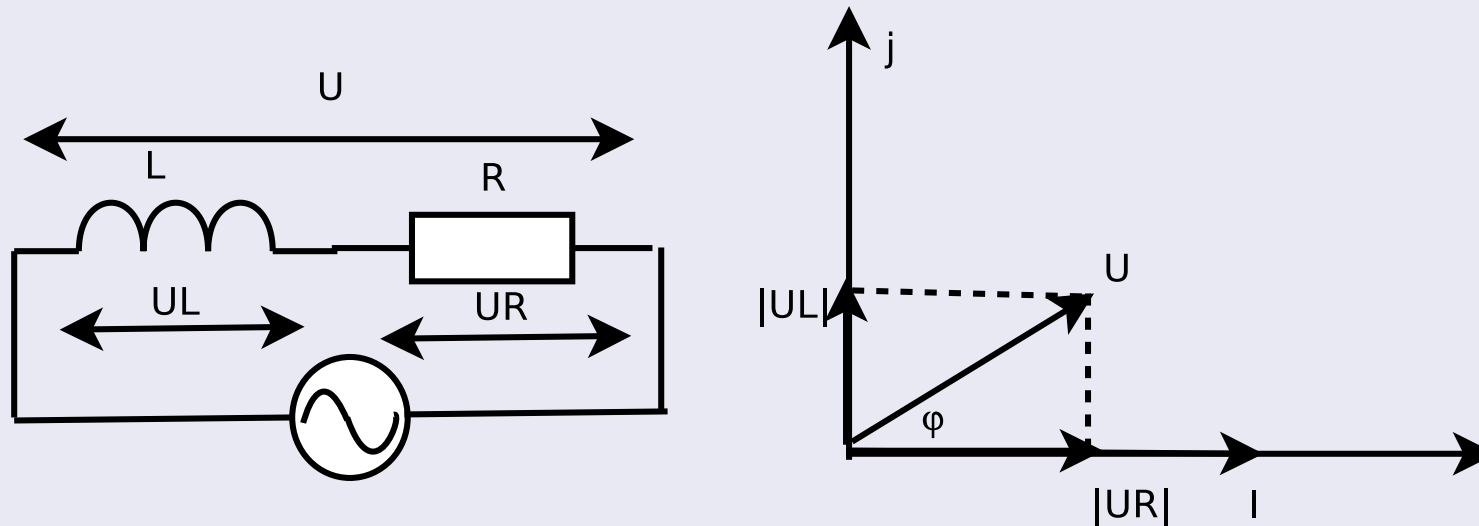


## Расчет цепей при синусоидальном токе

- 1 Последовательное соединение пассивных элементов при синусоидальном токе
- 2 Параллельное соединение пассивных элементов при синусоидальном токе
- 3 Последовательное соединение любого числа элементов
- 4 Параллельное соединение любого числа элементов
- 5 Смешанное соединение элементов
- 6 Резонансы в электрических цепях

# Последовательное соединение пассивных элементов при синусоидальном токе

## Последовательное соединение катушки и резистора



$$\dot{I} = \dot{I}_R = \dot{I}_L, \dot{U}_L = \dot{I} j\omega L, \dot{U}_R = \dot{I} R$$

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_R = \dot{I}(R + j\omega L) = \dot{I}\dot{Z}, |\dot{U}| = \sqrt{|\dot{U}_L|^2 + |\dot{U}_R|^2}$$

