

Информация

Докладчик

..... {.columns align=center}

:: {.column width="70%"}

- Эспиноса Василита Кристина Микаела
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1032224624@pfur.ru
- <https://github.com/crisespinosal/>

:::

:: {.column width="30%"}

:::

.....

Цель работы

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

Задание

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,\end{aligned}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$.

Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Задание

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0014 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и

$$M_0^1 = 2.2, M_0^2 = 1.5,$$

параметрами: $p_{cr} = 17, N = 20, q = 1$

$$\tau_1 = 13, \tau_2 = 16,$$

$$\tilde{p}_1 = 10, \tilde{p}_2 = 8$$

Выполнение лабораторной работы

Реализация на Julia

Подключаем нужные библиотеки для решения ДУ и для отрисовки графиков. Задаем само дифференциальное уравнение, а также начальные условия и параметры.

Реализация на Julia

Случай 1

Зададим функцию, описывающую систему уравнений для этого случая, Далее решаем систему ДУ, сначала определив проблему с помощью метода `ODEProblem()`, а затем решим с помощью `solve()` солвером `Tsit5()` с шагом 0.01. Нарисуем график с помощью `plot()`.

```

%%writefile lab8_1.jl

using DifferentialEquations, Plots;

p_cr = 17 #критическая стоимость продукта
tau1 = 13 #длительность производственного цикла фирмы 1
p1 = 10 #себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 16 #длительность производственного цикла фирмы 2
p2 = 8 #себестоимость продукта у фирмы 2
N = 20 #число потребителей производимого продукта
q = 1; #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

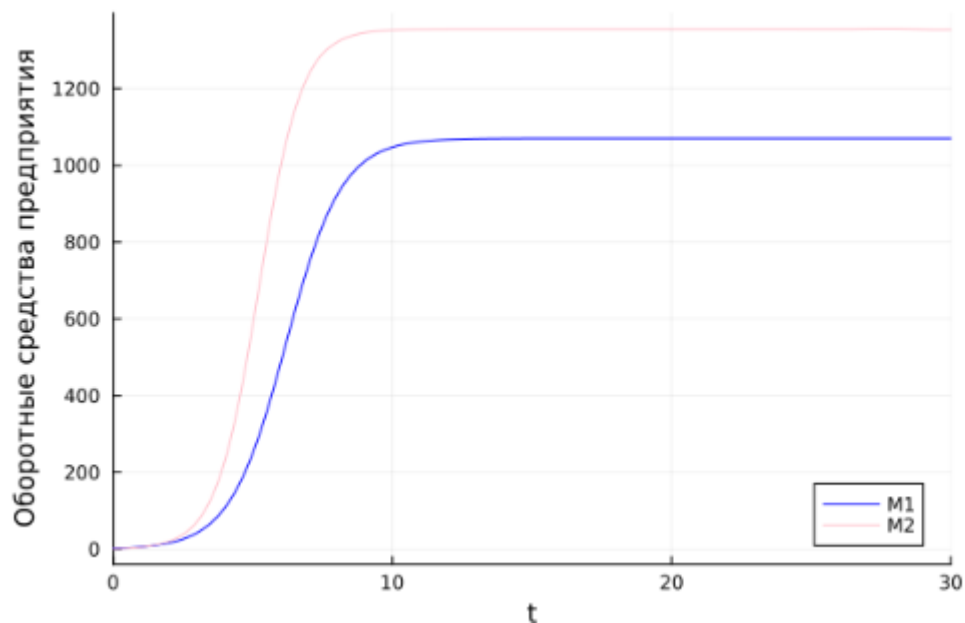
u0 = [2.2, 1.5] #начальные значения M1 и M2
p = [a1, a2, b, c1, c2]
tspan = (0.0, 30.0) #временной интервал

function f_1(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    M1 = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1^2
    M2 = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2^2
    return [M1, M2]
end

prob = ODEProblem(f_1, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["blue" "pink"])
savefig("lab8_1.png")

```

Реализация на Julia



Реализация на Julia

Случай 2

```

%%writefile lab8_2.jl

using DifferentialEquations, Plots;

p_cr = 17 #критическая стоимость продукта
tau1 = 13 #длительность производственного цикла фирмы 1
p1 = 10 #себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 16 #длительность производственного цикла фирмы 2
p2 = 8 #себестоимость продукта у фирмы 2
N = 20 #число потребителей производимого продукта
q = 1; #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
b = p_cr/(tau1^2+tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

u0 = [2.2, 1.5] #начальные значения M1 и M2
p = [a1, a2, b, c1, c2]
tspan = (0.0, 30.0) #временной интервал

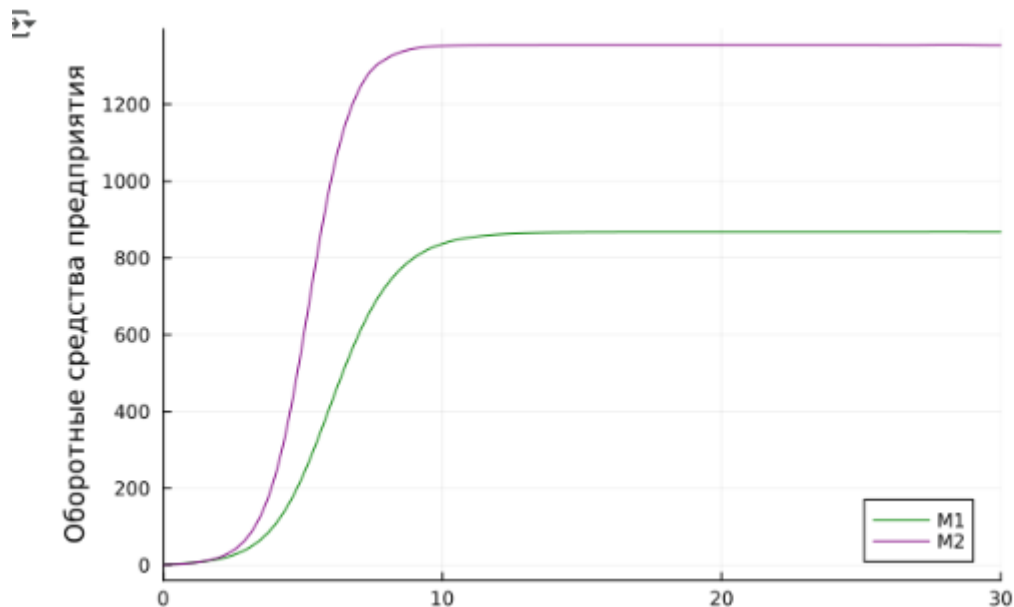
function f_2(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    M1 = M1 - (b/c1+0.00014)*M1*M2 - (a1/c1)*M1^2
    M2 = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2^2
    return [M1, M2]
end

prob = ODEProblem(f_2, u0, tspan, p)
sol2 = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol2, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["green" "purple"])

savefig("lab8_2.png")

