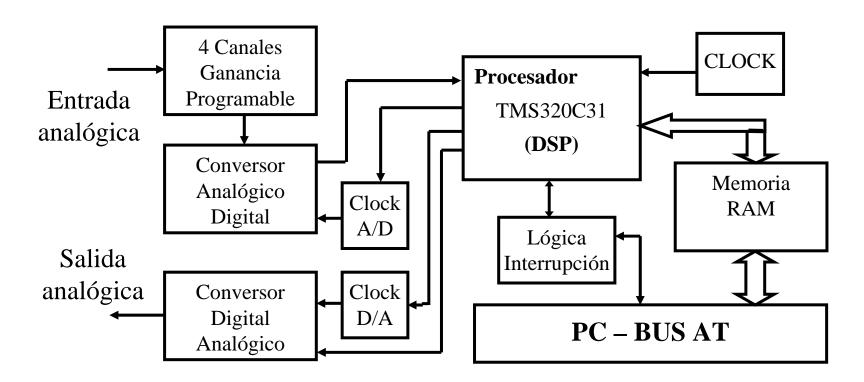
TRATAMIENTO DIGITAL de SEÑALES



DEPARTAMENTO de INGENIERIA ELECTRONICA



UNIVERSIDAD NACIONAL de MAR DEL PLATA

FACULTAD de INGENIERIA



Docentes: Dra Juana Graciela Fernández - Dr. Marcos A. Funes - Ing. Carlos Orallo

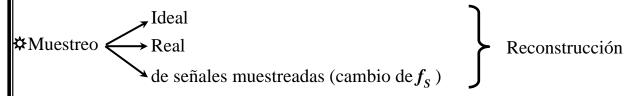
http://www3.fi.mdp.edu.ar/tds/

REGLAMENTO DE LA CATEDRA

- ✓ Se tomarán 3 (tres) exámenes Parciales de contenido teórico-práctico. Para la aprobación de la materia la suma de los mismos debe ser no inferior a 21 puntos (veintiuno), no debiendo tener ningún parcial desaprobado (nota menor a 4).
- ✓ Aquellos alumnos que no alcancen las condiciones de aprobación y hayan sumado por lo menos 18 puntos (dieciocho) habilitarán para rendir el examen integrador en las fechas estipuladas por la Facultad.
- ✓ Los alumnos que no estén en condiciones de habilitar, pero la nota de 2 de los parciales sea igual o superior a 6, rendirán un recuperatorio flotante sobre los temas del parcial con nota menor en una única fecha a estipular por la cátedra. Al aprobar este se alcanza la habilitación.
- ✓ Si algún alumno no cumple las condiciones de aprobación o habilitación y no se encuadra en la excepción mencionada en el párrafo anterior, deberá recursar la materia.
- ✓ No existe posibilidad de brindar una recursada en el primer cuatrimestre del año siguiente.



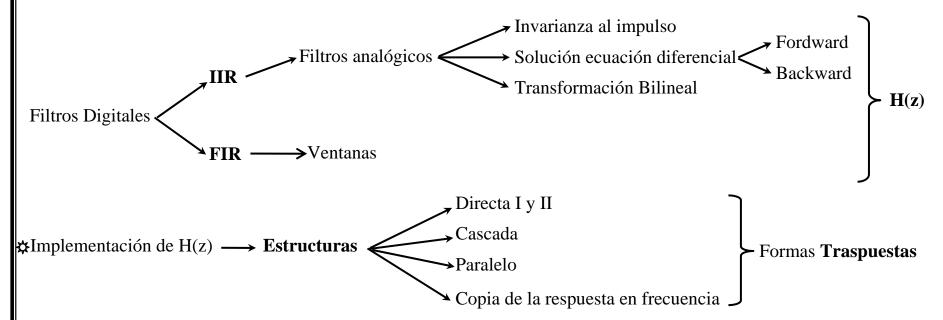
Secuencias - Señales digitales - Sistemas LTI



- ☼Tansformada Discreta de Fourier (DFT) Transformada Rápida de Fourier (FFT)
- **☼**Truncamiento de secuencias Errores Funciones ventana (Hanning, Hamming, Kaiser, Auto-ajustable)

Tansformada Z - Regiones de convergencia – Caracterización de sistemas LTI

Convolución y correlación discretas – Convolución circular – Métodos de suma solapada y evita solapamiento



Trasformaciones en frecuencia, de LP a LP, HP, BP y SP (pasabajos, pasablos, pasabanda, eliminabanda)

BIBLIOGRAFIA

Básica

- "Digital Signal Processing", Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schafer, Prentice-Hall Inc., 1975.
- "Theory and Application of Digital Signal Processing", Lawrence R. Rabiner and Bernard Gold, Prentice-Hall, 1975.
- "Digital Signal Processing", Emmanuel C. Ifeachor and Barrie W. Jevis, Addison Wesley Publishing Co., 1993.
- "The Fast Fourier Transform", E. Oran Brigham, Prentice-Hall Inc., 1983.
- "Señales y Sistemas", Alan V. Oppenheim and Alan S. Willsky, Prentice-Hall Inc., 1994.
- "Tratamiento Digital de Señales", John G. Proakis and Dimitris G. Manolakis, Prentice-Hall Inc., 1998.
- "Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto", Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schafer, Prentice-Hall Inc., 1999.

