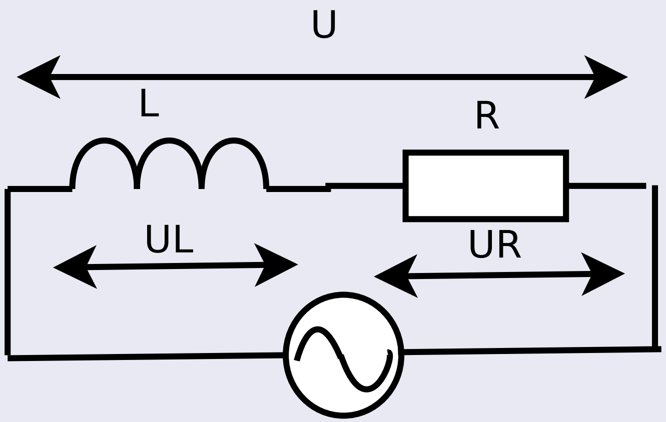
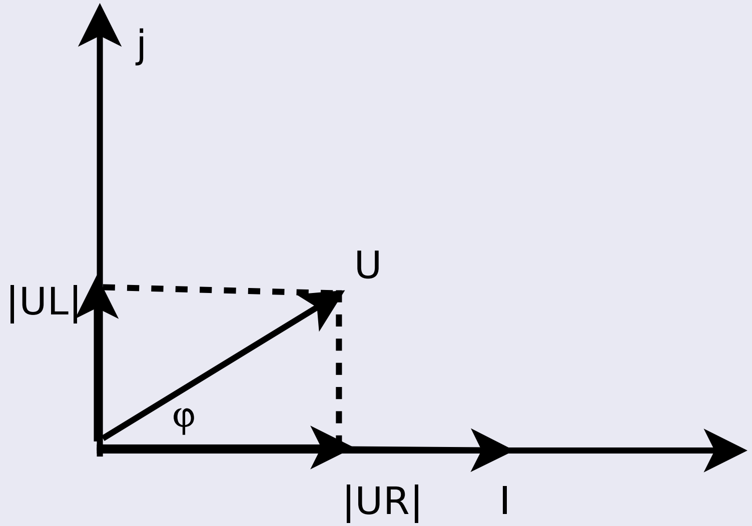
Расчет цепей при синусоидальном токе

Содержание

Последовательное соединение катушки и резистора





$$\dot{I} = \dot{I}_R = \dot{I}_L, \dot{U}_L = \dot{I}jwL, \dot{U}_R = \dot{I}R$$

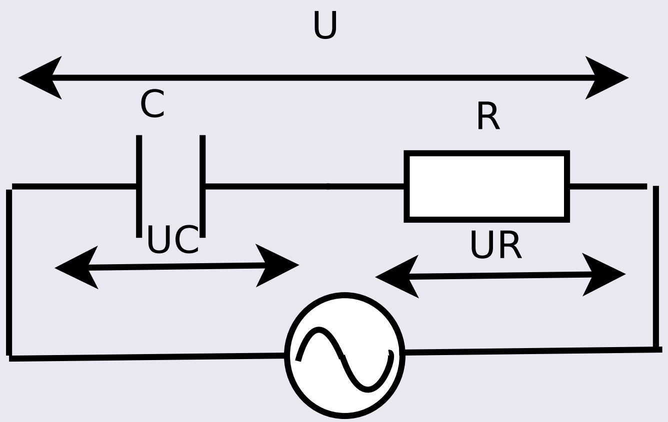
$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_R = \dot{I}(R + jwL) = \dot{I}\dot{Z}, |\dot{U}| = \sqrt{|\dot{U}_L|^2 + |\dot{U}_R|^2}$$