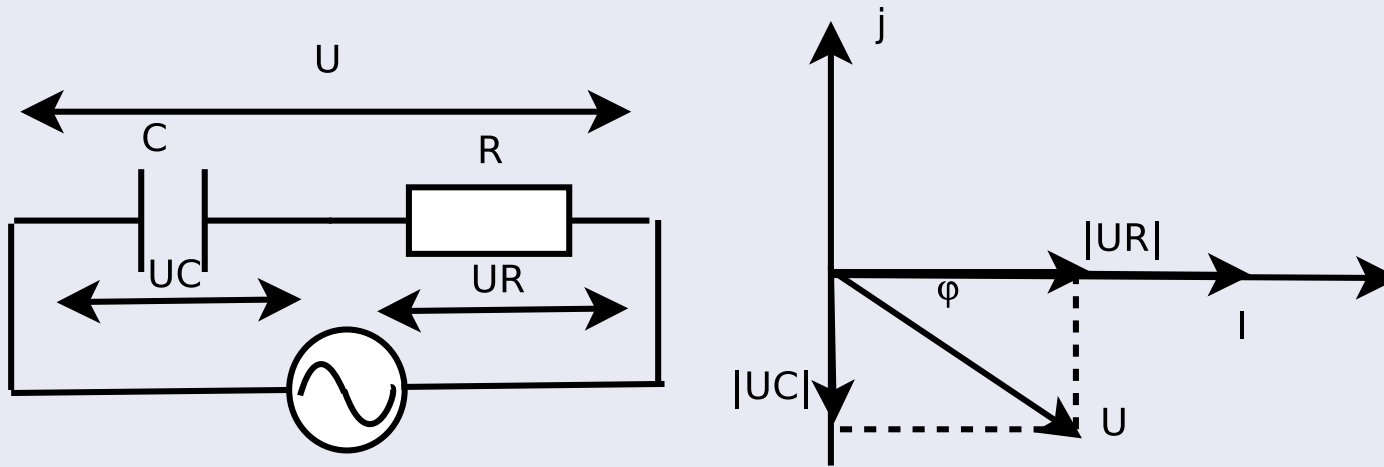
$$\dot{Z} = R + j\omega L = R + jX_L = |\dot{Z}|e^{j\varphi}$$

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X_L^2}, \varphi = \arctg\left(\frac{X_L}{R}\right), R = |\dot{Z}| \cos(\varphi), X_L = |\dot{Z}| \sin(\varphi)$$

Векторную диаграмму начинаем строить с общего параметра для данной цепи (тока  $\dot{I}$ ).

# Последовательное соединение пассивных элементов при синусоидальном токе

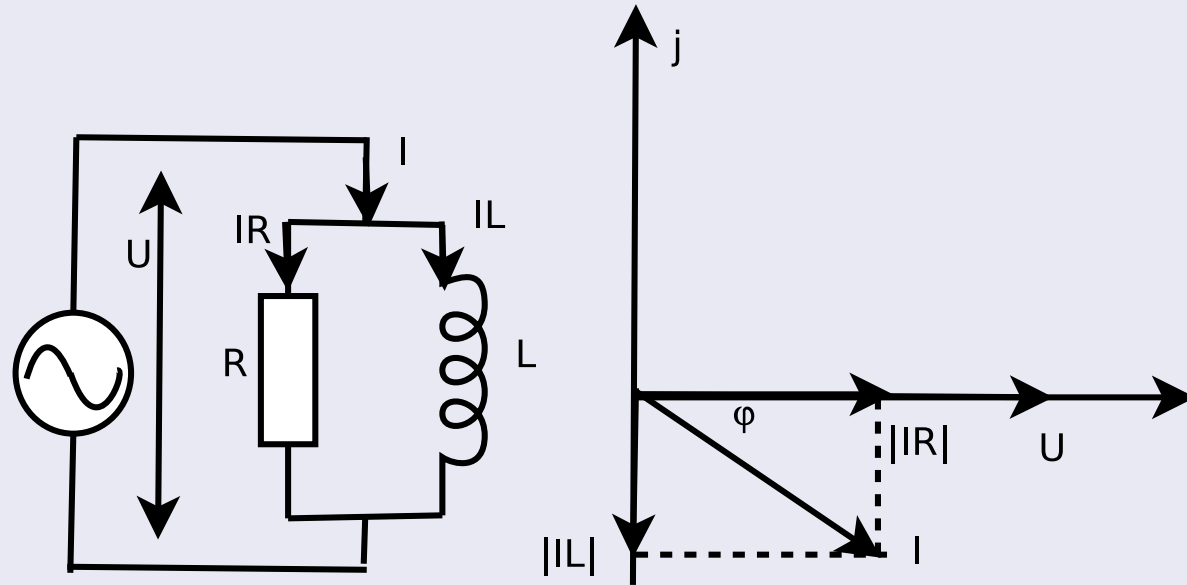
## Последовательное соединение конденсатора и резистора



$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_R = \dot{I}_C, \dot{U}_C = -\frac{j\dot{I}}{\omega C} = -jX_C\dot{I}, \dot{U}_R = \dot{I}R \\ \dot{U} &= \dot{U}_C + \dot{U}_R = \dot{I}(R - jX_C) = \dot{I}\dot{Z}, \dot{Z} = R - jX_C = |\dot{Z}|e^{-j\varphi} \\ |\dot{Z}| &= \sqrt{R^2 + X_C^2}, \varphi = -\arctg\left(\frac{X_C}{R}\right)\end{aligned}$$

