

SOLUZIONI E SPIEGAZIONI DETTAGLIATE — QUIZ AVANZATO UNIVERSITARIO

1) Risposta corretta: A

Per una successione decrescente di eventi $(A_{n+1} \subseteq A_n)$ vale il Teorema della Continuità della Probabilità:

$P(\cap A_n) = \lim P(A_n)$. Se $\cap A_n = \emptyset$ allora la probabilità limite è 0, quindi $P(A_n) \rightarrow 0$.

2) Risposta corretta: A

Per il Teorema di Rolle: se f continua su $[a,b]$, derivabile su (a,b) e $f(a)=f(b)$ allora $\exists c$ tale che $f'(c)=0$.

3) Risposta corretta: B

$f(x)=x^x \Rightarrow \ln f(x)=x \ln x \Rightarrow$ derivando: $f'(x)/f(x)=1+\ln x \Rightarrow f'(x)=x^x(1+\ln x)$.

4) Risposta corretta: A

Poiché $\int_0^2 f(x)dx = F(2)-F(0)$. Se è zero implica $F(2)=F(0)$, ma non implica che f sia identicamente nulla.

5) Risposta corretta: C

$\text{Var}(aX+b)=a^2\text{Var}(X)$. Qui $a=2$ quindi $\text{Var}(2X+3)=4$. Non si può dire nulla su simmetria o normalità.

6) Risposta corretta: C

Se $P(A|B) > P(A)$ significa che sapere che B è avvenuto aumenta la probabilità di $A \rightarrow$ correlazione positiva.

7) Risposta corretta: C

Se X e Y sono indipendenti e hanno varianza finita, allora $\text{Cov}(X,Y)=0$. Senza varianza finita la covarianza non è definita.

8) Risposta corretta: A

Se $\text{Var}(X)=0$ tutti i valori di X sono uguali \rightarrow non esiste regressione perché non c'è variabilità per stimare la pendenza.

9) Risposta corretta: C

La mediana è robusta rispetto ai valori anomali (outliers), a differenza di media e varianza.

10) Risposta corretta: A

Formula di inclusione-esclusione: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ quindi $15 = 10 + 10 - x \Rightarrow x = 5$.

11) Risposta corretta: A

Se $f'(x) > 0$ in un intervallo aperto significa che f è strettamente crescente.

12) Risposta corretta: A

$\text{Var}(X)=0 \Leftrightarrow X$ assume sempre lo stesso valore \Rightarrow è costante.

13) Risposta corretta: A

Se $f \geq 0$ e l'integrale è zero allora $f = 0$ quasi ovunque (può essere non zero solo su insieme di misura nulla).

14) Risposta corretta: B

Correlazione zero elimina solo relazione lineare, non ogni relazione (può esistere relazione non lineare).

15) Risposta corretta: A

Per indipendenza serve $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.28$ che è $\leq \min(P(A), P(B))$, quindi è possibile.

16) Risposta corretta: A

Per modello corretto di regressione, l'errore deve avere media zero, altrimenti il modello è distorto.

17) Risposta corretta: A

Condizione necessaria (ma non sufficiente): se f derivabile e ha massimo locale, allora $f'(x_0)=0$ (Teorema di Fermat).

18) Risposta corretta: A

Formula della probabilità totale vale solo se i B_i formano una partizione dell'universo: disgiunti e completi.

19) Risposta corretta: A

Per distribuzioni simmetriche rispetto alla media, media e mediana coincidono. Non implica normalità.

20) Risposta corretta: A

Campioni grandi riducono la variabilità delle stime (Legge dei grandi numeri), ma non eliminano errore né creano normalità.

FINE SOLUZIONI