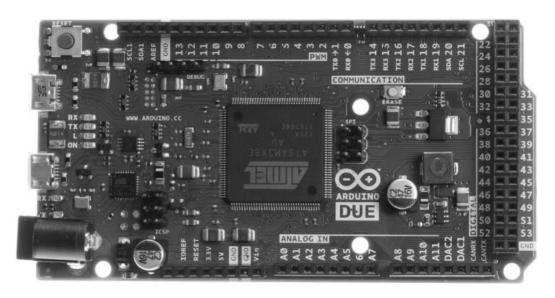
Complementaria

- "Signal Analysis", Athanasios Papoulis, McGraw-Hill Inc., 1977.
- "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis", Julius S. Bendat and Allan G. Pierce, John Wiley & Sons, 2000.
- "Methode Numeriques pour le traitement du signal", Gérard Blanchet Jacques Prado, Masson, París, 1990.

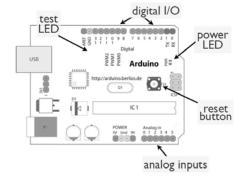
Trabajos de Laboratorio: Matlab + Módulo Arduino DUE

Módulo Arduino

Es una plataforma de electrónica abierta basada en microcontrolador Atmel, para la creación de prototipos mediante software y hardware flexibles y fáciles de usar.



Característica	DUE
Tipo de	AT91SAM3
Microcontrolador	X8E
Velocidad de reloj	84 MHz
Pines digitales de E/S	54
Entradas analógicas	12
Salidas analógicas	2 (DAC)
Memoria de	512 KB
programa (Flash)	
Memoria de datos	96 KB
(SRAM)	



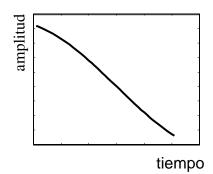
PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

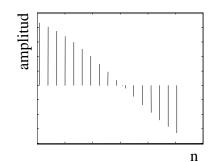
★ tiempo contínuo (•) Señal: función que conduce información. Según el tipo de variable independiente <

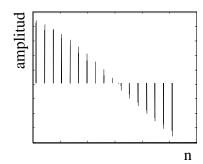
★ tiempo discreto [•]

Funciones de tiempo discreto \equiv **SECUENCIAS** $x = \{x[n]\}$ cuya amplitud puede ser

≠ contínua discreta ≡ señal **DIGITAL**







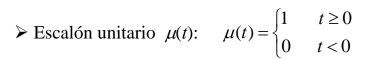
Ventajas de trabajar con señales de tiempo discreto:

- ✓ Simulación de sistemas complejos.
- ✓ Posibilidad de cambiar fácilmente los parámetros del sistema.
- ✓ Reproductibilidad.
- ✓ Almacenamiento por tiempo indefinido.
- ✓ Facilidad para realizar operaciones que en el caso analógico son muy difíciles (retardar, producto, integración).

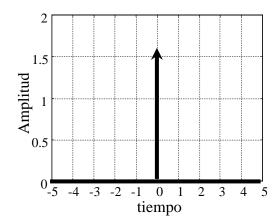
FUNCIONES DE TIEMPO CONTINUO

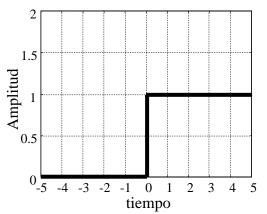
> Delta Dirac
$$\delta(t)$$
:
$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

Propiedades:
$$x(t) \cdot \delta(t - t_0) = x(t_0) \cdot \delta(t - t_0)$$
$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$$



Relaciones:
$$\mu(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau) \cdot d\tau$$
 ; $\delta(t) = \frac{d\mu(t)}{dt}$





 \triangleright Exponenciales complejas (Fourier): $x(t) = e^{j\omega_0 t}$

Propiedades:

periódicas (para cualquier t): $e^{j\omega_0(t+T)} = e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j\omega_0 T} = e^{j\omega_0 t} \left(T = \frac{2\pi}{\omega_0}\right)$

$$\omega_0(t+T) = e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j\omega_0 T} = e^{j\omega_0 t}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$



son todas distintas para diferentes valores de ω_0 (si ω_0 aumenta, la señal varía más rápidamente).