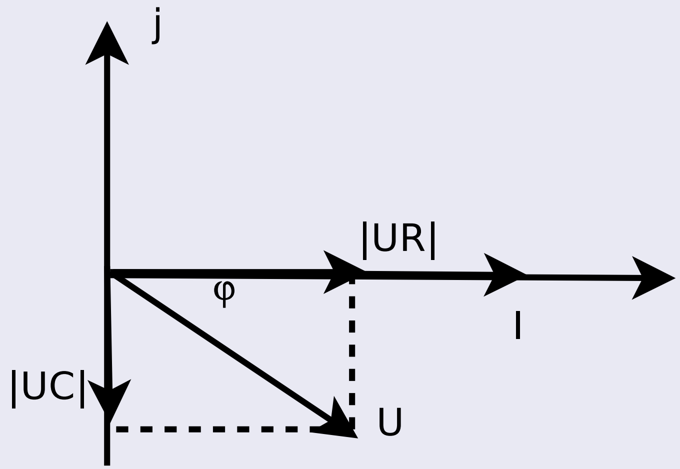
$$\dot{Z} = R + jwL = R + jX_L = |\dot{Z}|e^{j\varphi}$$

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X_L^2}, \varphi = arctg\left(\frac{X_L}{R}\right), R = |\dot{Z}|\cos(\varphi), X_L = |\dot{Z}|\sin(\varphi)$$

Векторную диаграмму начинаем строить с общего параметра для данной цепи (тока $\dot{I}$).

Последовательное соединение конденсатора и резистора



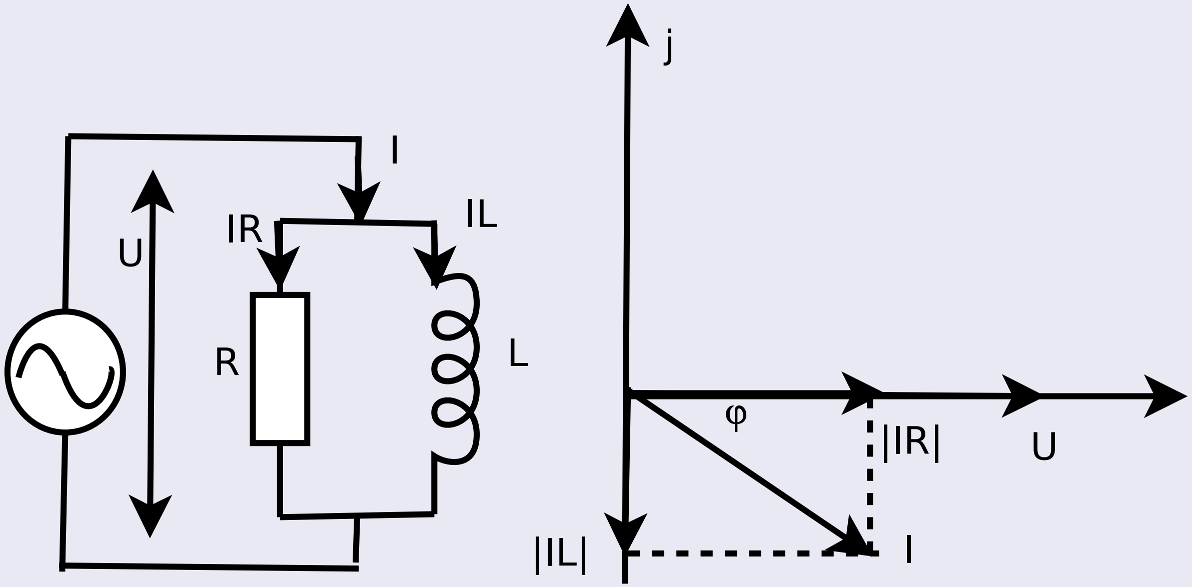


$$\dot{I} = \dot{I}_R = \dot{I}_C, \dot{U}_C = -\frac{j\dot{I}}{wC} = -jX_c\dot{I}, \dot{U}_R = \dot{I}R$$

$$\dot{U} = \dot{U}_C + \dot{U}_R = \dot{I}(R - jX_C) = \dot{I}\dot{Z}, \dot{Z} = R - jX_C = |\dot{Z}|e^{-j\varphi}$$

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X_C^2}, \varphi = -arctg\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

