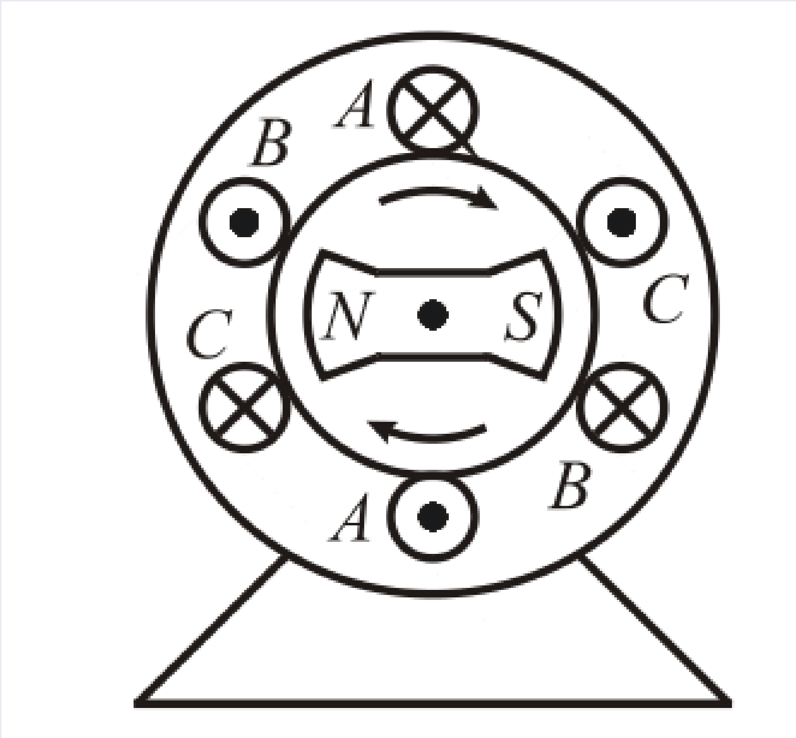
Трехфазные цепи

Содержание

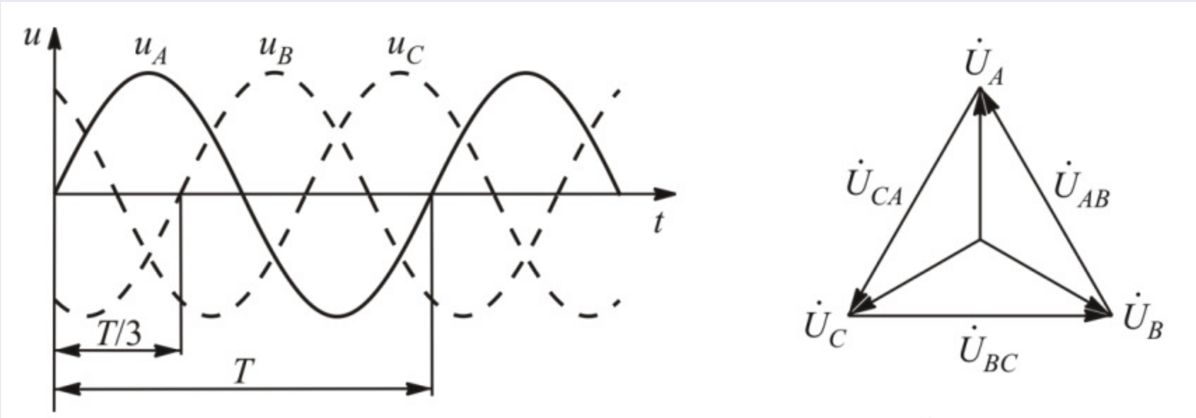
Принцип построения трехфазных цепей

Для получения и передачи электрической энергии используют трехфазные цепи. Трехфазную электрическую цепь изобрел выдающийся русский инженер-изобретатель Михаил Осипович Доливо-Добровольский. Трехфазной называют совокупность трех однофазных цепей (фаз), в каждой из которых действует ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые друг относительно друга на одинаковый угол, равный 120°. Трехфазное напряжение получают с помощью трехфазного синхронного генератора, схематически показанного на рисунке.



