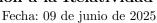


## Universidad de Valparaíso Instituto de Física y Astronomía

## Tarea 2

## Introducción a la Relatividad Numérica





Fecha de Entrega: 25 de junio (hasta la medianoche)

Profesor: Cristian Barrera H.

## Instrucciones

Responder las preguntas a mano, en forma legible y argumentando claramente. Puede entregar su tarea en papel, o bien enviar su versión escaneada por email a cristian.barrera@uv.cl.

Para los siguientes ejercicios considere la métrica de Schwarzschild, la cual, en términos de las coordenadas estándar de Schwarzschild  $(t, r, \theta, \phi)$ , está dada por

$$ds^{2} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dt^{2} + \frac{dr^{2}}{1 - 2GM/r} + r^{2}d\Omega^{2}.$$
 (1)

1. Es posible asociar una entropía S a un agujero negro, la cual da cuenta de la información de la materia-energía que ha cruzado el horizonte de eventos y que no puede volver a salir. Esta viene dada por la famosa fórmula de Bekenstein-Hawking

$$S = \frac{k_B A}{L_p^2 4},\tag{2}$$

donde A es el área del horizonte de eventos del agujero negro,  $k_B$  la constante de Boltzmann  $L_p \equiv \sqrt{\hbar G/c^3}$  es la longitud de Planck, siendo  $\hbar$  la constante reducida de Planck, c la velocidad de la luz en el vacío, y G la constante de gravitación universal. En lo siguiente, puede utilizar unidades donde  $G = c = \hbar = k_B = 1$ .

- (a) Calcule el área del horizonte de eventos del agujero negro de Schwarzschild en términos
- (b) Escriba la entropía del agujero (2) en términos de su masa. Muestre que la entropía aumenta al aumentar la masa del agujero.
- (c) ¿Es este resultado consistente con la segunda ley de la Termodinámica? ¿Qué implicancias tiene esto último sobre el área del agujero negro?

Pregunta 1: 2 puntos

- 2. Considere la métrica de Schwarzschild (1).
  - (a) Calcule explícitamente los siguientes símbolos de Christoffel:

$$\Gamma^r_{tt}, \quad \Gamma^t_{tr}, \quad \Gamma^r_{rr}, \quad \Gamma^\theta_{r\theta}, \quad \Gamma^\phi_{r\phi}, \quad \Gamma^r_{\theta\theta}, \quad \Gamma^r_{\phi\phi}, \quad \Gamma^\phi_{\theta\phi}, \quad \Gamma^\theta_{\phi\phi}.$$

Puede hacerlo a mano, o bien utilizar simpy (ver jupyter notebook del Taller 1).

- 3. (a) Utilizando los símbolos de Christoffel calculados en el ejercicio anterior, calcule las componentes del tensor de Ricci  $R_{tt}$ ,  $R_{rr}$  y muestre que son cero (puede hacerlo a mano, o bien utilizar simpy).
  - (b) Argumente, o muestre, que el resto de componentes del tensor de Ricci también son cero.
  - (c) Utilice el resultado anterior para mostrar que la métrica de Schwarzschild (1), es efectivamente una solución a las ecuaciones de Einstein en el vacío.

Pregunta 3: 2 puntos