# Параллельное соединение пассивных элементов при синусоидальном токе

## Параллельное соединение катушки и резистора



$$\dot{U}_R = \dot{U}_L = \dot{U}, \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L = \dot{U} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \right) = \dot{U}(g_R - jg_L)$$

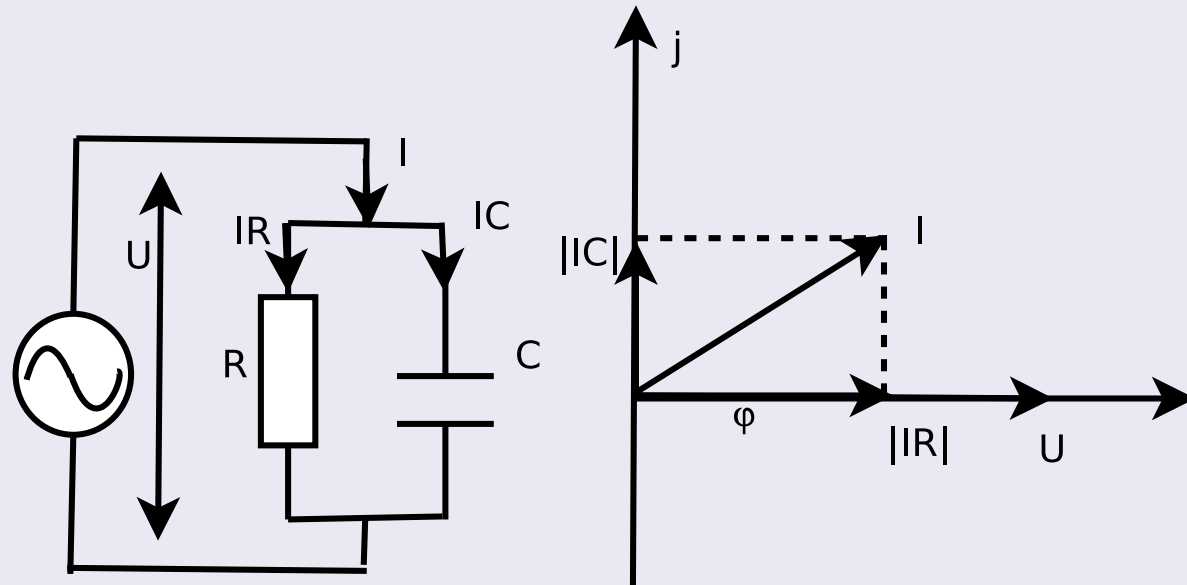
$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}, \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{j\omega L}, g_R = \frac{1}{R}$  - активная проводимость,  $g_L = \frac{1}{X_L}$  - реактивная проводимость

$\dot{I} = \dot{U}(g_R - jg_L) = \dot{U}\dot{y}, \dot{y}$  - комплексная проводимость

$$\dot{y} = g_R - jg_L = |\dot{y}|e^{-j\varphi}, |\dot{y}| = \sqrt{g_R^2 + g_L^2}, \varphi = -\arctg \frac{g_L}{g_R}$$

