.

Справа в (2.6) остаются три слагаемых моделирующих плотности сил. Давление ( $-\nabla p$ ), внешние силы  $\rho g$ , вязкость  $\mu \nabla^2 v$ . Таким образом, если  $f = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v$ , то ускорение частицы:

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{f_i}{\rho_i}, \quad (2.7)$$

### 2.2.1. Давление

Применение SPH аппроксимации к слагаемому давления в (2.6) дает

$$-\nabla p(r_i) = - \sum_j m_j \frac{p_j}{\rho_j} \nabla W(r_i - r_j, h) \quad (2.8)$$

Эта сила не симметрична в отношении двух различных частиц, для исправления этого предлагается (цитирование):

$$-\nabla p(r_i) = - \sum_j m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W(r_i - r_j, h) \quad (2.9)$$

Для вычисления давления используется формула идеального газа

$$p = k\rho, \quad (2.10)$$

где  $k$  - газовая константа, зависящая от температуры.

Но для численной стабильности симуляции используется смещенная величина

$$p = k(\rho - \rho_0), \quad (2.11)$$

где  $\rho_0$  - плотность покоя.

### **2.2.2. Вязкость**

Применяя аппроксимацию к слогаемому вязкости в (2.6) получаем

$$\mu \nabla^2 v(r_i) = \mu \sum_j m_j \frac{v_j}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_j, h) \quad (2.12)$$

Эти силы также асимметричны, но так как вязкость зависит от разности скоростей, а не от их абсолютного значения, то симметричной их можно сделать таким образом:

$$\mu \nabla^2 v(r_i) = \mu \sum_j m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_j, h). \quad (2.13)$$

### **2.2.3. Поверхностное натяжение**

## **ГЛАВА 3. НАЗВАНИЕ ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЫ: РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ**

Хорошим стилем является наличие введения к главе. Во введении может быть описана цель написания главы, а также приведена краткая структура главы.

### **3.1. Название параграфа**

### **3.2. Название параграфа**

### **3.3. Выводы**

Текст выводов по главе 3.

## **ГЛАВА 4. НАЗВАНИЕ ЧЕТВЁРТОЙ ГЛАВЫ. АПРОБАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ, А ИМЕННО: МЕТОДА, АЛГОРИТМА, МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Хорошим стилем является наличие введения к главе. Во введении может быть описана цель написания главы, а также приведена краткая структура главы.

### **4.1. Название параграфа**

### **4.2. Название параграфа**

Пример ссылки на литературу [0].

### **4.3. Выводы**

Текст выводов по главе 4.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заключение (2 – 5 страниц) обязательно содержит выводы по теме работы, *конкретные предложения и рекомендации* по исследуемым вопросам. Количество общих выводов должно вытекать из количества задач, сформулированных во введении выпускной квалификационной работы.

Предложения и рекомендации должны быть органически увязаны с выводами и направлены на улучшение функционирования исследуемого объекта. При разработке предложений и рекомендаций обращается внимание на их обоснованность, реальность и практическую приемлемость.

Заключение не должно содержать новой информации, положений, выводов и т. д., которые до этого не рассматривались в выпускной квалификационной работе. Рекомендуются писать заключение в виде тезисов.

Последним абзацем в заключении можно выразить благодарность всем людям, которые помогали автору в написании ВКР.

## СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ

**TeX** — язык вёрстки текста и издательская система, разработанные Дональдом Кнутом.

**LaTeX** — язык вёрстки текста и издательская система, разработанные Лэсли Лампортом как надстройка над TeX.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

0. Автономова Н. С. Философский язык Жака Деррида. — М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН), 2011. — 510 с. — (Сер.: Российские Пропилеи).

0. Котельников И. А., Чеботаев П. З. LaTeX по-русски. — 3-е изд. — Новосибирск: Сибирский Хронограф, 2004. — 496 с. — URL: <http://www.tex.uniyar.ac.ru/doc/kotelnikovchebotaev2004b.pdf> (дата обращения: 06.03.2019).

0. Песков Н. В. Поиск информативных фрагментов описаний объектов в задачах распознавания: дис. . . . канд. канд. физ.-мат. наук: 05.13.17 / Песков Николай Владимирович. — М., 2004. — 102 с.

0. Положение о порядке проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры (в редакции приказа от 03.05.2018 № 946). — 2018. — URL: [https://dep.spbstu.ru/userfiles/files/prev/docs/for\\_students/gia\\_03\\_05\\_2018.pdf](https://dep.spbstu.ru/userfiles/files/prev/docs/for_students/gia_03_05_2018.pdf) (дата обращения: 06.03.2019).

0. Руководство студента СПбПУ по подготовке выпускной квалификационной работы и сопутствующих документов с помощью LaTeX / В. А. Пархоменко [и др.]. — 2018. — URL: [https://github.com/ParkhomenkoV/SPbPU-student-thesis-template/blob/master/Author\\_guide\\_SPbPU-student-thesis.pdf](https://github.com/ParkhomenkoV/SPbPU-student-thesis-template/blob/master/Author_guide_SPbPU-student-thesis.pdf) (дата обращения: 06.03.2019).

0. Kotelnikov I. A., Chebotaev P. Z. LaTeX in Russian. — 3rd ed. — Novosibirsk: Sibiskiy Hronograph, 2004. — 496 p. — URL: <http://www.tex.uniyar.ac.ru/doc/kotelnikovchebotaev2004b.pdf> (visited on 06.03.2019); (in Russian).

0. SPbPU-student-thesis-template. — URL: <https://github.com/ParkhomenkoV/SPbPU-student-thesis-template> (visited on 06.03.2019).

**Приложение 1****Краткие инструкции по настройке издательской системы  $\text{\LaTeX}$**



**Приложение 2****Некоторые дополнительные примеры**