Параллельное соединение катушки и резистора



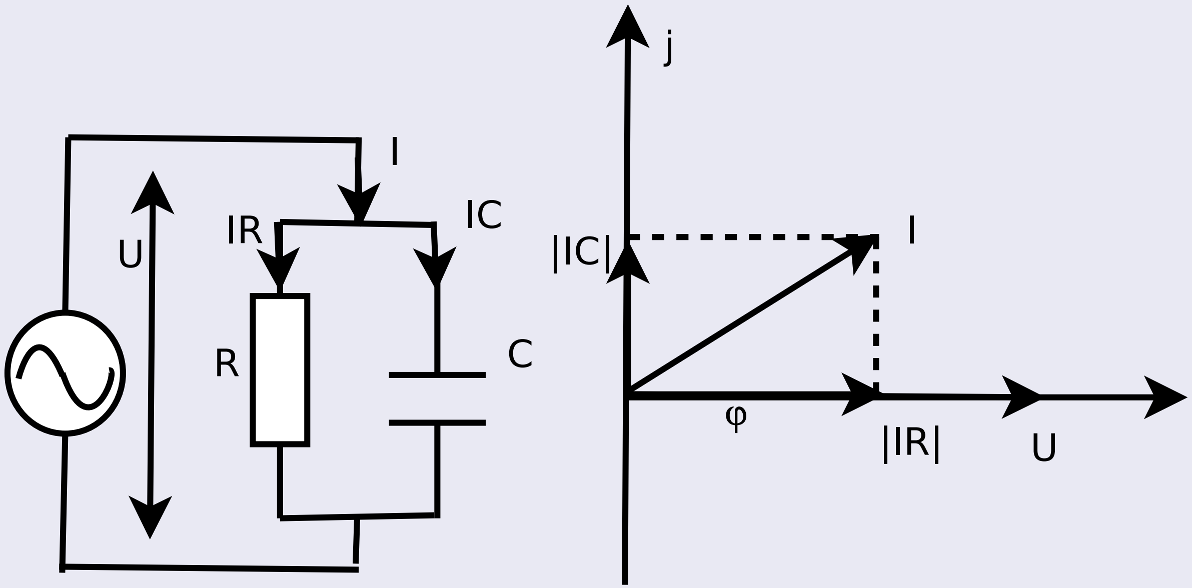
$$\dot{U}_R = \dot{U}_L = \dot{U}, \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L = \dot{U}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jwL}\right) = \dot{U}(g_R - jg_L)$$

$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}, \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{jwL}$, $g_R = \frac{1}{R}$ - активная проводимость, $g_L = \frac{1}{X_L}$ - реактивная проводимость

$\dot{I} = \dot{U}(g_R - jg_L) = \dot{U}\dot{y}$, $\dot{y}$ - комплексная проводимость

$$\dot{y} = g_R - jg_L = |\dot{y}|e^{-j\varphi}, |\dot{y}| = \sqrt{g_R^2 + g_L^2}, \varphi = -arctg\frac{g_L}{g_R}$$