# Параллельное соединение пассивных элементов при синусоидальном токе

## Параллельное соединение конденсатора и резистора



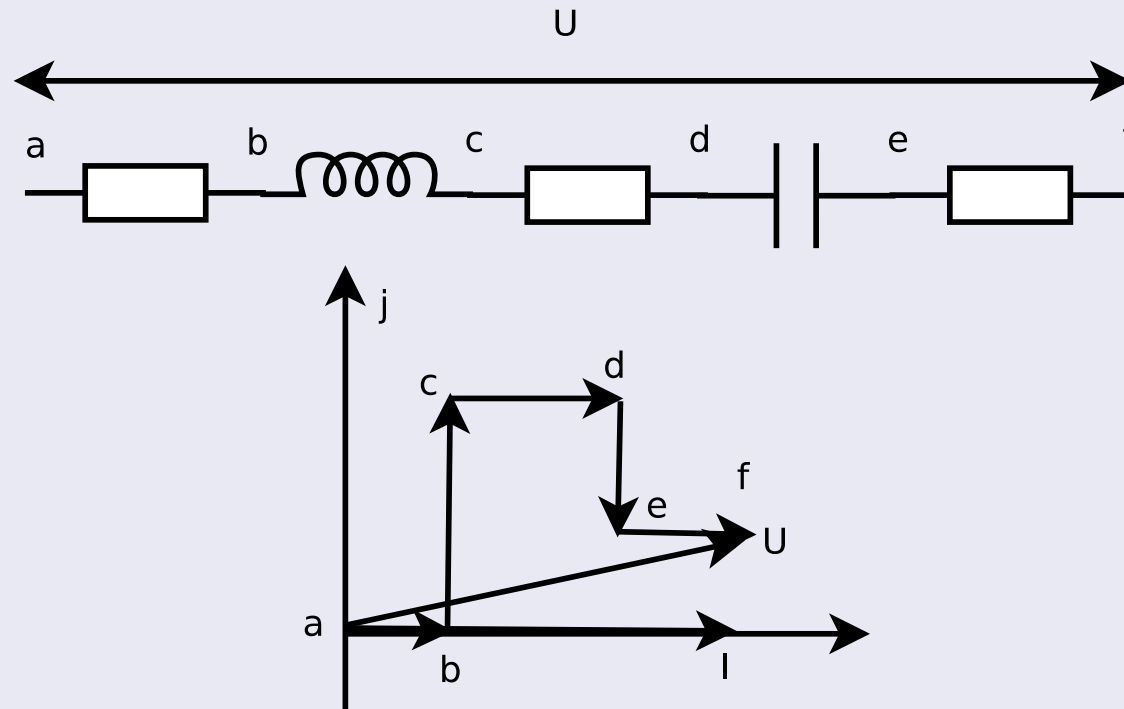
$$\dot{U}_R = \dot{U}_L = \dot{U}, \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C = \dot{U} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega L}} \right) = \dot{U}(g_R - jg_L)$$

$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R}, \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{j\omega L}, g_R = \frac{1}{R}$  - активная проводимость,  $g_L = \frac{1}{X_L}$  - реактивная проводимость

$\dot{I} = \dot{U}(g_R - jg_L) = \dot{U}\dot{y}, \dot{y}$  - комплексная проводимость

$$\dot{y} = g_R - jg_L = |\dot{y}|e^{-j\varphi}, |\dot{y}| = \sqrt{g_R^2 + g_L^2}, \varphi = -\arctg \frac{g_L}{g_R}$$

# Последовательное соединение любого числа активных и реактивных элементов

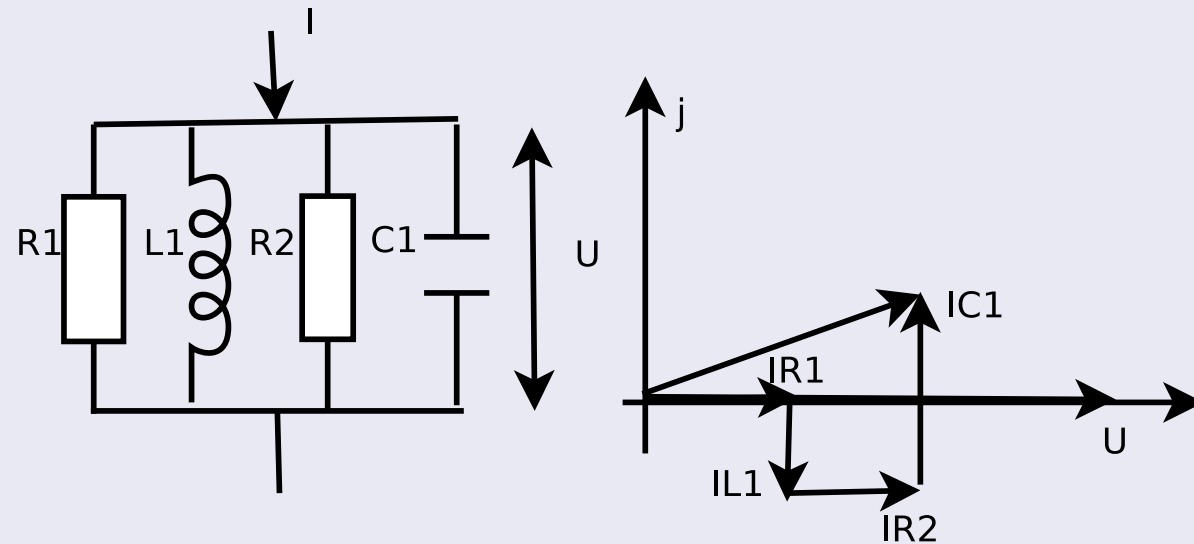


$$U = \varphi_f - \varphi_a = \dot{I} \dot{Z}$$

Полное комплексное сопротивление:

$$\dot{Z} = \sum_{i=1}^n R_i + j \left( \sum_{k=1}^m \omega L_k - \sum_{k=1}^l \frac{1}{\omega C_k} \right)$$