FUNCIONES DE TIEMPO DISCRETO

 \triangleright Delta Kronecker = muestra unitaria $\delta[n]$:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

Notación: $x[n] = \sum_{m} A_m \delta[n-m]$



Ejemplo: $x[n] = \{-3, -2, 3, 2, 0, 1\}$

= -3
$$\delta[n+2]$$
 - 2 $\delta[n+1]$ + 3 $\delta[n]$ + 2 $\delta[n-1]$ + $\delta[n-3]$

 \triangleright Escalón unitario $\mu[n]$:

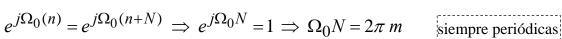
$$\mu[n] = \begin{cases} 1 & n \ge 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

Relaciones:

$$\mu[n] = \sum_{m=-\infty}^{n} \delta[m]$$

$$\delta[n] = \mu[n] - \mu[n-1]$$
 diferencia de primer orden

Exponenciales complejas:
$$x[n] = C\alpha^{jn} = Ce^{j\beta n}$$
 $\alpha = e^{\beta}$

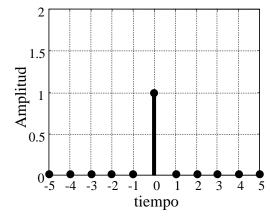


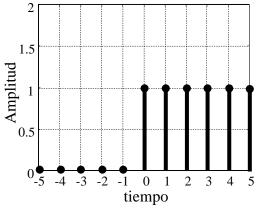
Propiedades:

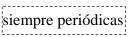
NO es periódica para cualquier valor de $\Omega_{\scriptscriptstyle 0}$

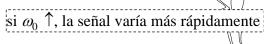
 \Rightarrow frecuencia fundamental $(m = 1) = 2\pi/N$

Considerando
$$\Omega_0 + 2\pi$$
: $e^{j(\Omega_0 + 2\pi)n} = e^{j\Omega_0 n}e^{j2\pi n} = e^{j\Omega_0 n}$ NO se dinstingue de Ω_0

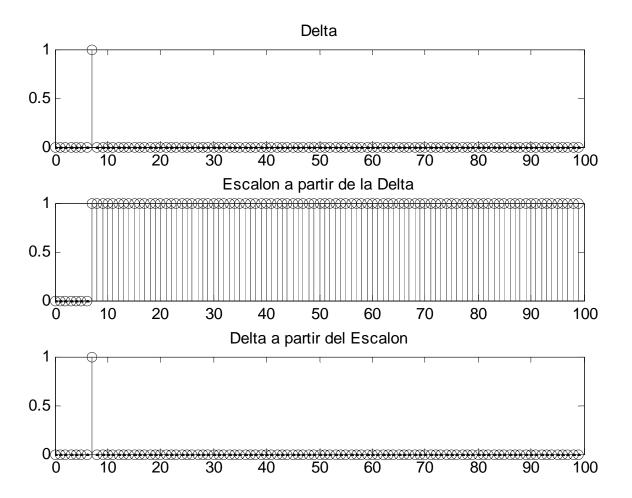








```
% Programas en Matlab para generacion de secuencias delta y escalon-
Disenioseniales.m
clear
N=input('Ingrese cantidad de muestras=')
n0=input('Ingrese retardo,mayor que 2 = ')
%construccion delta
x=0:N-1;
y=zeros(size(1:N));
y(n0)=1;
subplot(3,1,1)
stem(x,y)
title 'Delta'
%construcción escalon a partir de la delta
  for k=1:N;
    Y=0;
    for i=1:k;
  Y=Y+y(i);
  g(k)=Y;
    end
  end
subplot(3,1,2)
  stem(x,g)
  title 'Escalon a partir de la Delta'
%construccion de delta a partir del escalon
 for k=2:N;
  Y=0;
 for i=1:k-1;
  Y = g(i+1)-g(i);
  h(k)=Y;
    end
end
  subplot(3,1,3)
  stem(x,h)
  title 'Delta a partir del Escalon'
```



%Programa para analizar el comportamiento de las señales armónicas en %tiempo discreto – Freqdigitales.m

clear

```
w0=input('Frecuencia digital en fracciones de pi =')
N=input('Ingrese cantidad de muestras=')
n=0:N,
y=cos(w0*n);
figure
stem(n,y)
```

Secuencia cosenoidal $\Omega = \pi/4$ $\Omega = \pi/8$ $\Omega = 0$ $\Omega = \pi/2$ $\pmb{\Omega}=\pi$ $\Omega = 3\pi/2$ $\pmb{\Omega}=7\pi/4$ $\Omega = 15\pi/8$ $\Omega = 2\pi$ $x[n] = \cos[\Omega n]$

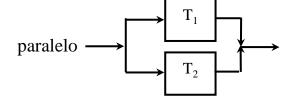
SISTEMAS

Proceso que produce una TRANSFORMACION de SEÑALES.