Параллельное соединение конденсатора и резистора



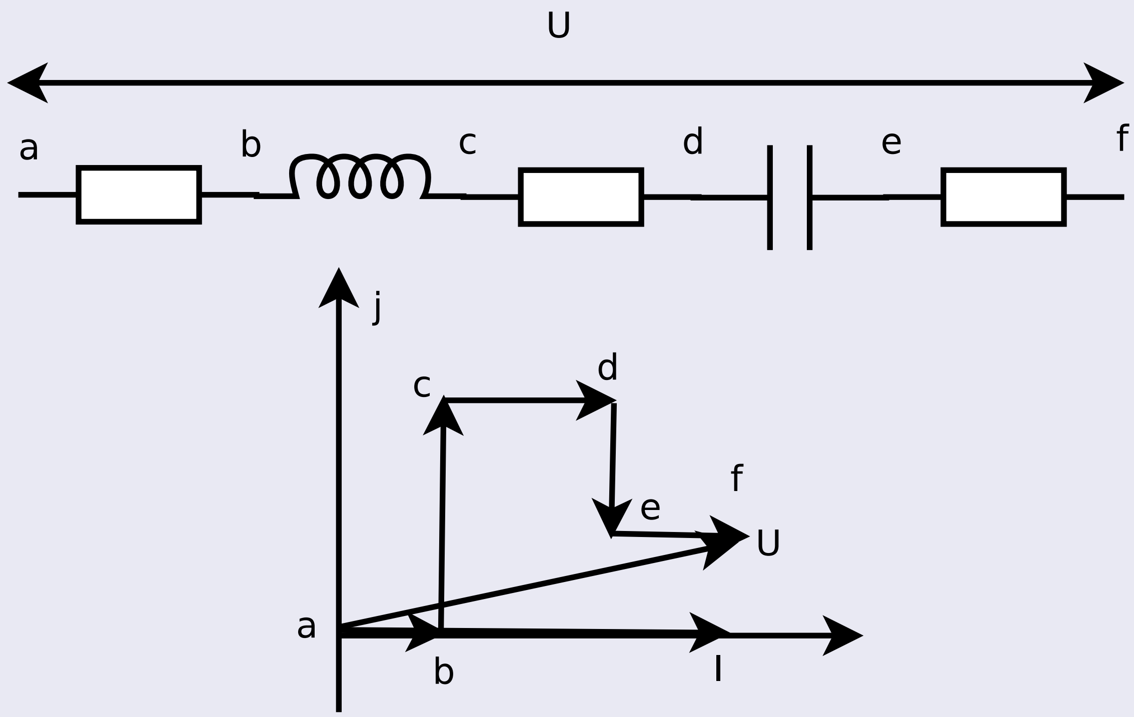
$$\dot{U}_R = \dot{U}_C = \dot{U}, \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C = \dot{U}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{jwC}}\right) = \dot{U}(g_R - jg_C)$$

$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}, \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{1/jwC}$, $g_R = \frac{1}{R}$ - активная проводимость, $g_C = \frac{1}{X_C}$ - реактивная проводимость

$\dot{I} = \dot{U}(g_R - jg_C) = \dot{U}\dot{y}$, $\dot{y}$ - комплексная проводимость

$$\dot{y} = g_R - jg_C = |\dot{y}|e^{-j\varphi}, |\dot{y}| = \sqrt{g_R^2 + g_C^2}, \varphi = -arctg\frac{g_C}{g_R}$$

Последовательное соединение любого числа активных и реактивных элементов

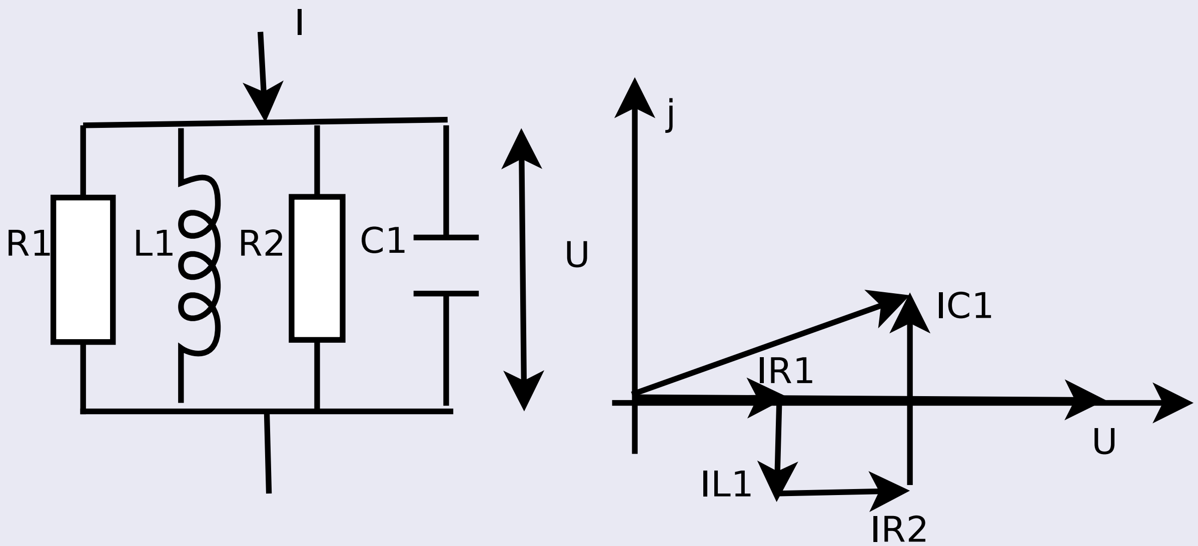


$$U = \varphi_f - \varphi_a = \dot{I}\dot{Z}$$

Полное комплексное сопротивление:

$$\dot{Z} = \sum_{i=1}^{n} R_i + j\left(\sum_{k=1}^{m} wL_k - \sum_{k=1}^{l} \frac{1}{wC_k}\right)$$

