

# Structuri de date

## Tema 1

1. Se consideră un vector  $V$  cu  $n$  elemente numere naturale de cel puțin 2 cifre. Să se construiască un al doilea vector  $W$ , cu același număr de elemente și care pe fiecare poziție  $i$  să aibă media cifrelor elementului  $V[i]$ . (1p)
2. Se consideră un vector *numere* care conține  $nr$  numere naturale. Să se verifice care dintre cifrele de la 0 la 9 apare cel mai des în vector și de câte ori apare. (1p)  
**Exemplu:** *numere* = {12, 231, 9012, 34, 8123, 22, 507}. Atunci cifra care apare cel mai des este 2 și apare de 6 ori.
3. Se consideră un vector de  $n$  puncte. Fiecare punct este o structură cu două câmpuri, reprezentând coordonatele spațiale  $(x, y)$ . Să se afișeze perechile de puncte care: se află la distanța cea mai mare și la distanța cea mai mică unul de celălalt. Se consideră distanța euclidiană. Se cere utilizarea unei structuri coordonata, cu câmpurile  $X$  și  $Y$ , cu o funcție membră distanță, care returnează distanța de la punctul curent la un punct dat ca parametru. (2p)  
**Exemplu:** *puncte* = {(3, 7), (2, 1), (6, 11), (0, 2)}, atunci perechea de puncte aflate la cea mai mare distanță unul față de celălalt este {(6, 11), (0, 2)}, iar perechea de puncte cele mai apropiate este {(2, 1), (0, 2)}.
4. Se consideră două mulțimi de numere naturale, memorate în doi vectori distincti (într-o mulțime fiecare element este unic!). Să se verifice dacă vreuna dintre mulțimi este inclusă în cealaltă. (1p)
5. Se consideră o structură *fracție*, cu câmpurile de tip *int* *numarator* și *numitor*. Această structură dispune de o metodă *reductie*, care reduce fracția (ex: 12/30 devine 2/5), de funcții pentru operații aritmetice, de funcții de comparare. De asemenea o funcție de transformare în număr zecimal (ex: 2/5 = 0.4). Să se citească un vector de fracții. Fiecare dintre acestea să se reducă. Să se sorteze vectorul cât mai eficient și să se calculeze suma elementelor sale. Scrieți funcții de citire/ afișare pentru fracții. Punctajul maxim se acordă pentru rezolvarea completă, elegantă și eficientă. (4p)

6. Un profesor a studiat structura relațiilor dintre elevii săi. Pentru a reprezenta această structură, profesorul a numerotat elevii de la 1 la  $n$  și a construit o matrice pătratică cu  $n$  linii astfel:  $a(i, j) = 1$  dacă elevul  $i$  îl agreează pe elevul  $j$  și 0 altfel. Se consideră că fiecare elev se agreează pe sine însuși. (1p)
- Afișați pe ecran elevul (elevii dacă sunt mai mulți) care are (au) cei mai mulți prieteni și câți prieteni are (au). Se consideră prieteni doi elevi care se agreează reciproc.
  - Există vreun elev care nu are niciun prieten?
  - Afișați elevii care nu sunt agreeați de nimeni

**Exemplu:** se consideră 6 elevi și matricea de prietenie următoare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Elevul 2 are cei mai mulți prieteni (2) și anume pe elevul 1 și pe elevul 5.
  - Elevul 3 nu are niciun prieten. El agreează elevii 4 și 5, dar este agreeat de elevii 1 și 2.
  - Elevul care nu este agreeat de nimeni este elevul 6.
7. Se consideră un număr natural cu  $n$  cifre. Să se taie  $p$  cifre,  $p < n$ , astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil. Nu este permisă schimbarea ordinii cifrelor în număr. Se stochează numărul într-un vector. (3p).
- Exemplu:** pentru numărul  $nr = 129670020$  cu  $n = 9$ , dacă se taie  $p = 5$  cifre, numărul minim care se obține este: 9720.
8. Să se scrie într-o matrice pătratică numerele de la 1 la  $n^2$  în spirală: (2p)
- pentru  $n$  impar începând din centru
  - pentru  $n$  par începând din colțul stânga-sus