```

Реализация на Julia



Реализация на OpenModelica

Случай 1

```

parameter Real p_cr = 17;
parameter Real tau1 = 13;

```

```

parameter Real p1 = 10;
parameter Real tau2 = 16;
parameter Real p2 = 8;
parameter Real N = 20;
parameter Real q = 1;
parameter Real a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

Real M1(start=2.2);
Real M2(start=1.5);

```

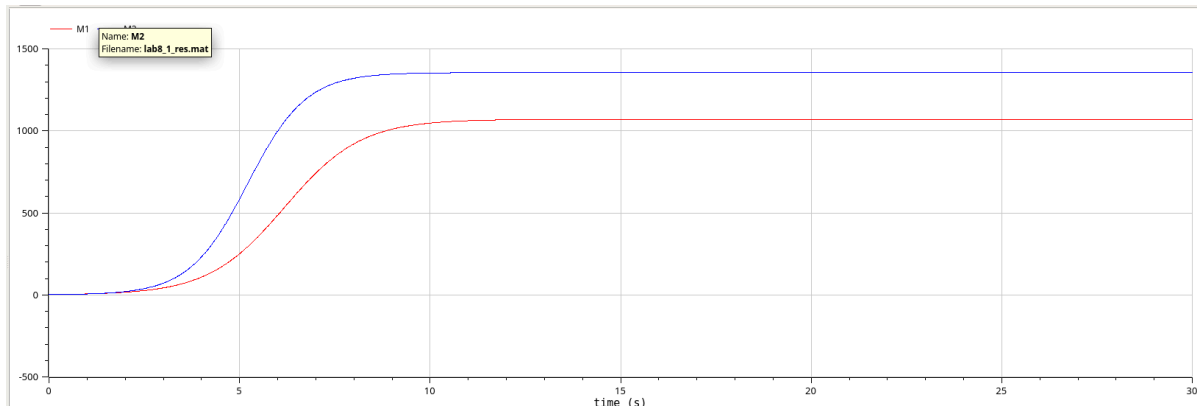
equation

```

der(M1) = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1^2;
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2^2;

```

Реализация на OpenModelica



Реализация на OpenModelica

Случай 2

```

parameter Real p_cr = 17;
parameter Real tau1 = 13;
parameter Real p1 = 10;
parameter Real tau2 = 16;
parameter Real p2 = 8;
parameter Real N = 20;
parameter Real q = 1;
parameter Real a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

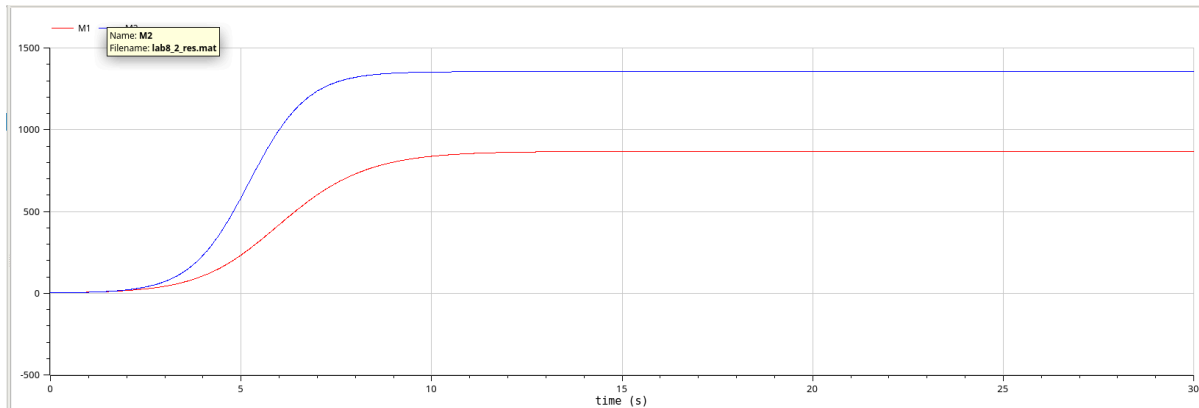
Real M1(start=2.2);
Real M2(start=1.5);

```

equation

```
der(M1) = M1 - (b/c1+0.00014)*M1*M2 - (a1/c1)*M1^2;  
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2^2;
```

Реализация на OpenModelica



Сравнение построения модели на Julia и в OpenModelica

Все графики получились идентичными. Что Julia, что OpenModelica справились с решением системы ДУ и построением графиков.

Выводы

В результате выполнения лабораторной работы была исследована модель конкуренции двух фирм.