Принцип построения трехфазных цепей

Обмотки фаз генератора расположены в пазах статора. Они сдвинуты друг относительно друга на угол $120^\circ/p$, где p – число пар полюсов ротора. При вращении ротора в обмотках A, B, C статора генерируются напряжения, имеющие одинаковую частоту и амплитуду, но сдвинутые относительно друг друга на угол 120°.
Мгновенные значения ЭДС трехфазного источника:
$e_a = E_m \sin(\omega t), e_b = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}), e_c = E_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$
Векторная диаграмма ЭДС в начальный момент времени представляет собой три вектора, длина которых равна амплитудному значению ЭДС E_m, и угол между которыми равен 120°. Если вращать векторы против часовой стрелки, относительно неподвижной оси, то они будут проходить в порядке e_a, e_b, e_c, такой порядок называют прямой последовательностью.



Если ЭДС не равны по величине или сдвинуты не на 120°, то источник называется несимметричным.

Достоинства трехфазных цепей

Преимущество трехфазной цепи заключается в её уравновешенности. То есть суммарная мгновенная мощность трехфазной цепи, остается величиной постоянной в течение всего периода ЭДС.
Покажем, что $p = p_a + p_b + p_c = const$

$$p_a = u_a \cdot i_a = U_m \sin(\omega t) \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m I_m}{2} \cdot (\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi))$$

$$\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = \omega t, \frac{\alpha-\beta}{2} = \omega t - \varphi \Rightarrow \varphi = \beta, \alpha = 2\omega t - \varphi$$

$$p_b = u_b \cdot i_b = U_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) = \frac{U_m I_m}{2}\left(\cos\varphi - \cos(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi)\right)$$

$$p_c = u_c \cdot i_c = U_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot I_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) = \frac{U_m I_m}{2}\left(\cos\varphi - \cos(2\omega t + \frac{4\pi}{3} - \varphi)\right)$$

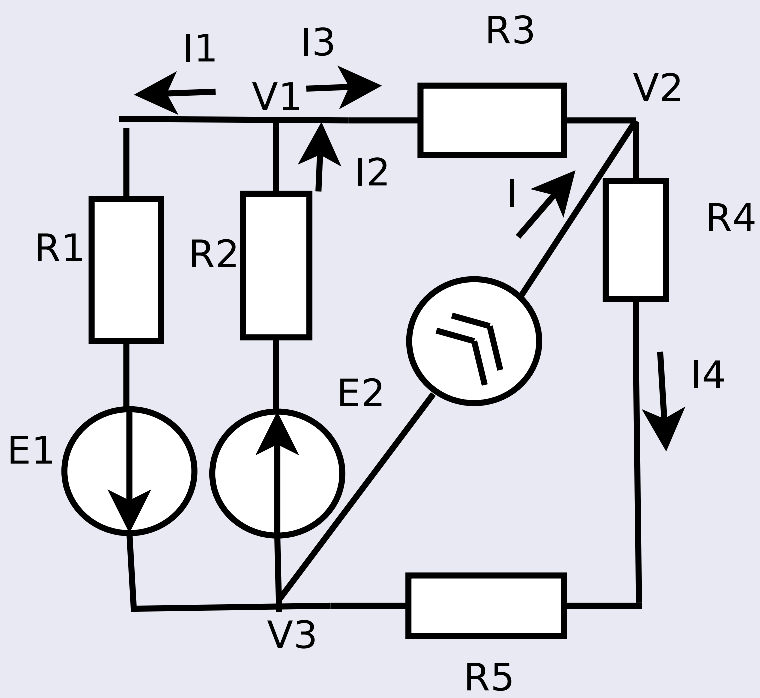
$$p_a + p_b + p_c = \frac{U_m I_m}{2}\left(3\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi) - \cos(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \cos(2\omega t + \frac{4\pi}{3} - \varphi)\right)$$

Используем соотношения: $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$, тогда

$$\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \cos(2\omega t + \frac{4\pi}{3} - \varphi) = \cos\alpha + 2\cos\alpha\cos\frac{4\pi}{3} = 0, \alpha = 2\omega t - \varphi$$

$$p = p_a + p_b + p_c = \frac{3U_m I_m \cos\varphi}{2} = 3U_ф I_ф \cos\varphi, U_ф = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, I_ф = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

При расчете параметров трехфазных цепей удобно использовать метод узловых потенциалов. Суть метода состоит в следующем: на схеме расставляют потенциалы φ, разность потенциалов участка цепи дает напряжение на этом участке цепи. Один из потенциалов можно принять за точку отчета, т.е. равным нулю (в трехфазных цепях за такой потенциал принимают нейтраль).Рассмотрим использование метода на следующем простом примере.



