Цель работы

Построить модель боевых действий на языке прогаммирования Julia и посредством ПО OpenModelica.

Задание

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями x(t) и y(t). В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 10 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 29 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a,b,c,h постоянны. Также считаем P(t) и Q(t) непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0,333x(t) - 0,777y(t) + 1,6\sin(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,5x(t) - 0,65y(t) + 1,7\cos(t+2)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0,343x(t) - 0,815y(t) + \sin(2t) + 1$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,227x(t)y(t) - 0,815y(t) + \cos(10t) + 1$$

Теоретическое введение

Законы Ланчестера (законы Осипова — Ланчестера) — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил. В статье «Влияние численности сражающихся сторон на их потери», опубликованной журналом «Военный сборник» в 1915 году, генерал-майор Корпуса военных топографов М. П.
Осипов описал математическую модель глобального вооружённого противостояния, практически применяемую в военном деле при описании убыли сражающихся сторон с течением времени и, входящую в математическую теорию исследования операций, на год опередив английского математика Ф. У. Ланчестера. Мировая война, две революции в России не позволили новой власти заявить в установленном в научной среде порядке об открытии царского офицера.

Уравнения Ланчестера — это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость между силами сражающихся сторон A и D как функцию от времени, причем функция зависит только от A и D.

В 1916 году, в разгар первой мировой войны, Фредерик Ланчестер разработал систему дифференциальных уравнений для демонстрации соотношения между противостоящими силами.
Среди них есть так называемые Линейные законы Ланчестера (первого рода или честного боя, для рукопашного боя или неприцельного огня) и Квадратичные законы Ланчестера (для войн начиная с XX века с применением прицельного огня, дальнобойных орудий, огнестрельного оружия). В связи с установленным приоритетом в англоязычной литературе наметилась тенденция перехода от фразы «модель Ланчестера» к «модели Осипова — Ланчестера» [@wiki:bash].

Выполнение лабораторной работы

Модель боевых действий между регулярными войсками

Модель боевых действий №1

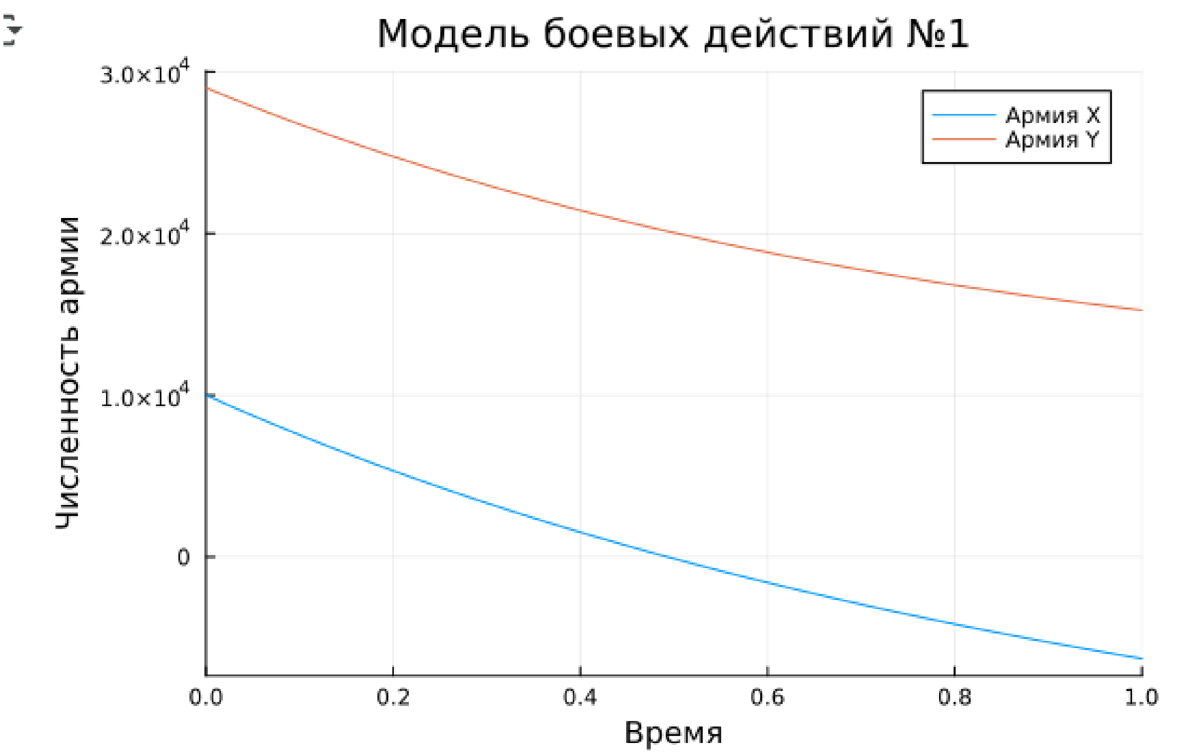
В данной **модели боевых действий №1** рассматривается взаимодействие двух армий X и Y в течение одного дня. Потери армий описываются системой дифференциальных уравнений, где:

- члены `−0.333 x(t)` и `−0.65 y(t)` отражают **небоевые потери**, связанные с внешними факторами: болезнями, логистическими проблемами, моральным состоянием и т.д.;
- члены `−0.777 y(t)` и `−0.5 x(t)` моделируют **боевые потери**, зависящие от численности противника и эффективности наступательных действий;
- добавочные функции `1.6 sin(t)` и `1.7 cos(t + 2)` учитывают возможные **внешние воздействия**, такие как подкрепления, изменение погодных условий или морального духа армий X и Y соответственно.

```
[11] %%writefile combate.jl
     using DifferentialEquations, Plots
     gr()

     function reg(u, p, t)
        x, y = u
        a, b, c, h = p
        dx = -a * x - b * y + 1.6 * sin(t)
        dy = -c * x - h * y + 1.7 * cos(t+2)
        return [dx, dy]
     end

     u0 = [10000.0, 29000.0]
     p = [0.333, 0.777, 0.5, 0.65]
     tspan = (0.0, 1.0)

     prob = ODEProblem(reg, u0, tspan, p)
     sol = solve(prob, Tsit5())

     plot(sol,
          title = "Модель боевых действий №1",
          label = ["Армия X" "Армия Y"],
          xlabel = "Время",
          ylabel = "Численность армии")

     savefig("combate.png")
```

На основании численного решения видно, что:

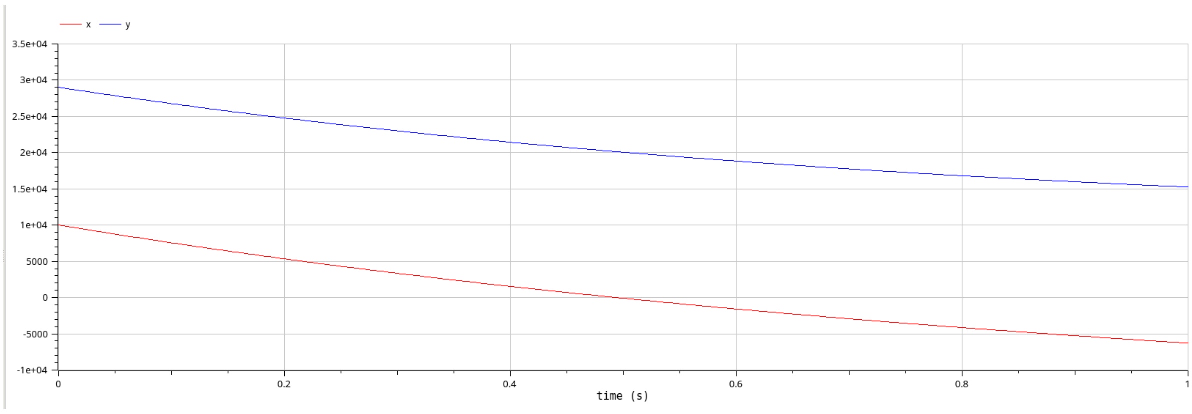
- **Армия X** (синяя линия) стремительно теряет численность — с 10 000 в начале до почти **нуля** к концу дня. Это указывает на высокую уязвимость армии X к боевым и небоевым потерям.
- **Армия Y** (оранжевая линия), несмотря на потери, сохраняет численность выше 20 000, начиная с 29 000. Это демонстрирует **большую устойчивость** армии Y.



