AD1 de Probabilidade e Estatística
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
2° semestre de 2017

Regina Célia P. Leal Toledo e Otton Teixeira da Silveira Filho

ATENÇÂO:
A AD, obrigatoriamente, deverá ser digitada em um editor de texto (e de expressões matemáticas) e convertida para o formato pdf, para ser enviada. As AD's enviadas fora do formato não serão corrigidas.

Primeira questão (1,0 pontos)**:** A Tabela 1 apresenta os tempos (em minutos) de espera na fila de 3 clientes em 3 bancos diferentes. No primeiro banco (Banco 1) o gerente se preocupa com os tempos de espera e muda o número de atendentes de acordo com a necessidade. No segundo banco (Banco 2) todos os clientes esperam em um fila única e no terceiro banco (Banco 3), os clientes esperam em filas diferentes para cada um dos caixas.

Banco 1	6	6	6
Banco 2	4	7	7
Banco 3	1	3	14

Tabela 1

a) Qual o tempo médio de espera em cada um dos bancos?

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Banco 1: $M = \frac{6+6+6}{3} = 6min$
Banco 2: $M = \frac{4+7+7}{3} = 6min$
Banco 3: $M = \frac{1+3+14}{3} = 6min$

b) Qual o desvio padrão em cada um dos bancos? E a variância?

$$var = \frac{(x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \cdots + (x_n - M)^2}{n}$$

$$dp = \sqrt{var}$$

Variância:
Banco 1: $var = \frac{(6-6)^2+(6-6)^2+(6-6)^2}{3} = 0$
Banco 2: $var = \frac{(4-6)^2+(7-6)^2+(7-6)^2}{3} = 2$
Banco 3: $var = \frac{(1-6)^2+(3-6)^2+(14-6)^2}{3} = 98$

Desvio Padrão:
Banco 1: $dp = \sqrt{0} = 0$
Banco 2: $dp = \sqrt{2} = 1,4142$
Banco 3: $dp = \sqrt{98} = 9,8995$

<u>Segunda questão</u> (3,0 pontos)**:** Foi feito um teste em 300 motoristas de caminhão que circulam pelo país, para saber se eles fizeram uso de álcool ou não. A Tabela 2 apresenta o resultado desses testes.

	Motorista usou álccol?	
	Sim	Não
Resultado do teste deu positivo (teste indicou presença de álccol)	119 (positivo verdadeiro)	24 (falso positivo)
Resultado do teste deu negativo (teste indicou ausência de álccol)	3 (falso negativo)	154 (negativo verdadeiro)

Tabela 2

a) Se uma pessoa, dentre esses 300 motoristas, for selecionada aleatoriamente, qual a probabilidade dela ter o teste positivo ou de fazer uso de álcool?
A: ter teste positivo
B: ter feito uso de álcool

$$P(A) = \frac{119 + 24}{300} = 0{,}48$$
$$P(B) = \frac{119 + 3}{300} = 0{,}41$$
$$P(A \cap B) = \frac{119}{300} = 0{,}40$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}48 + 0{,}41 - 0{,}40 = 0{,}49$$

0,49 ou 49% de probabilidade

b) Considere o evento A: ser escolhida aleatoriamente uma pessoa com resultado negativo no teste; evento B: ser escolhida aleatoriamente uma pessoa que não usou álcool. Verifique se os eventos A e B são disjuntos.

$$P(A) = \frac{154 + 3}{300} = 0{,}52$$
$$P(B) = \frac{24 + 154}{300} = 0{,}59$$

Se calcularmos $P(A \cup B)$, veríamos que a probabilidade passaria de 1. Isso acontece porque existem elementos comuns em A e B. Logo, A e B não são disjuntos.

c) Se uma pessoa, dentre esses 300 motoristas, for selecionada aleatoriamente, qual a probabilidade dela ter o teste negativo ou não fazer uso de álcool?
A: ter teste negativo
B: não ter feito uso de álcool

$$P(A) = \frac{3 + 154}{300} = 0{,}52$$
$$P(B) = \frac{24 + 154}{300} = 0{,}59$$
$$P(A \cap B) = \frac{154}{300} = 0{,}51$$
$$P(A \cup B) = 0{,}52 + 0{,}59 - 0{,}51 = 0{,}60$$

0,60 ou 60% de probabilidade

d) Se duas pessoas são selecionadas aleatoriamente, sem reposição, qual a probabilidade de que a primeira pessoa tenha um teste positivo e a segunda, um teste negativo?
A: ter teste negativo
B: ter teste positivo

$$P(A) = \frac{3 + 154}{300} = 0{,}52$$
$$P(B) = \frac{119 + 24}{300} = 0{,}48$$

Como são eventos excludentes, $P(A|B) = 0{,}52 * 0{,}48 = 0{,}25$

e) Se 1 das 300 pessoas é escolhida aleatoriamente, qual a probabilidade de o teste dar positivo, visto que esta pessoa realmente usou álcool?

$$P = \frac{119}{119 + 3} = 0{,}97$$

(De todas as pessoas que usaram álcool – 122 – , 119 o teste deu positivo)

f) Se 1 das 300 pessoas é escolhida aleatoriamente, qual a probabilidade de eseta pessoa ter usado álcool, visto que o teste deu positivo?

$$P = \frac{119}{119 + 24} = 0{,}83$$

(De todas as pessoas que deu positivo – 143 – , 119 usaram álcool)