E1=36 В
E2=12 В
I=8 А
R1=R2=4 Ом
R3=1 Ом
R4=2 Ом
R5=1 Ом

Метод узловых потенциалов

Примем $V_3 = \varphi_3 = 0$, тогда имеем:

$I_2 = I_1 + I_3, U_{13} = E_2 - I_2R_2 \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_3 = \varphi_1 = E_2 - I_2R_2 \Rightarrow I_2 = (E_2 - \varphi_1)/R_2 = (E_2 - \varphi_1)G_2$

Аналогично:

$$\varphi_1 = -E_1 + I_1R_1 \Rightarrow I_1 = (E_1 + \varphi_1)G_1$$

$$U_{23} = \varphi_2 = (R_4 + R_5)I_4 \Rightarrow I_4 = \varphi_2 G_{45}$$

$$I_3 + I = I_4$$

Окончательно получаем два уравнение относительно φ_1, φ_2:

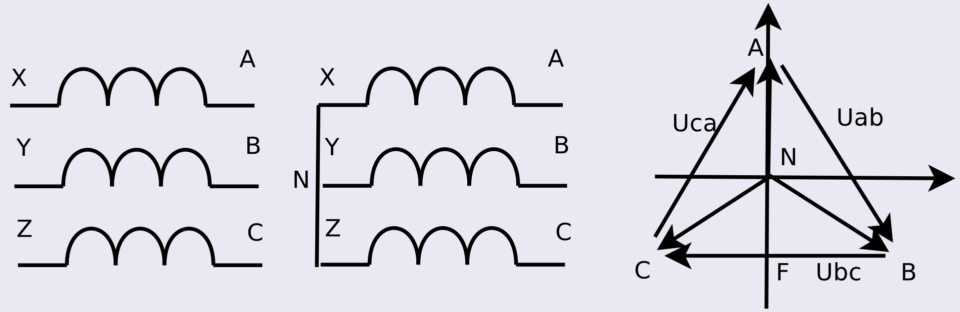
$$(E_2 - \varphi_1)G_2 = (E_1 + \varphi_1)G_1 + (\varphi_1 - \varphi_2)G_3$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2)G_3 + I = \varphi_2 G_{45}$$

Подставляя числовые данные и разрешая уравнения относительно φ_1, φ_2 получаем $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 6$.

Тогда $I_1 = \frac{E_1 + \varphi_1}{R_1} = 36/4 = 9$ A, $I_2 = E_2/R_2 = 12/4 = 3$ A, $I_3 = (6 - 0)/1 = 6$ A.

Соединение звездой



Раздельное подключение фаз генератора оставляют редко. Чаще всего их соединяют в общей точке, соответствующей началу фаз. Такую точку называют нейтралью. Напряжение на каждой фазной обмотке источника называют фазным, напряжение между фазами (линии передачи) называют линейным. Из схемы с нейтралью имеем следующие соотношения:

$$\dot{U}_a = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_N, \dot{U}_b = \dot{\varphi}_b - \dot{\varphi}_N, \dot{U}_c = \dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_N$$

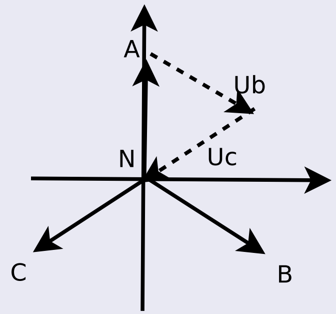
$$\dot{U}_{ab} = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b, \dot{U}_{bc} = \dot{\varphi}_b - \dot{\varphi}_c, \dot{U}_{ca} = \dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_a$$

Таким образом, линейное напряжение - это разность фазных напряжений. Рассмотрим на векторной диаграмме треугольник NBF: $\frac{1}{2}U_{bc} = U_b \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}U_b \Rightarrow U_{bc} = \sqrt{3}U_b$. В общем случае: $U_{\text{линейное}} = \sqrt{3}U_{\text{фазное}}, \dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_a e^{j\cdot 30^\circ}$