**Exemplu:**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 9 | 8 | 7 |
| 2 | 1 | 6 |
| 3 | 4 | 5 |

n=3

|    |    |    |   |
|----|----|----|---|
| 1  | 2  | 3  | 4 |
| 12 | 13 | 14 | 5 |
| 11 | 16 | 15 | 6 |
| 10 | 9  | 8  | 7 |

n=4

9. Se consideră o matrice  $matr$  cu  $nrow$  linii și  $ncol$  coloane ale cărei elemente sunt numere naturale formate dintr-o singură cifră. Se consideră că fiecare linie reprezintă un număr în baza  $base \in \{2, 3, 4, \dots, 10\}$ . Să plaseze numerele transformate în baza zece într-un vector  $numbers$  și să se afișeze acest vector. (1p)

**Exemplu:** Se consideră  $base = 2$  și matricea

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Atunci  $numbers = \{28, 21, 6, 19, 2\}$ .

10. Se consideră o matrice  $mat$  cu dimensiunile  $m \times n$ . Să se afișeze indicii acelor coloane, care au toate elementele nenule și să se construiască o a doua matrice  $rezult$ , care să aibă exact coloanele din  $mat$  găsite anterior. (1p)
11. Se consideră o matrice pătratică  $A$  de dimensiuni  $n \times n$ , subdiagonală. O matrice se numește subdiagonală dacă toate elementele aflate deasupra diagonalei principale sunt nule. **Observație:** suma și produsul a două matrice subdiagonale sunt tot matrice subdiagonale.
- Să se transforme partea utilă a matricii (adică elementele de pe diagonala principală și de sub diagonala principală) într-un vector. (1p)
  - Să se scrie un algoritm care citește 2 matrice subdiagonale  $A$  și  $B$ , le transformă conform (a) în doi vectori  $V_a$  și  $V_b$  și apoi calculează produsul  $C = AB$  al celor două matrice folosind doar vectorii  $V_a$  și  $V_b$ . (3p)

**Exemplu:** Se consideră matricea subdiagonală

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- Partea utilă este  $V_a = \{1, 2, 3, 4, 1, 3, 1, 9, 0, 2, 1, 0, 1, 2, 2\}$
- Dacă se consideră matricea

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Atunci  $V_b = \{2, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 0, 0, 1, 2\}$ , iar produsul celor două matrice este  $V_c = \{2, 7, 3, 9, 4, 6, 13, 11, 4, 6, 8, 3, 6, 8, 4\}$  care reprezintă matricea

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 6 & 0 & 0 \\ 13 & 11 & 4 & 6 & 0 \\ 8 & 3 & 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

12. Se consideră un cub de dimensiune  $n \times n \times n$  care conține numerele de la 1 la  $n^3$  dispuse în modul următor:

- pe fiecare strat impar ordonate în spirală începând din colțul stânga sus, în sensul acelor de ceasornic
- pe fiecare strat par ordonate în spirală, pornind de la elementul aflat deasupra ultimului element parcurs pe stratul anterior și în sens invers acelor de ceasornic.