Параллельное соединение любого числа активных и реактивных элементов

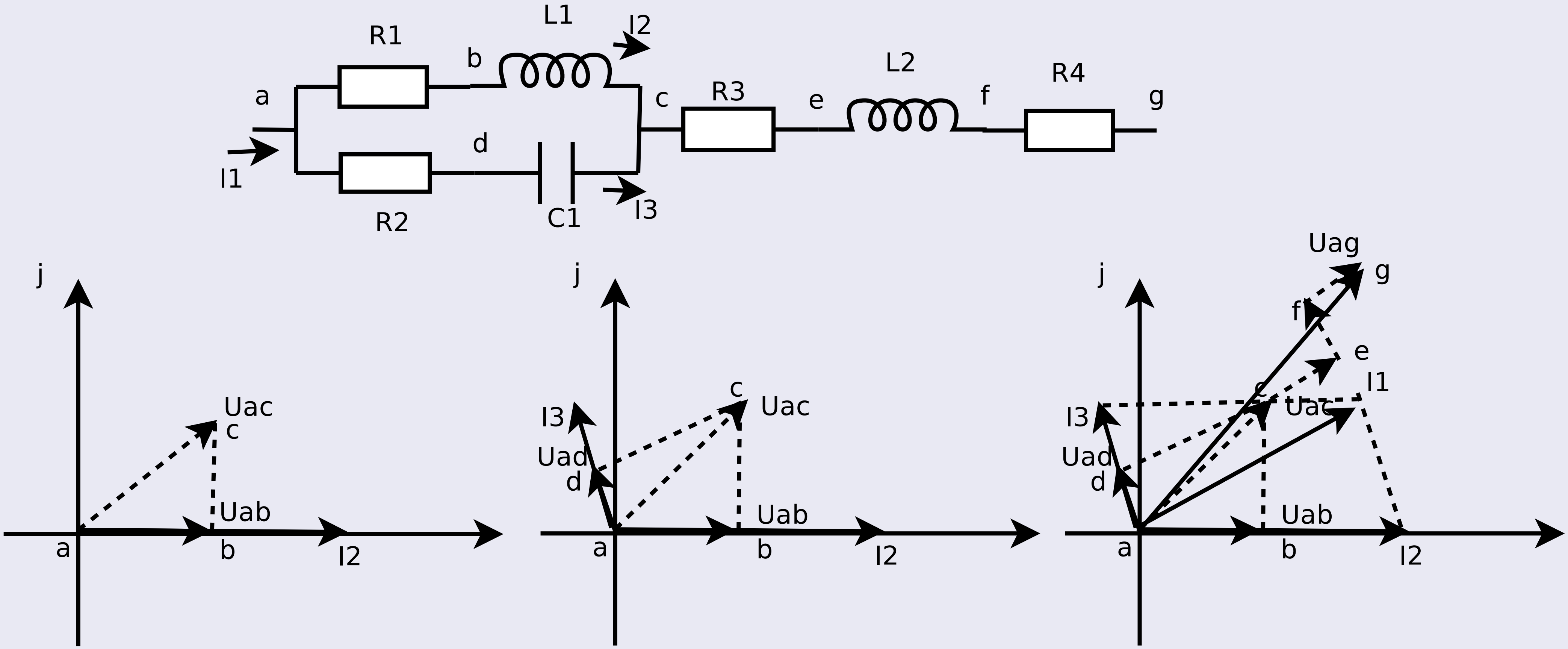


$$\dot{I} = \sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k$$

$$\dot{I} = \dot{G}\dot{U}$$

Комплексная проводимость всей сети:

$$\dot{G} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} + j\left(\sum_{k=1}^{l} wC_k - \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{wL_k}\right)$$