$U_{\text{ф}}$	127	220	380
$U_{\text{л}}$	220	380	660

Схемы соединения трехфазных источников

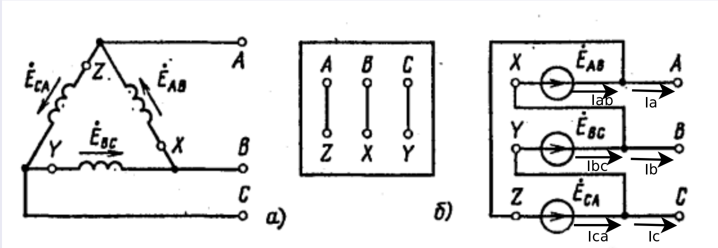
Соединение звездой



При соединении в звезду фазный и линейный токи равны. Тогда мощность выражается:

$$p = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \cos\varphi = 3\frac{U_{\text{линейное}}}{\sqrt{3}} I_{\text{линейное}} \cos\varphi = \sqrt{3} U_{\text{линейное}} I_{\text{линейное}} \cos\varphi$$

Соединение треугольником



При соединении в треугольник линейное напряжение равно фазному:

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$$

$$\dot{I}_a = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \dot{I}_b = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \dot{I}_c = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc},$$

В симметричном режиме токи всех фаз равны по величине и сдвинуты друг относительно друга на $2\pi/3$, в этом случае по аналигии с напряжением в звезде линейный ток в $\sqrt{3}$ раз больше фазного:

$$I_{\text{лин}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}, \dot{I}_a = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} e^{j(-30^\circ)}$$

$$p = \sqrt{3} U_{\text{линейное}} I_{\text{линейное}} \cos\varphi$$

Таким образом, формула для определения мощности в трехфазной системе не зависит от схемы соединения.

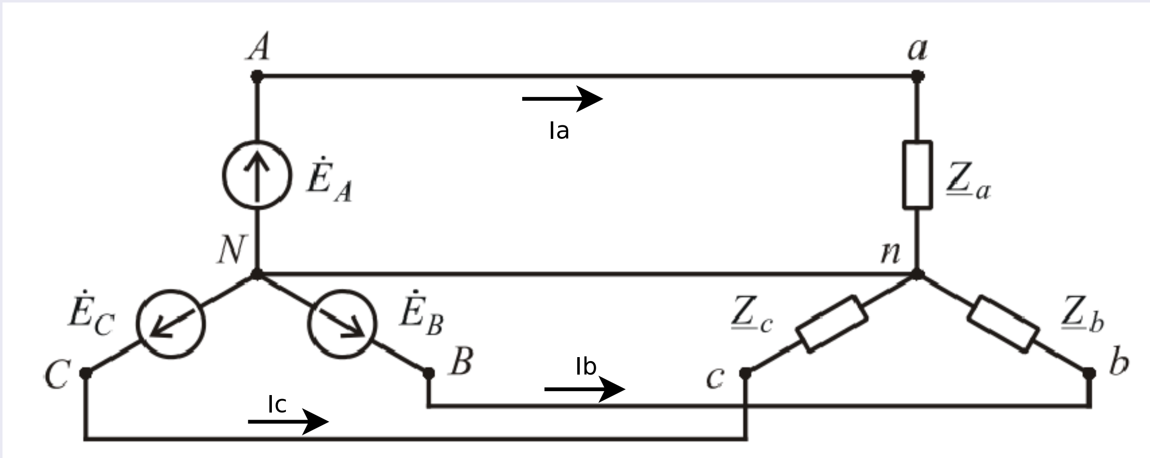
В отличие от звезды, нессиметрия в фазах источника опасна для соединения в треугольник, поскольку в нем начинают циркулировать токи.

Звезда - звезда

Также как и источники, приемники могут соединяться звездой и треугольником. Таким образом, возникают различные варианты:

- звезда - звезда
- звезда - треугольник
- треугольник - треугольник
- треугольник - звезда

Рассмотрим схему звезда-звезда:



Ток, протекающий по элементу фазы, называется фазным, ток, протекающий в линии - линейным. Для звезды $I_{л} = I_{ф}$. Напряжение на фазе приемника - фазное, между проводами - линейное. При симметричном источнике и соединении в звезду $U_{л} = \sqrt{3}U_{ф}$