# Параллельное соединение любого числа активных и реактивных элементов



$$\dot{I} = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k$$

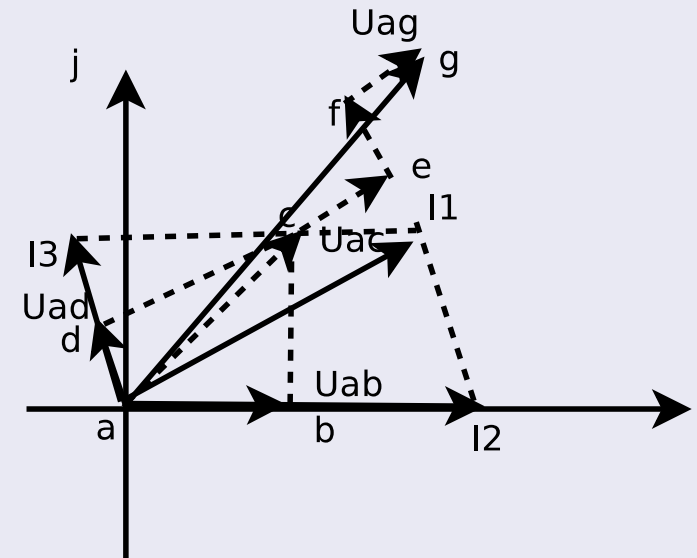
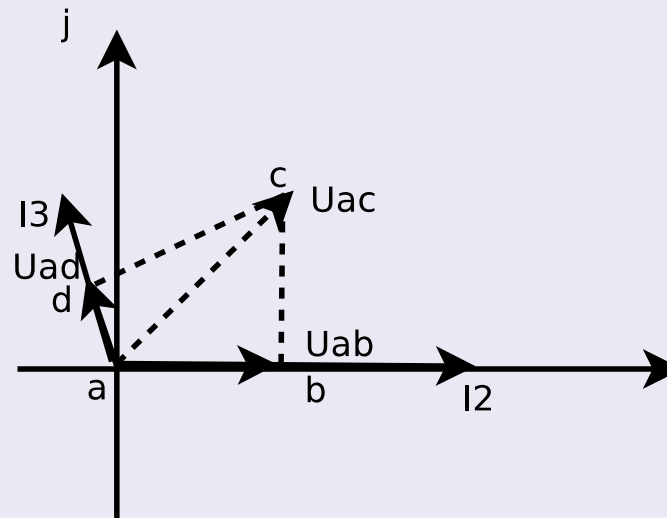
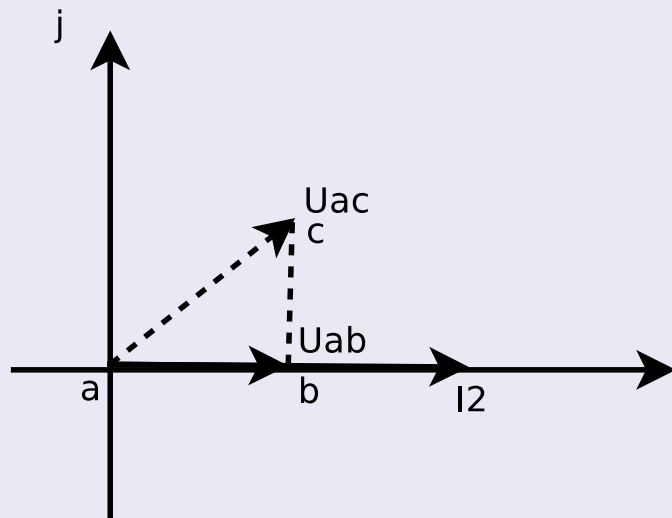
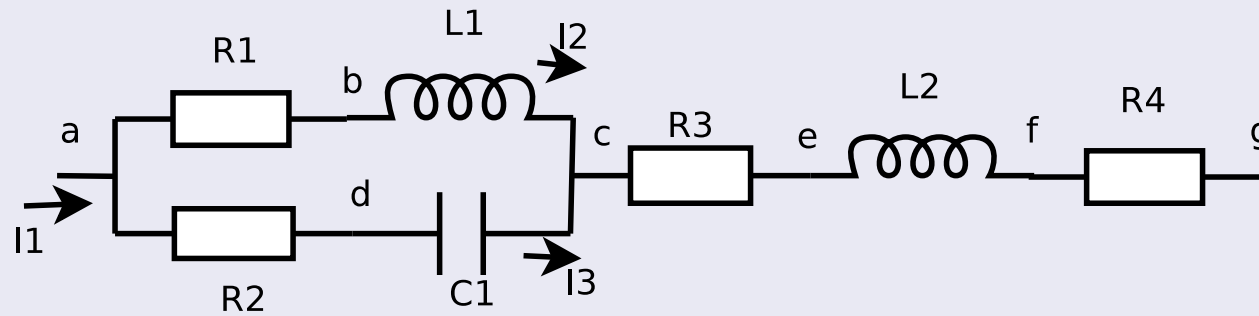
$$\dot{I} = \dot{G}\dot{U}$$