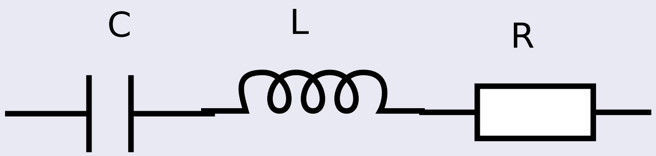
Принимаем $\varphi_a = 0$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_a + R_1 I_2$$

Резонанс напряжений

Резонансом в электрической цепи называется такое ее состояние, при котором, несмотря на наличие реактивных элементов (катушек индуктивности, конденсаторов), цепь ведет себя как чисто активная.



$$\dot{Z} = R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)$$

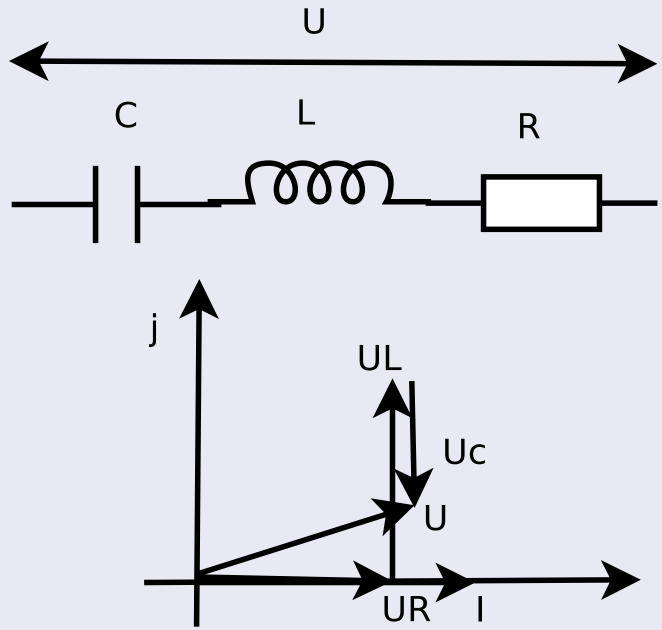
Резонанс напряжений возникает, когда мнимая часть комплексного сопротивления равна нулю.

$$wL - \frac{1}{wC} = 0$$

$$w = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

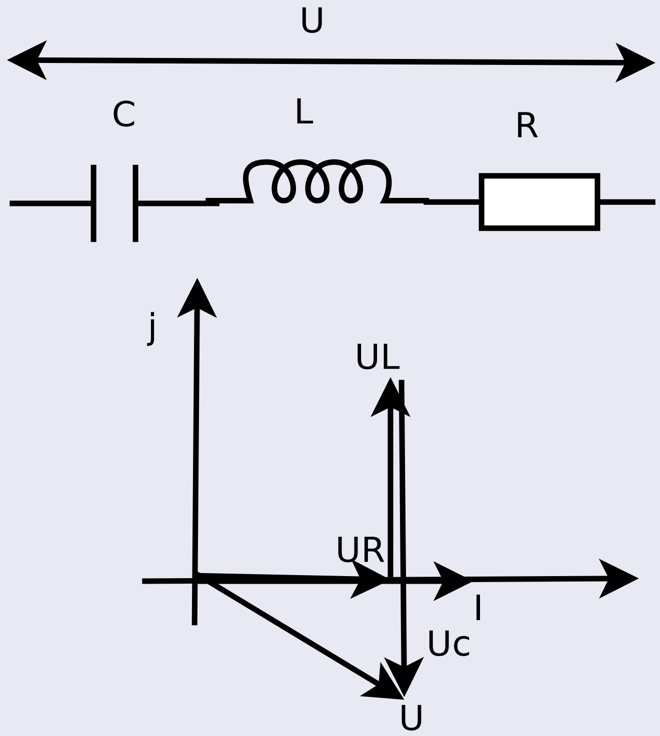
$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ - в герцах (резонансная частота)