Теперь давайте построим эту же модель посредством OpenModelica.

```
model model1
  parameter Real a= 0.333;
  parameter Real b= 0.777;
  parameter Real c= 0.5;
  parameter Real h = 0.65;

  parameter Real x0=10000;
  parameter Real y0=29000;

  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

equation
   der(x) = -a * x - b * y + 1.6 * sin(time);
   der(y) = -c * x - h * y + 1.7 * cos(time + 2);
end model1;
```

В результате получаем слудющий график изменения численности армий



Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Модель боевых действий №2

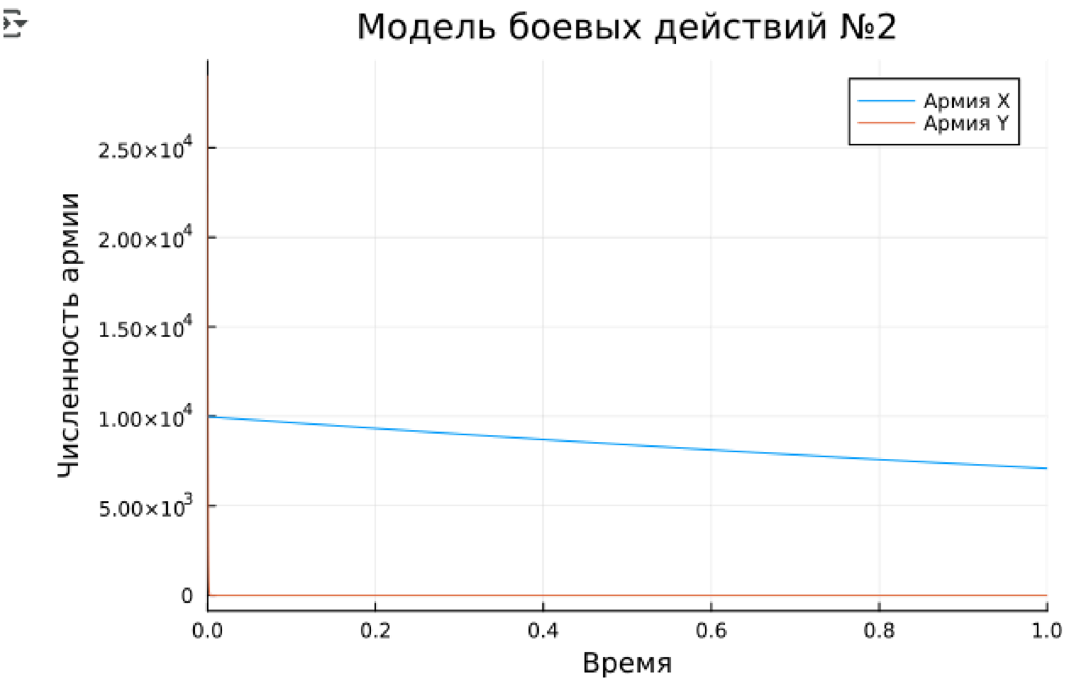
В модели наша система дифференциальных уравнений включает:

- члены `-0.343 x(t)` и `-0.815 y(t)` — это **небоевые потери**, связанные с логистикой, болезнями и другими факторами;
- член `-0.227 x(t) * y(t)` во втором уравнении — это **нелинейный боевой вклад**, моделирующий интенсивное взаимодействие между армиями, особенно при больших значениях (x) и (y);
- слагаемые `sin(2t) + 1` и `cos(10t) + 1` представляют **внешние влияния и подкрепления**, воздействующие на армии с различной частотой.

```
[20] %%writefile combate2.jl
     using DifferentialEquations, Plots
     gr()

     function reg_p(u, p, t)
        x, y = u
        a, b, c, h = p
        dx = -a * x - b * y + sin(2*t) + 1
        dy = -c * x*y - h * y + cos(10 * t) + 1
        return [dx, dy]
     end

     u0 = [10000.0, 29000.0]
     p = [0.343, 0.815, 0.227, 0.815]
     tspan = (0.0, 1.0)

     prob = ODEProblem(reg, u0, tspan, p)
     sol = solve(prob, Tsit5())

     plot(sol,
          title = "Модель боевых действий №2",
          label = ["Армия X" "Армия Y"],
          xlabel = "Время",
          ylabel = "Численность армии")

     savefig("combate2.png")
```