Звезда - звезда

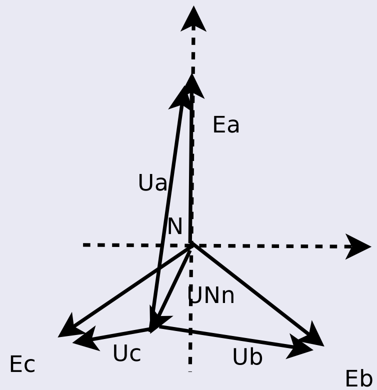
При симметричном характере нагрузки $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c$ все токи равны по величине и сдвинуты относительно своего фазного напряжения на один и тот же уго φ. Данную схему чаще используют именно для симметричных приемников: трехфазный двигатель. В этом случае:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_a}, \dot{I}_b = \dot{I}_a e^{j(-120^\circ)}, \dot{I}_c = \dot{I}_a e^{j120^\circ}$$

В случае несимметрии возможны две ситуации:

- $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c, \varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c$ - нагрузка равномерная, но неоднородная
- $\dot{Z}_a \neq \dot{Z}_b \neq \dot{Z}_c, \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c$ - нагрузка неравномерная, но однородная

В случае несимметрии приемника или источника, между их нейтральными точками появляется разность потенциалов, которая называется смещение нейтрали, и напряжение на фазах приемников становится неравным.



Соединения приемников

Звезда - звезда

Разность потенциалов между нейтральными точками может быть определена по методу узловых потенциалов:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

$$\dot{U}_{nN} = \dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_N = \dot{E}_a - \dot{I}_a \cdot \dot{Z}_a \Rightarrow \dot{I}_a = (\dot{E}_a - \dot{U}_{nN})\dot{G}_a$$

$$\dot{U}_{nN} = \dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_N = \dot{E}_b - \dot{I}_b \cdot \dot{Z}_b \Rightarrow \dot{I}_b = (\dot{E}_b - \dot{U}_{nN})\dot{G}_b$$

$$\dot{U}_{nN} = \dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_N = \dot{E}_c - \dot{I}_c \cdot \dot{Z}_c \Rightarrow \dot{I}_c = (\dot{E}_c - \dot{U}_{nN})\dot{G}_c$$

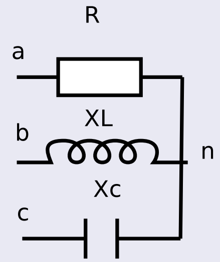
$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_a\dot{G}_a + \dot{E}_b\dot{G}_b + \dot{E}_c\dot{G}_c}{\dot{G}_a + \dot{G}_b + \dot{G}_c}$$

После определения напряжения $\dot{U}_{nN}$ можно найти фазные токи:

$$\dot{I}_a = (\dot{E}_a - \dot{U}_{nN})\dot{G}_a, \dot{I}_b = (\dot{E}_b - \dot{U}_{nN})\dot{G}_b, \dot{I}_c = (\dot{E}_c - \dot{U}_{nN})\dot{G}_c$$

Звезда - звезда (пример)

Рассмотрим следующий пример несимметричной нагрузки: $R = X_L = X_C = \frac{1}{g}$



Имеем:

$$\dot{G}_a = g, \dot{G}_b = -jg = ge^{-j90^\circ}, \dot{G}_c = jg = ge^{j90^\circ}$$