Резонанс напряжений



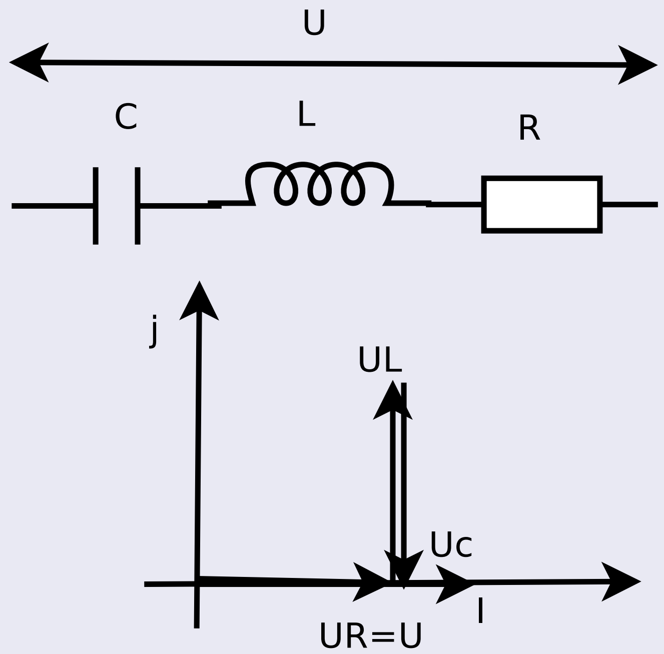
Если $U_L > U_C$, то $wL > \frac{1}{wC}$. Говорят, что цепь носит индуктивный характер. Напряжение в цепи опережает ток.

Резонанс напряжений



Если $U_L < U_C$, то $wL < \frac{1}{wC}$. Говорят, что цепь носит емкостный характер. Ток в цепи опережает напряжение.

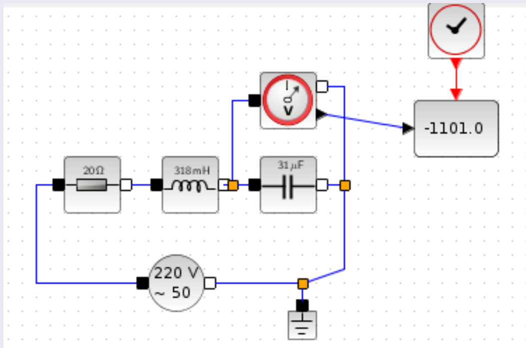
Резонанс напряжений



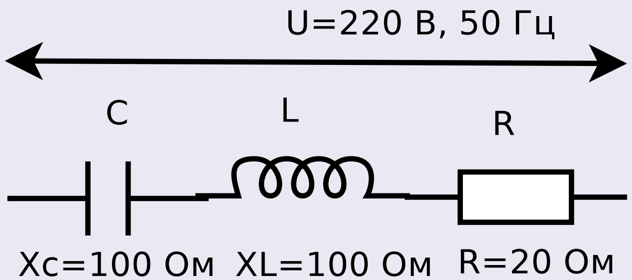
В условиях резонанса напряжений.

Резонансы в электрических цепях

Пример резонанса напряжений



Эквивалентная схема:

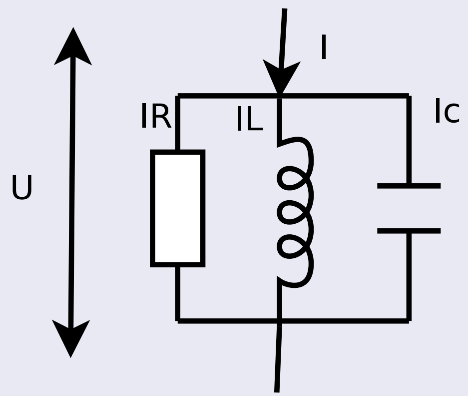


Расчеты:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2} = R = 20 \text{ Ом}, I = U/Z = 220/20 = 11 \text{ А}$$

$$U_L = U_c = X_L I = X_c I = 100 \cdot 11 = 1100 \text{ В}$$

Резонанс токов



Резонанс токов воникает, когда мнимая часть комплексной проводимости равна нулю.