Комплексная проводимость всей сети:

$$\dot{G} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} + j \left( \sum_{k=1}^l \omega C_k - \sum_{k=1}^m \frac{1}{\omega L_k} \right)$$



# Смешанное соединение элементов



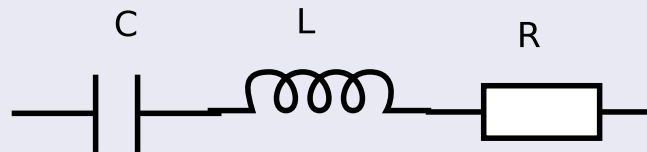
Принимаем  $\varphi_a = 0$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_a + R_1 I_2$$

## Резонанс напряжений

Резонансом в электрической цепи называется такое ее состояние, при котором, несмотря на наличие реактивных элементов (катушек индуктивности, конденсаторов), цепь ведет себя как чисто активная.



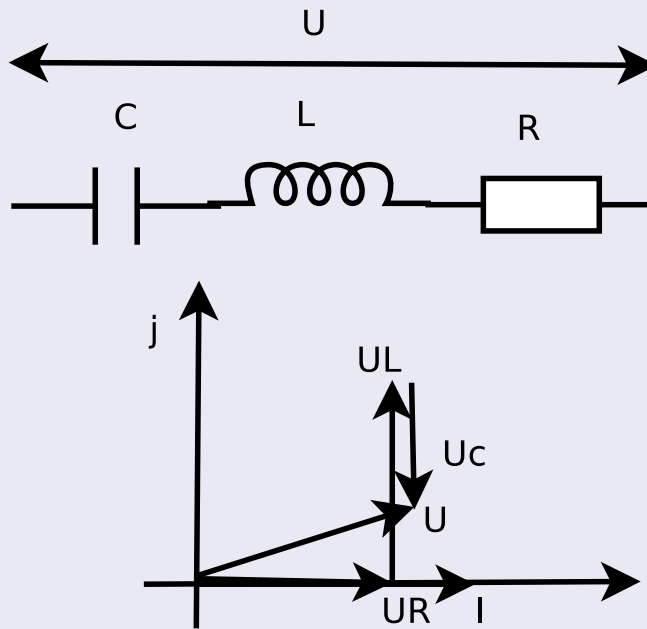
$$\dot{Z} = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

Резонанс напряжений возникает, когда мнимая часть комплексного сопротивления равна нулю.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

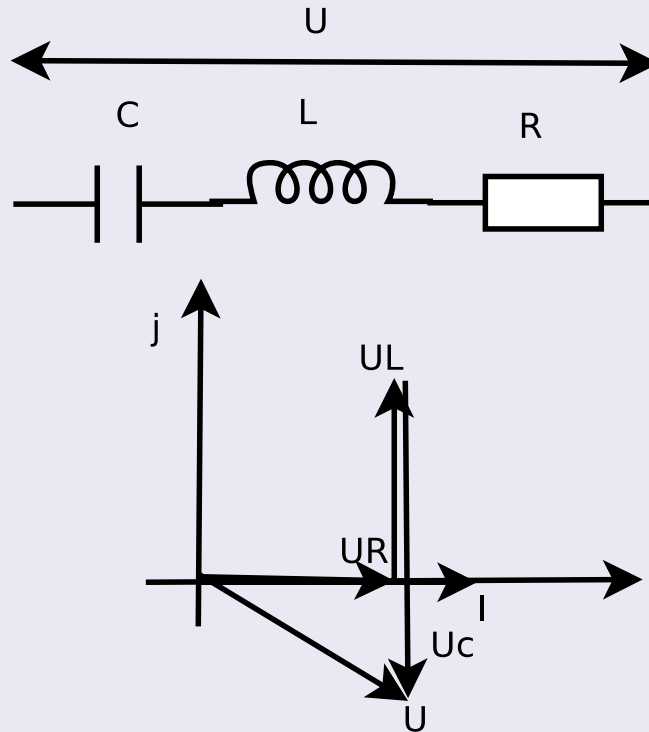
$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} - \text{в герцах (резонансная частота)}$$