Entrada
$$\begin{array}{c}
X(t) - x[n] \\
\hline
\end{array}$$
Salida
$$y(t) - y[n]$$

Conexiones:

Serie ó cascada \longrightarrow T_1 \longrightarrow T_2



Clasificación

➤ Con o sin memoria: la salida depende o no de valores anteriores.

➤Invertibles: diferentes entradas producen diferentes salidas, ⇒ observando la salida puedo determinar la entrada

➤ Causales: la salida depende sólo del instante presente y valores pasados. Sin memoria 볒 causal.

➤Estables: pequeñas entradas producen respuestas que no divergen ⇒ entrada acotada produce salida acotada.

► Invariantes: si $x[n] \rightarrow y[n]$, entonces $x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$.

Lineales: obedecen el principio de superposición $x[n] = x_1[n] + x_2[n] \rightarrow y[n] = y_1[n] + y_2[n]$; $y_i[n] = T\{x_i[n]\}$

Sistemas lineales e invariantes al desplazamiento = LTI

Ejemplo: y[n] = 2x[n] + 3, representa un sistema lineal? NO \Rightarrow **PROPIEDAD**: si la entrada es 0 la salida DEBE SER 0

SUMATORIA DE CONVOLUCION

La linealidad permite escribir una señal en términos de impulsos $\Rightarrow x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot \delta[n-k]$, llamando $h_k[n]$ a la

respuesta del sistema a una
$$\delta[n-k] \Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h_k[n]$$
 y si es invariante $\Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$

Propiedades de la convolución

- **Conmutativa**: x[n]*h[n] = h[n]*x[n] (permite cambiar el orden de dos sistemas en cascada)
- **Asociativa**: $x[n]*(h_1[n]*h_2[n]) = (x[n]*h1[n])*h2[n]$ (sistemas en cascada)
- ➤ **Distributiva**: $x[n]*(h_1[n] + h_2[n]) = x[n]*h1[n]) + x[n]*h2[n]$ (sistemas en paralelo)

SISTEMAS LTI

El comportamiento de un sistema LTI, se encuentra caracterizado por completo por su respuesta al impulso. En cambio, pueden existir dos sistemas NO LINEALES diferentes que posean la misma h[n].

Ejemplo:
$$h[n] = \begin{cases} 1 & n = 0,1 \\ 0 & \text{para otro } n \end{cases}$$
 existe un sólo sistema lineal que lo cumple: $y[n] = x[n] + x[n-1]$

Existen dos sistemas No Lineales con la misma respuesta $\delta[n]$ $y[n] = (x[n] + x[n-1])^2$ $y[n] = \max(x[n], x[n-1])$

<u>SISTEMAS LTI – Clasificación en base a *h*[*n*]</u>

Si el sistema es LTI, entonces su función respuesta al impulso permite caracterizarlo $\Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$

- ightharpoonup Con o sin memoria: la salida depende sólo de la entrada en el mismo instante $\Rightarrow h[n] = 0$ para $n \neq 0 \Rightarrow h[n] = K\delta[n]$
- ightharpoonup Invertibles: se debe cumplir que $h_1[n] * h_2[n] = \delta[n]$ x[n] $h_1[n]$ y[n] $h_2[n]$ x[n] y[n] y[n] y[n] y[n] y[n]

Ejemplo:
$$h_1[n] = \mu[n] \Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$
 su inverso es $z[n] = y[n] - y[n-1] \Rightarrow h_2[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$

Verificación:
$$h_1[n] * h_2[n] = \mu[n] * (\delta[n] - \delta[n-1]) = \mu[n] * \delta[n] - \mu[n] * \delta[n-1] = \mu[n] - \mu[n-1] = \delta[n]$$

- \triangleright Causales: la salida depende sólo de la entrada actual y de las anteriores $\Rightarrow h[n] = 0$ para $n \le 0$
- ightharpoonup Estables: entrada acotada produce salida acotada $\Rightarrow h[n]$ debe ser ABSOLUTAMENTE SUMABLE $\Rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| \langle \circ h[k] \rangle$

Justificación: si
$$|x[n]| < B \implies |y[n]| = \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] \cdot x[n-k] \right| \le \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| \cdot |x[n-k]| \le B \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]|$$
 (salida acotada)

Si no son lineales el orden de cascada es importante x[n] $(\bullet)^2 \longrightarrow y[n] = 2 x^2[n]$

2(•)

 $\longrightarrow y[n] = 4 x^2[n]$