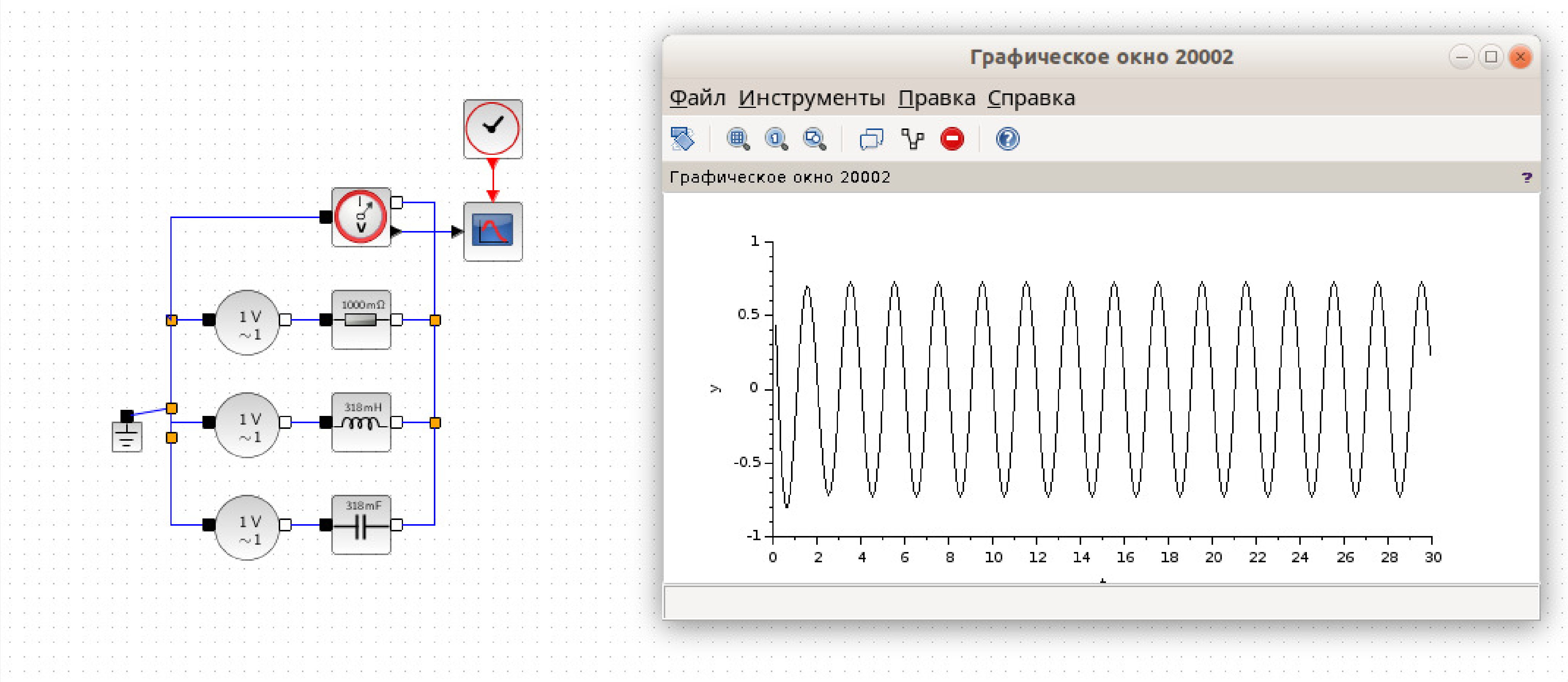
$$\dot{E}_a = E, \dot{E}_b = Ee^{-j120^\circ}, \dot{E}_c = EEe^{j120^\circ}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{Eg\left(1 + e^{-j120^\circ}e^{-j90^\circ} + e^{j120^\circ}e^{j90^\circ}\right)}{g - jg + jg}$$

$$\dot{U}_{nN} = E\left(1 + e^{-j\frac{7\pi}{6}} + e^{j\frac{7\pi}{6}}\right), \sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}, \cos\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\dot{U}_{nN} = E(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}) = E(1 - \sqrt{3}) \approx -0.73E$$

Звезда - звезда (пример)



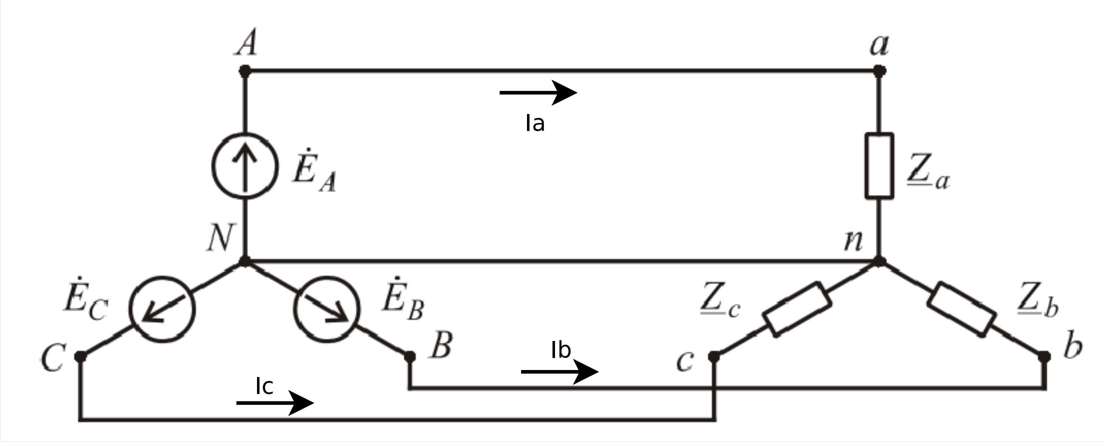
Четырехпроводная звезда - звезда

На практике часто используют схему соединения нейтралей источников и приемников. Достоинства схемы состоит в том, что всегда напряжение на фазе приемника равно фазному напряжению источника:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_a}, \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b}{\dot{Z}_b}, \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c}{\dot{Z}_c}$$

$$\dot{I}_{nN} = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$$

При симметричном источнике и приемнике ток в нейральном проводе равен нулю: $\dot{I}_{nN} = 0$