**Exemplu:** pentru  $n = 4$

|         |    |    |   |
|---------|----|----|---|
| 1       | 2  | 3  | 4 |
| 12      | 13 | 14 | 5 |
| 11      | 16 | 15 | 6 |
| 10      | 9  | 8  | 7 |
| strat 1 |    |    |   |

|         |    |    |    |
|---------|----|----|----|
| 32      | 31 | 30 | 29 |
| 21      | 20 | 19 | 28 |
| 22      | 17 | 18 | 27 |
| 23      | 24 | 25 | 26 |
| strat 2 |    |    |    |

|         |    |    |    |
|---------|----|----|----|
| 33      | 34 | 35 | 36 |
| 44      | 45 | 46 | 37 |
| 43      | 48 | 47 | 38 |
| 42      | 41 | 40 | 39 |
| strat 3 |    |    |    |

|         |    |    |    |
|---------|----|----|----|
| 64      | 63 | 62 | 61 |
| 53      | 52 | 51 | 60 |
| 54      | 49 | 50 | 59 |
| 55      | 56 | 57 | 58 |
| strat 4 |    |    |    |

- Dacă se citește un număr  $p$ , să se determine poziția în cub - adică coordonatele  $x$  - linia,  $y$  - coloana,  $z$  - strat, fără a construi efectiv cubul. (2.5p)
- Să se determine numărul de numere prime de pe fiecare față laterală a cubului. (2.5p)

**Observație:** Punctajul maxim se obține pentru consum de memorie minim și eficiență maximă, evitând construcția efectivă a cubului (care este  $O(n^3)$ ). Precizați complexitatea pentru fiecare punct în parte.

În exemplul de mai sus:

- Numărul 45 are coordonatele (2, 2, 3).

- b. Numerele prime de pe fețele laterale sunt reprezentate în pătratele gri din figura de mai jos

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 61 | 62 | 63 | 64 |
| 36 | 35 | 34 | 33 |
| 29 | 30 | 31 | 32 |
| 4  | 3  | 2  | 1  |

fata 1

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 58 | 59 | 60 | 61 |
| 39 | 38 | 37 | 36 |
| 26 | 27 | 28 | 29 |
| 7  | 6  | 5  | 4  |

fata 2

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 55 | 56 | 57 | 58 |
| 42 | 41 | 40 | 39 |
| 23 | 24 | 25 | 26 |
| 10 | 9  | 8  | 7  |

fata 3

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 64 | 53 | 54 | 55 |
| 33 | 44 | 43 | 42 |
| 32 | 21 | 22 | 23 |
| 1  | 12 | 11 | 10 |

fata 4

De exemplu, pentru suprafața de joc din figura c) numărul de pătrate accesibile (marcate cu X) de pe suprafață este 11. Pătratele rămase albe nu sunt atacate de nici o dama. Pentru suprafața de joc cu  $N = 6$ ,  $D = 3$  și  $K = 4$  un exemplu de suprafață de joc este figura d).

### Condiții necesare pentru acceptarea temei:

1. Este obligatorie utilizarea alocării dinamice a memoriei pentru vectori și matrice. Folosiți sintaxa C++.
2. Dacă doriți să folosiți containerul *vector* atunci
  - trebuie atașată în plus o minidocumentație legată de *vector*, care să conțină: - modul de alocare/dealocare a memoriei pentru vector, modul de funcționare a *push\_back*, rezervarea de memorie atunci când se cunoaște numărul de elemente care se vor introduce în vector, diferența între metodele specifice *size()* și *capacity()*, accesul la elemente (diferența dintre operatorul `[]` și metoda `at()`), inițializarea unui vector.
  - în program se cere rezervarea memoriei de la început, acolo unde se cunoaște numărul de elemente citite, astfel încât să se evite realocări care nu sunt necesare.
3. NU sunt permise variabile globale.
4. SE CERE separarea citirii datelor de rezolvarea problemei! Citiți matricile din fișier!
5. Menționați la începutul programului (în comentarii) complexitatea algoritmului (fără citire afișarea rezultatelor).

**Evaluare:** Rezolvați la alegere probleme. Fiecare problemă are alături punctajul aferent. Se acordă pentru această temă suma punctajelor problemelor rezolvate, dar maxim nota 10. Un punct este din oficiu. Se ține cont de criteriile generale de evaluare, prezentate în lista de criterii de pe platformă de e-learning de la prima unitate de învățare.