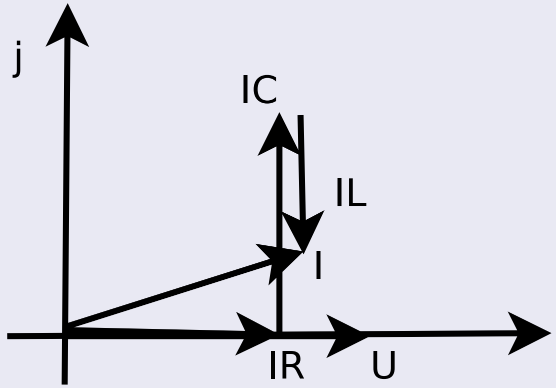
$$g = g_R + j(g_L - g_C)$$

$$g_C = wC, g_L = \frac{1}{wL}$$

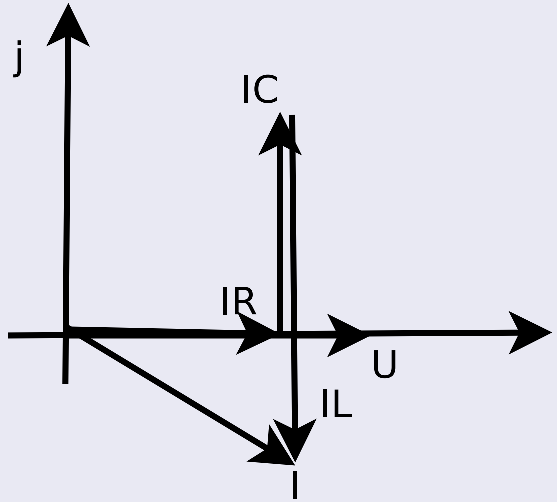
$$w_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

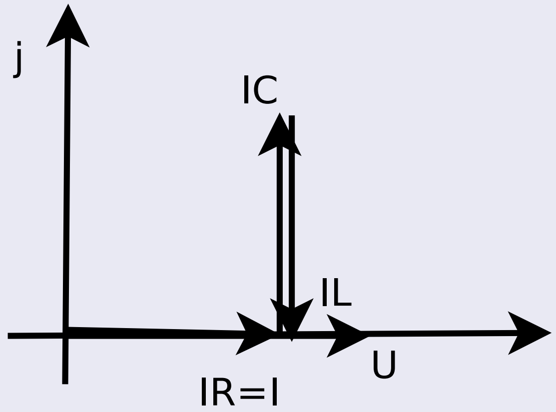
Резонансы в электрических цепях

Резонанс токов



Ёмкостный характер нагрузки



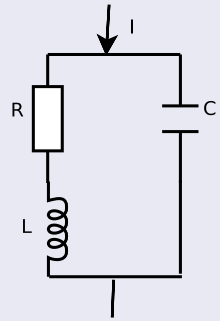


Активный характер нагрузки

Индуктивный характер нагрузки

Резонанс токов

Задание: Подобрать параметры электрической цепи для возникновения резонанса токов.



В данном случае условие возникновения резонанса токов меняется:

$$\dot{g} = jwC + \frac{1}{R + jwL} = jwC + \frac{R - jwL}{R^2 + (wL)^2}$$

Условие резонанса - мнимая часть равна нулю:

$$wC - \frac{wL}{R^2 + (wL)^2} = 0 \Rightarrow w = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{L}{C} - R} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R}{L^2}}$$

Проводимость и сопротивление при резонансе становятся чисто активными:

$$\dot{g} = \frac{R}{R^2 + (wL)^2}, \dot{Z} = \frac{R^2 + (wL)^2}{R}$$

Выражение для $\dot{Z}$ показывает, что сопротивление цепи при резонансе тем больше, чем меньше активное сопротивление катушки. Для характеристики вводят величину: $D_L = \frac{wL}{R}$. Если $R << Lw$, то можно считать $\dot{Z} \approx D_L wL$. Величина D_L называется добротность катушки (на практике добротность в пределах 10-1000).

Задание

Имеется последовательное соединение резистора и катушки индуктивности: $R = 3$ Ом, $L = 0.0127$ Гц, $f = 50$ Гц, $U = 220$ В. Найти полное сопротивление цепи, записать его в тригонометрической и показательной форме. Найти ток цепи, построить векторную диаграмму.