## Резонанс напряжений



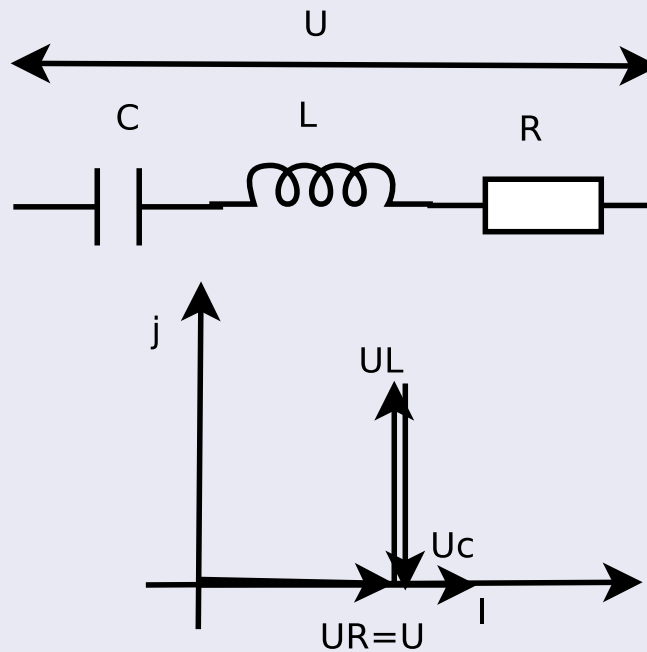
Если  $U_L > U_C$ , то  $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ . Говорят, что цепь носит индуктивный характер. Напряжение в цепи опережает ток.

## Резонанс напряжений



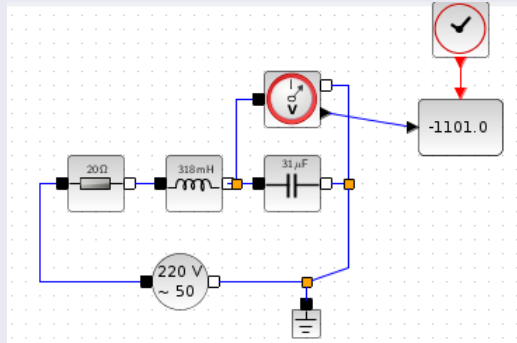
Если  $U_L < U_C$ , то  $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ . Говорят, что цепь носит емкостный характер. Ток в цепи опережает напряжение.

## Резонанс напряжений

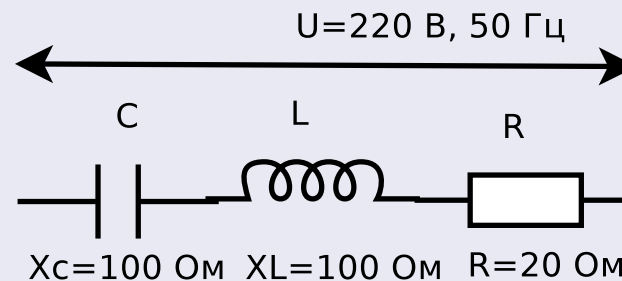


В условиях резонанса напряжений.

## Пример резонанса напряжений



Эквивалентная схема:

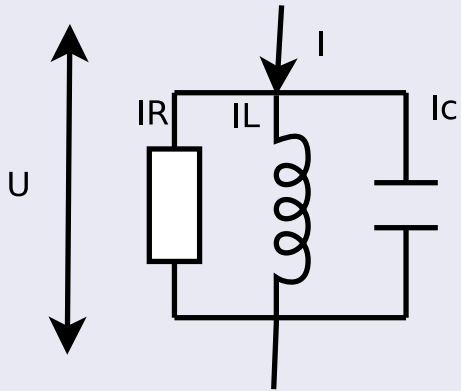


Расчеты:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = R = 20 \text{ Ом}, I = U/Z = 220/20 = 11 \text{ А}$$

$$U_L = U_C = X_L I = X_C I = 100 \cdot 11 = 1100 \text{ В}$$

## Резонанс токов



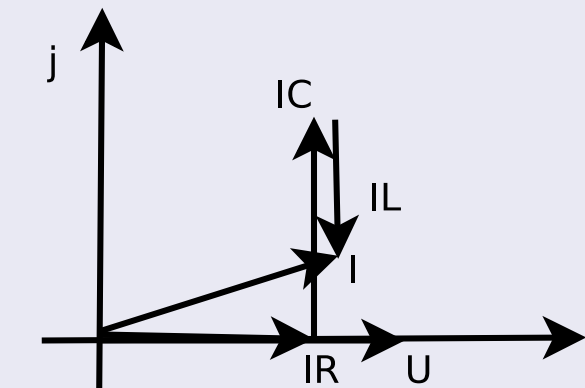
Резонанс токов возникает, когда мнимая часть комплексной проводимости равна нулю.

$$g = g_R + j(g_L - g_C)$$

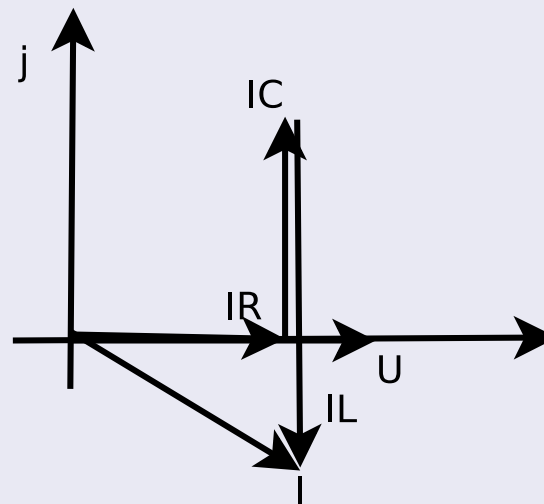
$$g_C = \omega C, g_L = \frac{1}{\omega L}$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

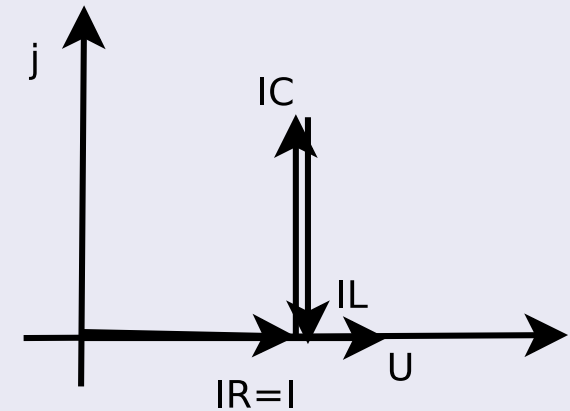
## Резонанс токов



Ёмкостный характер нагрузки



Индуктивный характер нагрузки



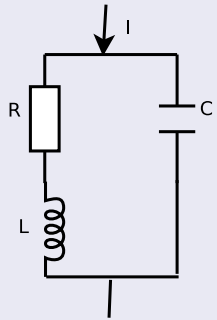
Активный характер нагрузки



## Резонанс токов

Задание: Подобрать параметры электрической цепи для возникновения резонанса токов.

# Резонансы в сложных электрических цепях



В данном случае условие возникновения резонанса токов меняется:

$$\dot{g} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$$

Условие резонанса - мнимая часть равна нулю:

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - R^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Проводимость и сопротивление при резонансе становятся чисто активными:

$$\dot{g} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}, \dot{Z} = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{R}$$

Выражение для  $\dot{Z}$  показывает, что сопротивление цепи при резонансе тем больше, чем меньше активное сопротивление катушки. Для характеристики вводят величину:  $D_L = \frac{\omega L}{R}$ . Если  $R \ll L\omega$ , то можно считать  $\dot{Z} \approx D_L \omega L$ . Величина  $D_L$  называется добротность катушки (на практике добротность в пределах 10-1000).

## Задание

Имеется последовательное соединение резистора и катушки индуктивности:  $R = 3 \text{ Ом}$ ,  $L = 0.0127 \text{ Гц}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $U = 220 \text{ В}$ . Найти полное сопротивление цепи, записать его в тригонометрической и показательной форме. Найти ток цепи, построить векторную диаграмму.