На основании численного решения видно, что:

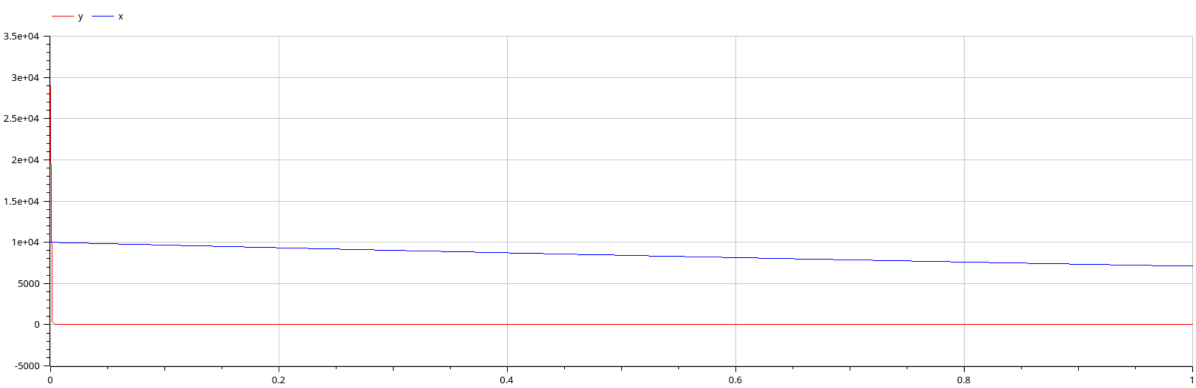
- **Армия X** (синяя линия) начинает с 10 000 солдат и **медленно теряет численность**, заканчивая примерно на уровне 8 500–9 000. Это говорит о контролируемом уровне потерь и устойчивости.
- **Армия Y** (оранжевая линия), несмотря на начальную численность в 29 000, практически **мгновенно теряет всю боеспособность**. Численность падает до нуля в течение первых мгновений симуляции.



Теперь давайте построим эту же модель посредством OpenModelica.

```
model model2
  parameter Real a= 0.343;
  parameter Real b= 0.815;
  parameter Real c= 0.227;
  parameter Real h = 0.815;

  parameter Real x0=10000;
  parameter Real y0=29000;

  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

equation

   der(x) = -a * x - b * y + sin(2*time) + 1;
   der(y) = -c * x * y - h * y + cos(10*time) + 1;

end model2;
```

В результате получаем слудющий график изменения численности армий



Результат моделирования

```
model model1
  parameter Real a= 0.333;
  parameter Real b= 0.777;
  parameter Real c= 0.5;
  parameter Real h = 0.65;

  parameter Real x0=10000;
  parameter Real y0=29000;

  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

equation
   der(x) = -a * x - b * y + 1.6 * sin(time);
   der(y) = -c * x - h * y + 1.7 * cos(time + 2);
end model1;
```

```
model model2
  parameter Real a= 0.343;
  parameter Real b= 0.815;
  parameter Real c= 0.227;
  parameter Real h = 0.815;

  parameter Real x0=10000;
  parameter Real y0=29000;

  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

equation

   der(x) = -a * x - b * y + sin(2*time) + 1;
   der(y) = -c * x * y - h * y + cos(10*time) + 1;

end model2;
```

Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила модель боевых действий на языке прогаммирования Julia и посредством ПО OpenModelica, а также провела сравнительный анализ.

Список литературы{.unnumbered}

::: {#refs}
:::