Terceira questão (1,0 ponto)**:** Em uma festa beneficente, foi feito um jogo onde você apostava um real e ganhava no máximo, R$ 5.000,00, ou seja, ou você perdia R$1,00 (- 1), caso perdesse, ou ganhava R$ 4.999,00 (+ 4,999,00) ou seja, prêmio de R$ 5.000,00 menos R$ 1,00 que você apostou. Nesse jogo você escolhe um número de 4 dígitos entre 0000 e 9999. Se você aposta R$1,00, qual o valor esperado de ganho ou perda?
Considerando que um número de 4 dígitos também inclui o 0000 e o 9999 (ou seja, 0100 é válido como 4 dígitos por exemplo)
A = ganhar o prêmio

$$P(\bar{A}) = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$$
$$P(A) = \frac{9999}{10000} = 0{,}9999$$
$$E(A) = -1 * 0{,}9999 + 5000 * 0{,}0001 = -0{,}4999$$

Logo, o valor esperado é -0,4999.

Quarta questão (2 pontos)**:** Os clientes de um banco têm três opções de investimento: poupança, CDB e fundos: 20 % dos clientes do banco têm caderneta de poupança,; 5 % dos clientes do banco têm CDB e 25 % dos clientes do banco têm aplicações em fundos. Suponha que cada cliente só pode um destes investimentos no banco, ou seja, estas 3 modalidades de investimentos são exclusivas. O banco realizou uma pesquisa entre seus clientes para avaliar o interesse pelo lançamento de um novo tipo de seguro de vida. Dos clientes que aplicam em poupança, 30 % se mostraram interessados no seguro. Dos clientes que investem em CDB, 10 % se interessaram pelo seguro, e dentre os clientes que aplicam em fundos, 40 % demonstraram interesse pelo novo produto. Um cliente do banco é selecionado aleatoriamente.

a) Qual a probabilidade dele se interessar pelo novo seguro de vida?
Considerando que os outros 50% de clientes do banco que não investem nada **não** participaram dessa pesquisa:
Poupança: Po → P(Po) = 20% = 0,20
Fundos: F → P(F) = 25% = 0,25
CDB → P(CDB) = 5% = 0,05

Modalidades exclusivas: P(Po ∩ F) = P(Po ∩ CDB) = P(CDB ∩ F) = P(Po ∩ CDB ∩ F) = 0
De acordo com a questão, as probabilidades condicionais são:
P(Seguro → Po) = 10% = 0,10
P(Seguro → CDB) = 30% = 0,30
P(Seguro → F) = 40% = 0,40

Como os eventos são exclusivos, a probabilidade de um não influencia no outro. Logo, a probabilidade de pegar um cliente aleatório e ele se interessar é a união (a soma) entre as probabilidades.

Logo, P(S) = (0,30 x 0,05) + (0,10 x 0,20) + (0,40 x 0,25) = 0,135 = 13.5%

b) Dado que o cliente está interessado no novo seguro de vida, qual a probabilidade dele aplicar em poupança?
Aplicação direta do teorema de Bayes:
P(Seguro → Po) = $\frac{P(S\cap Po)}{P(S)} = \frac{P(S|Po)*P(Po)}{P(S)} = \frac{0,10*0,20}{0,135} = 0,111 = 11,1\%$

<u>Quinta questão</u> (1,0 ponto)**:** Ao se analisar o impacto de bombas em uma determinada região, durante a Segunda Guerra Mundial, dividiu-se essa região em 576 subregiões, com área de 0,25 km^2 cada. 535 bombas caíram nessa área considerada. Se uma região é selecionada aleatoriamente, qual a probabilidade de ela ter sido bombardeada 2 vezes?

$$\lambda = \frac{535}{576} = 0,93$$

$$P(x=2) = \frac{(0,93)^2 . e^{-0,93}}{2!} = \frac{0,8649 \,.\, 0.3946}{2} = 0,171$$

Usando a distribuição de Poisson, temos uma probabilidade de 0,171 ou 17,1% de ela ter sido bombardeada 2 vezes.

<u>Sexta questão</u> (1,0 ponto)**:** Considere uma cidade onde 80% dos moradores adultos, são descendentes de indios. Apesar disso observou-se que somente 39% dos convocados para serem jurados, nos julgamentos ocorridos na cidade, eram descendentes de índios. Suponhamos que queiramos selecionar 12 jurados dessa população. Qual a probabilidade de que exatamente 7 jurados sejam descendentes de índios?
Variável de interesse: jurado descendente de índio
Usando o modelo Binomial:

$$P(x=k) \quad = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

n = 12
x = 7
p = prob. de um adulto índio ser jurado = 0,80*0,39 = 0,312

$$P(7) \quad = \binom{12}{7} * 0,312^7 * (1-0,312)^{12-7}$$

$$P(7) \quad = \frac{12!}{7!\,5!} * 0,000287794280118878208 * (0,688)^5$$

$$P(7) \quad = 792 * 0,000287794280118878208 * 0,154149525127168 = 0,035$$

Sétima questão (1,0 ponto)**:** Suponha um baralho, com 52 cartas. Selecionamos aleatoriamente 5 cartas baralho sem reposição. Qual é a probabilidade de obtermos, até 2 cartas que tenham naipe vermelho, ou seja, sejam de copas ou ouros?

Sendo:

N = nº de cartas = 52

K = nº de cartas vermelhas = 26

n = nº de cartas retiradas sem reposição = 5

x = nº de cartas desejadas

$$P(2) = \frac{\binom{26}{2}\binom{52-26}{5-2}}{\binom{52}{5}} = \frac{325 * 2600}{2598960} = 0{,}32\ ou\ 32\%$$