Четырехпроводная звезда - звезда (пример)

Сопротивления фаз нагрузки $R_a = 10$ Ом, $R_b = 12$ Ом, $R_c = 15$ Ом. Линейное напряжение $U_л = 380$ В, источник симметричен. Рассчитать ток и напряжения цепи для двух случаев: при наличие нейтрального провода, при обрыве нейтрального провода. Сопротивлением нейтрального провода пренебречь.

Решение

Поскольку $\dot{U}_{nN} = 0$, то фазные напряжения равны:

$$\dot{U}_a = U_л/\sqrt{3} = 220 \text{ В}, \dot{U}_b = 220e^{-j120} \text{ В}, \dot{U}_c = 220e^{j120} \text{ В}$$

Фазные токи:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{R_a} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А}, \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{R_b} = \frac{220e^{-j120}}{12} = 18.33e^{-j120} \text{ А}$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{R_c} = \frac{220e^{j120}}{15} = 14.67e^{j120} \text{ А}$$

Ток в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 22 + 18.33e^{-j120} + 14.67e^{j120} = 6.35e^{-j30} \text{ А}$$

Теперь предположим, что произошел разрыв нейтрального провода.

Четырехпроводная звезда - звезда (пример)

Сопротивления фаз нагрузки $R_a = 10$ Ом, $R_b = 12$ Ом, $R_c = 15$ Ом. Линейное напряжение $U_л = 380$ В, источник симметричен. Рассчитать ток и напряжения цепи для двух случаев: при наличие нейтрального провода, при обрыве нейтрального провода. Сопротивлением нейтрального провода пренебречь.

Решение

Напряжение между нейтральными точками:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_a\dot{G}_a + \dot{E}_b\dot{G}_b + \dot{E}_c\dot{G}_c}{\dot{G}_a + \dot{G}_b + \dot{G}_c} = \frac{\frac{1}{10}\cdot 220 + \frac{1}{12}\cdot 220e^{-j120} + \frac{1}{15}\cdot 220e^{j120}}{1/10 + 1/12 + 1/15} \approx 25.4e^{-j30}$$

(%i5) **(1/10*220+1/12*220*%e^(-%i*2*%pi/3)+220/15*%e^(%i*2*%pi/3))/(1/10+1/12+1/15);**

(%o5) $$4\left(\frac{44\left(\frac{\sqrt{3}\,i}{2}-\frac{1}{2}\right)}{3}+\frac{55\left(-\frac{\sqrt{3}\,i}{2}-\frac{1}{2}\right)}{3}+22\right)$$

(%i6) **polarform(%);**

(%o6) $$\frac{44\,e^{-\frac{i\pi}{6}}}{\sqrt{3}}$$

Четырехпроводная звезда - звезда (пример)

Найдем для данного случая фазные напряжения:

$$\dot{U}_a = \dot{E}_a - \dot{U}_{nN} = 220 - 25.4e^{-j30} \approx 198.41e^{-j3.8}\ \text{В}$$

$$\dot{U}_b = \dot{E}_b - \dot{U}_{nN} = 220e^{-j120} - 25.4e^{-j30} \approx 221.46e^{-j126}\ \text{В}$$

$$\dot{U}_c = \dot{E}_c - \dot{U}_{nN} = 220e^{j120} - 25.4e^{-j30} = 242e^{j123}\ \text{В}$$

Рассмотренный пример показывает, как влияет обрыв нейтрального провода на фазные напряжения при несимметричной нагрузке. Самой распространенной несимметричной нагрузкой являются бытовые потребители (жилые дома). Для питания таких потребителей используют четырехпроводные сети с нейтральным проводом. Обрыв нейтрального провода может привести к значительному увеличению или уменьшению напряжений отдельных фаз, что вызовет повреждение электрических приборов. Независимая работа фаз сети при несимметричной нагрузке обеспечивается нейтральным проводом с малым сопротивлением. Следовательно, нейтральный провод необходим для получения симметричного напряжения при несимметричной нагрузке, включенной по схеме звезда.